

**Méthode inverse et thermique du bâtiment**  
**Réduction et identification de modèle**

**Modélisation dynamique**  
**des ponts thermiques**

Méthode mixte de mur équivalent

Julien Quinten

Promoteur : Prof. V. Feldheim

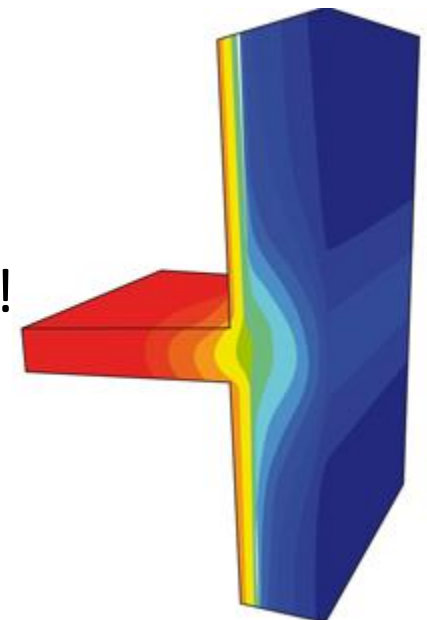
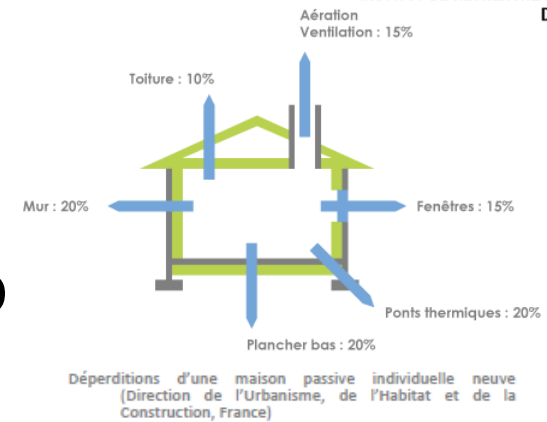


# Plan

- Introduction
- Méthode mixte de mur équivalent
  - Principe
  - Facteurs de structure
  - Fonction objectif (réponses harmoniques)
  - Algorithme
- Application à 2 ponts thermiques 2D
  - Fonction objectif
  - Climat de Moscou
  - 3 zones de température
- Conclusion

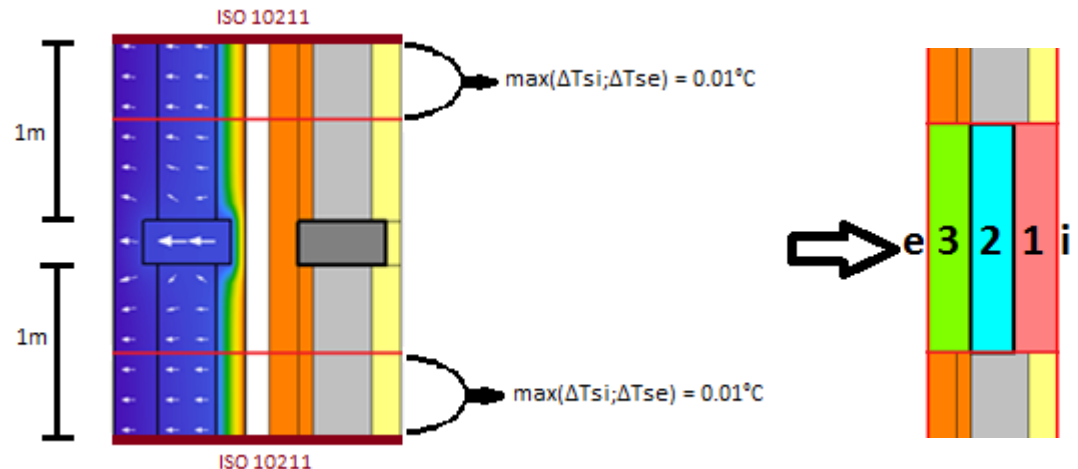
## Introduction

- Utilisation de logiciels
  - Prédire la consommation des bâtiments
  - Hypothèse courante : flux de chaleur 1D
- Pont thermique – détail 2D/3D
  - Changement de forme, de matériau, d'épaisseur
    - Résistance modifiée
    - Flux de chaleur 2D ou 3D  $\gg$  1D (paroi courante)
    - Coefficient de déperdition :  $\Psi$  [W/mK] ou  $\chi$  [W/m]
  - Flux 1D : statique OK, mais pas la dynamique !
  - Pertes de chaleur
    - Quelques % à 40%



# Méthode mixte

- Principe
  - Structure 1D multicouche (3 couches)
  - Comportement thermique identique
  - Détermination des  $R_j$ ,  $C_j$  (6 paramètres)
    - Déduction des  $e_j$ ,  $\rho_j$ ,  $c_j$ ,  $\lambda_j$  à introduire dans le logiciel
    - Valables quelque soit le pas de temps, mais pas si propriétés =  $f(T)$
  - → Facteurs de structure
  - → Flux harmoniques



