

Favoriser la conceptualisation des droites et des plans dans l'espace: les apports du didacticien

Céline Nihoul

Université de Mons
Département de Mathématique



11 mars 2019

Plan

- 1 Contexte du travail
- 2 Analyses didactiques
- 3 Séquence d'enseignement
- 4 Conclusion

Plan

1 Contexte du travail

2 Analyses didactiques

3 Séquence d'enseignement

4 Conclusion

Point de départ

- COURS : Introduction aux variétés différentielles (Géo. diff.) en BAB3.
- Étude des courbes et des surfaces dans $\mathbb{R}^3$:
 - $\alpha(t) = (t^2, t^2, t^2)$.
 - $\alpha(t) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(t), \sin(t), \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(t)\right)$.
 - $S = f^{-1}(0)$ où $f(x, y, z) = x - y + z$.
 - $\varphi(u, v) = \left(\sin(u), \cos(v), \sin(u) + \cos(v)\right)$.

Point de départ

- COURS : Introduction aux variétés différentielles (Géo. diff.) en BAB3.

- Étude des courbes et des surfaces dans $\mathbb{R}^3$:

- $\alpha(t) = (t^2, t^2, t^2)$.

- $\alpha(t) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(t), \sin(t), \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(t) \right)$.

- $S = f^{-1}(0)$ où $f(x, y, z) = x - y + z$.

- $\varphi(u, v) = \left(\sin(u), \cos(v), \sin(u) + \cos(v) \right)$.

⇒ Difficulté des étudiants à décrire les objets géométriques associés à ces équations.

Point de départ

- COURS : Introduction aux variétés différentielles (Géo. diff.) en BAB3.

- Étude des courbes et des surfaces dans $\mathbb{R}^3$:

- $\alpha(t) = (t^2, t^2, t^2)$.

- $\alpha(t) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos(t), \sin(t), \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(t) \right)$.

- $S = f^{-1}(0)$ où $f(x, y, z) = x - y + z$.

- $\varphi(u, v) = \left(\sin(u), \cos(v), \sin(u) + \cos(v) \right)$.

⇒ Difficulté des étudiants à décrire les objets géométriques associés à ces équations.

- OBJECTIF : mieux comprendre cette difficulté à interpréter géométriquement des équations.

La didactique des mathématiques

Définition (Douady, 1984)

La didactique des mathématiques est l'étude de processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, et qui propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage.

La didactique des mathématiques

Définition (Douady, 1984)

La didactique des mathématiques est l'étude de processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, et qui propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage.

⇒ recherches sur les difficultés des élèves, les pratiques des enseignants, ...
avec une **entrée disciplinaire** !

La didactique des mathématiques

Définition (Douady, 1984)

La didactique des mathématiques est l'étude de processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, et qui propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage.

⇒ recherches sur les difficultés des élèves, les pratiques des enseignants, ...
avec une **entrée disciplinaire** !

↪ besoin de cibler les notions mathématiques.

La didactique des mathématiques

Définition (Douady, 1984)

La didactique des mathématiques est l'étude de processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, et qui propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage.

⇒ recherches sur les difficultés des élèves, les pratiques des enseignants, ...
avec une **entrée disciplinaire** !

↪ besoin de cibler les notions mathématiques.

FOCUS : l'enseignement des notions de droites et de plans dans l'espace.

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
↪ notion paramathématique (Chevallard, 1985).

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
 - ↪ notion paramathématique (Chevallard, 1985).
 - ↪ rôle d'étiquette (Schneider, 1988).

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
 - ↪ notion paramathématique (Chevallard, 1985).
 - ↪ rôle d'étiquette (Schneider, 1988).
- Présence de nombreux registres de représentation sémiotique (Duval, 1993).

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
 - ↪ notion paramathématique (Chevallard, 1985).
 - ↪ rôle d'étiquette (Schneider, 1988).
- Présence de nombreux registres de représentation sémiotique (Duval, 1993).
- Présence de nombreux points de vue (Rogalski, 1995).

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
 - ↪ notion paramathématique (Chevallard, 1985).
 - ↪ rôle d'étiquette (Schneider, 1988).
- Présence de nombreux registres de représentation sémiotique (Duval, 1993).
- Présence de nombreux points de vue (Rogalski, 1995).

