Quelques difficultés d'étudiants universitaires à reconnaître les objets « droites » et « plans » dans l'espace : une étude de cas

Céline Nihoul[1]

[1]UMONS, Belgique, celine.nihoul@umons.ac.be

Nous proposons ici une étude didactique de quelques difficultés rencontrées par des étudiants de première année universitaire dans un cours de mathématiques générales à propos des droites et des plans dans l'espace. Celles-ci concernent principalement la reconnaissance des objets géométriques à partir de leurs équations et de leurs descriptions en termes d'ensembles de points. À partir d'une analyse du cours et des exercices proposés aux étudiants, nous repérons dans une évaluation quelles sont les difficultés persistantes liées à la reconnaissance des objets.

Mots clefs: droites dans l'espace, plans, registre d'écriture, point de vue, enseignement universitaire.

INTRODUCTION

Ce travail s'inscrit dans le contexte d'un cours de mathématiques générales dans lequel nous intervenons, donné à des étudiants belges en première année universitaire dans les filières mathématique, informatique et physique. Ce cours vise à reprendre des notions abordées au lycée tout en y intégrant des exigences spécifiques à l'enseignement universitaire telles que la rédaction des raisonnements et une utilisation appropriée des connaissances en logique et en théorie des ensembles. Il est organisé avant tout autre cours de mathématiques tels que l'Analyse et l'Algèbre linéaire. Ces objectifs sont guidés par une meilleure prise en compte, des professeurs du département de mathématiques des difficultés des étudiants dans la transition secondaire-université. Une description détaillée des exigences du cours est donnée dans (Bridoux, 2014). Nous nous centrons ici sur le chapitre de géométrie analytique et plus précisément sur les notions de droites et de plans dans l'espace. Cette recherche s'inscrit dans notre travail de thèse qui en est à ses débuts et notre objectif est actuellement de mieux comprendre les spécificités de l'enseignement, en particulier les choix didactiques de l'enseignant. Nous montrons donc tout d'abord comment ces notions sont travaillées dans le cours dont il est question ici. Nous abordons ensuite notre problématique et les outils théoriques qui nous permettent de mieux appréhender les spécificités du cours et des TD. Nous analysons ensuite une question issue d'une évaluation pour confronter certaines difficultés persistantes aux choix didactiques effectués par l'enseignant.

ÉLÉMENTS DE CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE

Dans le cours visé ici, le chapitre sur les droites et les plans dans l'espace vient après l'étude des droites dans le plan. L'enseignant choisit d'aborder le chapitre qui nous intéresse en partant des connaissances déjà là chez les étudiants sur le chapitre des droites dans le plan à partir du questionnement suivant : l'équation $ax + by = c$ vient d'être étudiée dans le plan et on a en particulier établi que la droite d'équation $ax + by = c$ est l'ensemble des couples (x, y) du plan qui vérifient l'égalité $ax + by = c$. Quel est maintenant l'objet géométrique de l'espace décrit par cette équation ?

Le chapitre sur l'espace à trois dimensions débute alors par l'étude d'équations cartésiennes de plans, comme par exemple le plan d'équation $2x + 3y = 6$, qui sont visuellement proches de celles des droites dans le plan. Le choix d'introduction du professeur consiste donc à initier un travail sur la notion d' « équation » et sur ce que représente une équation de la forme $ax + by = c$ dans l'espace, équations dites incomplètes à cause de l'absence d'une variable. Il décrit alors l'équation $2x + 3y = 6$ comme l'ensemble des triplets (x, y, z) qui vérifient tous l'égalité $2x + 3y = 6$. Ensuite, quelques triplets satisfaisant cette égalité sont déterminés afin de pouvoir construire graphiquement le plan représenté par cette équation. Son objectif est aussi de provoquer chez les étudiants une contradiction et de leur faire prendre conscience que l'objet décrit par une même forme d'équation n'est plus une droite comme dans le plan mais un plan dans l'espace. Ainsi, l'introduction du chapitre sur les droites et les plans dans l'espace ne s'inscrit pas dans le contexte général d'une ingénierie didactique au sens de Brousseau (1998) mais bien dans un contrat ostensif où le professeur montre aux étudiants que des équations cartésiennes a priori similaires ne représentent pas les mêmes objets géométriques selon que l'on se place dans le plan ou l'espace. En ce sens, ce choix semble prendre en compte des travaux de recherches sur ces notions tels que ceux de Schneider & Lebeau (2009) sur les équations incomplètes de plans et ceux de Chevallard (1985) sur la notion d' « équation », qui est selon lui une notion paramathématique car elle n'est pas vraiment définie dans l'enseignement secondaire.

