

Droites et plans dans l'espace: méthodologie et analyse d'une étude de terrain.

Céline Nihoul

celine.nihoul@umons.ac.be

Mon travail de thèse porte sur l'enseignement des notions de droites et de plans dans l'espace en Belgique. Ces notions sont étudiées au lycée. Une première étude cognitive a révélé qu'une difficulté récurrente chez les élèves est la reconnaissance et la description des objets à partir d'une équation (Nihoul, 2016). Cette difficulté peut selon moi être liée au fait que ces notions mettent en jeu de nombreux registres de représentation (au sens de Duval, 1993) tels que l'algébrique et le dessin et de nombreux points de vue (au sens de Rogalski, 1995) tels que le vectoriel, le paramétrique et le cartésien. Une flexibilité importante entre les registres et les points de vue est donc requise chez les élèves pour pouvoir interpréter géométriquement les objets dans l'espace. Or, celle-ci n'est pas automatique et doit être réellement travaillée en classe (Artigue, Chartier & Dorier, 2000). Ainsi, ma question de recherche est : **Quel est le travail proposé par les enseignants du lycée pour développer cette flexibilité entre les registres et les points de vue chez les élèves et les amener à interpréter géométriquement les objets dans l'espace ?**

Je montre ici la méthodologie générale mise en œuvre pour mener mon étude de terrain. Je présente quelques résultats issus de cette étude en ciblant la partie « cours » pour la notion de droite dans l'espace, c'est-à-dire l'exposition du texte du savoir.

Dans un premier temps, j'ai réalisé une analyse des manuels scolaires à la disposition des enseignants du lycée. Cette analyse *a priori* des textes du savoir permet d'avoir une première idée de ce qui est attendu pour enseigner les droites dans l'espace. J'y traque les registres et les points de vue en jeu, ainsi que les conversions de registres et les changements de points de vue effectués. Mon choix d'étudier ici le « cours » m'amène aussi à m'intéresser aux commentaires présents (ou non) pour expliquer ces conversions/changements, mais également ceux qui permettent de faire des liens entre les connaissances nouvelles et déjà là des élèves (géométrie synthétique (à la Euclide), géométrie analytique du plan) puisque selon moi, ils participent aussi à la conceptualisation des notions. Cette analyse permet de mettre en évidence certains manques importants au sein des manuels. L'objectif est alors d'étudier si ces manques sont pris en compte (ou non) par les enseignants pour développer la flexibilité nécessaire et l'interprétation géométrique des droites dans l'espace. C'est pourquoi cette analyse a été complétée par une étude des documents que les enseignants rédigent pour leurs élèves. Cependant, je pointe également des manques dans ces ressources. Je fais alors l'hypothèse que certains de ces manques peuvent être comblés par le discours des enseignants lorsqu'ils exposent le cours. L'analyse *a posteriori* de leurs commentaires et des ajouts par rapport aux documents écrits me permet d'étudier les rapprochements avec ce que les élèves connaissent déjà et ainsi de comprendre comment ils peuvent développer (ou non) l'interprétation géométrique des droites dans l'espace. Je mène cette étude en analysant les proximités cognitives (au sens de Robert & Vandebrouck, 2014) tentées par les enseignants.

L'analyse des manuels montre qu'il y a peu de changements de points de vue et de conversions de registres travaillés. En effet, les seuls changements de points de vue qui apparaissent dans la partie théorique vont du point de vue vectoriel vers le paramétrique et du point de vue paramétrique vers le cartésien. Les autres changements de points de vue ne sont jamais présents bien qu'ils contribuent à la conceptualisation (Alves-Dias, 1998). En termes de registres, l'algébrique est omniprésent et le registre du dessin n'apparaît que pour introduire le point de vue vectoriel. Dans tous les manuels, il est rare de trouver des commentaires sur les changements de points de vue, les conversions, les calculs, les reformulations et les méthodes utilisées. Le registre de la langue naturelle n'apparaît que rarement pour expliquer de façon concise certaines étapes. En outre, il n'y a aucun lien établi avec ce que les élèves connaissent en géométrie synthétique. Pourtant, ce parallèle entre le synthétique et l'analytique joue un rôle important dans le développement de l'interprétation géométrique car la géométrie synthétique apporte le côté intuitif manquant à la méthode analytique (Dorier, 1990). Les résultats de cette analyse reflètent de nombreux manques au niveau de l'interprétation géométrique des droites dans l'espace

ainsi qu'au niveau du développement de la flexibilité nécessaire pour cette notion. Cette analyse de manuels a été présentée lors du WEJCH 2017 (Nihoul, 2017) et fait l'objet d'un article pour le colloque EMF 2018 (à paraître).