Exercice

Donnez une équation cartésienne du plan α passant par $(0, -4, 1)$ et perpendiculaire à la droite d'intersection des plans d'équations $x + y + 2z = -1$ et $3x + 2y + 3z = 5$.

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
 - ↪ notion paramathématique (Chevallard, 1985).
 - ↪ rôle d'étiquette (Schneider, 1988).
- Présence de nombreux registres de représentation sémiotique (Duval, 1993).
- Présence de nombreux points de vue (Rogalski, 1995).

Exercice

Donnez une équation cartésienne du plan α passant par $(0, -4, 1)$ et perpendiculaire à la droite d'intersection des plans d'équations $x + y + 2z = -1$ et $3x + 2y + 3z = 5$.

- Présence de nombreuses tâches complexes nécessitant des adaptations des connaissances (Robert, 1998).

Mathématiques Élémentaires

- Difficulté récurrente à interpréter géométriquement des équations de droites et de plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
 - ↪ notion paramathématique (Chevallard, 1985).
 - ↪ rôle d'étiquette (Schneider, 1988).
- Présence de nombreux registres de représentation sémiotique (Duval, 1993).
- Présence de nombreux points de vue (Rogalski, 1995).

Exercice

Donnez une équation cartésienne du plan α passant par $(0, -4, 1)$ et perpendiculaire à la droite d'intersection des plans d'équations $x + y + 2z = -1$ et $3x + 2y + 3z = 5$.

- Présence de nombreuses tâches complexes nécessitant des adaptations des connaissances (Robert, 1998).

⇒ Flexibilité nécessaire entre les registres et les points de vue à développer en classe (Artigue, Chartier & Dorier, 2000).

Les programmes de l'enseignement secondaire

- Nouveaux programmes appliqués depuis septembre 2018.
- Notions vues en cinquième année.
- Il faut désormais insister sur :
 - les conversions entre les registres,
 - la théorie des ensembles et la logique,
 - l'interprétation géométrique des équations (incomplètes),
 - la comparaison entre les démarches propres au cadre (Douady, 1986) de la géométrie synthétique et au cadre de la géométrie analytique dans des exercices ou des démonstrations.

Question de recherche

- De nouvelles injonctions apparaissent dans les programmes depuis 2018.
- Les manuels ne sont pas encore conformes à ces nouvelles injonctions.
↪ CFQD (2018).

Question de recherche

- De nouvelles injonctions apparaissent dans les programmes depuis 2018.
- Les manuels ne sont pas encore conformes à ces nouvelles injonctions.
↪ CFQD (2018).

Problématique

Comment les enseignants du secondaire prennent en compte les nouvelles injonctions des programmes sur les droites et les plans dans l'espace dans les activités qu'ils proposent aux élèves afin de développer leur interprétation géométrique des objets ?

Plan

1 Contexte du travail

2 Analyses didactiques

3 Séquence d'enseignement

4 Conclusion

Le cadre de la théorie de l'activité

Hypothèse

Une manière pour les enseignants de s'adapter aux nouveaux programmes est de proposer des exercices différents aux élèves et d'intégrer dans leurs discours (cours et exercices) des commentaires sur l'interprétation géométrique des notions étudiées.

Le cadre de la théorie de l'activité

Hypothèse

Une manière pour les enseignants de s'adapter aux nouveaux programmes est de proposer des exercices différents aux élèves et d'intégrer dans leurs discours (cours et exercices) des commentaires sur l'interprétation géométrique des notions étudiées.

⇒ FOCUS sur les pratiques enseignantes en relation avec les activités¹ des élèves.

1. Ce que les élèves font, pensent et disent mais aussi ce qu'ils ne pensent pas, ne disent pas ou ne font pas.

Le cadre de la théorie de l'activité

Hypothèse

Une manière pour les enseignants de s'adapter aux nouveaux programmes est de proposer des exercices différents aux élèves et d'intégrer dans leurs discours (cours et exercices) des commentaires sur l'interprétation géométrique des notions étudiées.

⇒ FOCUS sur les pratiques enseignantes en relation avec les activités¹ des élèves.

Théorie de l'activité

Les activités des élèves en classe sont considérées comme des vecteurs essentiels d'apprentissage (Robert & Roditi, 2019).

