Les équations de droites dans l'espace : une étude des proximités discursives dans les manuels de l'enseignement secondaire belge

EMF 2018

24 octobre 2018

Céline NIHOUL - UMONS

LABORATOIRE DE DIDACTIQUE ANDRÉ REVUZ

RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES SCIENCES

Problématique

- Difficulté des étudiants de L1 à reconnaitre et décrire une droite de l'espace à partir d'une équation (Nihoul, 2016).

Problématique

- Difficulté des étudiants de L1 à reconnaitre et décrire une droite de l'espace à partir d'une équation (Nihoul, 2016).
- Études curriculaire, épistémologique et cognitive (relief sur les notions ; Pariès et al., 2006) :

Problématique

- Difficulté des étudiants de L1 à reconnaitre et décrire une droite de l'espace à partir d'une équation (Nihoul, 2016).
- Études curriculaire, épistémologique et cognitive (relief sur les notions ; Pariès et al., 2006) :
    - Nombreux registres de représentations (Duval, 1993) et points de vue (Rogalski, 1995).
    - Une flexibilité importante doit être développée (Artigue, Chartier & Dorier, 2000).

Problématique

- Difficulté des étudiants de L1 à reconnaitre et décrire une droite de l'espace à partir d'une équation (Nihoul, 2016).
- Études curriculaire, épistémologique et cognitive (relief sur les notions ; Pariès et al., 2006) :
  - Nombreux registres de représentations (Duval, 1993) et points de vue (Rogalski, 1995).
  - Une flexibilité importante doit être développée (Artigue, Chartier & Dorier, 2000).

Question de recherche

Quel est le travail proposé par les enseignants du lycée pour développer chez les élèves cette flexibilité entre les registres et les points de vue et favoriser l'interprétation géométrique des objets dans l'espace ?

Analyse de manuels

- 3 manuels belges : Espace Math 5/6 (2004), CQFD 6^{e} (2013), Actimath 6^{e} (2016).

LDAR
LABORATOIRE DE DIDACTIQUE ANDRÉ REVUZ

Analyse de manuels

- 3 manuels belges : Espace Math 5/6 (2004), CQFD 6e (2013), Actimath 6e (2016).
- Une analyse *a priori* :
  - des registres et points de vue en jeu.
  - des commentaires sur les conversions de registres et les changements de point de vue.
  - des ajouts qui peuvent être faits pour mettre en relation les connaissances nouvelles et déjà-là des élèves (**proximités-en-acte** ; Robert & Vandebrouck, 2014).

Espace Math 5/6

• **Si $x_u \neq 0$, $y_u \neq 0$ et $z_u \neq 0$,** alors

$$\boxed{d \equiv \frac{x - x_A}{x_u} = \frac{y - y_A}{y_u} = \frac{z - z_A}{z_u}}$$

Ces équations forment un **système d'équations cartésiennes** de la droite d passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\,(x_u; y_u; z_u)$. Ce système est formé des équations cartésiennes de trois plans dont l'intersection est la droite d. On n'en retient que deux.

Espace Math 5/6

• **Si $x_u \neq 0$, $y_u \neq 0$ et $z_u \neq 0$,** alors

$$\boxed{d \equiv \frac{x - x_A}{x_u} = \frac{y - y_A}{y_u} = \frac{z - z_A}{z_u}}$$

Ces équations forment un **système d'équations cartésiennes** de la droite d passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(x_u; y_u; z_u)$. Ce système est formé des équations cartésiennes de trois plans dont l'intersection est la droite d. On n'en retient que deux.

Constats

- Registre de la langue naturelle avec expressions algébriques omniprésent.
- Plusieurs occasions de proximités horizontales (changement de point de vue, interprétation géométrique, rappel sur la géométrie à la Euclide).

CQFD 6^e

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\ ;\ y_{\vec{u}}\ ;\ z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x - x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y - y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z - z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$, $B(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$ et si $(x_B - x_A) \neq 0$, $(y_B - y_A) \neq 0$ et $(z_B - z_A) \neq 0$, alors $AB = \dfrac{x - x_A}{x_B - x_A} = \dfrac{y - y_A}{y_B - y_A} = \dfrac{z - z_A}{z_B - z_A}$.

CQFD 6e

En éliminant λ entre les équations du système (2), on obtient des équations cartésiennes de la droite d, définie par un point $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et un vecteur directeur $\vec{u}(x_{\vec{u}}\ ;\ y_{\vec{u}}\ ;\ z_{\vec{u}})$.

1. Si $x_{\vec{u}} \neq 0$, $y_{\vec{u}} \neq 0$ et $z_{\vec{u}} \neq 0$, alors $d = \dfrac{x-x_A}{x_{\vec{u}}} = \dfrac{y-y_A}{y_{\vec{u}}} = \dfrac{z-z_A}{z_{\vec{u}}}$

Si la droite d est définie par les points $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$, $B(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$ et si $(x_B - x_A) \neq 0$, $(y_B - y_A) \neq 0$ et $(z_B - z_A) \neq 0$, alors $AB = \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} = \dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$.

Constats

- Registre de la langue naturelle avec expressions algébriques omniprésent.
- Pas d'interprétation géométrique de ce système.
- Plusieurs occasions de proximités horizontales (changement de point de vue, rappel sur les vecteurs).

Actimath 6^e

3) $\alpha \equiv 2x - y - z = 3$ et $\beta \equiv x + y - 2z = 3$

$$\begin{cases} 2x - y - z = 3 & (1) \\ x + y - 2z = 3 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2z - y + 3 & (2) \\ 4z - 2y + 6 - y - z = 3 & (2) \text{ dans } (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2z - y + 3 \\ z = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ z = y - 1 \end{cases}$$

Les deux plans ne sont ni strictement parallèles ni confondus. Ils sont donc sécants. Ce système d'équations constitue donc des équations de la droite d'intersection des deux plans.

Actimath 6e

3) $\alpha \equiv 2x - y - z = 3$ et $\beta \equiv x + y - 2z = 3$

$$\begin{cases} 2x - y - z = 3 & (1) \\ x + y - 2z = 3 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2z - y + 3 & (2) \\ 4z - 2y + 6 - y - z = 3 & (2) \text{ dans } (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2z - y + 3 \\ z = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ z = y - 1 \end{cases}$$

Les deux plans ne sont ni strictement parallèles ni confondus. Ils sont donc sécants. Ce système d'équations constitue donc des équations de la droite d'intersection des deux plans.

Constats

- Registres algébrique et de la langue naturelle.
- Plusieurs occasions de proximités horizontales (calculs, symbole logique, interprétation géométrique).
- Occasion de proximité ascendante (droite définie comme un système de deux équations cartésiennes de plans).

LDAR
LABORATOIRE DE DIDACTIQUE ANDRÉ REVUZ

Bilan

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Peu de conversions de registres expliquées.
- Vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Nombreuses occasions de proximités horizontales.
- Quelques occasions de proximités descendantes.
- Très peu d'occasions de proximité ascendante.

Bilan

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Peu de conversions de registres expliquées.
- Vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Nombreuses occasions de proximités horizontales.
- Quelques occasions de proximités descendantes.
- Très peu d'occasions de proximité ascendante.

Perspectives

- Analyser *a posteriori* les proximités tentées dans le discours des enseignants.
- Expérimenter une séquence d'enseignement.