

INTRODUCTION - CONTEXTE

Pont thermique : Zone de l'enveloppe où la résistance thermique, par ailleurs uniforme, est modifiée de manière sensible (cause : changement de forme, d'épaisseur ou de matériau dans l'enveloppe).
 → Augmentation des déperditions de chaleur (quelques % à 39% de la demande énergétique d'un bâtiment)
 → Flux de chaleur 2D ou 3D (sur la paroi courante, non perturbée : 1D)



Utilisation de logiciels de simulation énergétique des bâtiments : prédiction du comportement thermique et de la consommation énergétique des bâtiments → certaines imprécisions !
 → Effets dynamiques des ponts thermiques non considérés (déphasage et amortissement entre les variations de températures extérieure et intérieure)
 → Impact sur la performance énergétique du bâtiment qui ne représente pas la réalité
 → Pour intégrer les aspects dynamique et multidimensionnel : méthodes numériques → complexe et beaucoup de ressources pour évaluer le comportement au cours du temps
 → Objectif : Méthode simple et précise de prise en compte des effets dynamiques des ponts thermiques, afin de les intégrer dans un logiciel de simulation énergétique des bâtiments.

METHODOLOGIE

Méthodes de structure équivalente

Principe : Structure multicouche 1D qui remplace le pont thermique (flux 2D ou 3D) : **mêmes comportements thermiques statique et dynamique**.
 → Déterminer la résistance thermique R_m et la capacité thermique C_m de chaque couche (déduction de l'épaisseur e , de la masse volumique ρ , de la chaleur massique c et de la conductibilité thermique λ).

- Paramètres valables pour toutes conditions aux limites et pour toutes périodes d'échantillonnage
- Paramètres à introduire directement dans le logiciel (pas de modification du code source)
- Pas valable si les propriétés physiques dépendent de la température
- Nombre optimal de couches : 3
- Diverses méthodologies possibles : facteurs de structure, matrice des fonctions de transfert, harmonique, identification (non développée ici car ne présente pas de meilleurs résultats), mixte.

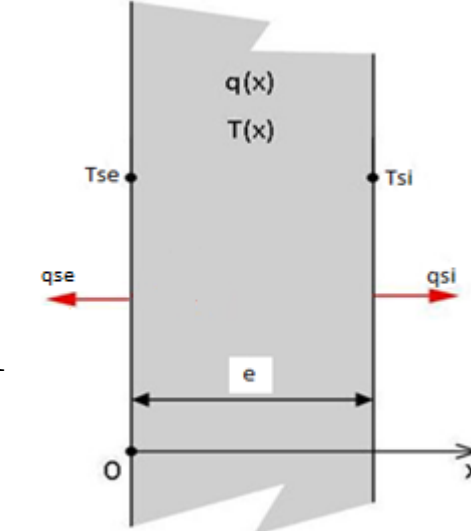
Méthode des facteurs de structure

1) Détermination des **facteurs de réponse G** de la structure initiale par simulations dynamiques.

$$q_{si}(n\Delta) = \frac{1}{R} \times \left(\sum_{k=0}^{n-1} T_{se}((n-k)\Delta) \times G_{ie}(k) - \sum_{k=0}^{n-1} T_{si}((n-k)\Delta) \times G_{ii}(k) \right)$$

$$q_{se}(n\Delta) = \frac{1}{R} \times \left(\sum_{k=0}^{n-1} T_{si}((n-k)\Delta) \times G_{ie}(k) - \sum_{k=0}^{n-1} T_{se}((n-k)\Delta) \times G_{ee}(k) \right)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} G_{ii}(k) = \sum_{k=0}^{\infty} G_{ie}(k) = \sum_{k=0}^{\infty} G_{ee}(k) = 1$$



2) A partir des facteurs de réponse, on peut calculer les **facteurs de structure ϕ** de la structure initiale :

$$\phi_{ii} = -\frac{\Delta}{R \cdot C} \times \sum_{m=1}^{\infty} m \times G_{ii}(m)$$

$$\phi_{ee} = -\frac{\Delta}{R \cdot C} \times \sum_{m=1}^{\infty} m \times G_{ee}(m) \quad \phi_{ii} + 2\phi_{ie} + \phi_{ee} = 1$$

$$\phi_{ie} = \frac{\Delta}{R \cdot C} \times \sum_{m=1}^{\infty} m \times G_{ie}(m)$$

Facteur de structure : représente la quantité de chaleur stockée dans le mur entre 2 états stables : à proximité de la surface intérieure (ii), de la surface extérieure (ee) ou du centre (ie) du mur.