# Méthode mixte

- Facteurs de structure
  - « Représentent la fraction de la chaleur stockée dans le volume entre 2 états stables et transférée à travers chacune de ses surfaces »
    - $\phi_{ii}$  : à proximité de  $S_{int}$ ,  $\phi_{ie}$  : du centre,  $\phi_{ee}$  : de  $S_{ext}$
    - $0 \leq \phi_{ii}, \phi_{ee} \leq 1$
    - $0 \leq \phi_{ie} \leq \frac{1}{4}$
    - $\phi_{ii} + 2\phi_{ie} + \phi_{ee} = 1$
    - Structure 2D/3D :  $T_e = 1, T_i = 0$ 
      - $\Phi_{ii} = \frac{1}{C} \int_V \rho c (1 - T_{x,y,z})^2 dV$   $\Phi_{ee} = \frac{1}{C} \int_V \rho c T_{x,y,z}^2 dV$
      - $\Phi_{ie} = \frac{1}{C} \int_V \rho c T_{x,y,z} (1 - T_{x,y,z}) dV$
  - Structure 1D :  $f(R_j, C_j)$

# Méthode mixte

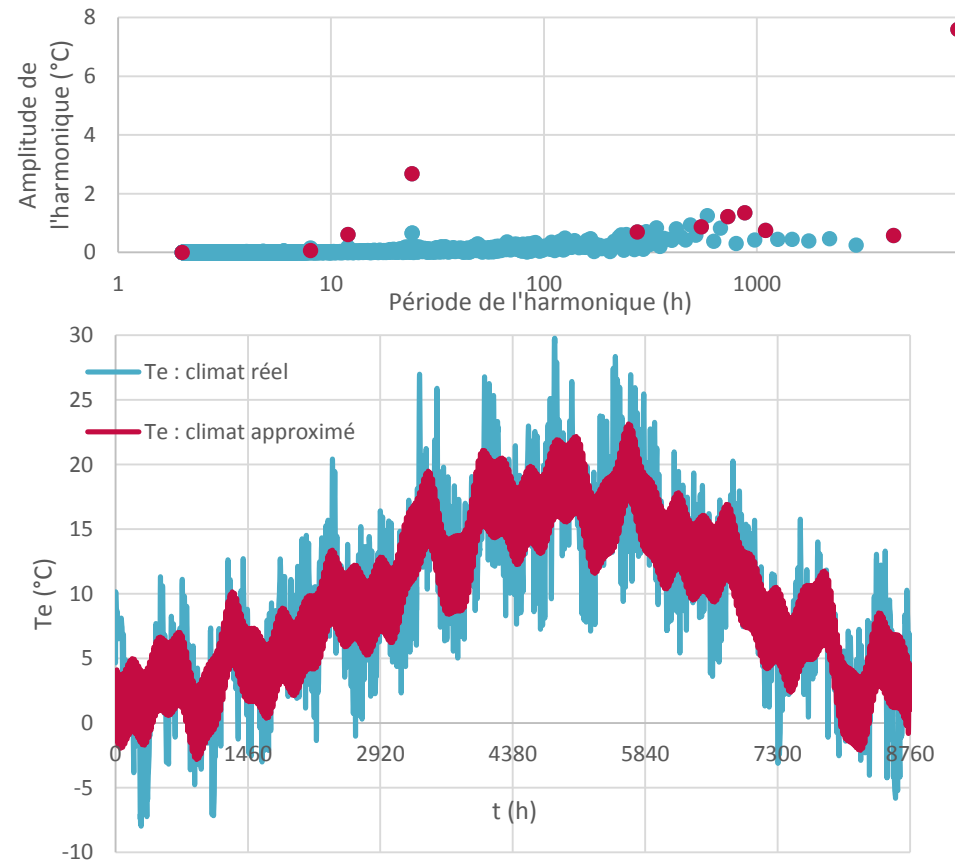
- Conditions à respecter

- Résistance totale R
- Capacité totale C
- Facteurs de structure  $\phi$

- $$\begin{bmatrix} q_i(p) \\ q_e(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_{Ai}(p) & G_T(p) \\ -G_T(p) & G_{Ae}(p) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_i(p) \\ T_e(p) \end{bmatrix}$$
- $$\begin{bmatrix} -G_{Ai}(p) & G_T(p) \\ -G_T(p) & G_{Ae}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/R & 1/R \\ -1/R & 1/R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -C\phi_{ii} & -C\phi_{ie} \\ C\phi_{ie} & C\phi_{ee} \end{bmatrix} \times p + \dots$$
- Comportement dynamique similaire (globalement)
- 6 paramètres, 4 relations  $\rightarrow$  infinité de solutions
- Fonction objectif  $\rightarrow$  la meilleure

# Méthode mixte

- Fonction objectif
  - Réponse à des sollicitations harmoniques
    - $T_e$  : somme d'harmoniques réalistes (Bruxelles),  $K_e = 23 \text{ W/m}^2\text{K}$



# Méthode mixte

- Fonction objectif
  - Réponse à des sollicitations harmoniques
    - $T_i$  : signal sinusoïdal (amplitude unitaire,  $P = 24h$ ),  $K_i = 8 \text{ W/m}^2\text{K}$
    - $F = \sum_{t=t_0}^{t=t_f} (q_i(t) - q'_i(t))^2$ 
      - $q_i(t)$  : structure 2D/3D ;  $q'_i(t)$  : structure 1D
      - $\Delta t = 1h$ ,  $t_0 = 400h$ ,  $t_f = 2000h$

