

**UNIVERSITE DE MONS**

**Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation**

**Effets de l'association des registres de représentations  
sémiotiques sur la résolution de problèmes de  
proportionnalité en 2<sup>e</sup> année du secondaire**

Direction : G. TEMPERMAN

Co-direction : B. DE LIEVRE

Mémoire présenté par Laëtitia DRAGONE  
en vue de l'obtention du diplôme de Master  
en sciences de l'éducation, à finalité  
spécialisée en orthopédagogie et action  
sociale

**Année académique 2017 – 2018**

## *Remerciements*

---

Nous voulons, tout d'abord, adresser toute notre gratitude au directeur de ce mémoire, Monsieur Temperman, pour sa patience, sa disponibilité, ses encouragements et ses précieux conseils qui ont contribué à alimenter notre réflexion.

Nous souhaitons aussi remercier Monsieur De Lièvre, co-directeur de ce mémoire, de nous avoir permis de mener notre recherche au sein du service de Pédagogie générale et des Médias éducatifs.

Nous adressons ensuite nos remerciements au Préfet de l'Athénée provincial Warocqué de Morlanwelz, Monsieur Lancellotti, d'avoir témoigné un vif intérêt pour ce projet et de nous avoir permis de réaliser notre expérimentation au sein de son établissement.

Nos remerciements vont également aux quatre professeurs de mathématiques qui nous ont accueillis dans leur classe.

Enfin, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à notre famille et, plus particulièrement, à nos parents pour leur soutien permanent tout au long de l'élaboration de ce mémoire.

## *Table des matières*

---

<b>Remerciements</b>	<b>2</b>
<b>Table des figures</b>	<b>6</b>
<b>Table des équations</b>	<b>6</b>
<b>Table des tableaux</b>	<b>6</b>
<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>Chapitre 1 : cadre théorique</b>	<b>11</b>
<b>I. Définition de la proportionnalité</b>	<b>11</b>
<b>II. La proportionnalité dans les socles de compétences</b>	<b>11</b>
II.1. Sous la rubrique des grandeurs	11
II.2. Sous les 3 autres rubriques	12
II.3. Notion existante dans les quatre domaines et sur les 3 niveaux	13
<b>III. Situations de proportionnalité</b>	<b>14</b>
<b>IV. Règle de trois</b>	<b>14</b>
<b>V. Organisation des données</b>	<b>14</b>
<b>VI. Propriétés de la linéarité et coefficient de proportionnalité</b>	<b>15</b>
<b>VII. Raisonnement proportionnel</b>	<b>16</b>
VII.1. Raisonnement qualitatif	17
<b>VIII. Implication dans les énoncés de proportionnalité</b>	<b>17</b>
<b>IX. Principales démarches utilisées par les élèves</b>	<b>18</b>
<b>X. Principales difficultés rencontrées par les élèves</b>	<b>19</b>
X.1. Similitudes planes : agrandissements et réductions	19
X.2. Valeur du coefficient de proportionnalité	20
X.3. Domaines du problème	20
X.4. Tableau de proportionnalité	20
X.5. Analyse des données	21
X.6. Force de la proportionnalité	21
<b>XI. Confrontation à la non-proportionnalité</b>	<b>22</b>
<b>XII. Registres de représentations sémiotiques</b>	<b>22</b>
XII.1. Démarches cognitives de la sémiosis	23
XII.2. Pluralité des registres	23
XII.3. Registres dans la proportionnalité	24
XII.4. Coordination des registres dans les recherches	25
<b>XIII. Résolution de problèmes</b>	<b>25</b>
XIII.1. Classification des problèmes	25
XIII.2. Analyse d'un problème mathématique	26
XIII.3. Problèmes de proportionnalité	26
<b>XIV. Conclusion du chapitre</b>	<b>26</b>
<b>Chapitre 2 : méthodologie</b>	<b>27</b>