3) **Mur équivalent : même résistance R, même capacité C et 3 mêmes facteurs de structure** : on pose R_1 , R_2 , R_3 (conservation de R) et on calcule avec les équations suivantes, valables pour une structure 1D à 3 couches, C_1 , C_2 et C_3 (conservation de C et des facteurs de structure). (int. - 1 - 2 - 3 - ext.)

$$\phi_{ii} = \frac{1}{R^2 C} \times \left(C_1 \times \left(\frac{R_1^2}{3} + R_1 \times (R_2 + R_3) + (R_2 + R_3)^2 \right) + C_2 \times \left(\frac{R_2^2}{3} + R_2 \times R_3 + R_3^2 \right) + C_3 \times \left(\frac{R_3^2}{3} \right) \right)$$

$$\phi_{ie} = \frac{1}{R^2 C} \times \left(C_1 \times \left(-\frac{R_1^2}{3} + \frac{R_1 \times R_2}{2} \right) + C_2 \times \left(-\frac{R_2^2}{3} + \frac{R_2 \times R_3}{2} + R_1 \times R_3 \right) + C_3 \times \left(-\frac{R_3^2}{3} + \frac{R_3 \times R_2}{2} \right) \right)$$

$$\phi_{ee} = \frac{1}{R^2 C} \times \left(C_1 \times \left(\frac{R_1^2}{3} \right) + C_2 \times \left(\frac{R_2^2}{3} + R_2 \times R_1 + R_1^2 \right) + C_3 \times \left(\frac{R_3^2}{3} + R_3 \times (R_1 + R_2) + (R_1 + R_2)^2 \right) \right)$$

4) **Ajuster** les valeurs des paramètres (on a 6 inconnues et 4 relations à respecter) → méthode itérative, par essais-erreurs, il faut tester chaque structure équivalente pour déterminer la meilleure.

Méthode de la matrice des fonctions de transfert

Elle se base sur la connaissance des fonctions de transfert H dans le domaine de Laplace, décomposées en séries de Fourier :

$$\begin{bmatrix} q_{si}(s) \\ q_{se}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_{Ai}(s) & G_T(s) \\ G_T(s) & -G_{Ae}(s) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_{si}(s) \\ T_{se}(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -G_{Ai}(s) & G_T(s) \\ G_T(s) & -G_{Ae}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{R} \times \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G'_{Ai}(0) & G'_T(0) \\ G'_T(0) & -G'_{Ae}(0) \end{bmatrix} \times s + \dots$$

Après développement, on se rend compte qu'on aboutit à des **relations identiques à celles de la méthode des facteurs de structure** :

$$C = G'_{Ai}(0) + G'_{Ae}(0) - 2 G'_T(0) = C \times (\phi_{ii} + \phi_{ee} + 2\phi_{ie})$$

La seule différence est qu'on impose les valeurs de R_1 et R_3 . La structure équivalente est donc définie de manière univoque (pas d'optimisation). Néanmoins, ces relations ne découlent pas d'une réflexion physique.

$$R_1 = (1 - \phi_{ii} + \phi_{ee}) \times 2 \times \phi_{ie} \times R$$

$$R_3 = (1 + \phi_{ii} - \phi_{ee}) \times 2 \times \phi_{ie} \times R$$

Méthode harmonique

- 1) On applique à la structure initiale les conditions aux limites suivantes : **évolution sinusoïdale** de la température de surface extérieure de **période P** et d'amplitude unitaire, température de surface intérieure égale à 0°C.
- 2) Par simulations dynamiques, on détermine l'amplitude **q(P)** et la phase **φ(P)** du flux à travers la surface intérieure.
- 3) Pour une structure multicouche 1D, les caractéristiques **q'(P)** et **φ'(P)** sont déterminées de manière analytique :

$$\begin{bmatrix} T_{se} \\ q'_{se} \end{bmatrix} = M \times \begin{bmatrix} T_{si} \\ q'_{si} \end{bmatrix} \text{ avec } M = \begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} \\ M_{2,1} & M_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ E_3 & D_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ E_1 & D_1 \end{bmatrix}$$

$$A_m = D_m = \cosh\left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}}\right)$$

$$B_m = \sinh\left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}}\right) / \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}}$$

$$E_m = \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}} \times \sinh\left(\sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}}\right)$$

$$q'_{si}(P) = \frac{1}{M_{1,2}}$$

4) On détermine la structure équivalente qui **minimise une fonction d'erreur** (Err₁ ou Err₂)

$$Err_1 = |q'(10h) - q(10h)| + 4 \times |q'(24h) - q(24h)| + |q'(50h) - q(50h)| + |q'(100h) - q(100h)| + 10 \times |q'(1an) - q(1an)|$$

