Droites et plans dans l'espace: apports des outils théoriques dans l'évolution d'un travail de recherche en didactique

Céline Nihoul

Université de Mons
Département de Mathématique

UMONS Faculté des Sciences

6 mai 2017

Contexte du travail

- Cours : Mathématiques générales en L1 (math, info, physique).

Contexte du travail

- Cours : Mathématiques générales en L1 (math, info, physique).
- Un premier diagnostic du cours :

Contexte du travail

- Cours : Mathématiques générales en L1 (math, info, physique).
- Un premier diagnostic du cours :
  - Étude des difficultés des étudiants.

Bilan partiel

Difficulté importante dans la description et la reconnaissance de l'objet « droite » dans l'espace à partir d'une équation cartésienne.

Contexte du travail

- Cours : Mathématiques générales en L1 (math, info, physique).
- Un premier diagnostic du cours :
  - Étude des difficultés des étudiants.

Bilan partiel

Difficulté importante dans la description et la reconnaissance de l'objet « droite » dans l'espace à partir d'une équation cartésienne.

  - Étude des spécificités des notions.

Bilan partiel

Multiples représentations en termes de points de vue (Rogalski, 95) et de registres (Duval, 93).
$\Rightarrow$ une flexibilité importante est nécessaire et doit être développée en phase d'apprentissage (Artigue, Chartier & Dorier, 2000).

Une vue globale de la recherche

Problématique

Quel est le travail proposé par les enseignants du lycée sur l'interprétation géométrique de l'objet « droite » dans l'espace selon un point de vue cartésien ?

- Un croisement entre différents types d'études a priori :

Une vue globale de la recherche

Problématique

Quel est le travail proposé par les enseignants du lycée sur l'interprétation géométrique de l'objet « droite » dans l'espace selon un point de vue cartésien ?

- Un croisement entre différents types d'études a priori :
  - Analyse historique et épistémologique.
  - Analyse curriculaire.
  - Analyse de manuels.

Une vue globale de la recherche

Problématique

Quel est le travail proposé par les enseignants du lycée sur l'interprétation géométrique de l'objet « droite » dans l'espace selon un point de vue cartésien ?

- Un croisement entre différents types d'études a priori :
  - Analyse historique et épistémologique.
  - Analyse curriculaire.
  - Analyse de manuels.
- Une étude de terrain.

Une vue globale de la recherche

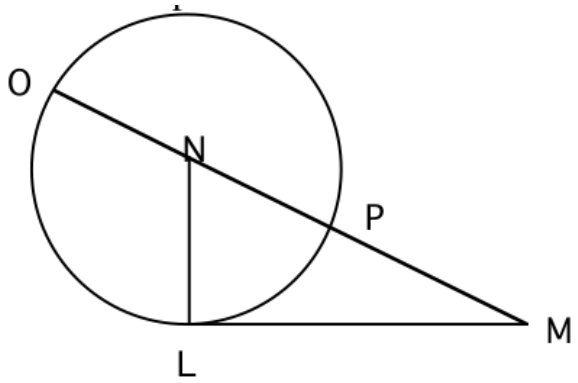
Problématique

Quel est le travail proposé par les enseignants du lycée sur l'interprétation géométrique de l'objet « droite » dans l'espace selon un point de vue cartésien ?

- Un croisement entre différents types d'études a priori :
  - **Analyse historique et épistémologique.**
  - **Analyse curriculaire.**
  - **Analyse de manuels.**
- Une étude de terrain.

Analyse historique

- Jusqu'en 1637, Algèbre et Géométrie sont deux domaines indépendants.
- Une tentative d'algébrisation de la Géométrie par Descartes.



Racine de : $z^2 = az + bb$.
Idée : $(z - \frac{a}{2})(z - \frac{a}{2}) = \frac{aa}{4} + bb$.
Posons $LM = b$ et $LN = \frac{a}{2}$.
$NM = \sqrt{\frac{aa+bb}{4}}$.
La racine est : $MO = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{aa+bb}{4}}$.