1. Ce que les élèves font, pensent et disent mais aussi ce qu'ils ne pensent pas, ne disent pas ou ne font pas.

Le cadre de la théorie de l'activité

Hypothèse

Une manière pour les enseignants de s'adapter aux nouveaux programmes est de proposer des exercices différents aux élèves et d'intégrer dans leurs discours (cours et exercices) des commentaires sur l'interprétation géométrique des notions étudiées.

⇒ FOCUS sur les pratiques enseignantes en relation avec les activités¹ des élèves.

Théorie de l'activité

Les activités des élèves en classe sont considérées comme des vecteurs essentiels d'apprentissage (Robert & Roditi, 2019).

⇒ appropriation des outils proposés par le cadre théorique pour mener les analyses.

1. Ce que les élèves font, pensent et disent mais aussi ce qu'ils ne pensent pas, ne disent pas ou ne font pas.

Étude des pratiques enseignantes

- OUTIL : les proximités-en-acte (Robert & Vandebrouck, 2014).

Définition

Les proximités-en-acte traduisent une activité de l'enseignant (discursive ou autre) visant à provoquer et/ou exploiter une proximité entre ce qu'il veut introduire et les réflexions ou les activités ou les connaissances des élèves.

Étude des pratiques enseignantes

- OUTIL : les proximités-en-acte (Robert & Vandebrouck, 2014).

Définition

Les proximités-en-acte traduisent une activité de l'enseignant (discursive ou autre) visant à provoquer et/ou exploiter une proximité entre ce qu'il veut introduire et les réflexions ou les activités ou les connaissances des élèves.

↪ ajouts qui peuvent être faits pour mettre en relation les connaissances nouvelles et déjà là des élèves.

Les proximités-en-acte : exemples

- Une occasion de proximité ascendante (OPA) : du particulier vers le général.

$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(4, 5, 6) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Les proximités-en-acte : exemples

- Une occasion de proximité ascendante (OPA) : du particulier vers le général.

$$(x, y, z) = (x_A, y_A, z_A) + \lambda(v_1, v_2, v_3) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$



$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(4, 5, 6) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Les proximités-en-acte : exemples

- Une occasion de proximité ascendante (**OPA**) : du particulier vers le général.
- Une occasion de proximité descendante (**OPD**) : du général vers le particulier.

$$(x, y, z) = (x_A, y_A, z_A) + \lambda(v_1, v_2, v_3) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$



$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(4, 5, 6) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Les proximités-en-acte : exemples

- Une occasion de proximité ascendante (OPA) : du particulier vers le général.
- Une occasion de proximité descendante (OPD) : du général vers le particulier.

$$(x, y, z) = (x_A, y_A, z_A) + \lambda(v_1, v_2, v_3) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$



$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(4, 5, 6) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Les proximités-en-acte : exemples

- Une occasion de proximité ascendante (**OPA**) : du particulier vers le général.
- Une occasion de proximité descendante (**OPD**) : du général vers le particulier.
- Une occasion de proximité horizontale (**OPH**) : même niveau de généralité.

$$(x, y, z) = (x_A, y_A, z_A) + \lambda(v_1, v_2, v_3) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$



$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(4, 5, 6) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

Les proximités-en-acte : exemples

- Une occasion de proximité ascendante (OPA) : du particulier vers le général.
- Une occasion de proximité descendante (OPD) : du général vers le particulier.
- Une occasion de proximité horizontale (OPH) : même niveau de généralité.

$$(x, y, z) = (x_A, y_A, z_A) + \lambda(v_1, v_2, v_3) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(4, 5, 6) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = 2 + 5\lambda \\ z = 3 + 6\lambda \text{ où } \lambda \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Panorama des analyses didactiques

- Analyse de manuels scolaires : CQFD (2013), Espace Math (2004) et Actimath (2016).
↪ Scénario potentiel d'un cours.

Panorama des analyses didactiques

- Analyse de manuels scolaires : CQFD (2013), Espace Math (2004) et Actimath (2016).
↔ Scénario potentiel d'un cours.
- Analyse des documents rédigés par quatre enseignants pour leurs élèves.

Panorama des analyses didactiques

- Analyse de manuels scolaires : CQFD (2013), Espace Math (2004) et Actimath (2016).
↔ Scénario potentiel d'un cours.
- Analyse des documents rédigés par quatre enseignants pour leurs élèves.
- Analyse du discours de quatre enseignants lors des moments de cours et des séances d'exercices (± 64 h d'enregistrement).

