POLYTECH.MONS

Mon Premier Récepteur Radio

SEMi
Service Electronique
et Microélectronique
FPMs

Papy Ndungidi

Aerssens Matthieu

Plan de l'exposé

Le mouvement oscillatoire

❑ Mouvement harmonique simple

$$x(t) = A \cos(w\, t + \Phi)$$

Où **x(t)** est la position (à l'instant t) en mètres

A est l'amplitude de l'oscillation en mètres

w est la pulsation en radians par seconde

t est le temps en secondes

Φ est la constante de phase en radians

Le mouvement oscillatoire

La pulsation dépend de la fréquence ou de la période des oscillations :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

où **w** est la pulsation en radians par seconde

f *est la fréquence en hertz*

T *est la période en secondes*

Le mouvement oscillatoire

- Détermination de la vitesse :

$$\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \\ v(t) = \dfrac{dx}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(t) = \dfrac{d}{dt}\left[A\cos(\omega t + \phi)\right] \\ \quad = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \end{cases}$$

- Détermination de l'accélération

$$\begin{cases} v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \\ a(t) = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = \dfrac{d}{dt}\left[-\omega A \sin(\omega t + \phi)\right] \\ \quad = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) \end{cases}$$

Le mouvement oscillatoire

- **L'accélération** et la **position** sont décrites par des fonctions sinusoïdales **déphasées de 180°** et d'après les résultats précédents, on a :

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x(t) \\ \dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0 \end{cases}$$

• Cette dernière équation caractérise le mouvement harmonique simple. L’expression de la position en fonction du temps découle de cette équation.

Le mouvement oscillatoire

❑Système masse-ressort

- Une masse fixée à l'extrémité libre d'un ressort hélicoïdal constitue un système masse-ressort. Pour de petits allongements, la force de rappel exercée par le ressort sur la masse est :

$$F_r = -k\,x$$

où ***F*** *est la force de rappel exercée par le ressort en newtons*

k *est la constante de rappel en newtons par mètre*

x *est l'allongement en mètres*

Le mouvement oscillatoire

- Si le ressort est en position horizontale, la force résultante exercée sur la masse est la force de rappel du ressort. L'application de la 2e loi de Newton donne :

$$m\, a(t) = -\,k\, x(t)$$

où *m est la masse en kilogrammes*

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\,k\, x(t) \;\Rightarrow\; \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x(t) = 0$$

Le mouvement oscillatoire

- Par comparaison avec l'équation différentielle du mouvement harmonique simple, on a :

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0 \\ \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m} x(t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- On en déduit :

$$\begin{cases} f = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}} \\ T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} \end{cases}$$

Le mouvement oscillatoire

- **Énergie d'un mouvement harmonique simple**
- L'énergie mécanique d'un système masse-ressort est emmagasinée sous forme d'énergie potentielle élastique par le ressort et sous forme d'énergie cinétique par la masse.
- L'énergie potentielle :

$$\begin{cases} x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \\ U(t) = \dfrac{1}{2} k \left[x(t)\right]^2 \end{cases} \Rightarrow U(t) = \frac{1}{2} k\, A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$$

Le mouvement oscillatoire

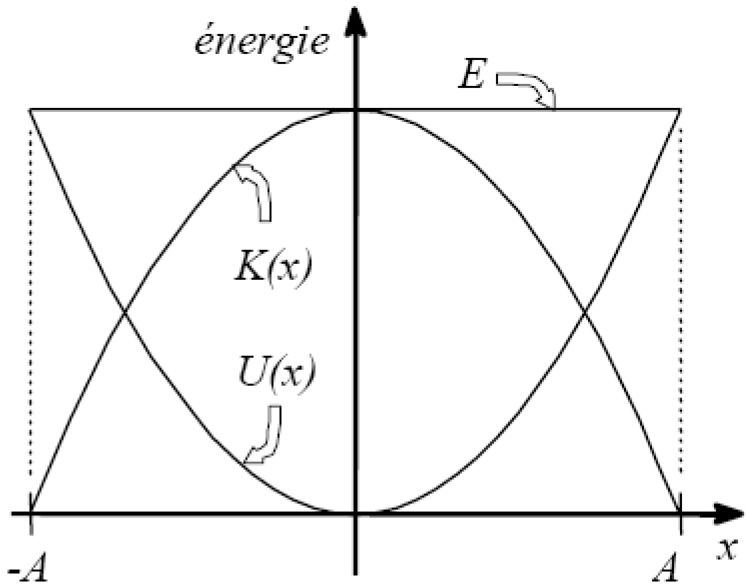
- L'énergie cinétique :

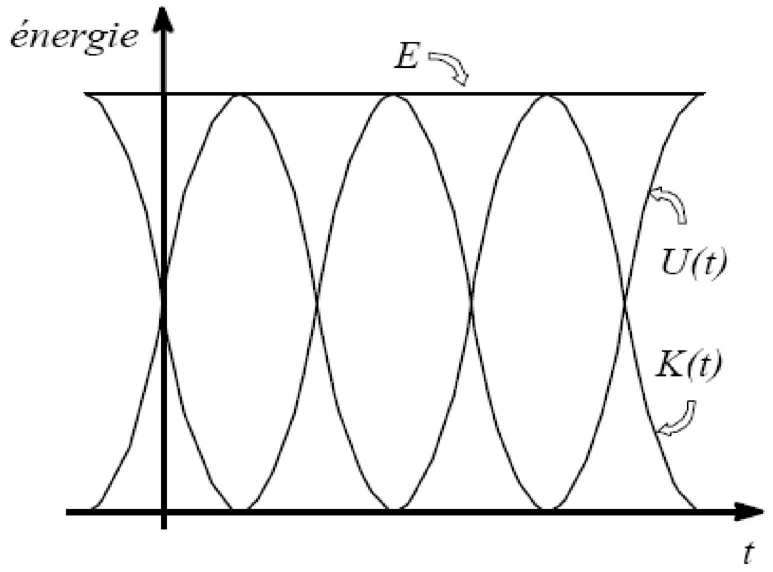
$$\begin{cases} v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \\ K(t) = \dfrac{1}{2} m \left[v(t)\right]^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K(t) = \dfrac{1}{2} m \,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \\ \quad = \dfrac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \end{cases}$$

- L'énergie totale du système :

$$\begin{aligned} E = U(t) + K(t) &= \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2} m \,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \\ &= \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \\ &= \frac{1}{2} k A^2 \left[\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)\right] = \frac{1}{2} k A^2 \end{aligned}$$

Le mouvement oscillatoire

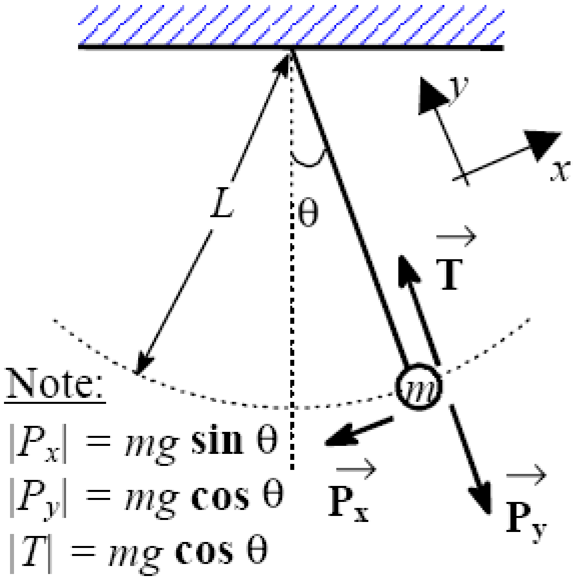




Le mouvement oscillatoire

❑Le pendule simple

L'application de la 2e loi de Newton pour le pendule donne :



$$m\,a(t) = -\,m\,g \sin\theta(t)$$

Avec :

$$a(t) = \frac{d^2 s}{dt^2} = L\,\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$\frac{d^2 s}{dt^2}$ est la dérivée seconde de la position sur l'arc de cercle par rapport au temps (m/s^2)

$\frac{d^2 \theta}{dt^2}$ est la dérivée seconde de l'angle du pendule par rapport au temps (rad/s^2)