<b>I.</b>	<b>La démarche expérimentale</b>	<b>27</b>
I.1.	Amorce de notre expérimentation	27
I.2.	Détermination de notre hypothèse de recherche	28
I.3.	Origine de notre hypothèse expérimentale	28
I.4.	Qualités de notre hypothèse expérimentale	28
<b>II.</b>	<b>Le dispositif expérimental</b>	<b>29</b>
II.1.	Contexte de l'expérimentation	29
II.2.	Identification des variables et questions de recherche	29
II.3.	Plan expérimental	31
II.4.	Description de l'échantillon	33
II.5.	Anticiper les potentiels effets	33
II.6.	Examen de la validité	34
II.7.	Calendrier de la recherche	34
<b>III.</b>	<b>Scénario pédagogique</b>	<b>35</b>
III.1.	Pré-test	35
III.1.1.	Passation du pré-test	37
III.1.2.	Estimation de la validité	37
III.2.	Constitution des groupes de l'expérimentation	37
III.3.	Activité de découverte	38
III.4.	Questionnaire d'opinion	40
III.5.	Post-test immédiat	40
III.5.1.	Passation du post-test immédiat	40
III.5.2.	Estimation de la validité	40
III.6.	Synthèse	40
III.7.	Exercices sur la proportionnalité directe	41
III.8.	Post-test différé	43
III.8.1.	Passation du post-test différé	43
III.8.2.	Estimation de la validité	44
<b>IV.</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>44</b>
	<b>Chapitre 3 : traitement des données</b>	<b>45</b>
<b>I.</b>	<b>Description et comparaison du niveau initial de notre échantillon</b>	<b>45</b>
I.1.	Analyse descriptive	45
I.1.1.	Selon les scores totaux	46
I.1.2.	Selon les catégories taxonomiques	46
I.1.3.	Selon les compétences	47
I.2.	Analyse inférentielle	48
I.3.	Synthèse et discussion	48
<b>II.</b>	<b>Progression individuelle des apprenants</b>	<b>49</b>
II.1.	Selon les scores totaux	50
II.1.1.	Analyse descriptive	50
	Entre le pré-test et le post-test immédiat	50
	Entre le pré-test et le post-test différé	51
	Entre le post-test immédiat et le post-test différé	51
II.1.2.	Analyse inférentielle	52
	Entre le pré-test et le post-test immédiat	52
	Entre le pré-test et le post-test différé	53
	Entre le post-test immédiat et le post-test différé	53
II.2.	Selon les catégories taxonomiques	54
II.2.1.	Analyse descriptive	54

Entre le pré-test et le post-test immédiat _____	54
Entre le pré-test et le post-test différé _____	56
Entre le post-test immédiat et le post-test différé _____	58
II.2.2. Analyse inférentielle _____	60
Entre le pré-test et le post-test immédiat _____	60
Entre le pré-test et le post-test différé _____	63
Entre le post-test immédiat et le post-test différé _____	65
II.3. Selon les compétences _____	67
II.3.1. Analyse descriptive _____	67
Entre le pré-test et le post-test immédiat _____	67
Entre le pré-test et le post-test différé _____	69
Entre le post-test immédiat et le post-test différé _____	72
II.3.2. Analyse inférentielle _____	74
Entre le pré-test et le post-test immédiat _____	74
Entre le pré-test et le post-test différé _____	77
Entre le post-test immédiat et le post-test différé _____	79
II.4. Synthèse et discussion _____	81
<b>III. Perceptions des apprenants _____</b>	<b>89</b>
III.1. Perceptions des apprenants selon les modalités de représentations sémiotiques _____	89
III.1.1. Analyse descriptive _____	90
III.1.2. Analyse inférentielle _____	90
III.2. Lien entre les perceptions des apprenants et les scores au post-test immédiat _____	91
III.3. Synthèse et discussion _____	92
<b>Chapitre 4 : conclusions _____</b>	<b>93</b>
<b>I. Synthèse des résultats _____</b>	<b>93</b>
<b>II. Limites et perspectives _____</b>	<b>95</b>
<b>Bibliographie _____</b>	<b>96</b>

## **Table des figures**

---

Figure 1: extrait des socles des compétences (Opérer, fractionner)	12
Figure 2: extrait des socles de compétences (Organiser les nombres par familles)	12
Figure 3: extrait des socles de compétences (dégager des régularités, des propriétés, argumenter)	13
Figure 4: extrait des socles de compétences (traitement de données)	13
Figure 5: graphes de Cronbach	32
Figure 6: calendrier expérimental	34
Figure 7: constitution des groupes	38
Figure 8: matériel de la phase 1 de l'activité de découverte	39
Figure 9: matériel de la phase 2 de l'activité de découverte	39

## **Table des équations**

---

Équation 1: formule d'un gain relatif	30
Équation 2: formule d'une perte relative	30

## **Table des tableaux**

---

Tableau 1: questions de recherche relatives à la progression des apprenants	30
Tableau 2: questions de recherche relatives aux perceptions des apprenants	31
Tableau 3: représentation parallélépipédique	32
Tableau 4: protocole expérimental	33
Tableau 5: description de l'échantillon	33
Tableau 6: taxonomie pour des énoncés mathématiques de Bodin (2017)	35
Tableau 7: répartition des questions et des niveaux taxonomiques des questions du pré-test	37
Tableau 8: répartition des tâches selon les compétences et catégories taxonomiques	41
Tableau 9: analyse descriptive du niveau initial de l'échantillon selon les scores totaux	46
Tableau 10: analyse descriptive du niveau initial de l'échantillon selon les catégories taxonomiques	46
Tableau 11: analyse descriptive du niveau initial de l'échantillon selon les compétences	47
Tableau 12: analyse inférentielle du niveau initial de l'échantillon	48
Tableau 13: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 1)	50
Tableau 14: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 2)	51
Tableau 15: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (post-test 1 et post-test 2)	51
Tableau 16: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les catégories taxonomiques (pré-test et post-test 1)	54
Tableau 17: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les catégories taxonomiques (pré-test et post-test 2)	56
Tableau 18: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les catégories taxonomiques (post-test 1 et post-test 2)	58
Tableau 19: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les compétences (pré-test et post-test 1)	67
Tableau 20: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les compétences (pré-test et post-test 2)	70
Tableau 21: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les compétences (post-test 1 et post-test 2)	72
Tableau 22: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 1)	52