- Pour la structure 1D à 3 couches:

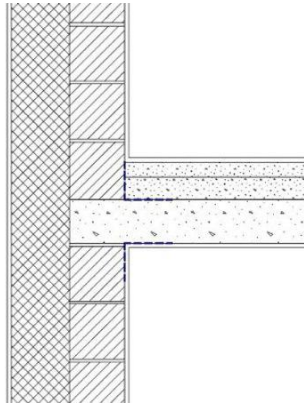
- $$\begin{bmatrix} T_e \\ q'_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_3 & B_3 \\ E_3 & D_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ E_1 & D_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & R_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_i \\ q'_i \end{bmatrix}$$
- $$A_m = D_m = \cosh \left( \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) \quad B_m = \sinh \left( \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right) / \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}}$$
- $$E_m = \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times j}{R_m \times P}} \times \sinh \left( \sqrt{\frac{2 \times \pi \times C_m \times R_m \times j}{P}} \right)$$



# Méthode mixte

- Algorithme
  - Simulations numériques  $\rightarrow R, C, \phi_{ii-ee}, q_i(t)$
  - Combinaisons de  $R_2, R_3$  (discrétisation)
    - Calcul de  $R_1, C_1, C_2, C_3$
    - Calcul de  $F$  (fonction objectif)
  - Meilleures combinaisons conservées
  - Discrétisation plus fine des valeurs testées de  $R_2$  et  $R_3$  si nécessaire

- Ponts thermiques 2D

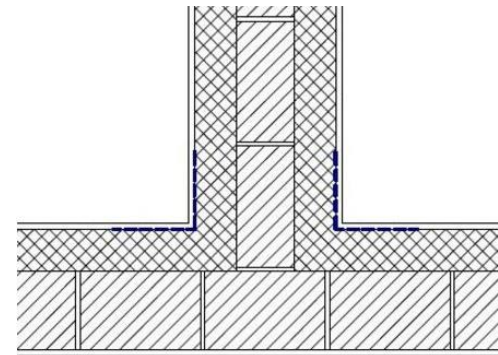


- PT1 : Mur ext. – plancher

- EPS (19 cm) + Brique

$$U_{1D}=0,146\text{W/m}^2\text{K} \quad \Psi=0,0042\text{W/mK}$$

$$\phi_{ii}=0,92 - \phi_{ie}=0,025 - \phi_{ee}=0,029$$



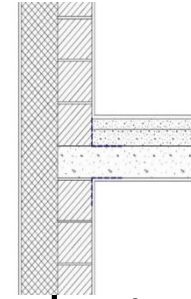
- PT4 : Mur ext. – mur de refend

- Béton lourd + PUR (10 cm)

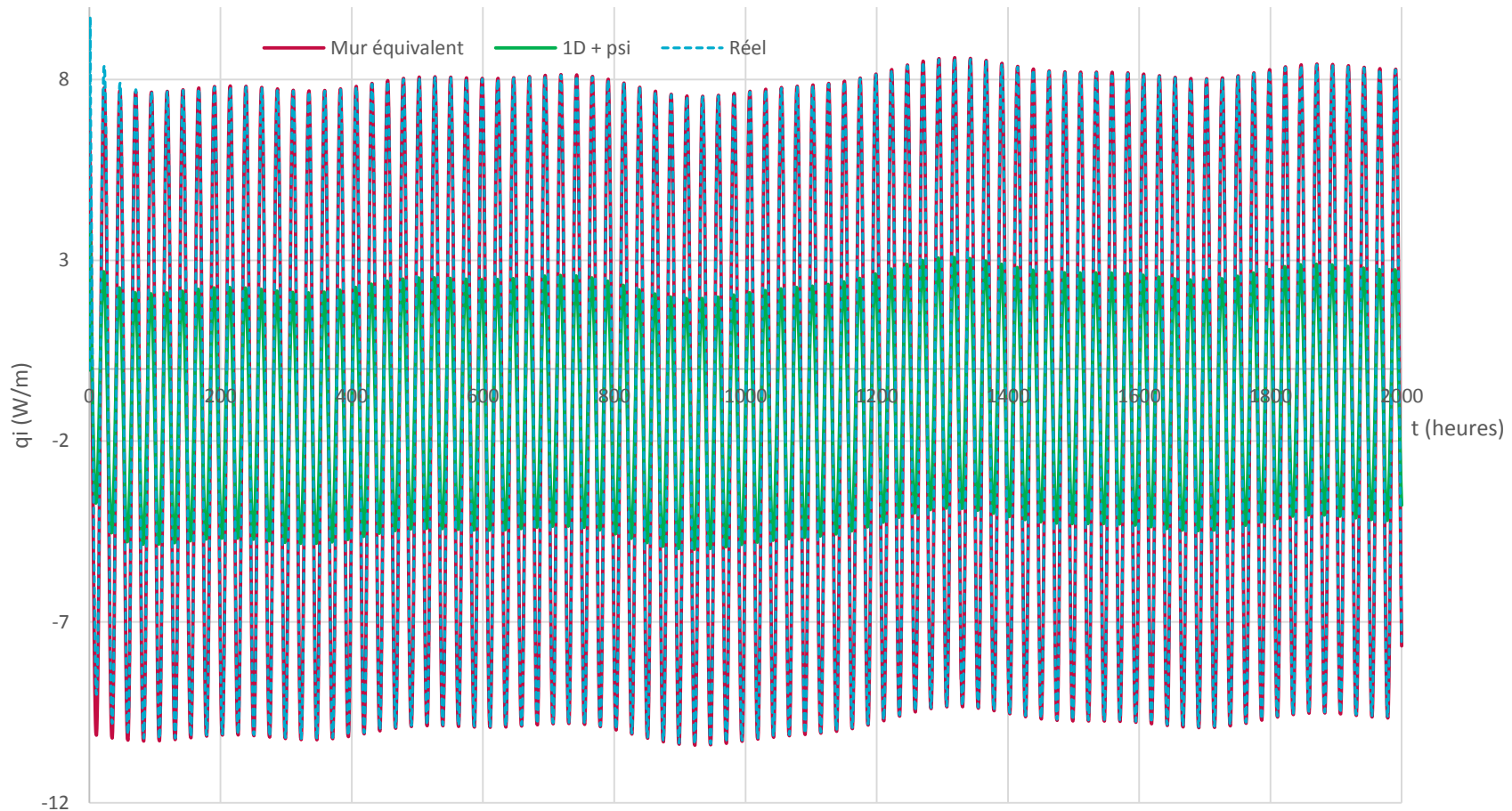
$$U_{1D}=0,212\text{W/m}^2\text{K} \quad \Psi=0,013\text{W/mK}$$