- Obstacle : perte du sens géométrique, du côté visuel du problème.
- Idée de Leibniz : faire un parallèle entre le synthétique et l'analytique.

Analyse curriculaire

- Nouveaux programmes depuis septembre 2016.
- Chapitre : « Géométrie synthétique et analytique de l'espace » en $1^{\text{ère}}$.

Analyse curriculaire

- Nouveaux programmes depuis septembre 2016.
- Chapitre : « Géométrie synthétique et analytique de l'espace » en $1^{\text{ère}}$.
- Compétences à développer :
  - caractériser analytiquement des droites et des plans.
  - résoudre un problème géométrique en utilisant des équations de plans et de droites.
  - démontrer des propriétés géométriques en utilisant des outils synthétiques et/ou analytiques.

Analyse curriculaire

- Nouveaux programmes depuis septembre 2016.
- Chapitre : « Géométrie synthétique et analytique de l'espace » en $1^{\text{ère}}$.
- Compétences à développer :
  - caractériser analytiquement des droites et des plans.
  - résoudre un problème géométrique en utilisant des équations de plans et de droites.
  - démontrer des propriétés géométriques en utilisant des outils synthétiques et/ou analytiques.
- Stratégies pédagogiques : « L'enseignant entrainera les élèves à résoudre un même problème dans des types différents de géométrie et de comparer les démarches. »

Élaboration d'un savoir de référence (1/2)

- **Du savoir savant :** un parallèle entre synthétique et analytique pour ne pas perdre « le sens géométrique ».

Élaboration d'un savoir de référence (1/2)

- **Du savoir savant :** un parallèle entre synthétique et analytique pour ne pas perdre « le sens géométrique ».
- **Du savoir à enseigner :** le programme permet de comparer les démarches propres au synthétique et à l'analytique MAIS il ne mentionne pas :

Élaboration d'un savoir de référence (1/2)

- **Du savoir savant :** un parallèle entre synthétique et analytique pour ne pas perdre « le sens géométrique ».
- **Du savoir à enseigner :** le programme permet de comparer les démarches propres au synthétique et à l'analytique MAIS il ne mentionne pas :
  - À quel(s) moment(s) ?

Élaboration d'un savoir de référence (1/2)

- **Du savoir savant :** un parallèle entre synthétique et analytique pour ne pas perdre « le sens géométrique ».
- **Du savoir à enseigner :** le programme permet de comparer les démarches propres au synthétique et à l'analytique MAIS il ne mentionne pas :
  - À quel(s) moment(s) ?
  - À partir de quelle(s) notion(s) ?

Élaboration d'un savoir de référence (1/2)

- **Du savoir savant :** un parallèle entre synthétique et analytique pour ne pas perdre « le sens géométrique ».
- **Du savoir à enseigner :** le programme permet de comparer les démarches propres au synthétique et à l'analytique MAIS il ne mentionne pas :
  - À quel(s) moment(s) ?
  - À partir de quelle(s) notion(s) ?
  - Comment ?

Élaboration d'un savoir de référence (1/2)

- **Du savoir savant :** un parallèle entre synthétique et analytique pour ne pas perdre « le sens géométrique ».
- **Du savoir à enseigner :** le programme permet de comparer les démarches propres au synthétique et à l'analytique MAIS il ne mentionne pas :
  - À quel(s) moment(s) ?
  - À partir de quelle(s) notion(s) ?
  - Comment ?
- Les ressources disponibles ne sont pas à jour !
  $\Rightarrow$ nécessité de construire un savoir de référence (au sens Rogalski & Samurçay, 94).