Le mouvement oscillatoire

- Avec la définition de l'accélération et l'approximation sinθ= θ pour de petits angles, on a:

$$m\,L\,\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\,m\,g\,\theta(t) \;\Rightarrow\; \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\,\theta(t) = 0$$

Par comparaison avec l'équation différentielle du mouvement harmonique simple, on a:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\,\theta(t) = 0 \\[2ex] \dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{g}{L}\,\theta(t) = 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

- ❑ Alors, la position angulaire oscille autour de la verticale. La position angulaire en fonction du temps est donné par :

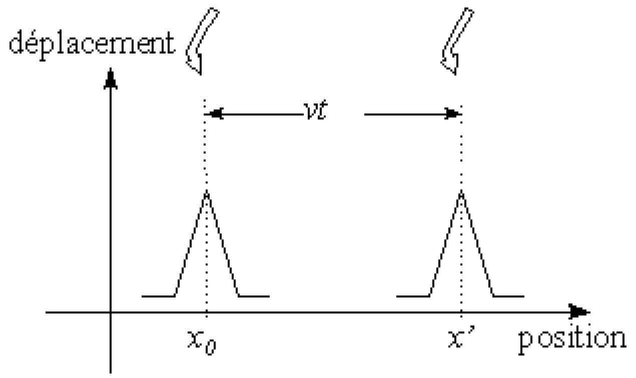
$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\omega t + \phi\right)$$

Le mouvement oscillatoire

- http://e.m.c.2.free.fr/classes/ressortcinematique.html
- http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Oscillateurs/periode_pendule.html
- http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Meca/Oscillateurs/ressort_rsf.html
- http://e.m.c.2.free.fr/classes/oscillressort.html

L'onde progressive

- Une onde progressive transversale est décrite par le déplacement transversal qui dépend de la position et du temps.



- Pour le cas d'un profil sinusoïdal, on a :

$$f(x_0) = A\sin(k\,x_0 + \phi) \Rightarrow \begin{cases} y(x,t) = A\sin[k(x - v\,t) + \phi] \\ \qquad\quad\;\; = A\sin(k\,x - \omega\,t + \phi) \end{cases}$$

L'onde progressive

- La pulsation présente dans l'équation précédente est le résultat de la multiplication du nombre d'onde et de la vitesse :

$$\omega = k\,v \;\Rightarrow\; v = \frac{\omega}{k}$$

- Le nombre d'onde dépend de la longueur d'onde :

$$k = \frac{2\,\pi}{\lambda}$$

- Avec les définitions de pulsation, nombre d'onde, fréquence et période, on a

$$\begin{cases} \omega = 2\,\pi\,f \\ k = \dfrac{2\,\pi}{\lambda} \\ f = \dfrac{1}{T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{2\,\pi\,f}{2\,\pi/\lambda} \\ \quad = f\,\lambda = \dfrac{\lambda}{T} \end{cases}$$

Interférences

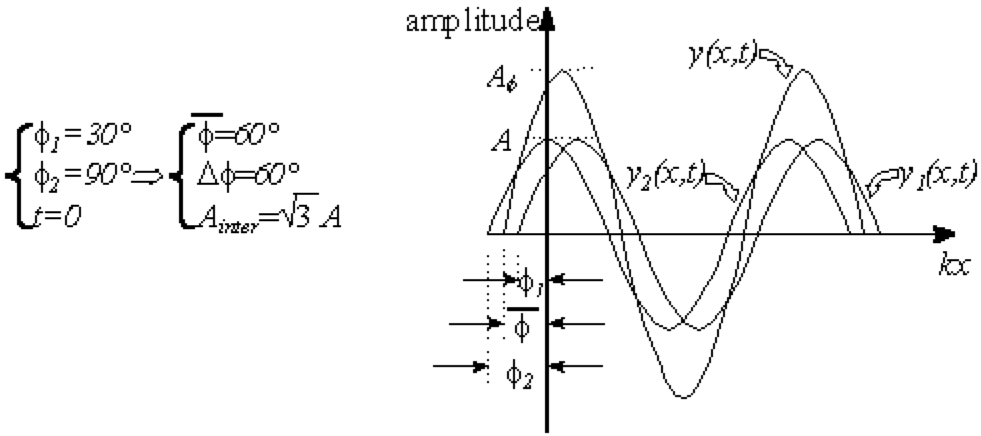
- Deux ondes progressives identiques mais déphasées voyageant dans la même direction

$$\begin{cases} y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \\ \qquad = A\sin\left(kx - \omega t + \phi_1\right) + A\sin\left(kx - \omega t + \phi_2\right) \\ \qquad = 2A\cos\left(\dfrac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)\sin\left[kx - \omega t + \left(\dfrac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)\right] \\ \qquad = 2A\cos\left(\dfrac{\Delta\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \bar{\phi}\right) \end{cases}$$

- L'amplitude du déplacement total dépend de la différence de phase :

$$\begin{cases} y(x,t) = 2A\cos\left(\dfrac{\Delta\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \bar{\phi}\right) \\ \qquad = A_{inter}\sin\left(kx - \omega t + \bar{\phi}\right) \end{cases} \Rightarrow A_{inter} = 2A\cos\left(\dfrac{\Delta\phi}{2}\right)$$

Interférences



Si $\Delta\Phi=0°$, il y a une interférence **constructive**; alors $\cos(\Delta\Phi/2)=1$ et $A_{inter}=2$.

Si $=180°$, il y a une interférence **destructive**; alors $\cos(\Delta\Phi/2)=0$ et $A_{inter}=0$.

Interférences

- Une onde se réfléchissant entièrement aux deux extrémités d'un milieu de propagation donne lieu à deux ondes identiques voyageant en sens contraire.

Une onde mécanique transversale voyageant dans la direction x des positifs est décrite par :

$$\begin{cases} y_1(x,t) = A\sin\left[k\left(x - v\,t\right) + \phi_1\right] \\ \quad\quad\quad\;\; = A\sin\left(k\,x - \omega\,t + \phi_1\right) \end{cases}$$

L'autre onde identique mais voyageant dans la direction des x négatifs, est décrite par :

$$\begin{cases} y_2(x,t) = A\sin\left[k\left(x + v\,t\right) + \phi_2\right] \\ \quad\quad\quad\;\; = A\sin\left(k\,x + \omega\,t + \phi_2\right) \end{cases}$$

Interférences

Si les deux constantes de phase sont différentes, le déplacement total, d'après le principe de superposition vaut :

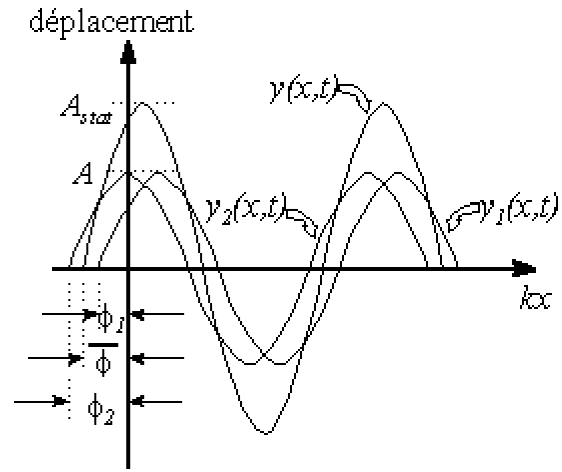
$$\begin{cases} y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) \\ \qquad = A \sin\left(k\,x - \omega\,t + \phi_1\right) + A \sin\left(k\,x + \omega\,t + \phi_2\right) \\ \qquad = 2\,A \cos\left[\omega\,t + \left(\dfrac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)\right] \sin\left[k\,x + \left(\dfrac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)\right] \\ \qquad = 2\,A \cos\left(\omega\,t + \dfrac{\Delta\phi}{2}\right) \sin\left(k\,x + \bar{\phi}\right) \end{cases}$$