L'enseignant généralise ensuite le travail déjà réalisé sur les équations incomplètes pour caractériser un plan comme un ensemble de triplets satisfaisant tous une équation cartésienne de forme générale $ax + by + cz = d$. Ensuite, l'enseignant définit les droites de l'espace comme des ensembles de points alignés et les caractérise dans un premier temps par une équation paramétrique de la forme $(x, y, z) = (x_A, y_A, z_A) + \lambda(x_v, y_v, z_v)$ où (x_A, y_A, z_A) et (x_v, y_v, z_v) sont respectivement un point et un vecteur directeur de la droite et λ est un réel. Le cheminement est ici identique à celui réalisé dans le chapitre des droites dans le plan. En éliminant le paramètre, l'enseignant montre que les droites sont caractérisées par un système d'équations cartésiennes de la forme

$$\begin{cases} \dfrac{x - x_A}{x_v} = \dfrac{y - y_A}{y_v} \\ \dfrac{y - y_A}{y_v} = \dfrac{z - z_A}{z_v} \end{cases}$$

où (x_A, y_A, z_A) est un point de la droite et (x_v, y_v, z_v) est un vecteur directeur de la droite tel que chacune de ses coordonnées sont différentes de 0. Il insiste alors sur la description géométrique d'un système d'équations cartésiennes décrivant une droite comme étant l'intersection de deux plans sécants. Le fait que deux plans sécants se coupent suivant une droite est une connaissance étudiée en première au lycée lorsque les positions relatives de plans sont abordées. Nous remarquons encore une tentative de rapprochement de la part de l'enseignant avec les connaissances antérieures des étudiants. De plus, il nous semble que l'enseignant essaie vraiment d'établir des liens entre les objets géométriques et leurs descriptions. En effet, il multiplie les représentations possibles des droites et des plans dans l'espace, soit en termes d'équations, soit en termes d'ensembles de points ou encore avec l'aide d'un dessin.

Dès l'introduction de ce chapitre, des difficultés apparaissent chez les étudiants. Par exemple, face à l'équation $3x + 4y = 12$ dans l'espace, nombreux sont les étudiants qui ne sont pas capables de reconnaître l'objet géométrique décrit par cette équation. La plupart des étudiants considèrent que cette équation décrit une droite dans l'espace tout comme dans le plan à cause de la proximité visuelle entre les équations cartésiennes d'une droite dans le plan et d'un plan dans l'espace. De plus, la majorité des étudiants associe l'objet décrit par l'équation $3x + 4y = 12$ à un ensemble de couples (x, y) vérifiant cette égalité plutôt qu'à un ensemble de triplets, et quand c'est le cas, les étudiants suggèrent souvent seuls les triplets de la forme $(x, y, 0)$ sont solutions de cette équation. De nombreux étudiants considèrent aussi que l'absence de la variable z provient de l'annulation de la cote plutôt que de celle du coefficient devant celle-ci. De ce fait, pour la plupart des étudiants, cette équation décrit encore une fois une droite dans l'espace. Cette difficulté a également été identifiée par Maurel (2001) qui l'interprète comme une confusion dans le statut des différentes lettres, ici la variable et le coefficient. Selon nous, ces constats peuvent probablement être liés à un manque important de questionnement sur la nature des objets représentés par une équation ou par un ensemble de points. En outre, la description ensembliste de ces objets n'apparaît pas comme naturelle chez la majorité des étudiants. Cela peut s'expliquer par le fait que les connaissances liées à la théorie des ensembles, dont la description des objets comme étant des ensembles de points, sont nouvelles pour les étudiants puisqu'elles ne font pas l'objet d'une étude spécifique dans l'enseignement secondaire.

