Mathématique et culture numérique: supports aux nouvelles formes d'expression architecturale

JANCART[1], Sylvie; STALS[1,2], Adeline; GALLAS[3], Mohamed Anis

[1]LNA -Faculté d'Architecture, Université de Liège, Belgique
[2]F.R.S.-FNRS, Fonds de la Recherche Scientifique, Belgique
[3]CA -Faculté d'Architecture, Université de Mons, Belgique
[sylvie.jancart@ulg.ac.be, Mohamed-Anis.GALLAS@umons.ac.be]

RÉSUMÉ. *Les mathématiques occupent une place importante dans les procédés de conception et de matérialisation qui caractérisent l'architecture non standard. Cette forme d'expression architecturale fait appel à un enchainement de dispositifs numériques matérialisant ainsi le concept de continuum numérique. Dans ce sens, il est important de réduire l'écart qui se crée entre les possibilités techniques actuelles et les connaissances mathématiques utilisées dans les nouvelles méthodes de conception. Cet article propose une analyse des interactions entre deux disciplines, la géométrie architecturale et les supports numériques appliqués de la conception à la fabrication, ainsi que l'intérêt de leur intégration dans les démarches de conception architecturales actuelles.*

MOTS-CLÉS : Géométrie architecturale, Conception et fabrication numérique

ABSTRACT. Mathematics plays an important role in the processes of conception and materialization which characterize the non-standard architecture. This form of architectural expression uses a sequence of digital devices materializing the concept of digital continuum. In this sense, it is important to reduce the emerging gap between the current technical possibilities and mathematical knowledge used in the new design methodologies. This paper analyzes the interaction between architectural geometry and digital media applied from design to manufacturing, as well as their integration in present architectural design approaches.

KEYWORDS: Architectural geometry, Digital design and manufacturing.

1. Introduction

Les mathématiques jouent par leurs interactions avec les autres disciplines un rôle grandissant dans la conception et l'élaboration de projet. Avec le développement des méthodes, des outils et des dispositifs numériques au service, entre autres, de l'architecture non standard, les architectes utilisent de plus en plus les concepts mathématiques au sein des premières phases de conception soit comme source d'inspiration (moteur cognitif de la création), soit comme outil de rationalisation.

Si certains architectes usent de notions fortement intégrées dans la pratique de la conception comme celles de la référence ou de l'expérience, d'autres s'approprient les principes de théories mathématiques dans leurs fondements, puisant alors à l'essence du raisonnement rationnel pour gérer la complexité et générer des solutions architecturales et techniques. D'autres encore vont jusqu'à intégrer des algorithmes d'optimisation dans les pratiques de conception créant ainsi des démarches génératives de recherche de solutions et d'exploration des possibles.

Les nouvelles formes d'expression architecturale qualifiées de non standards ont apporté des mutations à la démarche de conception. Cette démarche crée une continuité entre conception et fabrication, abordée simultanément en poussant les architectes à se référer à de nouvelles disciplines. Parmi elles, nous retenons deux disciplines majeures : la première concerne la géométrie architecturale utilisant des critères de constructibilité directement liés aux caractéristiques mathématiques des surfaces (Pottmann, 2007). La deuxième est liée aux supports numériques appliqués à la conception et à la fabrication permettant de modéliser, d'analyser et de matérialiser ces géométries.

Cet article propose une analyse des interactions entre ces deux disciplines et leur intégration dans les démarches de conception architecturales actuelles. Cette analyse est matérialisée par des expérimentations réalisées dans le cadre d'activités pédagogiques menées par les auteurs.