Panorama des analyses didactiques

- Analyse de manuels scolaires : CQFD (2013), Espace Math (2004) et Actimath (2016).
⇨ Scénario potentiel d'un cours.
- Analyse des documents rédigés par quatre enseignants pour leurs élèves.
- Analyse du discours de quatre enseignants lors des moments de cours et des séances d'exercices (± 64 h d'enregistrement).
⇒ Étudier :
 - les registres, les points de vue et les cadres en jeu.
 - les occasions de proximités-en-acte.
 - l'interprétation géométrique développée.
 - les adaptations proposées dans les exercices.

Analyse de manuels (1/2)

6 Comment déterminer un système d'équations paramétriques d'un plan ?

Dans un repère dans l'espace, on considère un plan π défini par un point $A(x_A ; y_A ; z_A)$ et un couple de vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix}$. Soit $P(x ; y ; z)$ un point quelconque de l'espace.

L'équation vectorielle $\pi = \overrightarrow{AP} = \lambda \vec{u} + \mu \vec{v}$ est une condition nécessaire et suffisante pour que P appartienne à π . Traduite en composantes de vecteurs, elle devient :

$$\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix}.$$

Cette dernière équation peut être écrite sous forme d'un système appelé **système d'équations paramétriques** du plan π ; on écrit :

$$\pi = \begin{cases} x - x_A \\ y - y_A \\ z - z_A \end{cases} = \lambda \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \pi = \begin{cases} x - x_A = \lambda \cdot x_u + \mu \cdot x_v \\ y - y_A = \lambda \cdot y_u + \mu \cdot y_v \\ z - z_A = \lambda \cdot z_u + \mu \cdot z_v \end{cases}$$

Exemple

Équations paramétriques du plan π comprenant les trois points $A(1 ; 3 ; 7)$, $B(5 ; 2 ; 1)$ et $C(7 ; 8 ; 9)$.

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -6 \end{pmatrix} ; \vec{v} = \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

On obtient

$$\pi = \begin{cases} x = 1 + 4\lambda + 6\mu \\ y = 3 - \lambda + 5\mu \\ z = 7 - 6\lambda + 2\mu \end{cases}$$

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Peu voire pas de commentaires sur les changements de points de vue ou les conversions de registres.

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Peu voire pas de commentaires sur les changements de points de vue ou les conversions de registres.
- Aucun parallèle entre la géométrie synthétique et analytique.

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Peu voire pas de commentaires sur les changements de points de vue ou les conversions de registres.
- Aucun parallèle entre la géométrie synthétique et analytique.
- Très peu d'explication/d'utilisation des notions ensemblistes.

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Vectoriel → paramétrique → cartésien.
- Peu voire pas de commentaires sur les changements de points de vue ou les conversions de registres.
- Aucun parallèle entre la géométrie synthétique et analytique.
- Très peu d'explication/d'utilisation des notions ensemblistes.
- Plusieurs occasions de proximités repérées : $OPH > OPD > OPA$.

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Peu voire pas de commentaires sur les changements de points de vue ou les conversions de registres.
- Aucun parallèle entre la géométrie synthétique et analytique.
- Très peu d'explication/d'utilisation des notions ensemblistes.
- Plusieurs occasions de proximités repérées : $OPH > OPD > OPA$.
- Majoritairement des exercices de niveau de mise en fonctionnement mobilisable.

Analyse de manuels (2/2)

Résultats

- Omniprésence du registre de la langue naturelle avec expressions algébriques.
- Vectoriel → paramétrique → cartésien.
- Peu voire pas de commentaires sur les changements de points de vue ou les conversions de registres.
- Aucun parallèle entre la géométrie synthétique et analytique.
- Très peu d'explication/d'utilisation des notions ensemblistes.
- Plusieurs occasions de proximités repérées : $OPH > OPD > OPA$.
- Majoritairement des exercices de niveau de mise en fonctionnement mobilisable.
- Peu de travail sur l'interprétation géométrique des objets.

Étude de terrain (1/2)

3.3 Équations paramétriques d'un plan

En exprimant une équation vectorielle d'un plan en termes de composantes de vecteurs, on obtient :

$$\alpha \equiv \overrightarrow{AP} = \lambda \cdot \vec{u} + \mu \cdot \vec{v}; \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

 $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$

Cette dernière forme est appelée un **système d'équations paramétriques** du plan α .



