

Droites et plans dans l'espace: apports des outils théoriques dans l'évolution d'un travail de recherche en didactique.

Céline Nihoul

celine.nihoul@umons.ac.be

Mon travail de thèse porte sur l'enseignement des droites et des plans dans l'espace en Belgique. Ce chapitre est justement travaillé dans un cours en première année universitaire dans la filière mathématique dans lequel j'interviens. Un premier diagnostic de cet enseignement a mis en évidence la difficulté des étudiants à reconnaître et décrire l'objet « droite dans l'espace ». Les droites dans l'espace étant aussi travaillées au lycée, je m'intéresse à la question suivante :

Quel est le travail proposé par les enseignants du lycée sur l'interprétation géométrique de l'objet droite selon le point de vue cartésien ?

Je montre ici l'influence des outils théoriques dans les différentes étapes de ma recherche pour comprendre l'origine de cette difficulté et mener les diverses analyses didactiques.

Pour avoir une idée du travail qu'il est possible de réaliser sur cette notion, j'ai d'abord étudié les spécificités de l'enseignement universitaire dont il est question ici. Une première spécificité concerne la diversité des descriptions possibles de l'objet « droite ». Une droite peut être décrite par une équation ou par un ensemble de points vérifiant tous une certaine propriété. De plus, les équations peuvent être de plusieurs formes : cartésienne ou paramétrique. Il y a donc de multiples façons de décrire, de voir et de définir les droites. Autrement dit, les points de vue (au sens de Rogalski, 1995) sur cet objet sont nombreux. La difficulté à reconnaître et à décrire l'objet « droite » est d'autant plus accrue chez de nombreux étudiants lorsque le point de vue cartésien est en jeu. Cette difficulté peut s'expliquer par le fait que la notion de droite dans l'espace est une extension de la notion dans le plan avec accident (au sens de Pariès & Robert, 2009). Une deuxième spécificité est liée à la disponibilité des connaissances attendue des étudiants dans les exercices du cours de mathématiques générales. Ils mettent généralement en fonctionnement de nombreuses adaptations (au sens de Robert, 2008) en termes de conversions de registres (Duval, 1993) et de changements de points de vue. On attend donc des étudiants qu'ils aient une certaine flexibilité entre les registres et les points de vue, flexibilité qui ne va pas de soi et qui doit être travaillée en classe (Artigue, Chartier & Dorier, 2000).

Ainsi, la difficulté à reconnaître et décrire une droite dans l'espace, c'est-à-dire à interpréter géométriquement l'objet dans le point de vue cartésien peut constituer un obstacle important au développement de la flexibilité attendue chez nos étudiants. Puisque l'interprétation géométrique doit être abordée en phase d'apprentissage et que le chapitre des droites dans l'espace est étudié au lycée, je me suis alors tournée vers le travail que les enseignants du lycée proposent sur ce point. Avant de regarder ce qui est mis en place dans les classes, je me suis intéressée au processus de transposition didactique (au sens de Chevallard, 1991) en menant une étude historique et épistémologique ainsi qu'une étude des textes officiels afin de savoir comment le point de vue cartésien s'est développé historiquement et connaître notamment les contraintes imposées aux enseignants.

L'étude historique révèle que les équations cartésiennes de droites ont été introduites par Descartes en 1637 pour réconcilier l'Algèbre et la Géométrie en utilisant tout ce dont l'Algèbre dispose pour résoudre les problèmes de Géométrie (Dorier, 1990). Cette tentative d'algèbrisation de la Géométrie a amené la méthode analytique. Cependant, cette méthode s'éloigne du sens géométrique en jetant un voile sur la perception visuelle du problème (Dorier, 1990). C'est pourquoi Leibniz voulait réconcilier Algèbre et Géométrie en prenant en compte dans une méthode analytique le côté intuitif de la méthode synthétique. Dans les nouveaux programmes qui viennent d'entrer en vigueur en Belgique, il est