2. La mathématisation de l'art et de l'architecture

Si on reprend des figures emblématiques de la Renaissance telles que A. Dürer et Leonard de Vinci, on constate que les mathématiques jouent un grand rôle dans leur développement artistique. Ainsi au XVe siècle, c'est lors d'un voyage en Italie que l'artiste Dürer s'initie aux rôles des mathématiques. Développant des aptitudes en géométrie, en optique, et en architecture, il s'intéresse aux questions tant théoriques que pratiques inhérentes à ces domaines. Nourri des travaux d'Italiens comme Piero della Francesca et Alberti, il a fixé dans son traité de géométrie les règles de la perspective (Underweysung der messung, 1525). Dès lors, les artistes en feront largement usage dans leurs œuvres. Il faudra attendre les 17^{e} et 18^{e} siècles pour que des mathématiciens français, G. Desargues et ensuite G. Monge, développent les géométries projective et descriptive (Delmer, 2002). Ces géométries seront utilisées par les architectes pendant de nombreuses années comme outils de dessin et de représentation. Le besoin de prendre en compte d'autres données a alors ouvert la voie à l'architecture paramétrique, définie en 1939 par l'architecte italien Luigi Moretti. Selon lui, les paramètres et leurs interrelations deviennent le code d'un nouveau langage architectural. En collaboration avec le mathématicien Bruno De Finetti, sa recherche porte sur les différents paramètres en conception liant les différents angles de vue et la faisabilité économique de ses projets (i.e forme finale de modèles de stades de football, 1960). En 1964, suivant le mouvement de Moretti, l'informaticien Ivan Sutherland développe skechpad créant ainsi le premier programme interactif de conception assistée par ordinateur (CAO) (Tedeshi, 2014). L'objectif principal de Sutherland était de rendre l'ordinateur accessible à une nouvelle classe d'utilisateurs. Il a ainsi intégré des concepts géométriques précis dans une démarche de conception à travers un dispositif de saisie simplifié.

L'évolution des outils numériques en architecture va s'intensifier jusqu'à ce que ceux-ci fassent partie intégrante de la conception architecturale elle-même. Ces changements ont modifié d'une certaine manière le processus de conception « classique ». Pour répondre à l'intérêt que les nouveaux mediums peuvent apporter en conception architecturale, certaines connaissances sont importantes telles que les mathématiques. Nous savons en effet que les mathématiques ont été un pan important de connaissances depuis la Renaissance. Cependant, alors que le numérique semblait a priori éradiquer le besoin de connaissances mathématiques, il l'a davantage amplifié.

Les mathématiques ainsi délaissées au profit de la modélisation numérique ont eu un regain d'intérêt dans la chaîne du continuum numérique, de la conception vers la fabrication numérique. Cet intérêt est dû principalement à l'importance d'une communication précise de la description du projet liant les différents acteurs de la conception à la fabrication. Modéliser une surface de forme libre signifie plus que peaufiner des points de contrôle. Il faut obtenir un résultat constructible ce qui implique la compréhension de concepts mathématiques cachés derrière ces surfaces et de les relier au monde matériel. Parmi les options qui permettent de construire ces surfaces, nous retenons les développements de surface et les rayons de courbure (inverse des courbures). Les surfaces courbes ont des propriétés mathématiques (géométriques) qui influencent directement ces options et la plupart des programmes de CAD permettent de les visualiser. Il reste bien sûr au concepteur à les interpréter au travers de code couleur et ensuite de faire son choix entre soit changer le résultat pour répondre aux matériaux attendus, soit de trouver le matériau qui répondra le mieux au projet désiré. Pour développer des solutions efficaces, les propriétés de la forme et du matériau doivent être connues précisément dans le modèle 3D, ce qui implique que les mathématiques se trouvant derrière le comportement physique doivent être connues également. Le concepteur doit alors optimiser à la fois la forme et aussi les procédés de fabrication au profit de l'impression visuelle (Scheurer, 2011). La conception paramétrique a été introduite pour aider les concepteurs face à des milliers de composants. Cette approche met en avant le processus de conception et de matérialisation plutôt que la description du projet final.

Les mathématiques sont inévitables pour analyser les formes. Les deux principales branches des mathématiques pour décrire ces formes sont la topologie et la géométrie. La topologie permet d'étudier la description de la connexion des éléments entre eux, la forme n'est pas importante dans ce cas-ci. En géométrie, par contre, on utilise des outils mathématiques qui permettent d'analyser la forme, la pertinence d'une transformation souhaitée et ainsi d'éviter des effets non désirés.

3. Supports aux nouvelles formes d'expression architecturale

3.1. Supports géométriques : critères de constructibilité

Dans cette mouvance de réintroduire la compréhension des concepts mathématiques en architecture, c'est dès la première année du cursus en architecture à la faculté de l'Université de Liège que les étudiants sont confrontés à travailler avec les coordonnées polaires dans un premier temps et en coordonnées paramétriques ensuite (Figure 2). Ce choix a été motivé pour les familiariser à une représentation plus intuitive des courbes et des surfaces contrairement à la représentation en coordonnées cartésiennes. En seconde année, le cours aborde également différentes représentations paramétriques avec les coordonnées cylindriques et sphériques. Dans la partie géométrie analytique, les équations de courbe et de surface en 3D sont introduites avec comme finalité des calculs de courbure et de longueur de courbe. Les étudiants avec ce bagage abordent en master l'architecture non standard au travers de l'exploration de formes complexes composées de surfaces particulières.