Élaboration d'un savoir de référence (2/2)

- Choix : partir des notions de point de percée et section plane (2^{nd}, synthétique).
- Objectifs :

Élaboration d'un savoir de référence (2/2)

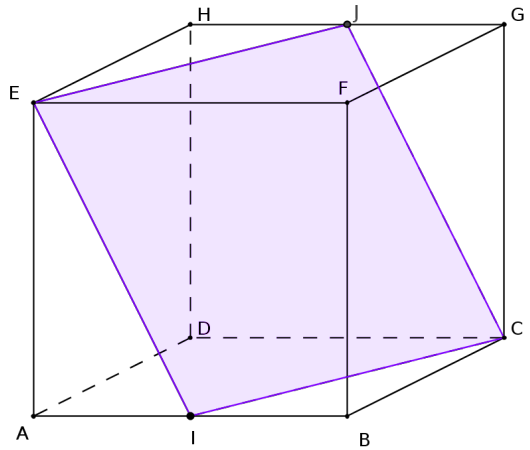
- Choix : partir des notions de point de percée et section plane (2^{nd}, synthétique).
- Objectifs :
  - s'appuyer sur des connaissances antérieures pour introduire et/ou travailler les équations de droites et de plans (repère, coordonnées, vecteur, incidence, postulats d'Euclide).

Élaboration d'un savoir de référence (2/2)

- Choix : partir des notions de point de percée et section plane (2^{nd}, synthétique).
- Objectifs :
  - s'appuyer sur des connaissances antérieures pour introduire et/ou travailler les équations de droites et de plans (repère, coordonnées, vecteur, incidence, postulats d'Euclide).
  - résoudre en parallèle le problème géométrique dans le cadre synthétique et analytique.

Élaboration d'un savoir de référence (2/2)

- Choix : partir des notions de point de percée et section plane (2^{nd}, synthétique).
- Objectifs :
  - s'appuyer sur des connaissances antérieures pour introduire et/ou travailler les équations de droites et de plans (repère, coordonnées, vecteur, incidence, postulats d'Euclide).
  - résoudre en parallèle le problème géométrique dans le cadre synthétique et analytique.



- Équations de tous les plans.
- Résolution de systèmes.
- Identification des droites comme intersection de deux plans.

Analyse de manuels

3. Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ?

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\,;\,y_{\vec{u}}\,;\,z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x-x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$, $B(x_B\,;\,y_B\,;\,z_B)$ et si $(x_B-x_A)\neq 0$, $(y_B-y_A)\neq 0$ et $(z_B-z_A)\neq 0$, alors $AB \equiv \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} = \dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$.

CQFD 1ère

2. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}} \end{cases}$

On obtient un système analogue si

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$
- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

3. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ y = y_A \end{cases}$.

La troisième équation du système d'équations paramétriques $\begin{cases} x-x_A = 0 \\ y-y_A = 0 \\ z-z_A = \lambda z_{\vec{u}} \end{cases}$ peut en effet être supprimée. Pour tout point $P(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace, cette équation est vérifiée pour une et une seule valeur de λ : celle obtenue en isolant λ dans cette équation. On ne pouvait pas éliminer les équations analogues dans les cas précédents, car il y en avait plusieurs : pour tout point donné, elles n'étaient pas nécessairement vérifiées pour une même valeur de λ.

On obtient des résultats analogues si :

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$;
- $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

Analyse de manuels

3. Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ?

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\,;\,y_{\vec{u}}\,;\,z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x-x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$, $B(x_B\,;\,y_B\,;\,z_B)$ et si $(x_B-x_A)\neq 0$, $(y_B-y_A)\neq 0$ et $(z_B-z_A)\neq 0$, alors $AB \equiv \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} = \dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$.

CQFD 1ère

2. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}} \end{cases}$

On obtient un système analogue si

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$
- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

3. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ y = y_A \end{cases}$.