L'onde dans le milieu de propagation n'est pas progressive. Le profil de l'onde reste immobile. **C'est une onde stationnaire** :

$$\begin{cases} y(x,t) = 2\,A \cos\left(\omega\,t + \dfrac{\Delta\phi}{2}\right) \sin\left(k\,x + \bar{\phi}\right) \\ \qquad = y_{ventre}(t) \sin\left(k\,x + \bar{\phi}\right) \end{cases} \Rightarrow \quad y_{ventre}(t) = 2\,A \cos\left(\omega\,t + \dfrac{\Delta\phi}{2}\right)$$

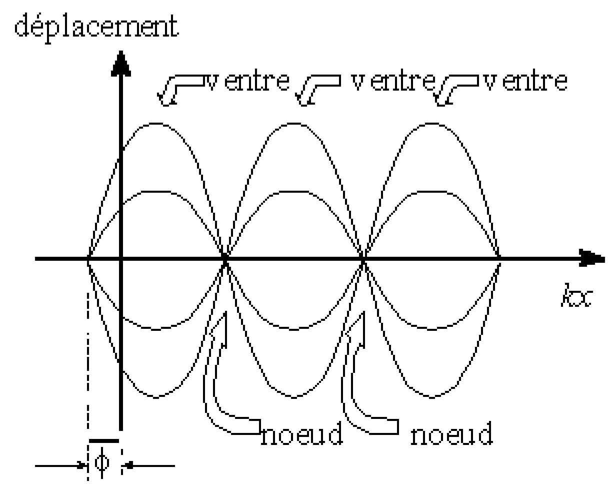
Interférences

$$\begin{cases}\phi_1=30^\circ\\ \phi_2=90^\circ\\ t=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\phi=60^\circ\\ \Delta\phi=60^\circ\\ A_{stat}=\sqrt{3}\,A\end{cases}$$



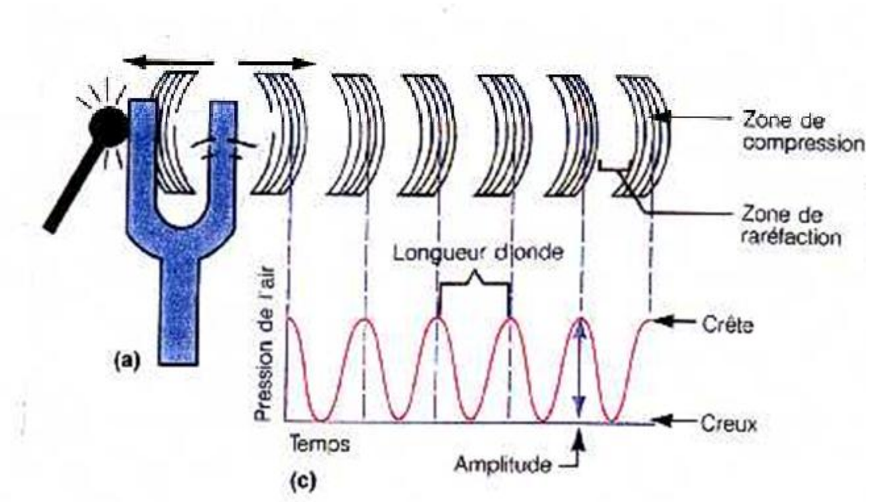
Si **sin**$(kx+\Phi)=1$,
il y a un ventre à la position .

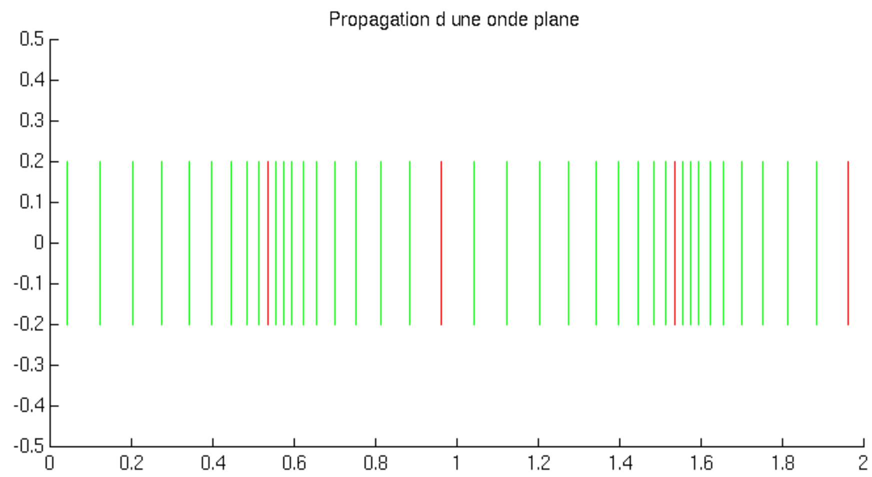
Si **sin**$(kx+\Phi)=0$,
il y a un noeud à la position .



Le son

- C'est une variation de pression qui se propage de proche en proche comme une onde progressive.





Le son

- La vitesse de propagation des ondes sonores dépend des caractéristiques du milieu de propagation :

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

où v est la vitesse du son en mètres par seconde
K est le module de compressibilité en newtons par mètre carré
ρ est la masse volumique en kilogrammes par mètre cube

$$K = - \frac{\Delta P}{\Delta V/V}$$

où ΔP est la variation de pression de la zone de compression en pascals,
ΔV est la variation de volume de la zone de compression en mètres cubes
V est le volume de la zone de compression en mètres cubes.

Le son

À 1 atm et 0°C, le module de compressibilité de l'air est de 1,41×105 N/m2 et la masse volumique de l'air est 1,29 kg/m3

⟶Vitesse du son dans l'air ≈ **330m/s**

De la même manière il est possible de déterminer :

⟶Vitesse du son dans l'eau ≈ **1450m/s**

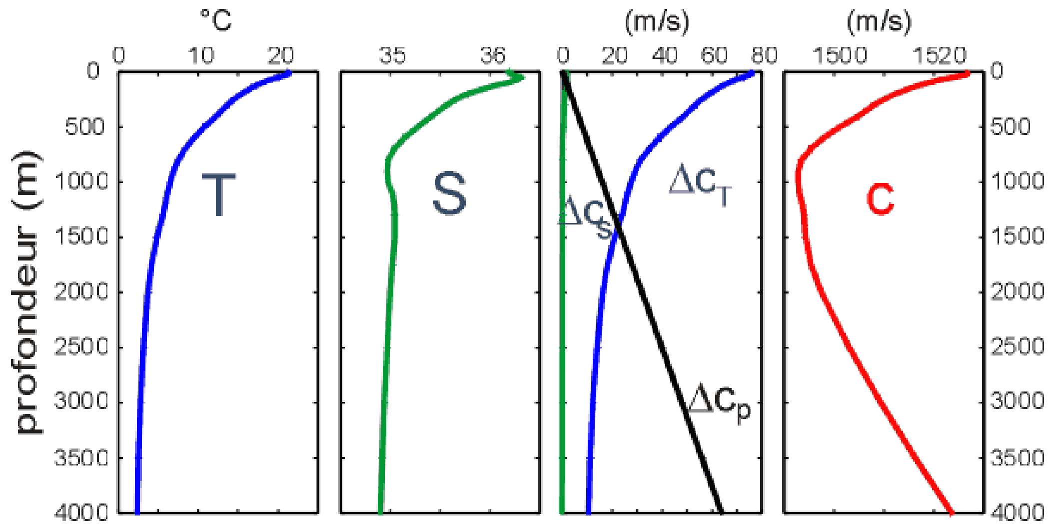
⟶Vitesse du son dans l'acier ≈ **5000m/s**

Le son

La vitesse du son dans l'eau de mer peut s'approximer par :