justement demandé de résoudre un même problème en géométrie synthétique et analytique afin de comparer les démarches associées. Un parallèle entre les calculs algébriques et le sens géométrique comme proposé par Leibniz est alors possible. Cependant, aucune notion n'est mise en évidence dans le programme pour mener ce parallèle. Pour mettre en place un tel travail, les enseignants s'appuient donc sur les ressources disponibles telles que les manuels mais ceux-ci ne sont pas encore conformes à ces programmes. Ce manque, appuyé par les résultats de mes études historique, épistémologique et didactique m'amène à créer un savoir de référence (au sens de Rogalski & Samurçay, 1994) qui se situe entre le savoir savant et le savoir à enseigner. Dans ce savoir de référence, une attention particulière est donnée à l'interprétation géométrique de l'objet « droite » à partir du point de vue cartésien. De plus, des allers-retours entre géométrie synthétique et analytique doivent être possibles pour développer la flexibilité chez les élèves.

Les manuels étant une interprétation possible des programmes à l'intérieur d'un système de contraintes (Mesnil, 2014), l'étude du savoir à enseigner se fait également à travers les manuels. Puisqu'en Belgique, les ressources ne sont pas encore conformes au programme actuel, j'ai analysé la partie théorique des anciens manuels belges de terminale car ils restent assez proches de la matière à aborder pour le chapitre étudié. Le déroulement est identique dans chacun d'eux: construction d'une équation paramétrique, élimination du paramètre afin d'obtenir un système d'équations cartésiennes. La description de l'objet « droite » du point de vue cartésien est alors amenée uniquement par un changement de point de vue. Notons que le passage du point de vue cartésien vers le paramétrique, ainsi que la reconnaissance d'une droite à partir d'une équation ne sont majoritairement pas travaillés. Au regard de mon savoir de référence, j'ai ainsi montré la présence de manques dans les manuels au niveau de l'interprétation géométrique des droites dans l'espace.

Dans la suite de mon travail, je m'intéresse au savoir enseigné et donc à la manière dont les enseignants du lycée travaillent ces notions et éventuellement combler les manques repérés. En particulier, je me concentre sur les ajouts qu'ils peuvent mettre en place dans leur discours qui permettraient de se rapprocher des connaissances des élèves et de développer l'interprétation géométrique des objets. Cette partie vise donc à étudier les proximités discursives (au sens de Robert & Vandebrouck, 2014) tentées par les enseignants.

ARTIGUE, M., CHARTIER, G., DORIER, J.L. (2000). Presentation of other research works. Mathematics Education Library, On the teaching of Linear Algebra (pp. 247-264).

CHEVALLARD, Y. (1991). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble : La Pensée Sauvage.

DORIER J.-L. (1990). Analyse historique de l'émergence des concepts élémentaires d'algèbre linéaire, Cahier de didactique des mathématiques, Numéro 7, Université Paris 7.

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, 37-65.

MESNIL, Z. (2014). La logique : d'un outil pour le langage et le raisonnement mathématique vers un objet d'enseignement. Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot, éditée par l'IREM de Paris, Paris.

PARIES, M., ROBERT, A. (2009). Changement de cadres en géométrie dans l'espace. Repères-IREM 75, 35-45.

ROBERT, A. (2008). Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Octarès, La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants, 45-58.

ROBERT, A., VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves : analyses de séances sur des tâches complexes. Cahier du laboratoire de didactique André Revuz 10.

ROGALSKI, J., & SAMURCAY, R. (1994). Modélisation d'un savoir de référence et transposition didactique dans la formation de professionnels de haut niveau. In G. Arsac, Y. Chevallard, J. Martinand, & A. Tiberghien (Eds.), La transposition didactique à l'épreuve (pp. 35-71). Grenoble : la Pensée Sauvage.

ROGALSKI, M. (1995). Notes du séminaire à Sao Paulo, Brésil.