Tableau 23: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique	53
Tableau 24: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 2)	53
Tableau 25: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique	53
Tableau 26: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (post-test 1 et post-test 2)	53
Tableau 27: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique A (pré-test et post-test 1)	60
Tableau 28: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (catégorie taxonomique A)	60
Tableau 29: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique A)	61
Tableau 30: comparaison Post Hoc pour la catégorie taxonomique A	61
Tableau 31: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique B (pré-test et post-test 1)	61
Tableau 32: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique C (pré-test et post-test 1)	62
Tableau 33: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique C)	62
Tableau 34: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique D (pré-test et post-test 1)	62
Tableau 35: comparaison Post Hoc pour la catégorie taxonomique D	63
Tableau 36: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique A (pré-test et post-test 2)	63
Tableau 37: comparaison Post Hoc pour la catégorie taxonomique A	63
Tableau 38: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique B (pré-test et post-test 2)	64
Tableau 39: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique B)	64
Tableau 40: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique C (pré-test et post-test 2)	64
Tableau 41: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique D (pré-test et post-test 2)	65
Tableau 43: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique A (post-test 1 et post-test 2)	65
Tableau 44: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique B (post-test 1 et post-test 2)	65
Tableau 45: analyse descriptive - progression individuelle entre post-test immédiat et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique B)	65
Tableau 46: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique C (post-test 1 et post-test 2)	66
Tableau 47: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique D (post-test 1 et post-test 2)	66
Tableau 48: analyse descriptive - progression individuelle entre post-test immédiat et post-test différé pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (catégorie taxonomique D)	66
Tableau 49: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 1 (pré-test et post-test 1)	74
Tableau 50: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (compétence 1)	74
Tableau 51: comparaison Post Hoc pour la compétence 1	75

Tableau 52: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 2 (pré-test et post-test 1)	75
Tableau 53: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (compétence 2)	75
Tableau 54: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (compétence 2)	75
Tableau 55: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 3 (pré-test et post-test 1)	76
Tableau 56: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (compétence 3)	76
Tableau 57: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 4 (pré-test et post-test 1)	76
Tableau 58: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 5 (pré-test et post-test 1)	76
Tableau 59: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 1 (pré-test et post-test 2)	77
Tableau 60: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 2 (pré-test et post-test 2)	77
Tableau 61: comparaison Post Hoc pour la compétence 2	77
Tableau 62: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 3 (pré-test et post-test 2)	78
Tableau 63: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique (compétence 3)	78
Tableau 64: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 4 (pré-test et post-test 2)	78
Tableau 65: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 5 (pré-test et post-test 2)	78
Tableau 66: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 1 (post-test 1 et post-test 2)	79
Tableau 67: analyse descriptive - progression individuelle entre post-test immédiat et post-test différé pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (compétence 1)	79
Tableau 68: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 2 (post-test 1 et post-test 2)	79
Tableau 69: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 3 (post-test 1 et post-test 2)	79
Tableau 70: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 4 (post-test 1 et post-test 2)	80
Tableau 71: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 5 (post-test 1 et post-test 2)	80
Tableau 72: comparaison Post Hoc pour la compétence 5	80
Tableau 73: synthèse des résultats de la progression des apprenants selon les scores totaux	81
Tableau 74: synthèse des résultats de la progression des apprenants selon les catégories taxonomiques	84
Tableau 75: synthèse des résultats de la progression des apprenants selon les compétences	87
Tableau 76: statistiques descriptive et inférentielle des perceptions des apprenants	89

## *Introduction*

---

Dans la scolarité de base, il est indéniable que l'enseignement des mathématiques est indispensable. Par leur rôle crucial dans le développement des technologies, de l'industrie et pour le progrès de notre société, elles sont omniprésentes dans le monde actuel (Esteban, 2014). Toutefois, les résultats aux évaluations internationales TIMSS et PISA montrent « ... qu'à la fin de la scolarité de base, les connaissances et compétences mathématiques de beaucoup d'élèves ne sont pas celles attendues. » (UNESCO, 2011, p. 9).