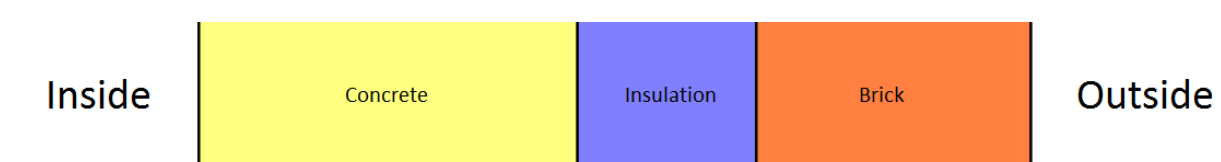
$$Err_2 = \frac{3 \times |q'(24h) - q(24h)| + |q'(100h) - q(100h)| + 8 \times |q'(1an) - q(1an)|}{3 \times |q(24h) - q(24h)| + |q(100h) - q(100h)| + 8 \times |q(1an) - q(1an)|} + \frac{3 \times |q'(24h) - q(24h)| + |q'(100h) - q(100h)| + 8 \times |q'(1an) - q(1an)|}{3 \times |q(24h) - q(24h)| + |q(100h) - q(100h)| + 8 \times |q(1an) - q(1an)|}$$

Méthode mixte

Caractéristiques de la méthode des facteurs de structure et de la méthode harmonique : on impose le respect de R, de C et des facteurs de structure et on minimise la fonction d'erreur suivante :

$$Err_3 = \frac{|q'(24h) - q(24h)|}{|q(24h)|} + \frac{|q'(24h) - \varphi(24h)|}{|\varphi(24h)|}$$

COMPARAISON



Structure initiale 1D à 3 couches

La structure initiale est composée, de l'intérieur vers l'extérieur, de 14 cm de béton, de 5 cm d'isolant et de 9 cm de brique. Idéalement, les **structures équivalentes devraient être identiques** à la structure initiale (Base).

Caractéristiques obtenues par simulations dynamiques :

$$R = 1,4395 \text{ m}^2\text{K/W} ; C = 358845 \text{ J/Km}^2 ; \phi_{ii} = 0,5742 ; \phi_{ie} = 0,0329 ; \phi_{ee} = 0,53601 \text{ (150 divisions, } \Delta t = 1 \text{ h)}$$

$$q(10h) = 0,2875 \text{ W/m}^2 ; q(24h) = 0,5495 \text{ W/m}^2 ; q(50h) = 0,6537 \text{ W/m}^2 ; q(100h) = 0,6839 \text{ W/m}^2 ; q(1an) = 0,6747 \text{ W/m}^2 ; \varphi(24h) = -1,146 \text{ rad} ; \varphi(100h) = -0,295 \text{ rad} ; \varphi(1an) = -0,0034 \text{ rad (900 divisions, } \Delta t = 1 \text{ s)}$$

Simulations TRNSYS

La comparaison entre les méthodes présentées se base sur les résultats de simulations TRNSYS ($\Delta t = 1 \text{ min}$) d'une habitation sur une période d'un an avec la structure initiale ou une structure équivalente comme mur extérieur.

	Géométrie	Paramètres	Consignes	BNE (structure de base)
V	424 m ³	Gains internes 588,5 W	Chauffage (6h à 18h) 20°C	Chauffage 84 kWh/m ² .an
A _{ch}	142,4 m ²	Débit ventilation 0,55 h ⁻¹	Chauffage (18h à 6h) 16°C	
A _T	398 m ²	Débit infiltration 0,027 h ⁻¹ ($\Delta p = 2 \text{ Pa}$)	Refroidissement 24°C	Refroidissement 1,6 kWh/m ² .an
Surface fenêtres	26 m ²	Climat Uccle (Belgique)		

dhm : écart relatif maximal des BNE mensuels pour le chauffage ; dha : écart relatif des BNE annuels pour le chauffage
 dcm : écart relatif maximal des BNE mensuels pour le refroidissement ; dca : écart relatif des BNE annuels pour le refroidissement