D'autres difficultés sont quant à elles plus spécifiquement liées aux connaissances en théorie des ensembles. Par exemple, si A désigne l'ensemble $\{(x,y,z) \mid 2x + 3y + 3z = 8\}$, nombreux sont les étudiants qui ne sont pas capables de traduire la proposition $\alpha \in A$. Cela entraîne des difficultés à vérifier si par exemple $(1,1,1)$ appartient bien à l'ensemble A mais également à déterminer que tout triplet de A est de la forme $\left(x, y, \frac{8-2x-3y}{3}\right)$ avec x, y des réels quelconques. Dans ce cas également le manque de travail sur les ensembles au lycée amène des difficultés chez les étudiants à donner du sens à la manière dont on écrit un ensemble et aux éléments qui appartiennent à l'ensemble. Ce constat peut être mis en lien avec une difficulté décrite par Dieudonné, Droniou, Durand-Guerrier, Ray & Theret (2011) qui notent un manque de sens accordé au symbole d'appartenance et aux éléments qui constituent les ensembles. Nous repérons également, lors de la description de l'objet géométrique associé à l'ensemble A que la majorité des étudiants a des difficultés à identifier l'ensemble des éléments de A comme formant un plan. En effet, ils ont besoin de déterminer quelques éléments particuliers de l'ensemble pour identifier le plan et ne considèrent pas tous les éléments de l'ensemble. Dieudonné et al. (2011) ont déjà repéré qu'il est difficile pour les étudiants de concevoir un ensemble de points comme un objet mathématique sur lequel ils peuvent raisonner.

Alors que les notions de droites et de plans ont été étudiées au lycée, leur reprise à l'université dans le cours dont il est question ici a montré que de nombreuses difficultés sont bien présentes. Les étudiants ont en fait des conceptions personnelles (au sens de Hitt, 2006) sur ces notions lorsqu'ils entrent à l'université. Vu les objectifs du cours précédemment décrits, il semble aussi que le savoir personnel construit par la plupart des étudiants soit assez éloigné du savoir institutionnalisé au lycée. Dès lors, nous abordons la problématique suivante : après un travail explicite sur la reconnaissance des objets « droites » et « plans » dans l'espace à partir de diverses descriptions, soit en termes d'équations cartésiennes ou d'équations paramétriques, soit en termes d'ensembles de points satisfaisant tous une même relation, objectifs clés du cours, quelles sont les éventuelles difficultés persistantes chez les étudiants et à quel(s) type(s) de description sont-elles liées ?

Pour tenter d'obtenir des éléments de réponse à ce questionnement, il nous semble nécessaire de compléter cette première étude du cours par une analyse des exercices proposés en TD et du travail attendu des étudiants. C'est l'objet de la section suivante.

SPÉCIFICITÉS DE L'ENSEIGNEMENT ÉTUDIÉ

La reconnaissance des objets géométriques dans l'espace est selon nous liée aux diverses manières de décrire ces objets. Les droites et les plans peuvent en effet être décrits par des équations cartésiennes, par des équations paramétriques, mais aussi être considérés comme des ensembles de points vérifiant tous une même propriété. Puisque les informations dont on a besoin pour déterminer des équations paramétriques, des équations cartésiennes ou décrire des ensembles de points ne sont pas identiques, le travail à réaliser pour chaque type de description n'est pas le même. Rogalski (1995) parle de point de vue sur un objet mathématique pour caractériser la manière de regarder, de faire fonctionner et éventuellement de définir cet objet. Ainsi, au sein du cours dont il est question ici, la description d'un objet peut se faire d'un point de vue paramétrique, d'un point de vue cartésien ou d'un point de vue ensembliste et cela n'engendre pas le même travail mathématique même s'il est possible de passer facilement d'un point de vue à un autre.

Selon Dorier & Robert (1997), ces notions, et de façon plus générales les notions d'algèbre linéaire, provoquent de nombreuses difficultés chez les étudiants puisque sur un plan épistémologique, différents points de vue sont en jeu dans la manière de les décrire. Notre étude du cours théorique a permis de préciser certaines difficultés relatives aux points de vue présentés. De plus, le passage d'un point de vue à un autre nécessite une certaine flexibilité liée aux changements de cadres (au sens de Douady, 1987) et aux changements de registres (au sens de Duval, 1993) associés à ce passage. Notre problématique nous amène donc maintenant à regarder les exercices proposés et à étudier spécifiquement les difficultés liées à la reconnaissance des objets suivant un point de vue particulier et celles éventuellement en rapport avec l'articulation de différents points de vue.