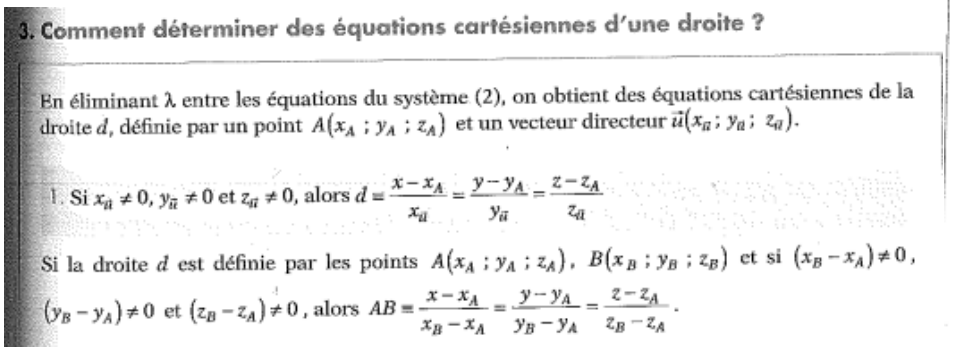
La troisième équation du système d'équations paramétriques $\begin{cases} x-x_A = 0 \\ y-y_A = 0 \\ z-z_A = \lambda z_{\vec{u}} \end{cases}$ peut en effet être supprimée. Pour tout point $P(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace, cette équation est vérifiée pour une et une seule valeur de λ : celle obtenue en isolant λ dans cette équation. On ne pouvait pas éliminer les équations analogues dans les cas précédents, car il y en avait plusieurs : pour tout point donné, elles n'étaient pas nécessairement vérifiées pour une même valeur de λ.

On obtient des résultats analogues si :

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$;
- $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

- Dans l'espace, pourquoi a-t-on besoin d'un système de deux équations cartésiennes pour décrire une droite ?

Analyse de manuels

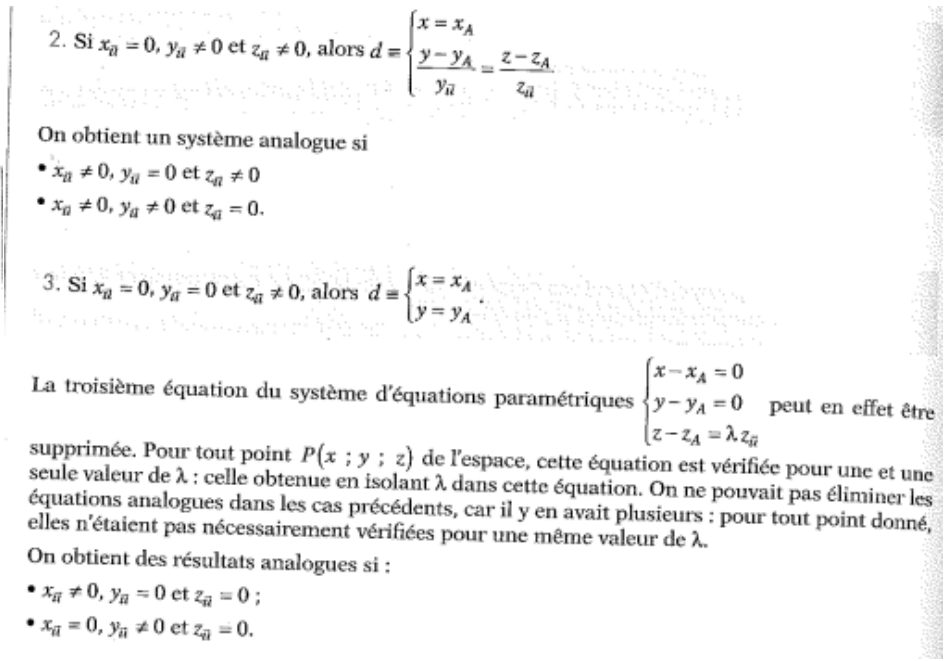


3. Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ?

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\,;\,y_{\vec{u}}\,;\,z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x-x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$, $B(x_B\,;\,y_B\,;\,z_B)$ et si $(x_B - x_A) \neq 0$, $(y_B - y_A) \neq 0$ et $(z_B - z_A) \neq 0$, alors $AB = \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} = \dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$.



2. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \begin{cases} x = x_A \\ \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}} \end{cases}$

On obtient un système analogue si

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$
- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

3. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \begin{cases} x = x_A \\ y = y_A \end{cases}$.