En Belgique, les résultats du certificat d'études du premier degré de l'enseignement (CE1D) en mathématiques sont pointés du doigt depuis plusieurs années. Effectivement, ils ne sont pas satisfaisants et ce, d'autant plus, lors d'une comparaison de ces derniers aux résultats obtenus deux ans plus tôt par ces mêmes élèves au certificat d'études de base (CEB). Nous relevons, pour la période allant de 2011 à 2016, les scores moyens obtenus au CEB pour la partie « mathématiques » et au CE1D en mathématiques (Fédération Wallonie Bruxelles, 2012, 2013a, 2014, 2016b; Ministère de la Communauté française, 2011). Nous considérons, exclusivement, les scores obtenus par les élèves de 6<sup>e</sup> année primaire ainsi que ceux de 2<sup>e</sup> année commune du secondaire. Nous constatons une chute des scores de près de 17% en 2014 à plus de 24% en 2013. Quant au taux de réussite du CE1D, un peu moins de 6 élèves sur 10 ont réussi cette épreuve en 2016. Sur la période ciblée, le taux de réussite le plus bas observé est de 50,4% en 2011 alors que le taux le plus haut est de 64,7% en 2013. Ces différences de scores trouveraient leur origine dans un saut conceptuel considérable et un passage à l'abstraction (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013b).

Ces pourcentages nous conduisent à analyser les scores par domaine et par compétence au CE1D en mathématiques. La proportionnalité, notion travaillée dès le début du primaire jusqu'à la deuxième année commune, associée au domaine des grandeurs attire notre attention. Compte tenu de cet apprentissage conceptuel qui s'inscrit dans la durée, nous nous attendons à des scores plus élevés que dans les autres compétences et domaines. Or, les scores sur cette compétence ne sont pas suffisants en dépit de cette progression spiralee et régulière (Fédération Wallonie Bruxelles, 2016a).

La proportionnalité occupe une place importante dans les mathématiques. Par ailleurs, elle est également mobilisée non seulement dans de nombreux domaines comme dans le milieu médical ou dans d'autres disciplines comme en physique, mais aussi dans la vie de tous les jours. Ce concept est, par exemple, mobilisé dans le dosage des médicaments, lors du calcul du poids (force gravitationnelle) d'un objet en fonction de sa masse, dans la consommation du carburant, dans une recette de cuisine... D'après Sokona (1989), le recours substantiel à cette notion lui donne une fonction capitale dans l'enseignement. Par ailleurs, « *la capacité de maîtriser le raisonnement proportionnel est un facteur déterminant pour la*

*compréhension et l'application des mathématiques.* » (Ministère de l'Éducation, 2012, p. 4). Il se révèle donc incontournable et une bonne compréhension en est nécessaire (Oliveira, 2008). Malgré sa place de notion centrale, les élèves éprouvent beaucoup de difficultés à l'égard de ce concept comme le mentionne Boisnard : « *Ce n'est un mystère pour personne, la proportionnalité est pour bien des élèves une notion qui pose problème.* » (cité dans Daro, Géron, & Stegen, 2007). Ceci est confirmé par de nombreux auteurs tels que Dupuis et Pluvinage (cité dans Lambrecht, 2016), Comin (2002), Bertheleu et al. (1997).

Les récentes études en didactique des mathématiques mettent en évidence la nécessité de recourir à la résolution de problèmes et de ne plus se focaliser, uniquement, sur des exercices d'application (Daro et al., 2007). Par ailleurs, cet objet mathématique peut être accédé par le biais de différentes modalités de représentations. En deuxième année commune du secondaire, les représentations envisagées sont le graphique, le tableau de proportionnalité et, occasionnellement, la formule. En considérant ces différentes représentations, il nous semble opportun de nous appuyer sur la théorie des registres de représentations sémiotiques (Duval, 1993, 2001, 2007, 2008, 2013a, 2013b). Effectivement, ces représentations sont issues de registres de représentations sémiotiques différents : le registre graphique, le registre tabulaire associé au registre numérique et le registre algébrique. Ces registres sont habituellement juxtaposés et le seul passage inter-registre, ce que Duval nomme une « *conversion* » (Duval, 1993, 2007), envisagé est du registre tabulaire au registre graphique. Nous nous interrogeons sur l'articulation entre ceux-ci et, plus particulièrement, entre les registres tabulaire et graphique qui sont les deux principaux registres de représentations sémiotiques en proportionnalité directe.

Au travers de cette recherche menée avec des élèves de deuxième année commune du secondaire, nous essayerons d'étudier les effets de l'association de ces deux registres en résolution de problèmes de proportionnalité directe. Plus précisément, nous étudierons l'impact du statut du registre tabulaire (avec ou sans) en fonction du statut du registre graphique.

Ce travail s'articulera en quatre parties. Dans la première partie relative au cadre théorique, nous exposerons toutes les notions indispensables à la bonne compréhension de cette étude. Nous présenterons ensuite notre hypothèse et nos questions de recherche ainsi que la méthodologie employée afin d'y répondre. Le troisième chapitre concernera l'analyse des données récoltées lors de notre expérimentation. Enfin, le dernier chapitre présentera les conclusions de notre recherche, ses limites ainsi que les perspectives envisagées pour de prochaines investigations.