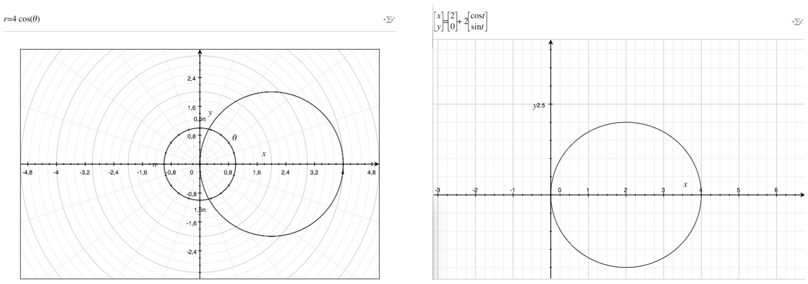

Figure 2. Equation de cercle en coordonnées polaires : r = 4 cos θ à gauche, en coordonnées paramétriques : x(t) = 2 + cos t, y(t) = sin t à droite.

Les surfaces que nous avons choisi d'analyser dans cet article présentent soit des caractéristiques topologiques particulières comme la bouteille de Klein, soit des particularités dans leur rapport forme-structure (surfaces minimales), soit encore des caractéristiques permettant des avantages de faisabilité lors de la construction, par exemple, les surfaces développables (surfaces réglées, surfaces à courbure gaussienne nulle).

Les courbures des surfaces : un outil en particulier

Bien souvent le jugement apporté à une forme comme étant plaisante visuellement dépend largement de la façon dont la courbure varie le long de cette surface. Nous développons plus particulièrement dans cet article les critères de courbure (moyenne, gaussienne,…) liés aux critères de construction.

Pour l'analyse des surfaces, des combinaisons des deux courbures principales K_1 et K_2 en chaque point sont généralement utilisées: la courbure moyenne $K_M = (K_1 + K_2)/2$ et la courbure gaussienne $K = K_1K_2$. Ces courbures principales vont nous permettre une classification des points de la surface en trois catégories. Cette classification se fait selon le paraboloïde osculateur utilisé (Figure 3).

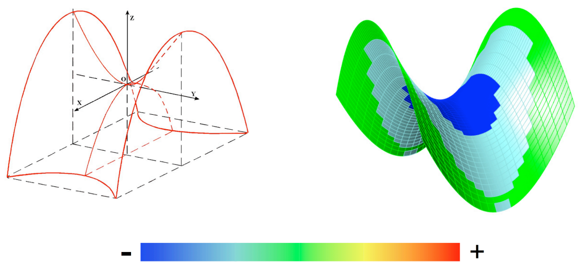

Figure 3. PARABOLOÏDE, Les courbures principales K_1 et K_2 sont obtenues par l'intersection de plan avec le paraboloïde.

Pour les points elliptiques, les deux courbures sont de même signe et différentes de zéro. Les points hyperboliques sont quant à eux caractérisés par des courbures principales de signes différents. La courbure gaussienne étant le produit de ces deux courbures, nous obtenons une courbure gaussienne positive pour les points elliptiques et une courbure gaussienne négative pour les points hyperboliques.

Figure 4. ANALYSE DE LA COURBURE GAUSSIENNE, de gauche à droite : une point hyperbolique, un point parabolique, un point elliptique.

Si l'une des deux courbures principales est nulle, la courbure gaussienne est également nulle et le point est dit parabolique. Ce cas se présente en général lors d'une transition d'un point hyperbolique vers un point elliptique et inversement (Figure 4).

Pour les surfaces libres, il est intéressant de visualiser ces courbures (via un code couleur) et ainsi de segmenter les surfaces en points elliptiques et hyperboliques. Une des applications immédiates est de caractériser la transformation des surfaces sans rupture de courbure (déchirure), et de repérer les imperfections à certains endroits précis (Figure 5).