Les exercices proposés dans le cours étudié ici, visent à faire travailler les étudiants sur la reconnaissance des objets et sollicitent tous au moins un de ces trois points de vue (paramétrique, cartésien ou ensembliste). Nombreux sont les exercices nécessitant une articulation entre ces points de vue. C'est le cas par exemple de la résolution de systèmes linéaires. Dans les exercices, les systèmes linéaires à résoudre sont en général composés de deux ou trois équations cartésiennes. Ainsi, les objets dont on cherche une éventuelle intersection sont donnés dans le registre algébrique et selon le point de vue cartésien. La tâche principale des étudiants est de résoudre le système et d'identifier l'objet décrit par l'ensemble des solutions du système linéaire. Ils sont libres de choisir quelle sera la méthode de résolution du système et à partir de quel point de vue l'objet décrit par l'ensemble des solutions sera identifié. En voici un exemple :

$$\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ x+y+z=2 \end{cases}$$

La résolution en elle-même s'effectue dans le registre algébrique. L'ensemble des solutions du système peut s'écrire sous la forme $\{(-1,3-\ \alpha,\alpha)|\alpha \in IR\}$. Ici, on peut reconnaître immédiatement l'objet « droite » à partir du point de vue ensembliste en se rendant compte que l'abscisse est fixe et que l'ordonnée et la cote dépendent l'une de l'autre et évoluent de façon linéaire. On peut aussi s'appuyer sur le point de vue paramétrique. En effet, on peut reconstruire une équation paramétrique de l'objet à partir des triplets de cet ensemble. On obtient alors par exemple l'équation paramétrique $(x,y,z)=\ (-1,3,0)+\ \alpha(0,-1,1)$ où α est un réel. De cette équation paramétrique, on peut aisément déduire un point et un vecteur directeur de la droite décrite. Il y a donc une articulation entre les points de vue dans cet exercice. L'articulation peut se résumer aux points de vue cartésien et ensembliste si on reconnaît la droite à partir de l'ensemble de points, mais une autre articulation peut s'ajouter entre le point de vue ensembliste et le point de vue paramétrique si on reconnaît et décrit la droite à partir d'une équation paramétrique.

Ce type d’exercice nécessite alors d’être capable de reconnaître les objets dans chaque point de vue mais aussi de les articuler. On voit donc bien ici la nécessité d'avoir une certaine flexibilité entre les différents points de vue pour identifier les objets décrits. Cette flexibilité ne s’apprend pas de manière autonome par les étudiants et un réel travail doit être effectué en phase d’apprentissage (Artigue, Chartier, & Dorier, 2000). Alves-Dias (1998) ajoute que l’articulation entre les points de vue cartésien et paramétrique n’est pas souvent travaillée dans l’enseignement et que cela amène des difficultés chez les étudiants lorsqu’ils abordent l’algèbre linéaire. Ainsi, cette flexibilité se développe selon elle à partir d’un travail important sur l’articulation des points de vue cartésien et paramétrique et ce, à la fois dans le sens cartésien/paramétrique mais aussi dans le sens paramétrique/cartésien. De plus, selon Rogalski (1994), la majorité des étudiants considère que l’algèbre linéaire n’est qu’un catalogue de notions très abstraites. Il souligne qu’une de leurs difficultés concerne les raisonnements de type « ensembliste ». C’est pourquoi, il nous semble également nécessaire d’articuler le point de vue ensembliste, nouvelle manière de regarder les objets pour nos étudiants, avec les points de vue cartésien et paramétrique. Selon Dorier & Robert (1997), la flexibilité et le jeu entre les différents points de vue sont des activités cognitives essentielles pour l’apprentissage des notions d’algèbre linéaire. Nous pensons alors que cette flexibilité entre les points de vue paramétrique, cartésien et ensembliste peut amener les étudiants dans ce chapitre à donner du sens aux notions (Douady, 1987). Rogalski (2000) ajoute que les connaissances liées à la géométrie cartésienne et à une pratique de la géométrie dans l’espace constituent un support important pour le langage et le sens en algèbre linéaire car ces connaissances géométriques peuvent donner des « images » de certains concepts vectoriels tels que les ensembles de solutions de systèmes d’équations linéaires. Harel (2000) va aussi dans ce sens lorsqu’il dit qu’une réflexion géométrique doit être incorporée dans l’enseignement des premières notions d’algèbre linéaire car selon lui, cela contribue de façon significative à la compréhension des étudiants. C’est pourquoi, dans la perspective de préparer nos étudiants à l’algèbre linéaire, nous essayons dans le cours dont il est question ici, de proposer des exercices consistants sur les notions de droites et de plans dans l’espace travaillant et articulant les points de vue.