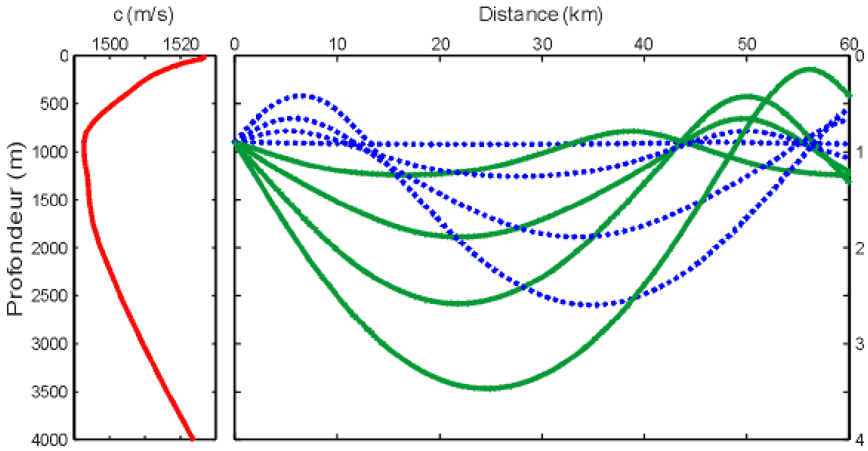
$$c = 1449,2 + 4,6T - 0,055T^2 + 0,00029T^3 + (1,34 - 0,010T)(S - 35) + 1,58 \times 10^{-6} p$$

c vitesse du son en m/s, *T* température en °C, *S* salinité, *p* la pression en Pa

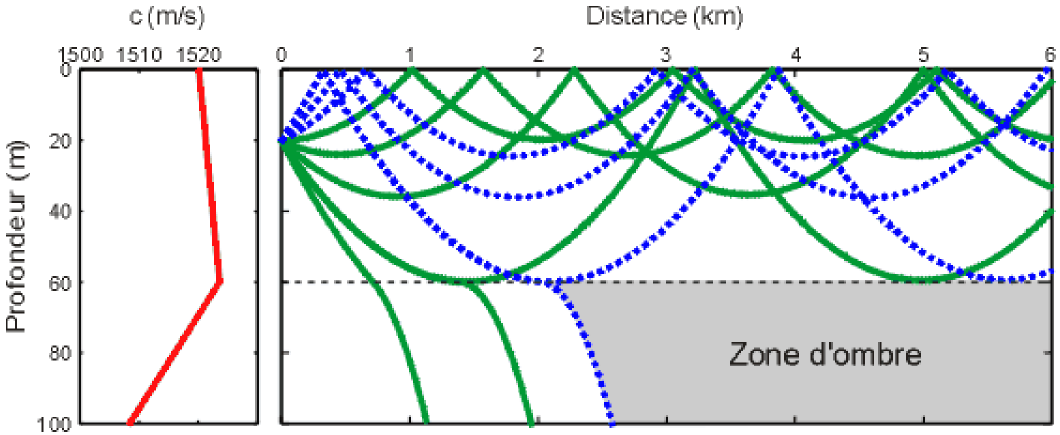


Le son

Son émis à 900m de profondeur

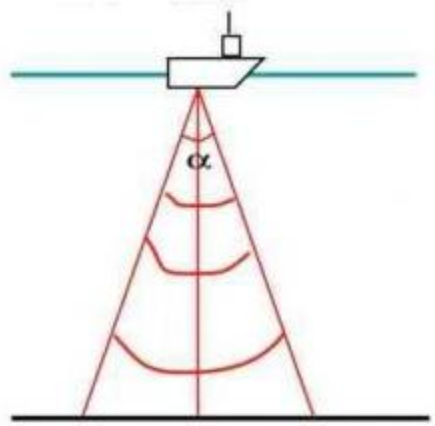


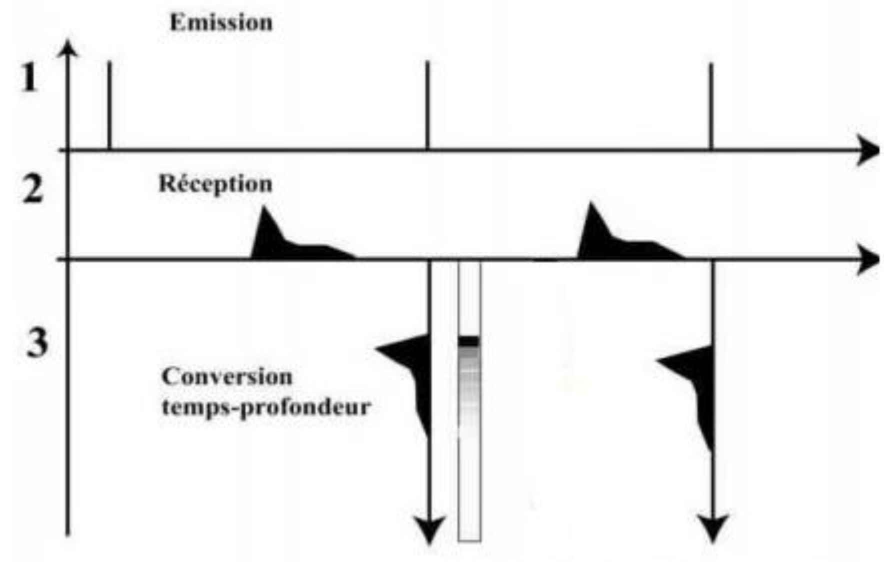
Son émis à 20m de profondeur

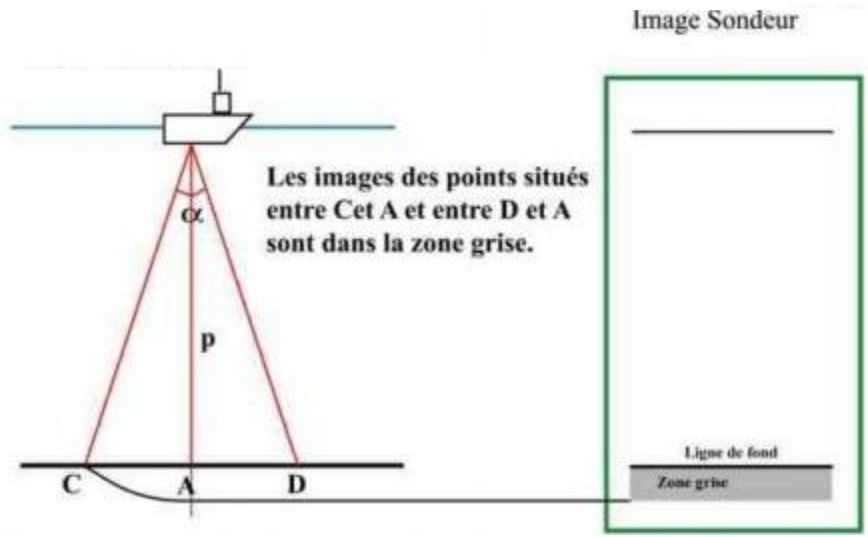


Le son

Application le sonar :







Le son

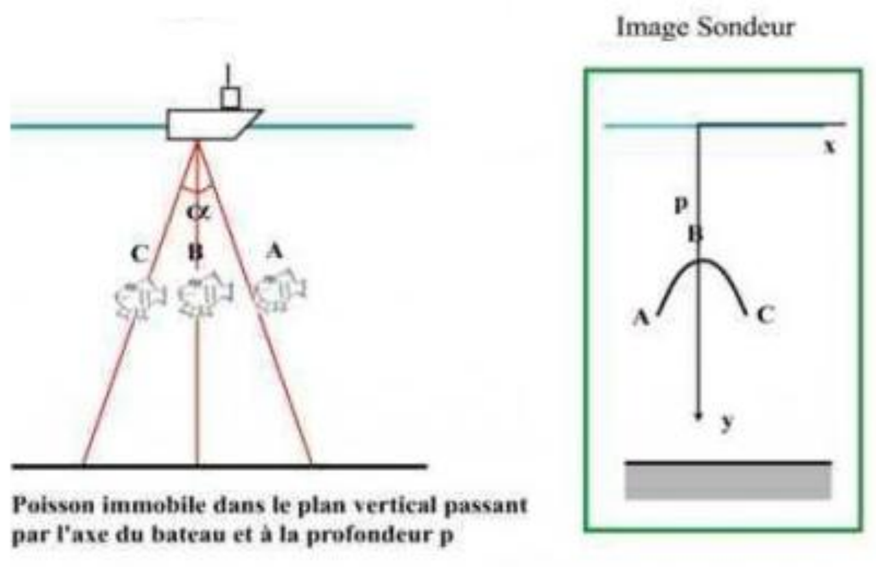


Image Sondeur
α
C
B
A
x
p
B
A
C
y
Poisson immobile dans le plan vertical passant
par l'axe du bateau et à la profondeur p