$$\phi_{ii}=0,16 - \phi_{ie}=0,097 - \phi_{ee}=0,65$$

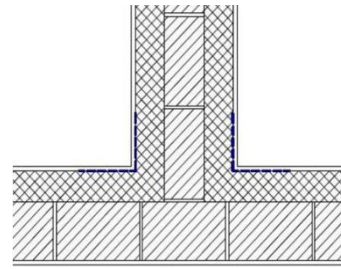
# Applications



- Fonction objectif PT1
- Erreur intégrale  $q_i$  : 0,009% mur équivalent – 8,4% 1D+ $\Psi$

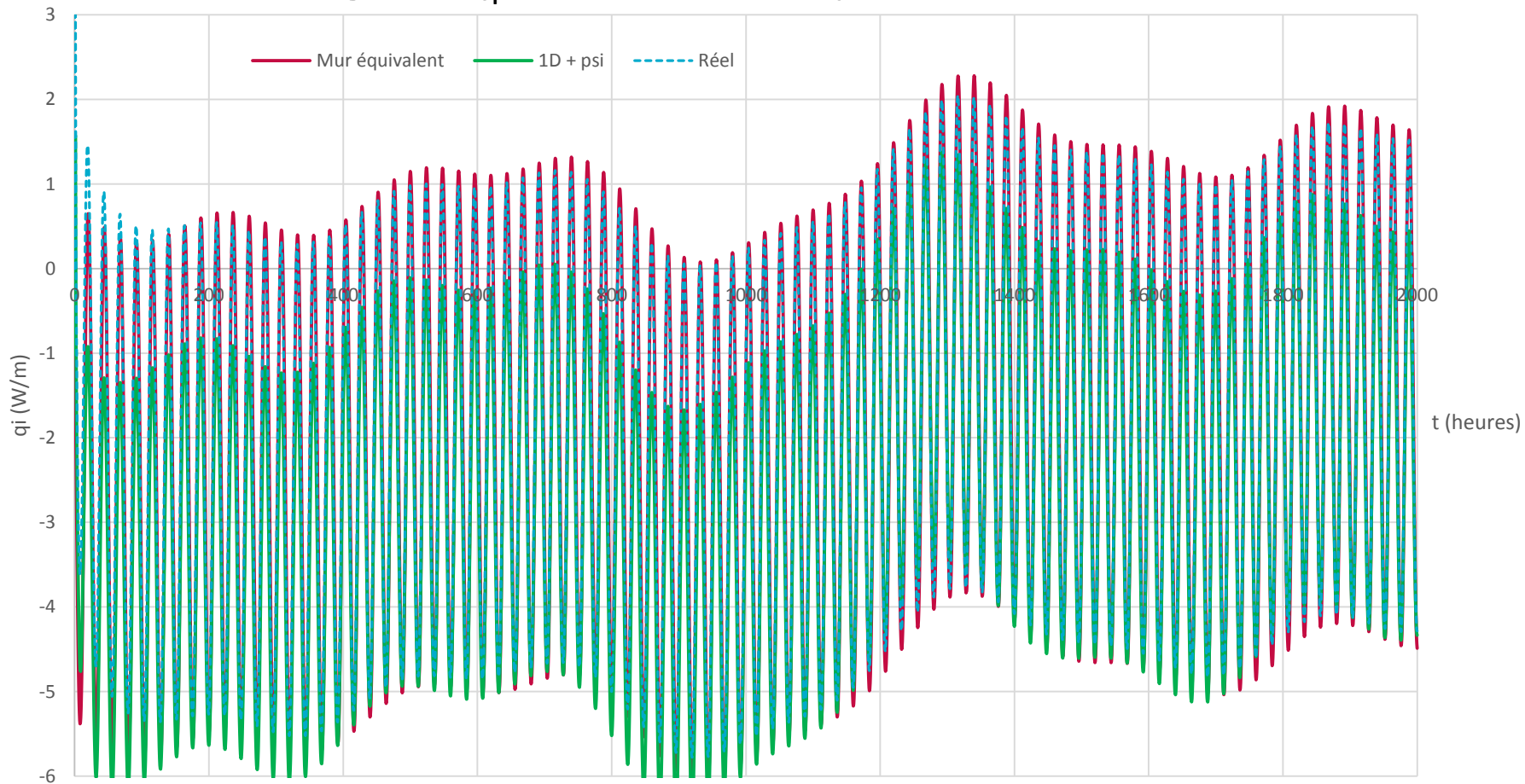


# Applications

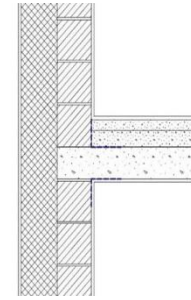


- Fonction objectif PT4

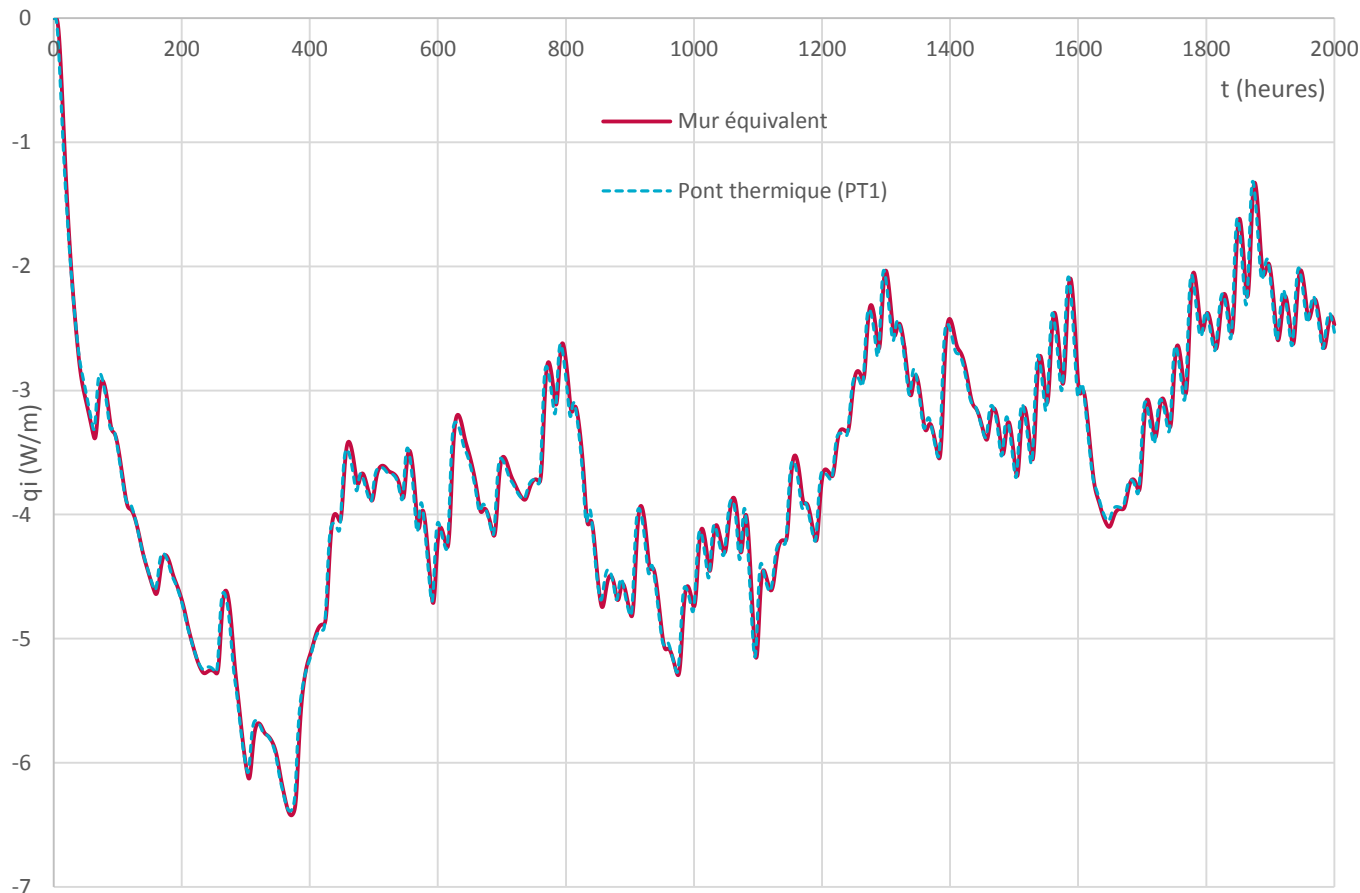
- Erreur intégrale  $q_i$  : 0,19% mur équivalent – 33% 1D+ $\Psi$