Système d'équations paramétriques d'un plan α

Un **système d'équations paramétriques** du plan α comprenant le point $A(x_A, y_A, z_A)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ et $\vec{v}(v_1, v_2, v_3)$ non coplanaires est :

$$d \equiv \begin{cases} x = x_A + \lambda \cdot u_1 + \mu \cdot v_1 \\ y = y_A + \lambda \cdot u_2 + \mu \cdot v_2 \\ z = z_A + \lambda \cdot u_3 + \mu \cdot v_3 \end{cases} \quad \text{où } \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Étude de terrain (1/2)

Handwritten mathematical derivation on a chalkboard:

$$\Leftrightarrow \alpha \equiv (x - x_A, y - y_A, z - z_A) = \lambda \cdot (u_1, u_2, u_3) + \mu (v_1, v_2, v_3) \quad \text{où } \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$
$$\Leftrightarrow \alpha \equiv (x, y, z) - (x_A, y_A, z_A) = \lambda \cdot (u_1, u_2, u_3) + \mu (v_1, v_2, v_3)$$
$$\Leftrightarrow \alpha \equiv (x, y, z) = (x_A, y_A, z_A) + \lambda \cdot (u_1, u_2, u_3) + \mu (v_1, v_2, v_3) \quad \text{où } \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$
$$\Leftrightarrow \alpha \equiv \begin{cases} x = x_A + \lambda u_1 + \mu v_1 \\ y = y_A + \lambda u_2 + \mu v_2 \\ z = z_A + \lambda u_3 + \mu v_3 \end{cases} ; \lambda, \mu \in \mathbb{R} \quad \text{où } \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

Étude de terrain (2/2)

 **Système d'équations paramétriques d'un plan α**

Un système d'équations paramétriques du plan α comprenant le point $A(x_A, y_A, z_A)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ et $\vec{v}(v_1, v_2, v_3)$ non coplanaires est :

$$d \equiv \begin{cases} x = x_A + \lambda \cdot u_1 + \mu \cdot v_1 \\ y = y_A + \lambda \cdot u_2 + \mu \cdot v_2 \\ z = z_A + \lambda \cdot u_3 + \mu \cdot v_3 \end{cases} \quad \text{où } \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

E : On aura jamais les valeurs de lambda et mu ?

P : Ça sert à quoi mon lambda et mon mu ? Ici tu connaîtras cette valeur là (le point), cette valeur là (le premier vecteur) et cette valeur là (le deuxième vecteur). Si tu donnes une valeur à lambda et à mu ça va donner un point qui appartient à mon plan. Si tu donnes des autres valeurs à lambda et mu tu vas avoir les coordonnées d'un autre point qui appartient à mon plan. Donc en donnant n'importe quelle valeur à lambda et à mu, tu trouves n'importe quel point du plan.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Insérer la logique et la théorie des ensembles : travail pauvre.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Insérer la logique et la théorie des ensembles : travail pauvre.
- Comparaison des démarches GS/GA : aucun exercice prescrit.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Insérer la logique et la théorie des ensembles : travail pauvre.
- Comparaison des démarches GS/GA : aucun exercice prescrit.
- Interprétation géométrique : présente dans le discours mais aucun exercice ne la travaille réellement.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Insérer la logique et la théorie des ensembles : travail pauvre.
- Comparaison des démarches GS/GA : aucun exercice prescrit.
- Interprétation géométrique : présente dans le discours mais aucun exercice ne la travaille réellement.
- Constats :

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Insérer la logique et la théorie des ensembles : travail pauvre.
- Comparaison des démarches GS/GA : aucun exercice prescrit.
- Interprétation géométrique : présente dans le discours mais aucun exercice ne la travaille réellement.
- Constats :
 - Pas de dialectique outil-objet (Douady, 1986) : c'est principalement la dimension objet qui est travaillée.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Insérer la logique et la théorie des ensembles : travail pauvre.
- Comparaison des démarches GS/GA : aucun exercice prescrit.
- Interprétation géométrique : présente dans le discours mais aucun exercice ne la travaille réellement.
- Constats :
 - Pas de dialectique outil-objet (Douady, 1986) : c'est principalement la dimension objet qui est travaillée.
 - Pas de dialectique sens-technique : c'est principalement la technique qui est travaillée.