La troisième équation du système d'équations paramétriques $\begin{cases} x - x_A = 0 \\ y - y_A = 0 \\ z - z_A = \lambda z_{\vec{u}} \end{cases}$ peut en effet être supprimée. Pour tout point $P(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace, cette équation est vérifiée pour une et une seule valeur de λ : celle obtenue en isolant λ dans cette équation. On ne pouvait pas éliminer les équations analogues dans les cas précédents, car il y en avait plusieurs : pour tout point donné, elles n'étaient pas nécessairement vérifiées pour une même valeur de λ.

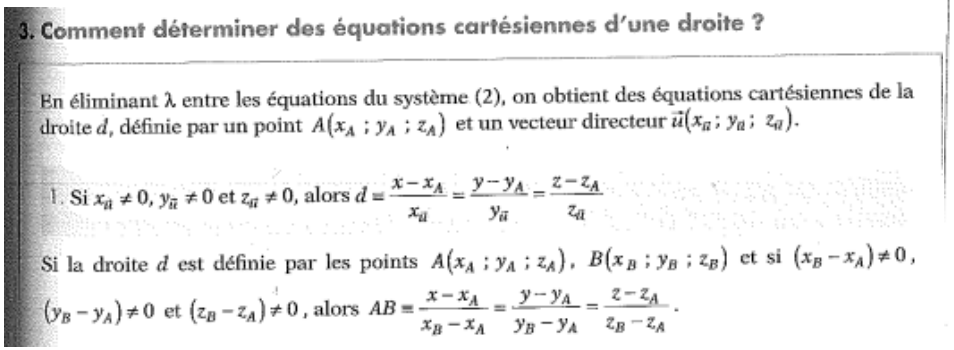
On obtient des résultats analogues si :

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$;
- $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

CQFD 1ère

- Dans l'espace, pourquoi a-t-on besoin d'un système de deux équations cartésiennes pour décrire une droite ?
- Les exercices utilisent la même démarche : paramétrique → cartésien.

Analyse de manuels

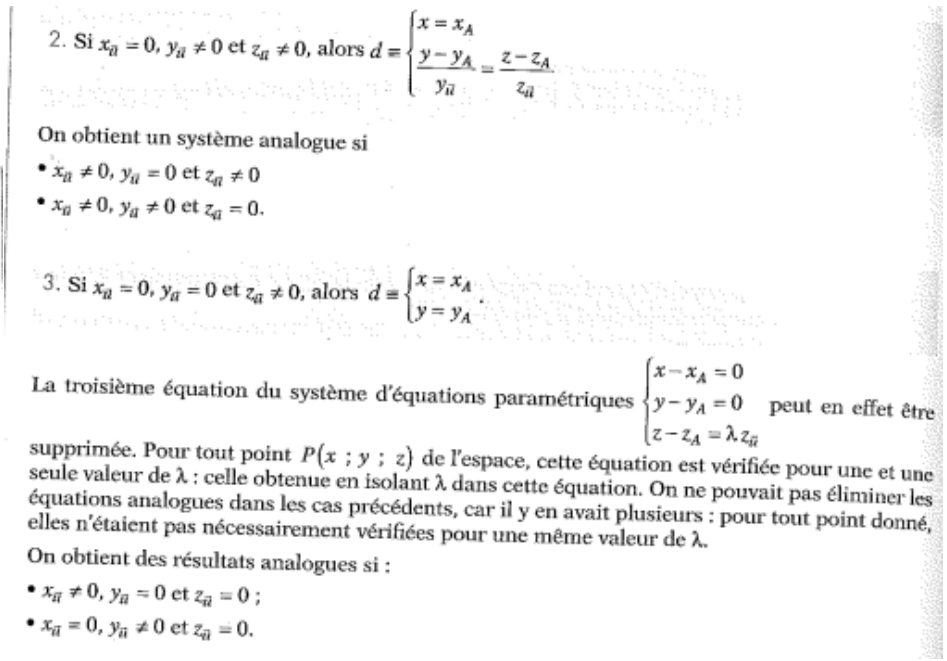


3. Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ?