La littérature pédagogique nous a permis d'identifier différents modèles et concepts clés en lien avec notre problématique. Cette étape vise donc à délimiter le cadre théorique dans lequel s'inscrit notre recherche. Dans ce premier chapitre, nous présentons d'abord la notion conceptuelle de proportionnalité allant de la règle de trois aux propriétés de la linéarité en passant par la structuration des données issues de ces situations ainsi que la place qu'elle occupe dans les référentiels de compétences (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c). Nous exposons ensuite ce que recouvre le raisonnement proportionnel, mais aussi ce que Simard (2012a) nomme le « savoir social » attaché à ces situations relevant de la proportionnalité et qui doit être connu par les apprenants afin de les traiter. Afin d'assurer la cohérence de notre scénario pédagogique, il nous semblait indispensable de prendre en considération les différentes stratégies de résolution mobilisées par les élèves ainsi que les obstacles qu'ils rencontrent. Dans la suite de ce chapitre, nous décrivons ainsi leurs principales démarches et difficultés rencontrées. Nous développons également une recommandation formulée par certains auteurs d'amener le plus tôt possible des situations de non-proportionnalité et de les mettre en contraste avec les situations proportionnelles (Daro et al., 2007; Simard, 2012a). Enfin, nous explicitons la théorie des registres de représentations sémiotiques qui a guidé notre expérimentation et nous tentons de montrer son lien avec la résolution de problèmes.

### **I. Définition de la proportionnalité**

Dans un rapport sur l'enseignement de la proportionnalité, elle est définie comme « *une relation particulière entre deux grandeurs (ou plutôt leurs mesures) ou entre deux suites de nombres. Ces deux suites de nombres (associées ou non à des grandeurs) doivent être multiples l'une de l'autre* » et les grandeurs sont présentées comme « *...une caractéristique d'un objet qui permet de le comparer à d'autres* » (Daro et al., 2007, p. 20).

### **II. La proportionnalité dans les socles de compétences**

Les compétences liées à la proportionnalité se retrouvent dans le domaine des grandeurs. Toutefois, ce concept est en application tacitement dans d'autres compétences en raison de sa place centrale. Ainsi, on le retrouve dans les trois autres domaines de la formation mathématique : celui des nombres, celui des solides et des figures ainsi que celui du traitement de données.

#### *II.1. Sous la rubrique des grandeurs*

Nous apprenons que « *la proportionnalité est travaillée à partir d'exemples de la vie quotidienne. On construit des tableaux et des graphiques qui montrent les relations entre les grandeurs.* » (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c, p. 30). À la première étape (fin de la deuxième année primaire), seule une compétence relative à la proportionnalité est présente et il s'agit de sensibiliser les élèves à l'exercice de celle-ci. Cette dernière est certifiée à la deuxième étape (fin de la sixième année primaire). À ce même niveau, la

certification de la compétence « dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs » est également précisée, mais en se limitant à compléter des tableaux de proportionnalité. Par ailleurs, les compétences relatives à l'identification d'un tableau de proportionnalité parmi d'autres et le travail sur le rapport (inverse) entre deux grandeurs sont aussi initiées à ce niveau. À la troisième étape (fin de la deuxième année du secondaire), ces dernières sont toutes les deux certifiées ainsi que l'exploitation et la construction de tableaux de proportionnalité. Quant à la compétence qui concerne la résolution de problèmes simples de proportionnalité directe, elle est entretenue. L'analyse du tableau de compétences révèle un paradoxe : contrairement à l'introduction notifiant la construction de graphiques, aucune compétence ne s'y intéresse de manière spécifique (Daro et al., 2007). Ceci nous étonne, les graphiques étant un support nous permettant de traiter la proportionnalité comme le mentionne Lambrecht : « Il paraît pourtant important de présenter aux élèves un maximum d'outils pour aborder cette notion. » (Lambrecht, 2016, p. 15)

	I	II	III
Fractionner des objets en vue de les comparer.	Partager en deux et en quatre	C	E
Composer deux fractionnements d'un objet réel ou représenté en se limitant à des fractions dont le numérateur est un (par exemple, prendre le tiers du quart d'un objet).		↗	C
Additionner et soustraire deux grandeurs fractionnées.		C	E
Calculer des pourcentages.		C	E
Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe.	↗	C	E
Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs.		Compléter uniquement	C
Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres.		↗	C
Déterminer le rapport entre deux grandeurs, passer d'un rapport au rapport inverse.		↗	C

Figure 1: extrait des socles des compétences (Opérer, fractionner)

## II.2. Sous les 3 autres rubriques

Premièrement, une compétence s'intéresse à la régularité dans des suites de nombres dans la branche des nombres. Selon les liens externes et internes que nous observons dans un tableau de données, nous pouvons statuer sur la nature de la relation liant les grandeurs. Aux niveaux 1 et 2, cette compétence est initiée et elle est certifiée au niveau 3.