# Applications

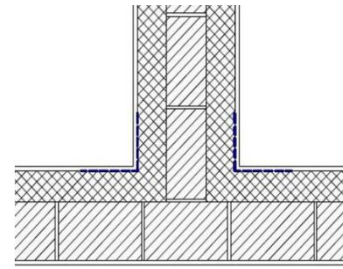


- Données météo Moscou ( $T_e, q_{sol}$ ) –  $T_i = 20^\circ\text{C}$

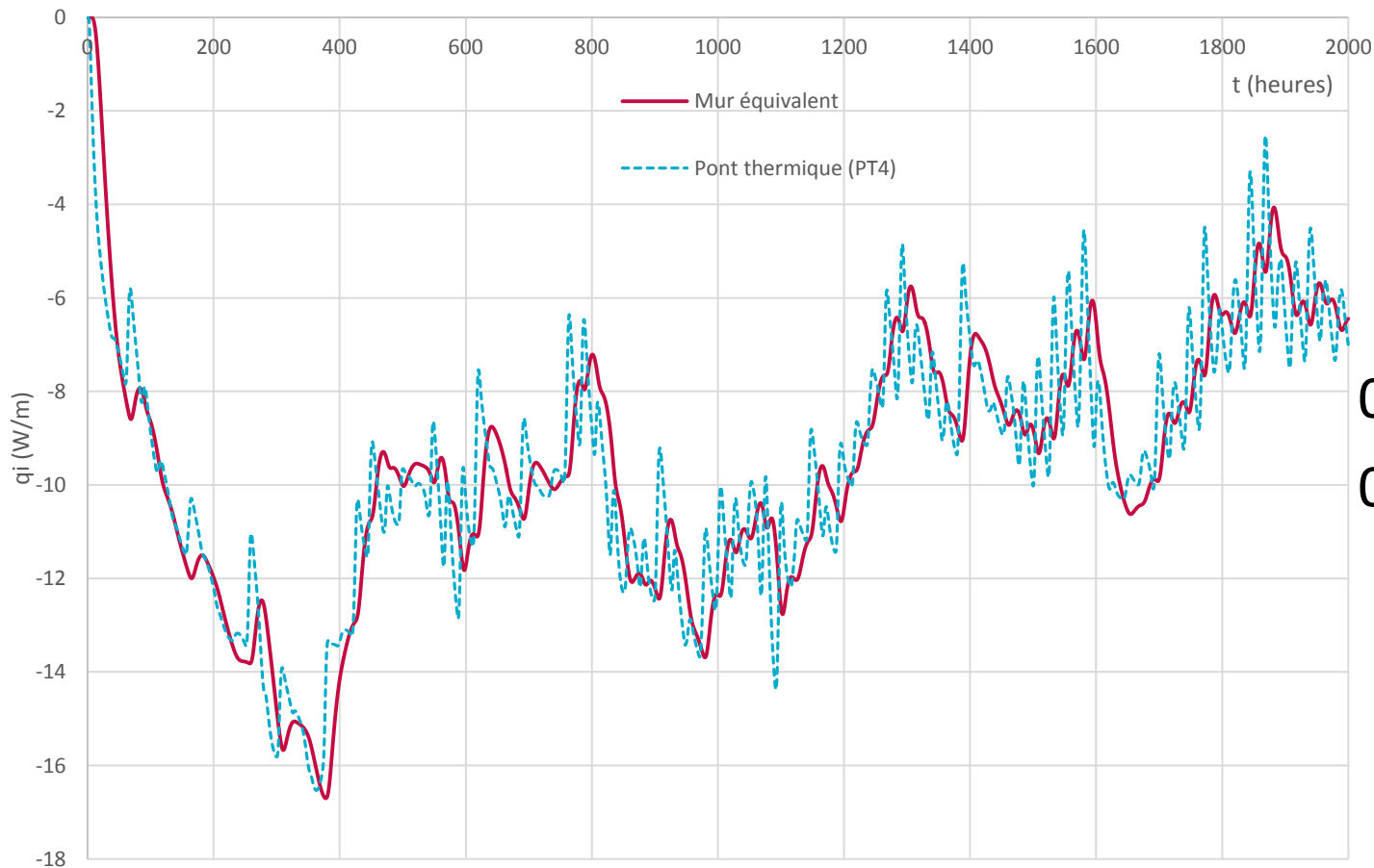


0,019%  
0,077 W/m

# Applications

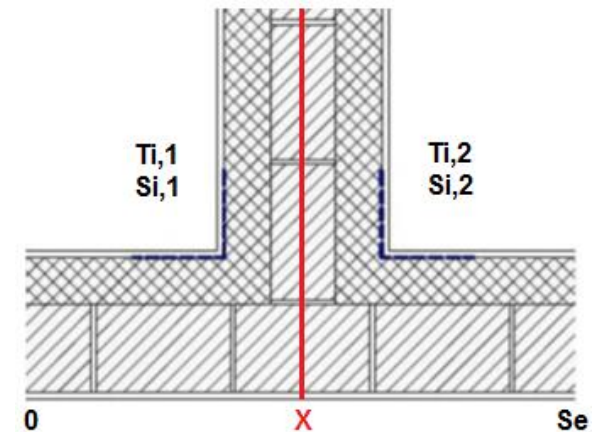
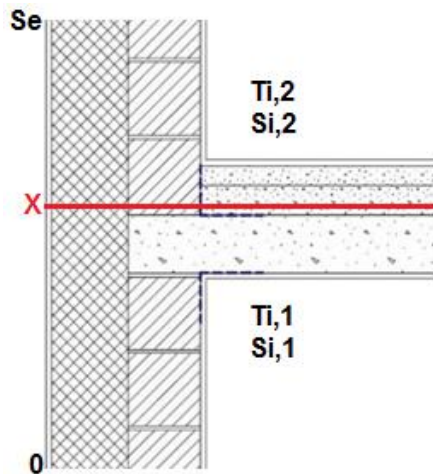