	R ₁	R ₂	R ₃	R	C ₁	C ₂	C ₃	C	dhm	dha	dcm	dca
	m ² .K.W ⁻¹				kJ.K ⁻¹ .m ²				%	%	%	%
Base	0,11	1,25	0,08	1,44	222	1,0	136	359	-	-	-	-
1	0,1	1,3	0,04	1,44	216	16	127	359	1,3	0,04	4,1	0,34
2	5.E-3	1,23	0,21	1,44	202	10	147	359	4,6	0,68	27	1,4
3	0,10	1,33	0,01	1,44	213	25	121	359	1,4	0,03	4,3	0,37
4	0,09	1,25	0,10	1,44	218	4,0	137	359	1,7	0,11	5,5	0,38
5	0,15	1,27	0,02	1,44	229	4.E-5	130	359	4,7	0,22	12	0,95
6	0,07	1,25	0,11	1,44	214	6,6	138	359	3,1	0,22	10	0,70
7	1,22	0,07	0,14	1,44	39	14	85	138	755	1,6	228	49
8	0,05	0,52	0,87	1,44	316	42	0,5	359	88	1,5	32	18
9	0,02	0,04	1,38	1,44	24	231	104	359	710	2,22	262	48
10	0,11	1,25	0,08	1,44	222	1,0	136	359	0	0	0	0

Résultats

Structures 1 à 5 : Méthode des facteurs de structure

- Résultats proches de ceux obtenus avec la structure de base : erreur annuelle rarement > 1% et erreur mensuelle atteignant 27% mais pour un mois où les BNE sont faibles.
- Pour la structure 1 : erreur ponctuelle sur la consommation pour le chauffage > 10% : 0,66% de l'année.
- Pas forcément la structure initiale : déterminer les structures équivalentes et les tester.
- Structure équivalente : minimum de 3 couches, car avec 2 on ne respecte pas les facteurs de structure.

Structure 6 : Méthode de la matrice des fonctions de transfert

- Structure déterminée de manière univoque grâce aux 2 relations supplémentaires (non physiques), on ne retrouve pas la structure initiale et d'autres structures présentent de meilleurs résultats.
- Peut parfois conduire à des résultats non physiques (C_m négatif).

Structure 7 : Méthode harmonique : conservation de R + minimiser Err₁

- Résultats imprécis : l'erreur annuelle est de 1,6% pour le chauffage et 49% pour le refroidissement. Capacité non conservée.

Structure 8 : Méthode harmonique : conservation de R + conservation de C + minimiser Err₁

- Imposer la conservation de la capacité améliore, dans ce cas, les résultats.

Structure 9 : Méthode harmonique : conservation de R + conservation de C + minimiser Err₂

- L'ajout du respect du déphasage n'améliore pas les résultats.
- Pour la méthode harmonique, afin de déterminer les caractéristiques harmoniques de la structure initiale, les discrétisations spatiale et temporelle doivent être fines.
- Le manque de précision peut être dû à la méthode utilisée pour accélérer la résolution, mais l'ordre de grandeur des fonctions d'erreur (10⁻⁴) est acceptable.

Structure 10 : Méthode mixte

- La structure de base est retrouvée directement ! (erreur de 0,03% sur C₂ car nous testons des valeurs discrètes)
- La fonction d'erreur Err₃ est de l'ordre de 10⁻⁸.
- Ecart ponctuel max sur la consommation pour le chauffage : 18%.
- 2 paramètres sont à faire varier discrètement pour trouver la meilleure structure équivalente : leur discrétisation peut être fine.
- Discrétisations spatiale et temporelle fines pour trouver les caractéristiques du flux harmonique (P = 24h).

CONCLUSIONS

La méthode des facteurs de structure et celle de la matrice des fonctions de transfert, équivalentes, donnent de bons résultats mais ne permettent pas de retrouver directement la structure de base, car il s'agit, respectivement, d'une méthode par essais-erreurs et d'une méthode où on impose des conditions non réalistes.

La méthode harmonique et la méthode par identification (non développée ici) nous donnent des résultats éloignés de la réalité.

Une approche mixte a été proposée : il y a 6 paramètres à déterminer, les 4 conditions de la méthode des facteurs de structure et une condition harmonique (amplitude + phase) sont imposées. Nous retrouvons la structure de base.

Perspectives : tester cette méthode sur d'autres structures simples (nombre de couches différent de 3) et, ensuite, sur des ponts thermiques 2D et 3D.