	I	II	III
Décomposer et recomposer.	Des nombres naturels ≤ 100	Des nombres naturels et des décimaux limités au millième	E
Décomposer des nombres en facteurs premiers.		↗	C
Créer des familles de nombres à partir d'une propriété donnée (pair, impair, multiple de, diviseur de...).	↗	C	E
Relever des régularités dans des suites de nombres.	↗	↗	C

Figure 2: extrait des socles de compétences (Organiser les nombres par familles)

Deuxièmement, une sensibilisation à la reconnaissance et à la construction de figures proportionnelles est mise en œuvre à la première étape dans la branche des solides et des figures. La certification est opérée dès le niveau 2 et se poursuit au niveau 3 selon la nature du raisonnement.

	I	II	III
Dans un contexte de pliage, de découpage, de pavage et de reproduction de dessins, relever la présence de régularités.	↗	Reconnaitre la présence d'un axe de symétrie	Reconnaitre et caractériser une translation, une symétrie axiale et une rotation
Décrire les différentes étapes d'une construction en s'appuyant sur des propriétés de figures, de transformations.		↗	C
Reconnaitre et construire des agrandissements et des réductions de figures.	↗	En s'appuyant sur des quadrillages	En s'appuyant sur les propriétés de proportionnalité et de parallélisme
Relever des régularités dans des familles de figures planes et en tirer des propriétés relatives aux angles, aux distances et aux droites remarquables.			C
Décrire l'effet d'une transformation sur les coordonnées d'une figure.			C
Comprendre et utiliser, dans leur contexte, les termes usuels propres à la géométrie.	↗	Pour décrire, comparer, tracer	Pour énoncer et argumenter

Figure 3: extrait des socles de compétences (dégager des régularités, des propriétés, argumenter)

Troisièmement, une initiation à l'interprétation d'un graphique est effectuée à la deuxième étape et certifiée à la fin de la troisième étape dans le traitement de données. Les situations de proportionnalité étant représentées graphiquement par une droite passant par l'origine du repère, cette caractéristique permet de les identifier rapidement et de s'y appuyer comme justification.

	I	II	III
Organiser selon un critère.	Des objets réels ou représentés	Des données issues de contextes divers	E
Lire un graphique, un tableau, un diagramme.	↗	C	E
Interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme.		↗	C
Représenter des données, par un graphique, un diagramme.		↗	C
Déterminer un effectif, un mode, une fréquence, la moyenne arithmétique, l'étendue d'un ensemble de données discrètes.		Uniquement la moyenne	C
Dans une situation simple et concrète (tirage de cartes, jet de dés...) estimer la fréquence d'un événement sous forme d'un rapport.		↗	C

Figure 4: extrait des socles de compétences (traitement de données)

### II.3. Notion existante dans les quatre domaines et sur les 3 niveaux

L'analyse du socle de compétences révèle une présence du concept dans quatre rubriques définies par le support étudié. La proportionnalité est clairement mentionnée dans le domaine des grandeurs, mais est, aussi, d'application dans les trois autres domaines de façon implicite. Par ailleurs, nous pouvons constater que « ... la proportionnalité traverse pratiquement toute la scolarité obligatoire » (Daro et al., 2007, p. 14). Effectivement, ce concept se retrouve associé aux fonctions linéaires en troisième année du secondaire et ceci initie l'analyse des fonctions qui se poursuit tout au long du secondaire supérieur.

### III. Situations de proportionnalité

Dans leur rapport, Daro, Géron et Stegen (2007) précisent que les exercices d'application ne suffisent pas pour construire et comprendre ce concept. Ils suggèrent plutôt de s'appuyer sur des situations problèmes. Actuellement, la ligne de conduite dans l'enseignement de la proportionnalité n'est plus de proposer des stratégies de résolution pour chaque type de problème, mais bien de recourir à ces situations pour solliciter le raisonnement analogique des élèves. Ces dernières amènent une redéfinition dans la construction du concept de proportionnalité :

Pour Boissard, Houdebine, Julo, Kerboeuf et Merri, on va s'intéresser à la manière dont l'élève traite ce type de situations ainsi qu'à la manière dont il se les représente et les différencie des situations qui ne relèvent pas de la proportionnalité (cité dans Daro et al., 2007, p. 13).

### IV. Règle de trois

Auparavant, la règle de trois, combinaison de deux rapports internes, était l'outil proposé pour résoudre des problèmes de la vie quotidienne. Bien que ce soit une procédure issue de la proportionnalité, elle n'était pas présentée pour approcher la notion. Cette redirection encourageant la prise de conscience de la relation particulière liant deux grandeurs, l'incontournable règle de trois ne se trouve plus au premier plan, mais est exposée comme une des stratégies permettant de traiter des problèmes de proportionnalité (Daro et al., 2007).