Comme décrit précédemment, le cours magistral permet selon nous de mettre en fonctionnement de nombreuses adaptations (au sens de Robert, 2008). En effet, des conversions de registres (algébrique et graphique) et des changements de points de vue (cartésien, paramétrique, ensembliste) apparaissent tout au long de la séquence d'enseignement. De plus, les exercices mettent en jeu des connaissances anciennes telle que la résolution de système linéaire et requièrent une certaine flexibilité entre les points de vue. Ainsi, les tâches demandées aux étudiants sont complexes et nécessitent une certaine disponibilité des connaissances. Nous analysons maintenant des copies d'étudiants à une évaluation pour étudier l'impact d'un tel travail sur les apprentissages des étudiants. Notre objectif vise à savoir s'ils sont capables ou non après un enseignement spécifique sur la reconnaissance des objets, d'identifier ces objets selon différents points de vue. Nous mettons alors les difficultés persistantes en lien avec l'utilisation d'un point de vue précis ou à une articulation précise entre points de vue.

EXPÉRIMENTATION

Nous reprenons dans cette section une question issue des évaluations de l'année 2014 [1]. Nous en présentons tout d'abord une analyse a priori et nous mettons en évidence les difficultés repérées dans les copies des étudiants liées à la reconnaissance des objets géométriques. Nous nous restreignons aux copies des 24 étudiants de la filière mathématique. Nous considérons qu'une question est réussie lorsque l'étudiant obtient au moins la moitié de la note attribuée à la question. Nous analysons la question proposée à la figure 1.

Question 11. Soit l'ensemble

$$S_2 := \{(x,y,0) \in \mathbb{R}^3 \mid x,y \in \mathbb{R}\}$$

Décrivez géométriquement l'ensemble et représentez le graphiquement. Expliquez votre démarche.

Figure 1: Question 11, Examen, 2014.

L'ensemble S_2 représente l'ensemble de tous les triplets de la forme $(x, y, 0)$ avec x, y deux réels quelconques. Il s'agit donc du plan Oxy ou encore du plan dont une équation cartésienne est $z = 0$. Le niveau de mise en fonctionnement des connaissances relève du mobilisable (au sens de Robert, 1998). En effet, le travail attendu des étudiants n'est pas nouveau puisque cette question est assez proche de ce qui a été réalisé lors du cours et des TD à la fois dans le plan et dans l'espace. L'objet décrit dans cette question est donné selon un point de vue ensembliste. On attend que l'étudiant retrouve une équation de l'objet et donc qu'il décrive le plan selon un point de vue cartésien ou paramétrique. Nous sommes donc dans le registre algébrique et une articulation entre points de vue est effectuée. Ce changement de points de vue amène une conversion entre le registre algébrique et le registre graphique pour représenter graphiquement le plan Oxy.

Bien que 79 % des étudiants décrivent l'ensemble S_2 comme étant un plan, cette question n'est réussie que par 58 % des étudiants. Cela s'explique par un manque de précision dans leur description. Certains étudiants sont capables de décrire un plan mais pas qu'il s'agit du plan Oxy. 21% des étudiants parviennent à reconnaître le plan et le caractérisent par l'équation cartésienne $z = 0$. Ces étudiants sont donc passés du point de vue ensembliste au point de vue cartésien. 25% des étudiants disent qu'il s'agit du plan Oxy. Il nous semble que cette description du plan est donnée selon le point de vue paramétrique puisque cela représente la donnée d'un point O et des vecteurs directeurs $(1,0,0)$ et $(0,1,0)$. Ces étudiants ont donc articulé le point de vue ensembliste avec le point de vue paramétrique. Nous remarquons qu'il y a presque autant d'étudiants qui décrivent le plan selon les points de vue cartésien et paramétrique. 16.5 % des étudiants citent les deux descriptions. Il est plus compliqué de nous prononcer sur ce résultat. En effet, lorsqu'un étudiant donne les deux définitions, est-ce parce qu'il pense que les deux descriptions sont équivalentes ou bien si au contraire il pense qu'elles ne décrivent pas le même objet. Pour ces étudiants, nous avons besoin de regarder la représentation graphique du plan.