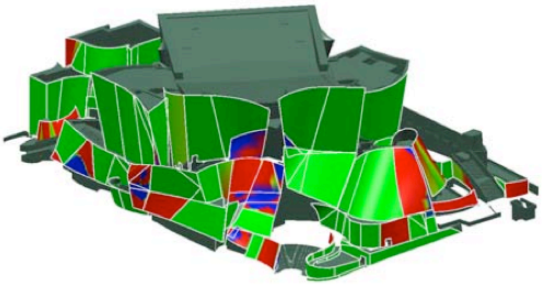

Figure 5. ANALYSE DE LA COURBURE GAUSSIENNE pour la construction du Disney Concert Hall de Gehry (Shelden, 2002).

Cela a un avantage du point de vue de la matérialité car nous savons que les surfaces dont la courbure de Gauss est non nulle sont plus rigides que celles dont la courbure gaussienne est nulle. En d'autres termes, les coques sont plus rigides que les plaques. Certaines méthodologies de construction segmentent ainsi les surfaces en deux catégories: les surfaces à simple courbure et les surfaces à double courbure (Figure 6).

Figure 6. Exemple de segmentation de la forme en surfaces à simple courbure et à double courbure : le projet NOX pour le centre Pompidou.

On peut citer d'autres outils mathématiques intéressants pour les surfaces à double courbure comme par exemple, les géodésiques qui peuvent servir pour une segmentation naturelle des surfaces en bandeaux. Ces bandeaux géodésiques sont alors utilisés comme stratégies pour revêtir, habiller, panneliser les surfaces.

Figure 7. Polydome de J. Natterer, Lausanne, 1990

Nous allons étudier les avantages techniques de deux cas particuliers de surface : les surfaces minimales et les surfaces développables.

Surface minimale

Ces surfaces de courbure moyenne nulle ont leurs courbures principales opposées $K_1 = -K_2$, leur courbure gaussienne est donc en tout point négative. L'avantage cependant est que chaque point d'une surface minimale est un point hyperbolique dont les directions asymptotiques sont orthogonales ($z= K_1/2(x^2-y^2)$). Les courbes asymptotiques qui suivent toujours les directions asymptotiques forment ainsi un réseau de courbes orthogonales qui « bissecte » le réseau des lignes de courbure principale. Ces deux réseaux peuvent alors former la base de la réalisation de surfaces minimales dont les infrastructures sont des tiges rigides et droites avec des connexions flexibles (Pottmann, 2007).

Surface développable

Ces surfaces de courbures gaussienne nulle et donc à simple courbure, ont le grand avantage de pouvoir être facilement recouvertes par une feuille de métal (Pottmann, 2007). Intuitivement, une surface développable est une surface réglée que l'on peut faire rouler sans glisser sur un plan, le contact se faisant le long d'une droite, comme pour un cylindre ou un cône.

On définit une surface développable comme étant une surface réglée dont toute génératrice est stationnaire, c'est-à-dire telle que le plan tangent à la surface est le même en tout point de la génératrice. Ces familles de génératrices facilitent la construction de ces surfaces. Attractives dans les constructions actuelles, on les retrouve dans beaucoup de projets importants (Shelden, 2002).

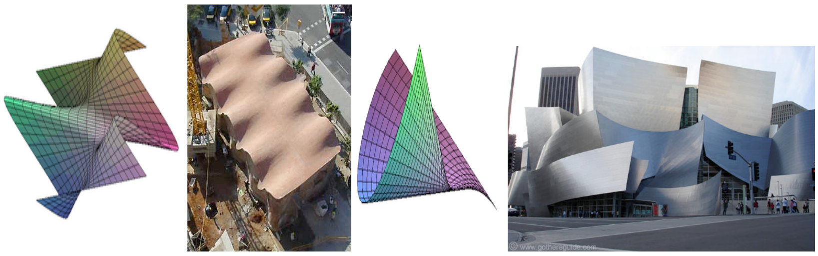

Figure 8. A gauche: un exemple de surfaces réglées (le conoïde) utilisé par Gaudi pour le toit des "escoles" de la sagrada famillia à Barcelone. A droite: des surfaces développables utilisées par Ghery pour couvrir les façades de feuilles de métal.