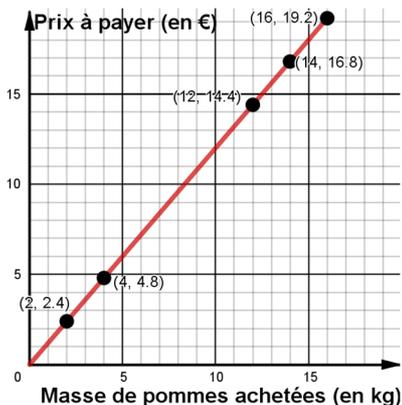
### V. Organisation des données

Selon Daro et al. (2007), les données d'une situation de proportionnalité peuvent être présentées sous différentes formes. Les auteurs en répertorient quatre dont les deux premières sont associées à la troisième :

- Schémas fléchés appelés « graphes sagittaux ». Exemple : 4 kilogrammes de pommes → 4,80€
- Des phrases. Exemple : 4 kilogrammes de pommes coûtent 4,80€
- Des tableaux en lignes ou en colonnes. Exemple :

Masse des pommes (en kg)	4	2	12	16	14
Prix (en €)	4,80	2,40	14,40	19,20	16,80

- Des graphiques. Exemple :



Nous pouvons observer que la proportionnalité s'illustre par une droite passant par l'origine du repère (0;0). À ce sujet, Hersant (2001) parle d' « ... un fort pouvoir évocateur de la proportionnalité, car elle [la droite] peut être appréhendée en un seul coup d'œil » (Hersant, 2001, p. 67). Les propos de Baldy, Durand-Guerrier, et Dusseau (2007) vont dans ce sens : « Il semble que le dessin d'une droite passant par l'origine soit la représentation « prototypique » qu'ils se font de la proportionnalité. » (Baldy et al., 2007, p. 207). Par ailleurs, les auteurs attribuent « ce fort pouvoir évocateur » au fait que les professeurs attirent fortement l'attention des élèves quant à la représentation graphique d'une situation de proportionnalité. Hersant ajoute que cette représentation a l'avantage de permettre aisément l'identification de couples de points tout en soulignant l'importance de la minutie de la représentation. Nous ajoutons que ces graphiques se nomment « fonctions linéaires » et que ces dernières sont exprimées algébriquement par des expressions du type  $f(x) = ax$  où  $a \in \mathbb{R}$ .

## VI. Propriétés de la linéarité et coefficient de proportionnalité

La proportionnalité est présentée sous la théorie de l'application linéaire (Hersant, 2005). Ce modèle vérifie les propriétés multiplicatives et additives de la linéarité. Nous allons les illustrer à l'aide d'un tableau de proportionnalité :

Masse des pommes (en kg)	4	2	12	16	14
Prix (en €)	4,80	2,40	14,40		

Dans cette situation, le prix payé est proportionnel à la masse de pommes achetées et la première colonne de données est déjà complétée. Commençons par la linéarité multiplicative pouvant être définie comme suit : si on multiplie (divise) une valeur d'une grandeur par un nombre alors on peut multiplier (diviser) la valeur correspondante de la seconde grandeur par ce même nombre. Pour déterminer le prix à payer pour 2 kilogrammes, nous constatons d'abord que c'est la moitié de 4 kilogrammes. Nous pouvons donc, également, diviser 4,80 € par 2 et nous obtenons 2,40 €. Concernant le prix à payer pour 12 kilogrammes, cette masse est 3 fois plus importante que 4 kilogrammes. Il suffit donc de multiplier 4,80 € par 3. Ainsi, le prix à payer est de 14,40 €. Passons maintenant à la linéarité additive pouvant être définie comme suit : si on additionne (soustrait) deux valeurs d'une même grandeur alors on peut additionner (soustraire) les deux valeurs correspondantes de la seconde grandeur.

Masse des pommes (en kg)	4	2	12	16	14
Prix (en €)	4,80	2,40	14,40	19,20	16,80

Afin de déterminer le prix à payer pour 16 (2 + 12) kilogrammes de pommes, nous pouvons additionner 2,40 € et 14,40 €. Quant au prix à payer pour 14 (16 – 2) kilogrammes, il peut être obtenu en soustrayant 2,40 € à 19,20 €. Cette propriété utilisée au primaire se révèle très utile lorsque le coefficient de proportionnalité, obtenu en divisant une valeur de la seconde grandeur par la valeur correspondante de la première grandeur, est trop complexe et c'est, probablement, une approche à proposer également aux élèves du secondaire (Daro et al., 2007). Dans le cadre d'un tableau de proportionnalité, les propriétés de la linéarité sont contenues sous la dénomination de « rapports internes ». Pour ce qui est du rapport externe, il s'agit du coefficient de proportionnalité. Hersant (2001) estime que nous avons, bien souvent, recours à l'application linéaire comme outil implicite au sens de Douady (1984) pour résoudre des situations de proportionnalité jusque 14-15 ans. Bien que les élèves soient conscients que ces procédures permettent de résoudre la situation proposée, ils sont incapables d'expliquer les notions mathématiques qu'ils appliquent ou ils savent juste les illustrer par des étapes à appliquer dans un contexte donné. Dans le cas contraire où ils sont capables d'identifier et justifier les notions mathématiques utilisées, il s'agit alors d'outils explicites. L'application linéaire n'est présentée en tant qu'objet que dans les années suivantes et la proportionnalité sous-tend l'application linéaire. En Belgique comme en France, nous suivons cette ligne de conduite. Bien que l'auteur note que la connaissance de l'application linéaire en tant qu'objet ne soit pas nécessaire pour l'utiliser en tant qu'outil dans le cadre de résolutions de problèmes, cela nécessite toutefois d'être capable de reconnaître une situation comme relevant de la proportionnalité. Certaines connaissances sont alors requises comme les spécificités d'un tableau de proportionnalité. L'auteur décompose la tâche de résolution en 2 étapes : l'identification du problème comme relevant de la proportionnalité suivie de l'application de procédures fondées sur l'application linéaire qui est un outil implicite ou explicite dans cette tâche. Même si la première étape semble marginale pour un adulte connaissant le concept, les deux étapes sont tout aussi importantes l'une que l'autre. Cette identification est importante pour l'élève.