Nous repérons beaucoup d'erreurs lors de la représentation graphique du plan Oxy. Ces erreurs sont plus ponctuelles. Une difficulté persistante chez 45 % des étudiants est liée à la représentation graphique du plan, comme l'illustre la figure 2.

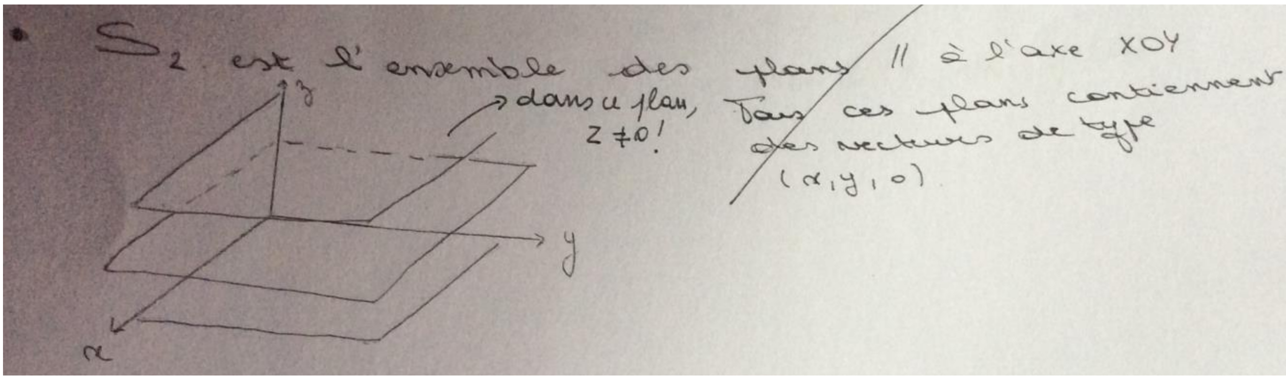

Figure 2: Question 11, Examen, 2014.

Cette copie montre que l'étudiant reconnait l'objet « plan » mais il ne peut dire lequel. Pour lui, l'ensemble S_2 décrit un ensemble de plans parallèles au plan Oxy (qu'il appelle l'axe Oxy). Le fait que ces quelques étudiants décrivent un plan parallèle à Oxy comme étant l'ensemble des triplets de la forme $(x, y, 0)$ montre que le lien entre la description du plan d'un point de vue ensembliste et d'un point de vue cartésien ou paramétrique est totalement transparent pour eux. De plus, l'unicité du plan décrit n'est apparemment pas claire chez ces étudiants. La reconnaissance des objets est donc encore absente chez certains étudiants. Pourtant, parmi les étudiants n'étant pas capable de représenter le plan, 8% des étudiants ont donné une description correcte en termes d'équations cartésiennes. Selon nous, cela témoigne d'un problème lié à l'articulation des registres algébrique et graphique mais peut-être aussi d'un manque de sens accordé aux équations.

Tous les étudiants ayant décrit le plan comme étant le plan Oxy l'ont tous correctement représenté. Par contre, parmi ceux qui l'ont décrit par l'équation cartésienne $z = 0$ (21%), seulement 12.5 % des étudiants ont réussi à le représenter. Ainsi, le passage du registre algébrique et en particulier de la description des objets selon le point de vue cartésien vers le registre graphique semble amener des difficultés chez les étudiants. Ceux ayant donné une description selon un point de vue cartésien et un point de vue paramétrique ont tous bien représenté le plan. Nous pouvons désormais supposer que ces étudiants ont développé une certaine flexibilité entre les points de vue et sont capables d'articuler les registres.