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\,;\,y_{\vec{u}}\,;\,z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x-x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$, $B(x_B\,;\,y_B\,;\,z_B)$ et si $(x_B-x_A)\neq 0$, $(y_B-y_A)\neq 0$ et $(z_B-z_A)\neq 0$, alors $AB \equiv \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} = \dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$.



2. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}} \end{cases}$

On obtient un système analogue si

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$
- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

3. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ y = y_A \end{cases}$.

La troisième équation du système d'équations paramétriques $\begin{cases} x-x_A = 0 \\ y-y_A = 0 \\ z-z_A = \lambda z_{\vec{u}} \end{cases}$ peut en effet être supprimée. Pour tout point $P(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace, cette équation est vérifiée pour une et une seule valeur de λ : celle obtenue en isolant λ dans cette équation. On ne pouvait pas éliminer les équations analogues dans les cas précédents, car il y en avait plusieurs : pour tout point donné, elles n'étaient pas nécessairement vérifiées pour une même valeur de λ.

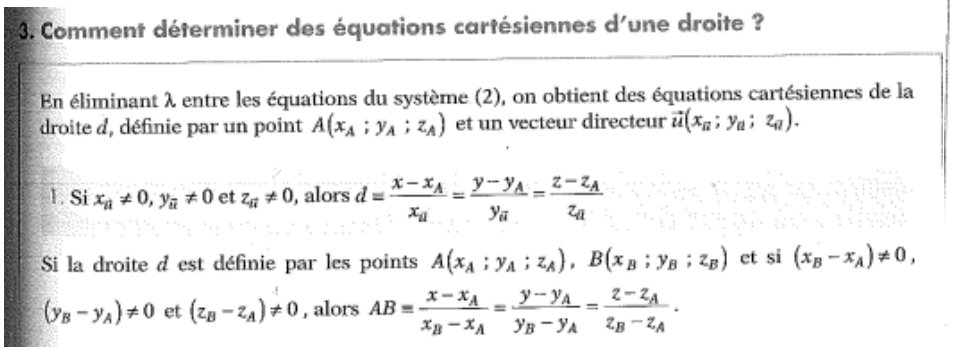
On obtient des résultats analogues si :

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$;
- $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

CQFD 1ère

- Dans l'espace, pourquoi a-t-on besoin d'un système de deux équations cartésiennes pour décrire une droite ?
- Les exercices utilisent la même démarche : paramétrique → cartésien.
- Le registre algébrique est omniprésent.