Le son

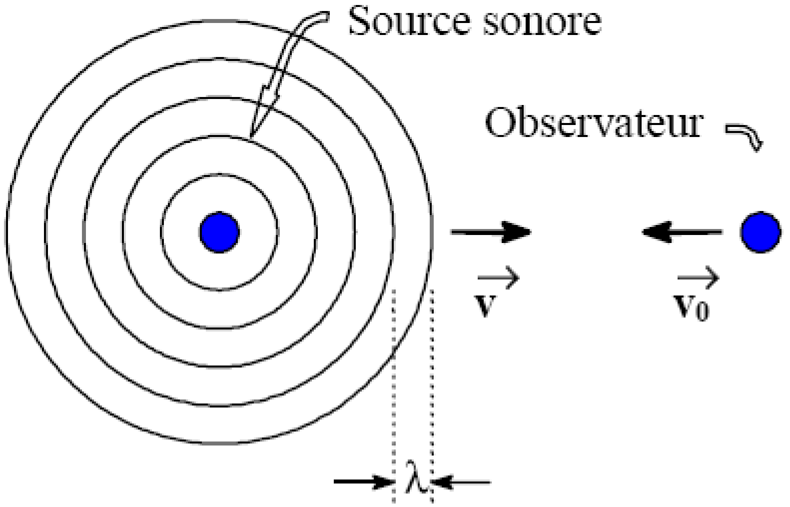
❑ **L'effet doppler** :

Un son peut être perçu à une autre fréquence que celle émise si l'observateur ou la source sonore est en mouvement.

Effet Doppler pour une source immobile

Un observateur se rapprochant de la source rencontre après un temps t un nombre de front d'onde supplémentaire :

$$N = \frac{v_O\, t}{\lambda}$$



Le son

la fréquence du son perçue par l'observateur s’approchant de la source immobile est :

$$f' = \frac{\frac{v\,t}{\lambda} + \frac{v_O\,t}{\lambda}}{t} = \frac{v + v_O}{\lambda}$$

De même, pour un observateur s'éloignant d'une source sonore immobile, la fréquence du son perçue par l'observateur est :

$$f' = \frac{\frac{v\,t}{\lambda} - \frac{v_O\,t}{\lambda}}{t} = \frac{v - v_O}{\lambda}$$

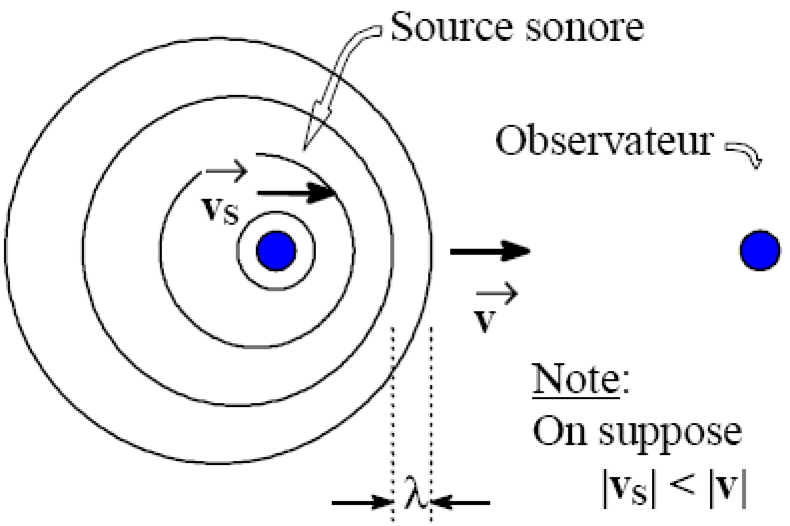
En général : $$f' = \frac{v \pm v_O}{\lambda} = \left(1 \pm \frac{v_O}{v} \right) f$$

Le son

• **Effet Doppler pour une source en mouvement**

Si une source sonore se rapproche d'un observateur immobile, elle se déplace d'une certaine distance.
Après la durée d'une période du son émis, cette distance est:

$$D = v_S\, T = \frac{v_S}{f}$$



• Pour une source sonore se rapprochant de l'observateur, la longueur d'onde vue par l'observateur est :

$$\lambda' = v\, T - v_S\, T = \frac{v - v_S}{f}$$

Le son

- Pour une source sonore s'éloignant de l'observateur, la longueur d'onde vue par l'observateur est :

$$\lambda' = v\,T + v_S\,T = \frac{v + v_S}{f}$$

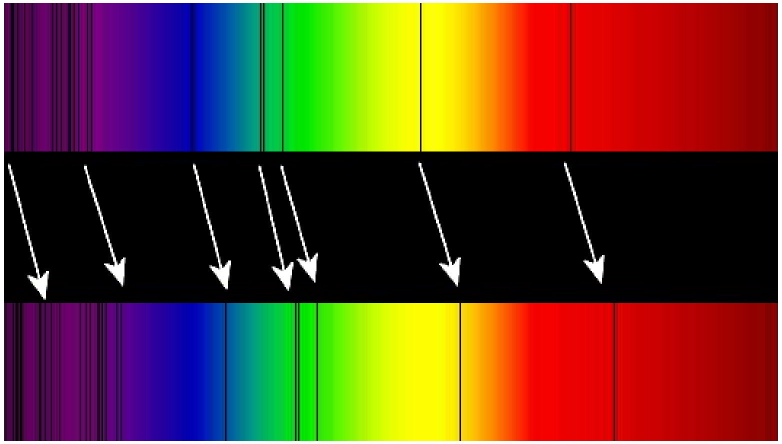
- En général :

$$\lambda' = \frac{v \mp v_S}{f} = \left(1 \mp \frac{v_S}{v}\right)\frac{v}{f} = \left(1 \mp \frac{v_S}{v}\right)\lambda$$

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{1}{1 \mp \frac{v_S}{v}}\right)\frac{v}{\lambda} = \left(\frac{1}{1 \mp \frac{v_S}{v}}\right)f$$

Application de l'effet doppler

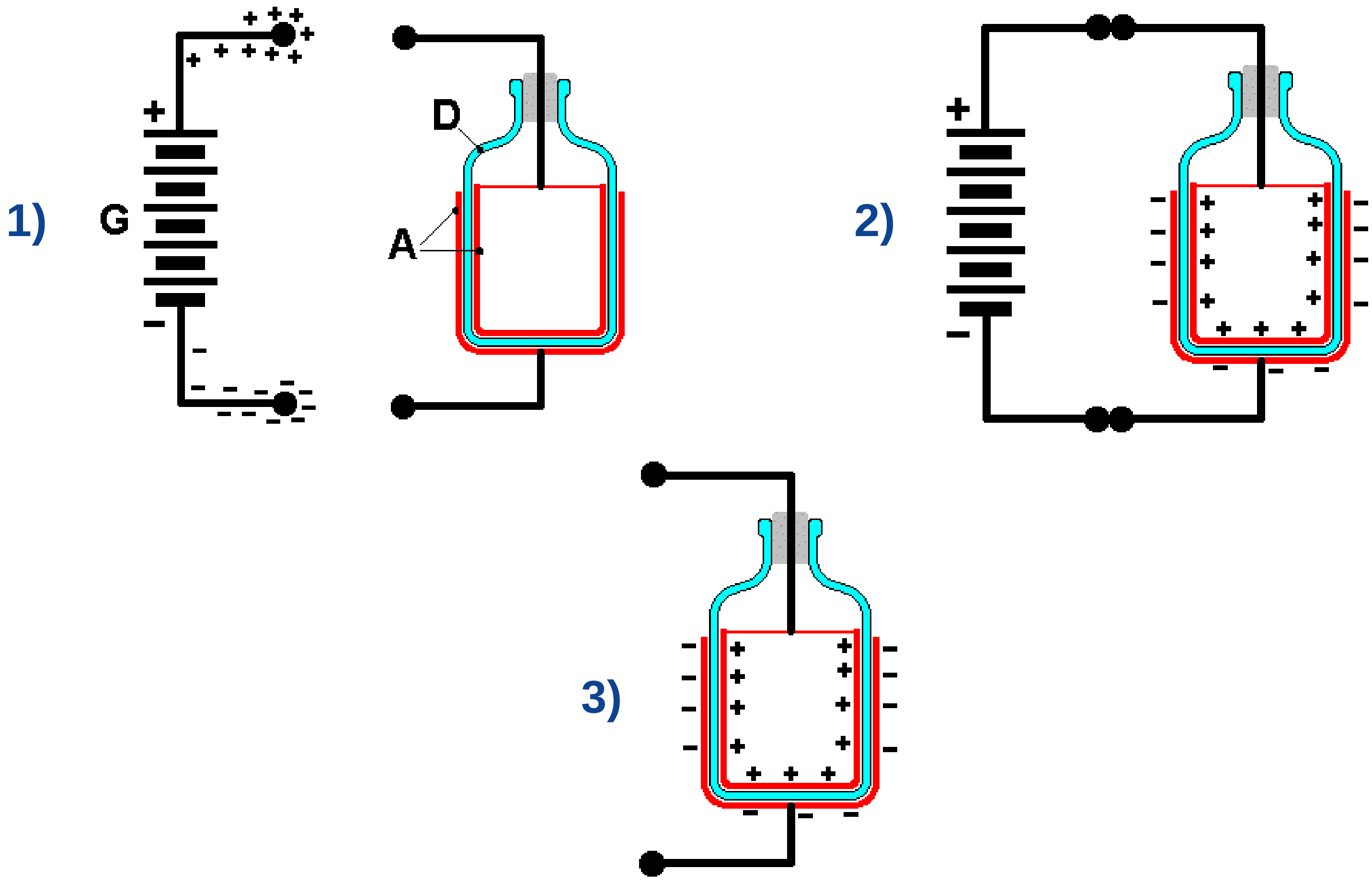
- Application de l'effet doppler pour visualiser l'expansion de l'univers (red shift) :