Pour la recherche formelle, certains architectes utilisent des bandes de papier, d’autres, les développements de surfaces. Ces surfaces développables sont parfois approchées par une méthode de subdivisions afin de simplifier leur construction. Cependant, cela peut perturber leur développement initial. Ces algorithmes de subdivision sont alors accompagnés d’une planarisation des surfaces pour empêcher de détruire la planarité occasionnée par la subdivision pure (Pottmann, 2007).

3.2. Supports numériques appliqués à la conception

Les supports numériques ont généralement simplifié la prise en compte de concepts géométriques particuliers tels que vu précédemment. Les algorithmes de modélisation, de construction et de représentation des surfaces complexes ont en effet été progressivement intégrés dans les outils de modélisation utilisés dans la conception architecturale et l’ingénierie. À titre d’exemple, on peut citer des outils tel que *MAYA* d’*Autodesk* qui a inclus des fonctions de modélisation des surfaces complexes notamment les fonctions *NURBS*. Malgré l’intégration précoce de ces fonctions dans les outils de modélisation, leurs usages sont restés très limités aux spécialistes du domaine et pour des projets de grande échelle (taille et budget). Cette utilisation limitée est souvent expliquée par la complexité des activités de modélisation et particulièrement les activités de paramétrisation de ces surfaces. Cette activité traduite par une écriture des algorithmes de modélisation, nécessitant une maîtrise des langages de programmation, ne fait pas partie des compétences des concepteurs et particulièrement des architectes.

La conception architecturale a subi de nouvelles mutations durant les dernières années. Ces dernières portent principalement une complexité prononcée des formes d'expressions architecturales induisant des changements aux niveaux des pratiques, des activités et des outils participant au processus de conception et de matérialisation architecturales.

L'arrivée de nouvelles logiques de modélisation a simplifié le processus de génération et de contrôle des modèles géométriques complexes. Ce résultat est obtenu grâce au développement des interfaces de programmation graphiques associées aux outils de modélisation géométrique avancée (Woodbury, 2010). Cette évolution est matérialisée principalement par deux interfaces : la première est le plug-in de modélisation paramétrique graphique *Grasshopper* associé au modeleur 3D *Rhinoceros* (*McNeel & Associates*) et la deuxième est l'interface de modélisation paramétrique *Dynamo* associée à l'éditeur de maquette numérique *Revit* (*Autodesk*). Ces interfaces ont permis aux architectes et concepteurs de s'approprier les opérations de définition et de structuration des modèles géométriques complexes. Cette maitrise a favorisé le développement des architectures non standard à des échelles plus petites donnant lieu à de nouvelles formes d'expression architecturales et de nouvelles pratiques de conception.

4. Conclusion

L'intégration de la logique mathématique dans les activités de conception abordée dans cet article a été fortement portée par un développement numérique multimodal et multiéchelles (Aish, 2005).

Ce développement est particulièrement marqué par une recherche de nouvelles matérialités associant recherches de formes mais aussi de solutions de matérialisations permettant leur mise en œuvre.

Dans le même contexte, les notions d'optimisation, d'exploration contrôlée et de génération commencent à être assimilées par les architectes donnant lieu à de nouvelles pratiques de conception. Ce constat montre bien un début d'appropriation de compétences souvent considérées comme propres aux mathématiciens et aux informaticiens par d'autres acteurs et notamment les architectes.

5. Bibliographie

Aish, R. and R. Woodbury. 2005. Multi-level Interaction in Parametric Design. In SmartGraphics, 5th International Symposium, SG2005, Lecture Notes in Computer Science 3638, eds. Andreas Butz, Brian Fisher, Antonio Krüger and Patrick Oliver, 151-162. Berlin: Springer.

Delmer, F. (2002), Quand art rime avec maths dans l'explosion des mathématiques, édition SMF et SMAI.

Pottmann, H., Asperl, A., Hofer, A., Kilian, A., (2007) Architectural Geometry, Bentley Institute Press.

Shelden, D., (2002), Digital surface representation and the constructability of Gehry's architecture. PhD thesis, MIT

Scheuer, F. and Stebling, H., (2011), Lost in parameter space? in Architectural Design

Tedeshi, A., (2014), AAD-Algorithms-aided design, édition le Penseur

Sutherland, I. E. (1964), Sketch pad a man-machine graphical communication system (pp. 6.329–6.346). ACM Press.

Woodbury, R., 2010. Elements of parametric design, London; New York: Routledge.