- Données météo Moscou ( $T_e, q_{sol}$ ) –  $T_i = 20^\circ\text{C}$



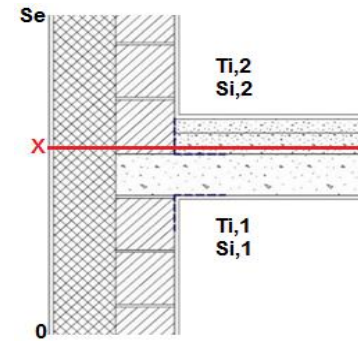
0,045%  
0,93 W/m

- 3 zones de température

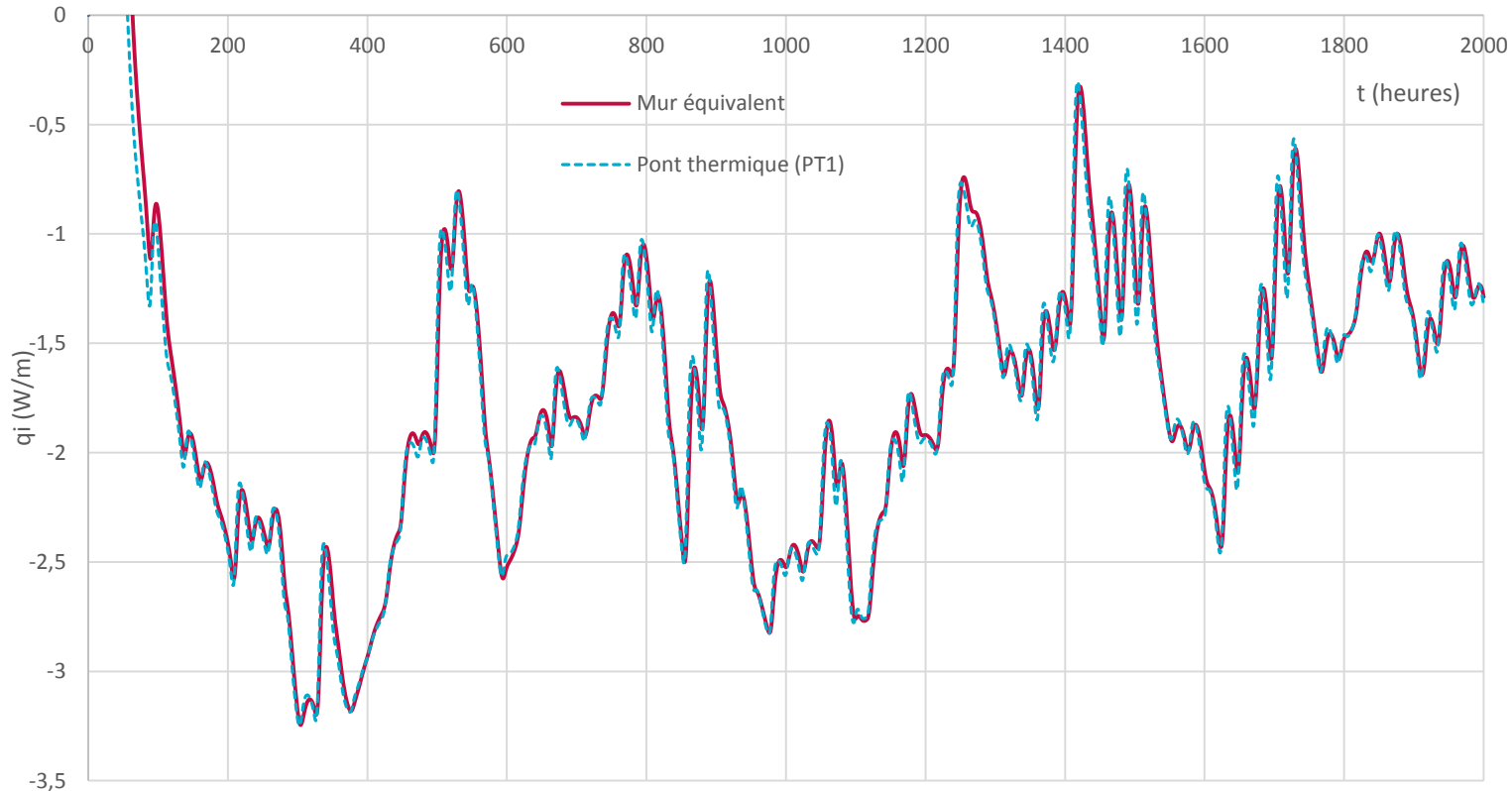


- Plan adiabatique fictif X :  $\int_0^X q_e = \int_{S_{i,1}} q_i$      $\int_X^{S_e} q_e = \int_{S_{i,2}} q_i$ 
  - $T_{i,1} = T_{i,2} = 20^\circ\text{C}$      $T_e = 0^\circ\text{C}$
  - 2 parties étudiées séparément
    - CL correspondantes
    - Somme les 2 contributions