Analyse de manuels

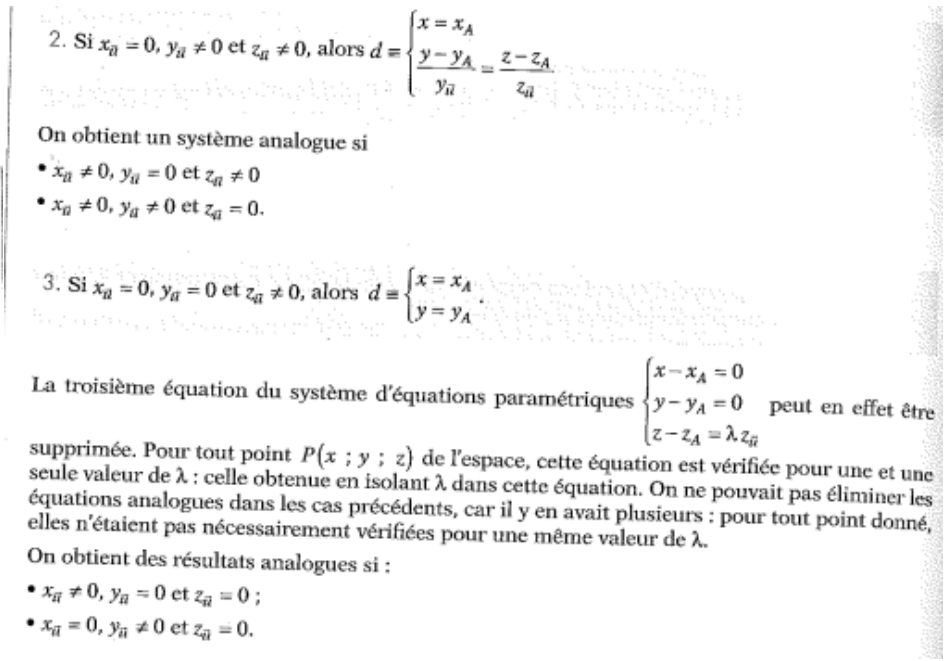


3. Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ?

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\,;\,y_{\vec{u}}\,;\,z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x-x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$, $B(x_B\,;\,y_B\,;\,z_B)$ et si $(x_B-x_A)\neq 0$, $(y_B-y_A)\neq 0$ et $(z_B-z_A)\neq 0$, alors $AB \equiv \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} = \dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$.



2. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}} \end{cases}$

On obtient un système analogue si

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$
- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

3. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ y = y_A \end{cases}$.

La troisième équation du système d'équations paramétriques $\begin{cases} x-x_A = 0 \\ y-y_A = 0 \\ z-z_A = \lambda z_{\vec{u}} \end{cases}$ peut en effet être supprimée. Pour tout point $P(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace, cette équation est vérifiée pour une et une seule valeur de λ : celle obtenue en isolant λ dans cette équation. On ne pouvait pas éliminer les équations analogues dans les cas précédents, car il y en avait plusieurs : pour tout point donné, elles n'étaient pas nécessairement vérifiées pour une même valeur de λ.

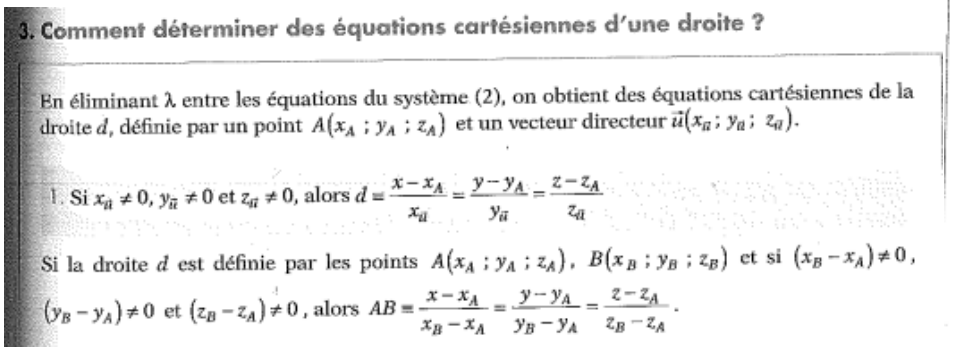
On obtient des résultats analogues si :

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$;
- $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

CQFD 1ère

- Dans l'espace, pourquoi a-t-on besoin d'un système de deux équations cartésiennes pour décrire une droite ?
- Les exercices utilisent la même démarche : paramétrique → cartésien.
- Le registre algébrique est omniprésent.
- Aucun parallèle avec la géométrie synthétique.