Sur base de la différence de fréquence, il est possible d'estimer la **vitesse** d'éloignement de l'objet.

Le condensateur

❑ Le premier condensateur : La bouteille de Leyde

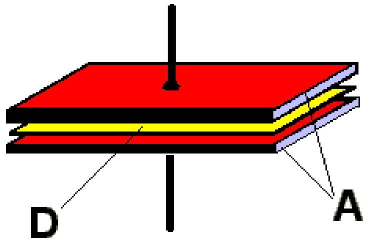


Le condensateur

- La **capacité** représente la quantité de **charge électrique** stockée pour un potentiel électrique donné.

$$C = \frac{Q}{U}$$

- ***C*** est la capacité en **Farad**
- ***Q*** est la charge en **Coulomb**
- ***U*** est le potentiel **en Volt**

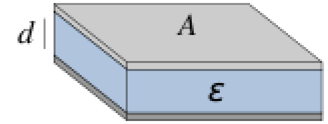
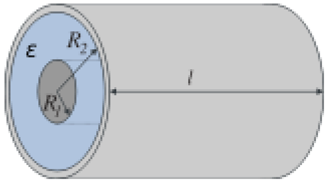
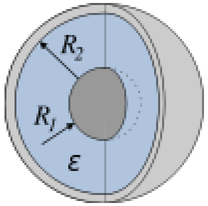


La Tension à ses bornes:

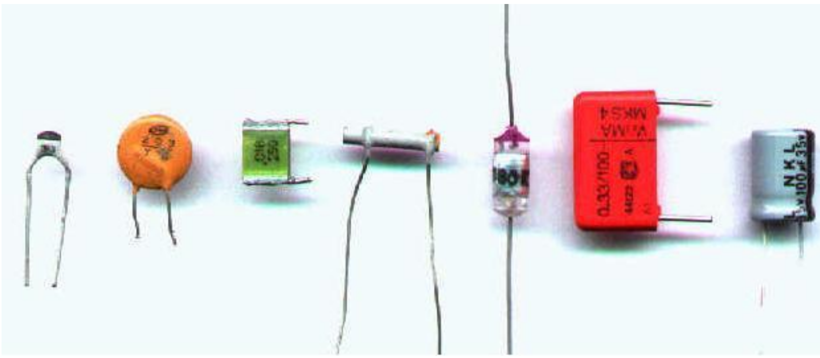
$$\boxed{u(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt} \qquad \boxed{i(t) = C\,\frac{du(t)}{dt}}$$

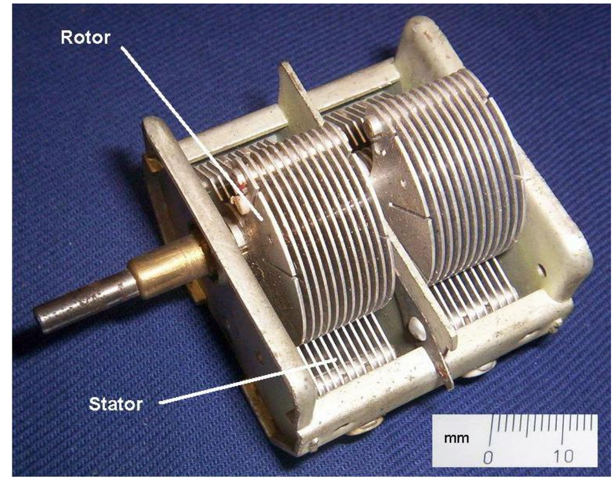
La tension aux bornes d'une capacité ne peut pas varier infiniment rapide.

Le condensateur

Désignation	Capacité	Champ électrique	Représentation
Condensateur plan	$C = \varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r} \cdot \dfrac{A}{d}$	$E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r} A}$	
Condensateur cylindrique	$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r} \dfrac{l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$	$E(r) = \dfrac{Q}{2\pi r l \varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r}}$	
Condensateur sphérique	$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_\mathrm{r} \left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)^{-1}$	$E(r) = \dfrac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0 \varepsilon_\mathrm{r}}$	