Actuellement, j'ai filmé trois enseignants ($\pm 16h$ par enseignant pour le chapitre visé). L'analyse *a priori* des documents fournis par les enseignants révèle des résultats semblables aux manuels en termes de registres et de points de vue en jeu. Cependant, ils s'en distinguent sur deux points. Tout d'abord, le point de vue cartésien n'est pas lié aux deux autres points de vue et les cas à envisager en fonction du nombre de composantes nulles du vecteur directeur de la droite ne sont pas amenés, expliqués et interprétés. Ceci montre un manque plus important que dans les manuels au niveau des changements de points de vue. Enfin, dans les documents, je repère un essai de la part des enseignants d'établir des liens avec les connaissances antérieures de géométrie analytique du plan ou de géométrie synthétique pour introduire les différentes équations de droites. Donc, même si certains manques sont comblés dans le document, il reste encore beaucoup d'implicites à lever pour développer la flexibilité et l'interprétation géométrique des élèves.

Tous les enseignants suivent globalement le document écrit fourni aux élèves et s'en écartent très peu. Cependant, au regard du document écrit, je détecte *a posteriori* qu'ils ajoutent beaucoup d'explications écrites au tableau sur les changements de points de vue, même si celles-ci restent algébriques. Je repère également dans leur discours une volonté importante à donner de l'intuition et à interpréter géométriquement l'objet droite dans le point de vue cartésien, notamment quand ils abordent les différents cas possibles à propos des composantes du vecteur directeur de la droite. Que ce soit d'eux-mêmes ou à la suite de questions d'élèves, ils s'engagent à faire des dessins, à utiliser leurs mains ou tout ce qui les entoure pour donner des explications supplémentaires. C'est le cas par exemple d'un enseignant qui explique que si une des composantes du vecteur directeur de la droite est nulle alors c'est que cette coordonnée est fixe et donc la droite se trouve coincée dans une cloison qui est parallèle à un plan formé des axes correspondants aux coordonnées non nulles. Ainsi, certains manques repérés précédemment sont pris en compte par les enseignants en classe mais le peu de registres en jeu, de conversions ou de changements de point de vue pose la question de savoir quelle flexibilité est réellement développée chez les élèves. De plus, ceux-ci ne prennent aucune note sur les commentaires ajoutés par l'enseignant. On peut donc se demander ce qu'ils en retiennent.

Cette étude de terrain se poursuit actuellement et doit encore être approfondie pour l'ensemble du chapitre sur les droites et les plans dans l'espace. Je construis en parallèle une séquence d'enseignement essayant de mieux prendre en compte cette flexibilité et favoriser ainsi l'interprétation géométrique des objets dans l'espace. Cette séquence sera bientôt expérimentée dans des classes.

- ALVES-DIAS, M. (1998). Les problèmes d'articulation entre points de vue «cartésien» et «paramétrique» dans l'enseignement de l'algèbre linéaire. Thèse de doctorat. Paris VII.
- ARTIGUE, M., CHARTIER, G., DORIER, J.-L. (2000). Presentation of other research works. Mathematics Education Library, On the teaching of Linear Algebra (pp. 247-264).
- DORIER, J.-L. (1990). Analyse historique de l'émergence des concepts élémentaires d'algèbre linéaire, Cahier de didactique des mathématiques, Numéro 7, Université Paris 7.
- DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, 37-65.
- NIHOUL, C. (2016). Quelques difficultés d'étudiants universitaires à reconnaître les objets «droites» et «plans» dans l'espace: une étude de cas. In Nardi, E., Winslow, C., Hausberger, T. (Eds). Proceedings of INDRUM 2016, 464-473.
- NIHOUL, C. (2017). Droites et plans dans l'espace: apports des outils théoriques dans l'évolution d'un travail de recherche en didactique. Exposé au WEJCH 2017, La Grande Motte, 6-8 mai 2017.
- ROBERT, A., VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. Cahier du laboratoire de didactique André Revuz 10.
- ROGALSKI, M. (1995). Notes du séminaire à Sao Paulo, Brésil.