Analyse de manuels

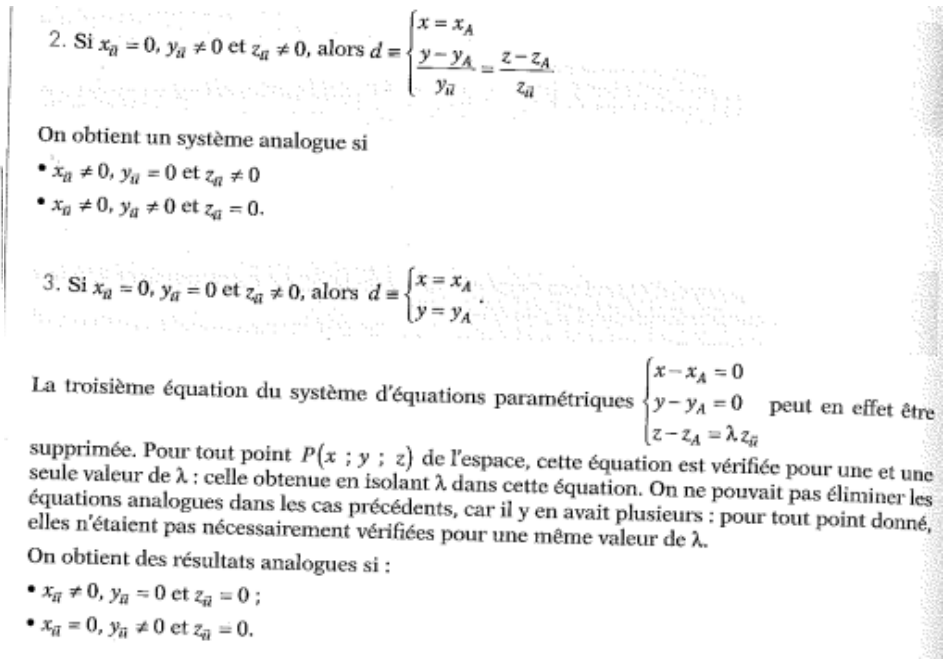


3. Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ?

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\,;\,y_{\vec{u}}\,;\,z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x-x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$, $B(x_B\,;\,y_B\,;\,z_B)$ et si $(x_B-x_A)\neq 0$, $(y_B-y_A)\neq 0$ et $(z_B-z_A)\neq 0$, alors $AB \equiv \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} = \dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$.



2. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}} \end{cases}$

On obtient un système analogue si

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$
- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

3. Si $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d \equiv \begin{cases} x = x_A \\ y = y_A \end{cases}$.

La troisième équation du système d'équations paramétriques $\begin{cases} x-x_A = 0 \\ y-y_A = 0 \\ z-z_A = \lambda z_{\vec{u}} \end{cases}$ peut en effet être supprimée. Pour tout point $P(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace, cette équation est vérifiée pour une et une seule valeur de λ : celle obtenue en isolant λ dans cette équation. On ne pouvait pas éliminer les équations analogues dans les cas précédents, car il y en avait plusieurs : pour tout point donné, elles n'étaient pas nécessairement vérifiées pour une même valeur de λ.

On obtient des résultats analogues si :

- $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} = 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$;
- $x_{\vec{u}} = 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} = 0$.

CQFD 1ère

- Dans l'espace, pourquoi a-t-on besoin d'un système de deux équations cartésiennes pour décrire une droite ?
- Les exercices utilisent la même démarche : paramétrique → cartésien.
- Le registre algébrique est omniprésent.
- Aucun parallèle avec la géométrie synthétique.

⇒ Manques importants pour développer la flexibilité attendue et l'interprétation géométrique des objets de l'espace.

Perspectives

- Analyse du travail proposé par les enseignants sur ces notions : comment comblent-ils éventuellement ces manques ?

Perspectives

- Analyse du travail proposé par les enseignants sur ces notions : comment comblent-ils éventuellement ces manques ?
- HYPOTHÈSE : les ajouts dans leur discours permettant un rapprochement avec les connaissances déjà là des élèves peuvent développer l'interprétation géométrique des objets dans l'espace.
  $\Rightarrow$ notion de proximité-en-acte (Robert & Vandebrouck, 14).

Perspectives

- Analyse du travail proposé par les enseignants sur ces notions : comment comblent-ils éventuellement ces manques ?
- HYPOTHÈSE : les ajouts dans leur discours permettant un rapprochement avec les connaissances déjà là des élèves peuvent développer l'interprétation géométrique des objets dans l'espace.
  $\Rightarrow$ notion de proximité-en-acte (Robert & Vandebrouck, 14).

Problématique de recherche

Quelles sont les proximités discursives tentées par les enseigants du lycée pour amener les élèves à développer la flexibilité entre les registres et les points de vue et à interpréter géométriquement les objets ?