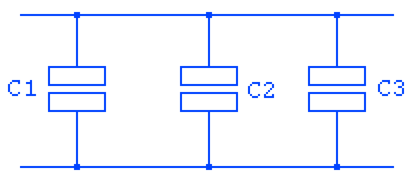
Le condensateur

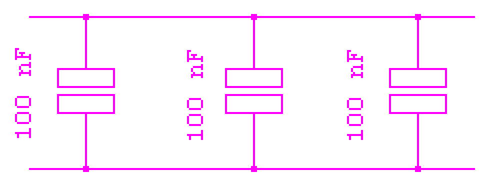




Association de condensateurs

Mise en parallèle

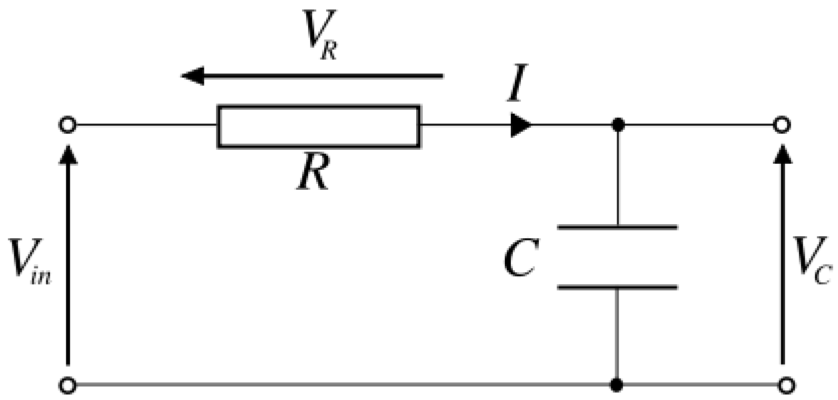


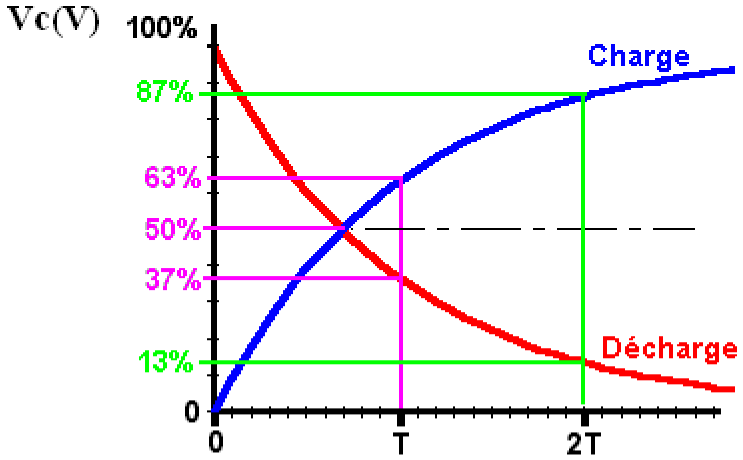


$\boxed{C_{eq} = C1 + C2 + C3}$

C = 100 nF + 100 nF + 100 nF = 300 nF

Circuit RC

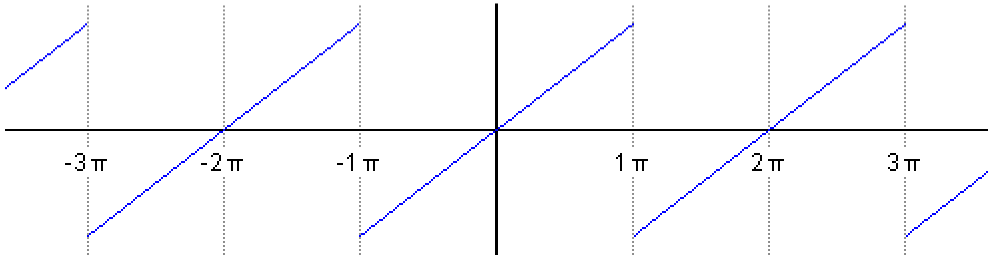


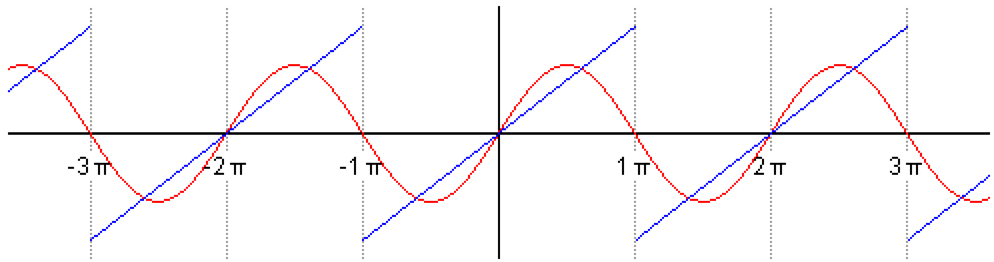


- http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/electri/condo2.html
- http://webetab.ac-bordeaux.fr/Etablissement/SudMedoc/physique_chimie/terminale%20S/terminale_s_fichiers/RC%20Circuits.htm

Représentation fréquentielle

Série de Fourier :





Circuit RC

❑ Réponse en fréquence du Circuit RC :

Soit $Z_C(\omega)$ l'impédance du condensateur : $Z_C(\omega) = \frac{1}{jC\omega}$

La tension aux bornes de la résistance ou du condensateur peut se calculer en considérant le montage comme un diviseur de tension :

$$V_C(\omega) = \frac{Z_C(\omega)}{Z_C(\omega)+R} V_{in}(\omega) = \frac{1}{1+jRC\omega} V_{in}(\omega)$$
$$V_R(\omega) = \frac{R}{Z_C(\omega)+R} V_{in}(\omega) = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} V_{in}(\omega)$$

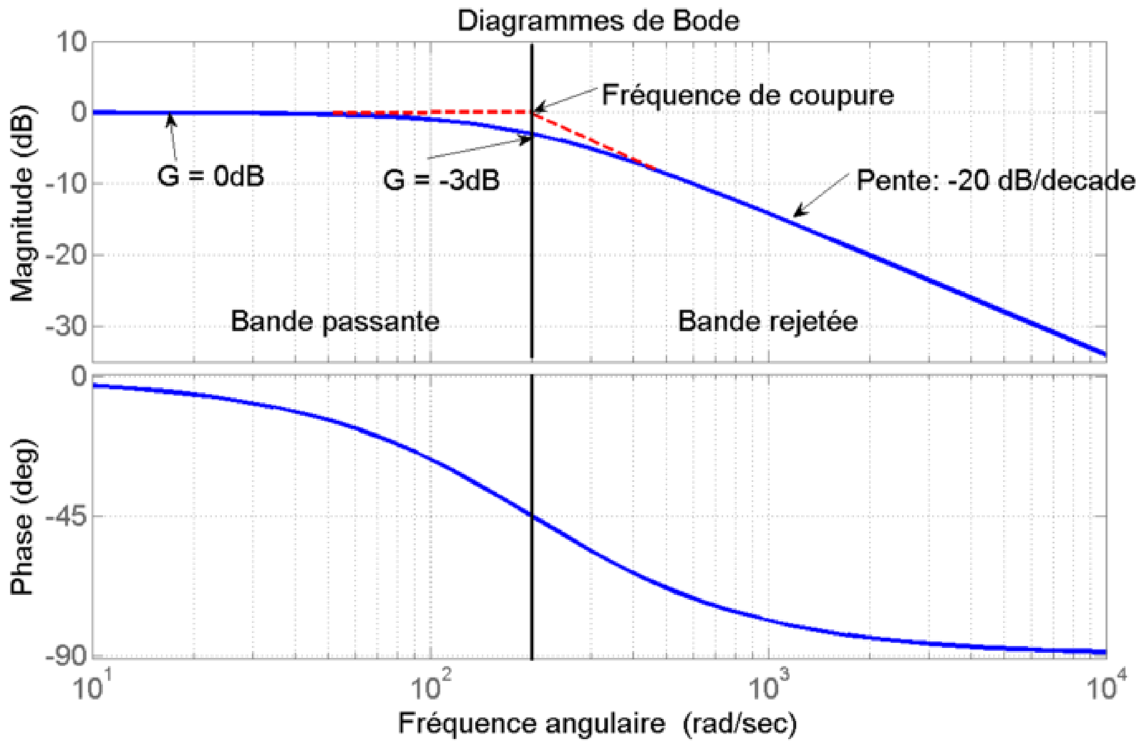
On définit 2 fonctions de transfert Hr et Hc :

$$H_C(\omega) = \frac{V_C(\omega)}{V_{in}(\omega)} = \frac{1}{1+jRC\omega}$$
$$H_R(\omega) = \frac{V_R(\omega)}{V_{in}(\omega)} = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$$

Circuit RC

Filtre passe-bas du premier ordre:

$$H_C(\omega) = \frac{V_C(\omega)}{V_{in}(\omega)} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$



- http://www.fundp.ac.be/sciences/physique/didactique/elec/RC2.php

L'inductance

- L'**inductance** d'un circuit électrique est un coefficient qui traduit le fait qu'un courant le traversant crée un champ magnétique à travers la section entourée par ce circuit. Il en résulte un flux du champ magnétique à travers la section limitée par ce circuit.

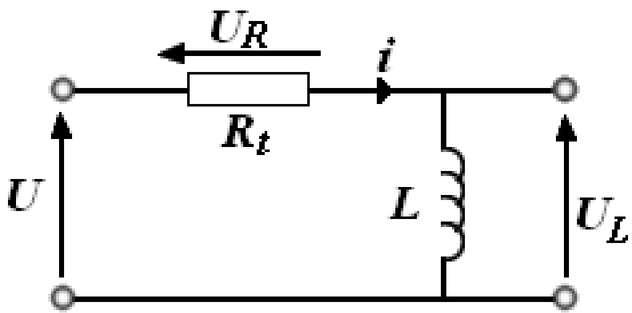
- L'**inductance** est égale au quotient du flux de ce champ magnétique par l'intensité du courant traversant le circuit. L'unité de l'inductance est le Henry (H).