Cette question travaille la reconnaissance des objets selon un point de vue cartésien ou paramétrique à partir d'une description donnée dans le point de vue ensembliste. L'analyse des copies révèle que majoritairement la reconnaissance de l'objet « plan » et la description du plan par une équation semblent maîtrisées par la majorité des étudiants. L'articulation entre le point de vue ensembliste et les autres points de vue est correctement effectuée par la plupart des étudiants. Leurs conceptions personnelles semblent avoir évolué au fil de leur apprentissage. Toutefois, des difficultés persistent en lien avec la représentation du plan dans le registre graphique. La conversion du registre algébrique vers le registre graphique semble être encore problématique chez certains étudiants. Cette difficulté semble davantage marquée auprès des étudiants ayant utilisé un point de vue cartésien pour décrire le plan. Ainsi, la représentation graphique et la description selon le point de vue cartésien sont deux éléments importants qui doivent être encore approfondis.

CONCLUSION

Nous nous sommes intéressée aux difficultés rencontrées par les étudiants de première année universitaire dans un cours de mathématiques générales pour reconnaître les objets « droites » et « plans » dans l'espace à partir d'une équation ou à partir d'un ensemble de points. Nous avons montré que l'enseignement étudié ici mettait en évidence plusieurs descriptions des objets aussi bien à travers des conversions entre le registre algébrique et le registre graphique, qu'à travers une articulation entre points de vue cartésien, paramétrique et ensembliste. De plus, les exercices proposés dans ce chapitre requièrent une certaine flexibilité en termes de points de vue.

Notre objectif était ensuite de décrire les difficultés persistantes liées à la reconnaissance des objets géométriques et de les mettre en lien avec les points de vue en œuvre dans les exercices. Nous avons alors analysé des copies d'étudiants issues d'une évaluation. Cette analyse montre que la reconnaissance des objets selon un point de vue précis semble être atteinte chez un grand nombre d'étudiants. Cependant, la plupart d'entre eux rencontrent des difficultés à représenter graphiquement les objets, c'est-à-dire quand une conversion de registre est nécessaire. Selon nous, ce constat témoigne notamment d'un manque de sens accordé à l'objet « équation », surtout selon le point de vue cartésien. Dans notre travail de thèse en cours, une étude des difficultés liées à l'utilisation de l'objet « équation » doit encore être réalisée. De plus, une analyse des exercices proposés dans le cours visé ici et des copies des étudiants aux évaluations doit être approfondie pour déterminer plus précisément quelles sont les difficultés en lien avec cette flexibilité attendue chez les étudiants.

NOTES

1. Plusieurs évaluations sont prévues pendant le cours de mathématiques générales. Elles sont organisées de manière hebdomadaire pendant toute la période du cours.

REFERENCES

Alves-Dias, M. (1998). *Les problèmes d'articulation entre points de vue « cartésien » et « paramétrique » dans l'enseignement de l'algèbre linéaire.* Thèse de doctorat. Paris VII.

Artigue, M., Chartier, G., Dorier, J.L. (2000). Presentation of other research works. Mathematics Education Library, *On the teaching of Linear Algebra* (pp. 247-264).

Bridoux, S. (2014). La transition secondaire-université: une expérience en Belgique. *Repères-IREM*, 95, 81-102.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. *Grenoble: La Pensée Sauvage.*

Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. *Grenoble: La Pensée Sauvage.*

Dieudonné, M., Droniou, J., Durand-Guerrier, V., Ray, B., Theret, D. (2011). Bilan de praticiens sur la transition lycée-université. *Repères-IREM*, 85, 5-30.

Dorier, J.L., Robert, A. (1997). Conclusion. La Pensée Sauvage, *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question* (pp. 291-297).

Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, 5-31.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5, 37-65.

Harel, G. (2000). Three principles of learning and teaching mathematics. Mathematics Education Library, *On the teaching of Linear Algebra* (pp. 177-190).

Hitt, F. (2006). Students' functional representations and conceptions in the construction of mathematical concepts. An example : The concept of limit. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 251-267.

Maurel, M. (2001). Derrière la droite, l'hyperplan. *Repères-IREM*, 42, 83-114.

Schneider, M., Lebeau, C. (2009). Vers une modélisation algébrique des points, droites et plans. *Université de Liège*.

Robert, A. (2008). Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Octarès, *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45-58).

Rogalski, M. (1994). L'enseignement de l'algèbre linéaire en première année de DEUG A. *Gazette des mathématiciens*, 60, 39-62.

Rogalski, M. (1995). Notes du séminaire à Sao Paulo, Brésil.

Rogalski, M. (2000). The teaching experimented in Lille. Mathematics Education Library, *On the teaching of Linear Algebra* (pp. 133-150).