# Applications



- 3 zones de température – PT1
- $T_{i,1} = 16^{\circ}\text{C} - T_{i,2} = 20^{\circ}\text{C} - T_e$  et  $q_{\text{sol}}$  : Bruxelles





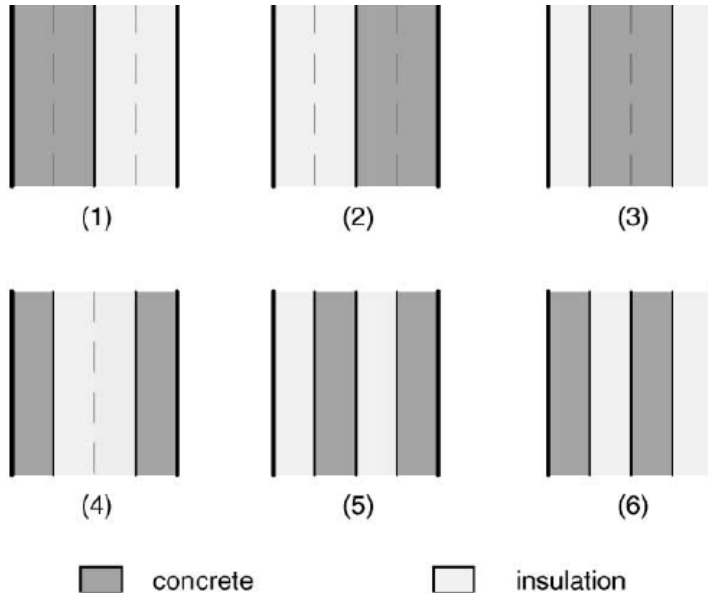
# Conclusion

- Résultats
  - Bonne précision : Intégrale  $q_i < 1\%$  - erreur moyenne  $< 1 \text{ W/m}$
  - Différents climats (Bruxelles, Moscou, Quito, Katmandou)
  - Différentes périodes de l'année
  - $T_i$  constante ou sinusoïdale
  - 3 zones de température
- Perspectives
  - Autres conditions aux limites (climat,  $T_i$ )
  - Autres ponts thermiques (3D, contact avec le sol, etc.)
  - Impact sur la consommation énergétique

Merci de votre attention !

# Facteurs de structure

- Exemples



J. Kosny & E. Kossecka

$$Q_{ni}(t) \Rightarrow \frac{t}{R_T} [T_e - T_i] - T_i C \varphi_{ii} - T_e C \varphi_{ie}$$

$$Q_{ne}(t) \Rightarrow \frac{t}{R_T} [T_i - T_e] - T_i C \varphi_{ie} - T_e C \varphi_{ee}$$

Wall	$\varphi_{ie}$	$\varphi_{ii}$	$\varphi_{ee}$
1	0.018	0.950	0.014
2	0.018	0.014	0.950
3	0.247	0.253	0.253
4	0.012	0.488	0.488
5	0.130	0.605	0.136
6	0.130	0.136	0.605
Homogeneous	0.167	0.333	0.333

# Facteurs de structure

- Expression

- Pour une structure 1D à 3 couches (int-1-2-3-ext) :  $f(R_j, C_j)$

- $$\varphi_{ii} = \frac{1}{R^2 C} \times \left( C_1 \times \left( \frac{R_1^2}{3} + R_1 \times (R_2 + R_3 + R_e) + (R_2 + R_3 + R_e)^2 \right) + C_2 \times \left( \frac{R_2^2}{3} + R_2 \times (R_3 + R_e) + (R_3 + R_e)^2 \right) + C_3 \times \left( \frac{R_3^2}{3} + R_3 \times R_e + R_e^2 \right) \right)$$

$$\varphi_{ie} = \frac{1}{R^2 C} \times \left( C_1 \times \left( -\frac{R_1^2}{3} + \frac{R_1 \times R}{2} + R_i \times (R_2 + R_3 + R_e) \right) + C_2 \times \left( -\frac{R_2^2}{3} + \frac{R_2 \times R}{2} + (R_i + R_1) \times (R_3 + R_e) \right) + C_3 \times \left( -\frac{R_3^2}{3} + \frac{R_3 \times R}{2} + (R_i + R_1 + R_2) \times R_e \right) \right)$$

$$\varphi_{ee} = \frac{1}{R^2 C} \times \left( C_1 \times \left( \frac{R_1^2}{3} + R_1 \times R_i + R_i^2 \right) + C_2 \times \left( \frac{R_2^2}{3} + R_2 \times (R_i + R_1) + (R_i + R_1)^2 \right) + C_3 \times \left( \frac{R_3^2}{3} + R_3 \times (R_i + R_1 + R_2) + (R_i + R_1 + R_2)^2 \right) \right)$$