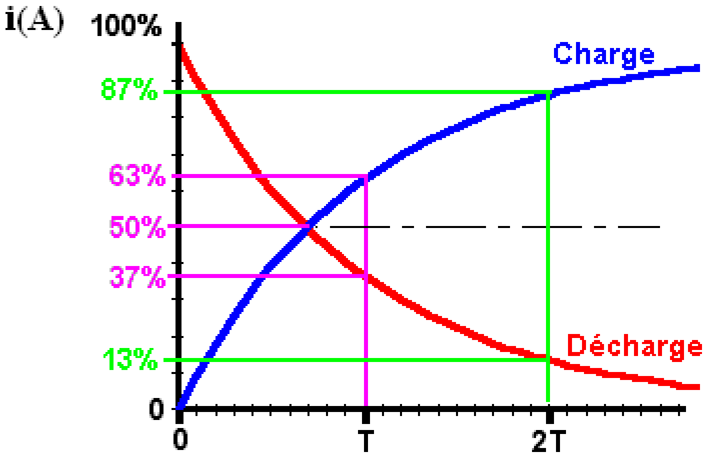
$$\Phi(t) = L.i(t) \quad \text{et} \quad u(t) = \frac{d(\Phi(t))}{dt} = \frac{d(L.i(t))}{dt} = \frac{L.d(i(t))}{dt}$$

- Φ est le flux d'induction magnétique
- *L* est l'inductance propre de la bobine
- *u(t)* est la tension aux bornes du circuit
- i(t) est le courant traversant le circuit

L'intensité du courant traversant une bobine ne peut pas varier de manière infiniment rapide.

Circuit RL





Courbes en courant de charge et décharge d'un circuit RL

Circuit RL

❑ Réponse en fréquence du Circuit RL :

Soit $Z_L(\omega)$ l'impédance du condensateur : $z_L(w) = jwl$

La tension aux bornes de la résistance ou de l'inductance peut se calculer en considérant le montage comme un diviseur de tension :

$$V_L(w) = \frac{z_L(w)}{z_L(w)+R} V_{in}(w) = \frac{1}{1-\frac{jR}{wl}} V_{in}(w)$$

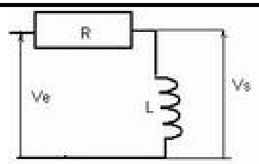
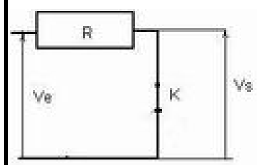
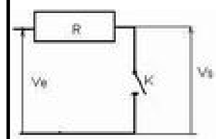
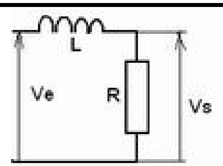
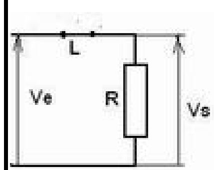
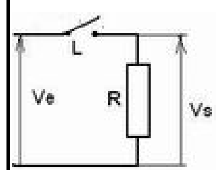
$$V_R(w) = \frac{R}{z_L(w)+R} V_{in}(w) = \frac{1}{\frac{jwl}{R}+1} V_{in}(w)$$

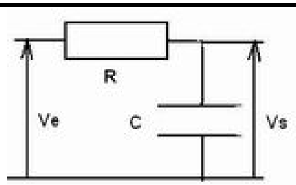
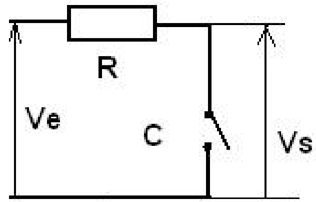
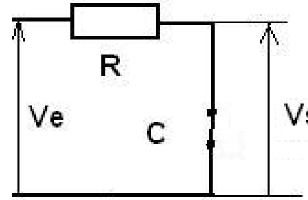
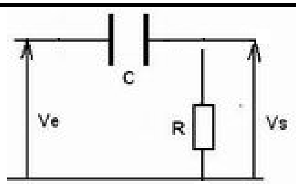
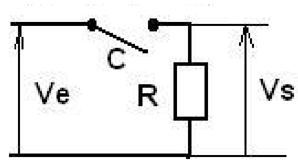
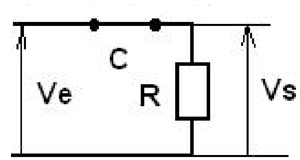
On définit 2 fonctions de transfert HR et HL :

$$H_L(w) = \frac{V_L(w)}{V_{in}(w)} = \frac{1}{1-\frac{jR}{wl}}$$

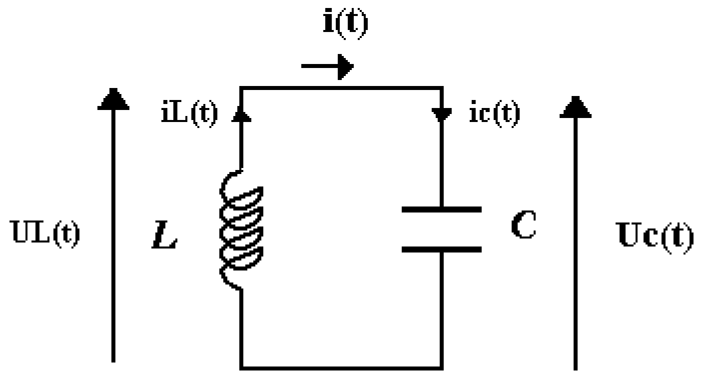
$$H_R(w) = \frac{V_R(w)}{V_{in}(w)} = \frac{1}{\frac{jwl}{R}+1}$$

Filtres RC et RL

Le filtre	En BF	En HF	
			Filtre passe-haut
			Filtre passe-bas

Le filtre	En BF	En HF	
			Filtre passe-bas
			Filtre passe-haut

Circuit LC



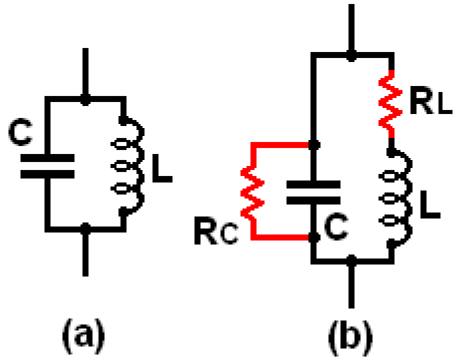
- On sait que : $V_L(t) = L\dfrac{di_L}{dt}$ et $i_C(t) = C\dfrac{dV_C}{dt}$

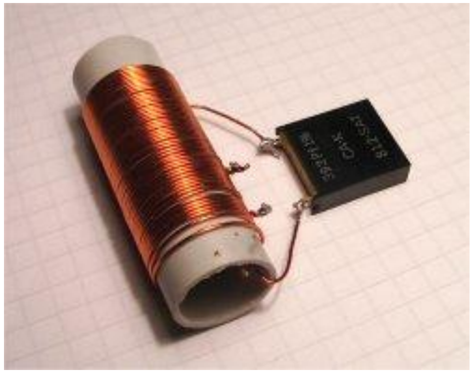
Or $U_c(t) = -U_L(t)$ $\longrightarrow$ $\dfrac{d^2i(t)}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}i(t) = 0$

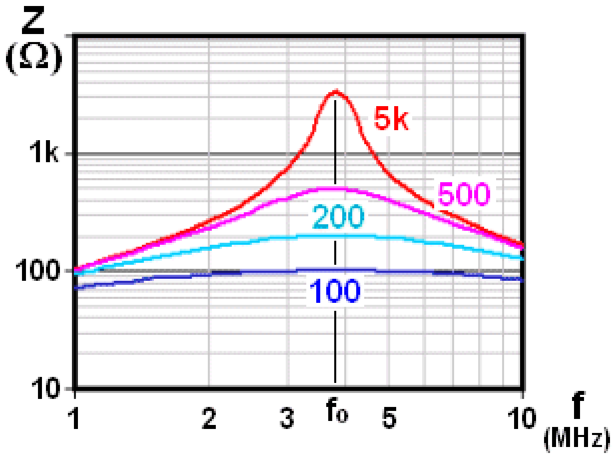
$i_c(t) = i_L(t)$

$\longrightarrow$ $\boxed{\dfrac{d^2i(t)}{dt^2} + \omega^2 i(t) = 0 \quad \text{avec} \quad \omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}}$

Circuit RLC







- Cours de référence
- http://cours.cegep-st-jerome.qc.ca/203-301-r.f/