Retour sur la problématique

Bilan

- Articulation des registres : très peu présente.
- Articulation des points de vue : vectoriel $\rightarrow$ paramétrique $\rightarrow$ cartésien.
- Insérer la logique et la théorie des ensembles : travail pauvre.
- Comparaison des démarches GS/GA : aucun exercice prescrit.
- Interprétation géométrique : présente dans le discours mais aucun exercice ne la travaille réellement.
- Constats :
 - Pas de dialectique outil-objet (Douady, 1986) : c'est principalement la dimension objet qui est travaillée.
 - Pas de dialectique sens-technique : c'est principalement la technique qui est travaillée.

$\Rightarrow$ Nombreux manques au niveau de l'interprétation géométrique et de la possibilité de développer la flexibilité nécessaire (Nihoul, à paraître).

Plan

1 Contexte du travail

2 Analyses didactiques

3 Séquence d'enseignement

4 Conclusion

Scénario

Pari

Il est possible d'introduire les nouvelles notions en partant de ce que les élèves connaissent déjà sur les équations, les résolutions de systèmes et la géométrie.

Scénario

Pari

Il est possible d'introduire les nouvelles notions en partant de ce que les élèves connaissent déjà sur les équations, les résolutions de systèmes et la géométrie.

↔ Profiter des interactions avec les élèves pour introduire les connaissances nouvelles et tenter des proximités avec ce qui a déjà été fait.

Scénario

Pari

Il est possible d'introduire les nouvelles notions en partant de ce que les élèves connaissent déjà sur les équations, les résolutions de systèmes et la géométrie.

⇔ Profiter des interactions avec les élèves pour introduire les connaissances nouvelles et tenter des proximités avec ce qui a déjà été fait.

■ ACTIVITÉ D'INTRODUCTION :

- Trouvez, grâce à un dessin, l'ensemble des solutions des systèmes dans $\mathbb{R}^2$.

$$(S_1) \begin{cases} x + 5 = 2x + 3 \\ 4y + 4 = 0 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 4y + 4 = 0 \end{cases}$$

Scénario

Pari

Il est possible d'introduire les nouvelles notions en partant de ce que les élèves connaissent déjà sur les équations, les résolutions de systèmes et la géométrie.

↔ Profiter des interactions avec les élèves pour introduire les connaissances nouvelles et tenter des proximités avec ce qui a déjà été fait.

■ ACTIVITÉ D'INTRODUCTION :

- Trouvez, grâce à un dessin, l'ensemble des solutions des systèmes dans $\mathbb{R}^2$.

$$(S_1) \begin{cases} x + 5 = 2x + 3 \\ 4y + 4 = 0 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 4y + 4 = 0 \end{cases}$$

- Trouvez, grâce à un dessin, l'ensemble des solutions des systèmes dans $\mathbb{R}^3$.

$$(S_1) \begin{cases} x + 5 = 2x + 3 \\ 4z - 3 = 2z + 1 \\ y = 0 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} x + 5 = 2x + 3 \\ 4y + 4 = 0 \end{cases}$$

Exercice travaillant la dimension outil

51. Une épreuve de sélection est organisée dans le cadre d'un jeu télévisé. Les candidats doivent répondre à trois questionnaires, cotés sur 20, mais avec des pondérations différentes. Le premier questionnaire porte sur l'histoire des sciences et des techniques (pondération 2), le deuxième sur la géographie de l'Europe (pondération 1) et le dernier comprend des questions de culture générale (pondération 2). Un candidat est sélectionné s'il a obtenu au moins 50 points sur 100. Les notes possibles des candidats dans chacune des matières sont représentées par les variables x (histoire des sciences et techniques), y (géographie) et z (culture générale). Un point $P(x, y, z)$ est associé à chaque candidat.
- (a) Dans quelle partie de l'espace sont situés les points P ? Représentez-la.
 - (b) Dans quelle partie de l'espace sont situés les points associés aux candidats ayant obtenu 50 points? Représentez-la.
 - (c) Est-il possible de trouver un candidat qui a eu 50 points à l'examen en ayant eu une note de 0 en histoire des sciences et des techniques? Même question s'il a eu 0 en géographie, puis 0 en culture générale.
 - (d) Est-il possible de trouver un candidat qui a réussi l'examen avec une note strictement supérieure à 50 mais qui a eu une note de 0 en histoire des sciences et techniques?
 - (e) On veut qu'un candidat ayant eu 8 en histoire des sciences et des techniques, 12 en géographie de l'Europe et 9 en culture générale soit sélectionné. Quelles sont les valeurs des pondérations a , b et c que l'on doit choisir pour qu'il soit sélectionné? Donnez, si possible, un exemple de pondération acceptée.

Hypothèses

- L'interprétation géométrique des objets à partir des équations et des ensembles de points peut être développée par les élèves.
- Des conversions entre plusieurs registres et des changements de points de vue variés apparaissent.
- Les occasions de proximités avec les connaissances déjà là des élèves sont nombreuses.
- Des parallèles entre le cadre de la géométrie synthétique et le cadre de la géométrie analytique peuvent être effectués dans plusieurs exercices.
- Les dialectiques sens/technique et outil/objet peuvent être travaillées.

Plan

1 Contexte du travail

2 Analyses didactiques

3 Séquence d'enseignement

4 Conclusion

Les apports du didacticien

- Entrer par l'analyse des **cadres**, **registres** et **points de vue** aide :
 - à repérer des difficultés récurrentes dans le cours de Math. Élé..
 - à décrire des manques dans les manuels qui pourront ou non être comblés dans le discours des enseignants.
 - à analyser le travail proposé par les enseignants dans les moments de cours (théorie).
 - à préciser le niveau de mise en fonctionnement des connaissances dans les exercices proposés aux élèves.

Les apports du didacticien

- Entrer par l'analyse des **cadres**, **registres** et **points de vue** aide :
 - à repérer des difficultés récurrentes dans le cours de Math. Éléém..
 - à décrire des manques dans les manuels qui pourront ou non être comblés dans le discours des enseignants.
 - à analyser le travail proposé par les enseignants dans les moments de cours (théorie).
 - à préciser le niveau de mise en fonctionnement des connaissances dans les exercices proposés aux élèves.
- Étudier les **proximités-en-acte** permet :
 - d'anticiper dans les manuels des occasions de proximités à confronter aux discours des enseignants.
 - une analyse fine du discours des enseignants (commentaires sur les conversions de registres et les changements de points de vue, liens entre les connaissances nouvelles et anciennes).

Les apports du didacticien

- Entrer par l'analyse des **cadres**, **registres** et **points de vue** aide :
 - à repérer des difficultés récurrentes dans le cours de Math. Élém..
 - à décrire des manques dans les manuels qui pourront ou non être comblés dans le discours des enseignants.
 - à analyser le travail proposé par les enseignants dans les moments de cours (théorie).
 - à préciser le niveau de mise en fonctionnement des connaissances dans les exercices proposés aux élèves.
- Étudier les **proximités-en-acte** permet :
 - d'anticiper dans les manuels des occasions de proximités à confronter aux discours des enseignants.
 - une analyse fine du discours des enseignants (commentaires sur les conversions de registres et les changements de points de vue, liens entre les connaissances nouvelles et anciennes).
- Confronter les analyses *a priori* et *a posteriori* des **scénarios globaux** donne un indicateur des **apprentissages** possibles des élèves.

Les apports du didacticien

- Entrer par l'analyse des **cadres**, **registres** et **points de vue** aide :
 - à repérer des difficultés récurrentes dans le cours de Math. Élé..
 - à décrire des manques dans les manuels qui pourront ou non être comblés dans le discours des enseignants.
 - à analyser le travail proposé par les enseignants dans les moments de cours (théorie).
 - à préciser le niveau de mise en fonctionnement des connaissances dans les exercices proposés aux élèves.
- Étudier les **proximités-en-acte** permet :
 - d'anticiper dans les manuels des occasions de proximités à confronter aux discours des enseignants.
 - une analyse fine du discours des enseignants (commentaires sur les conversions de registres et les changements de points de vue, liens entre les connaissances nouvelles et anciennes).
- Confronter les analyses *a priori* et *a posteriori* des **scénarios globaux** donne un indicateur des **apprentissages** possibles des élèves.
- Fournir quelques **pistes** aux enseignants (séquence, interview).