### **VII. Raisonement proportionnel**

Celui-ci peut être défini comme « ... un raisonnement multiplicatif utilisé de manière courante dans la vie de tous les jours. » (Oliveira, 2008, p. 9). Selon Oliveira (2008), le raisonnement proportionnel ne se limite pas à la méthode employée pour résoudre le problème. Dans le même ordre d'idées, Belmas (cité dans Voisin, 2013) présente dans sa thèse l'importance de travailler ce concept et non, juste les stratégies à employer. Ces deux axes sont aussi essentiels l'un que l'autre. À ce propos, Boissard, Houdebine, Julo, Kerboeuf, Merri (cité dans Oliveira, 2008) notent que la connaissance des procédures pouvant être appliquées à la proportionnalité ne suffit pas pour maîtriser le concept lui-même. Dans un premier temps, il est nécessaire que l'élève identifie le problème comme

relevant de la proportionnalité. Dans un second temps, il doit utiliser une stratégie pour résoudre le problème qui lui est proposé.

#### *VII.1. Raisonnement qualitatif*

Post, Behr et Lesh (cité dans Oliveira, 2008) estiment que la réflexion est primordiale face à ce concept. Ainsi, un problème relevant de la proportionnalité directe (masse de pommes achetées et prix à payer, par exemple) peut être approché par un raisonnement qualitatif de ce type : « Si j'achète plus de pommes, vais-je payer plus ou moins ? ». En approchant le problème sous cet angle, l'élève, tenant compte de la relation liant les grandeurs, n'est plus, d'une part, dans un traitement simple d'ensembles de données et, d'autre part, envisage une procédure pertinente permettant de le traiter. Une fois la réponse trouvée, sa plausibilité doit ensuite être jugée par l'élève. Gnass (cité dans Oliveira, 2008) précise que le raisonnement qualitatif rend la compréhension du problème meilleure ce qui, par conséquent, va amener l'élève à identifier un plus large panel de stratégies lui permettant de résoudre le problème proposé.

#### **VIII. Implication dans les énoncés de proportionnalité**

Selon Simard (2012b), le concept est souvent sous-entendu dans les problèmes soumis aux élèves. Dans l'énoncé suivant, il n'est pas clairement exprimé que le prix en euros est proportionnel au nombre de kilogrammes de pommes achetées : « Quatre kilogrammes de pommes coûtent 4,80 €. Combien coûtent 3 kilogrammes ? ». Pour l'auteur, cela relève d'un « savoir social » (Simard, 2012b). Pour pallier cette difficulté, les enseignants emploient certains termes qui sous-entendent le concept de proportionnalité. Ce ne sont alors plus des énoncés tirés de la vie réelle, mais des énoncés purement mathématiques comme dans l'exemple suivant : « *si 10 objets identiques coûtent 22 euros, combien coûtent 15 de ces objets ?* » (Simard, 2012b, p. 36). Étant donné que les énoncés sont issus de contextes réels, il est nécessaire, outre la maîtrise du concept de proportionnalité, que les élèves connaissent le « savoir social » s'y rapportant comme nommé par Simard. L'auteur note que cette pratique peut amener des incompréhensions chez les élèves lorsqu'on ne tient pas compte d'aspects pratiques et précise son propos à l'aide d'un exemple. Dans le contexte des recettes de cuisine qui est une illustration courante de la proportionnalité, nous pouvons calculer les quantités des ingrédients selon le nombre de convives, mais habituellement, on prévoit parfois plus de quantités en fonction de l'appétit des invités. Le modèle théorique n'est alors plus respecté. Lors de la soumission de ce type de problèmes aux élèves, il est sous-entendu que les invités mangent tous la même quantité de nourriture. L'utilisation de modèles théoriques permet de prévoir des résultats avant de passer à l'expérimentation. Certaines adaptations sont parfois indispensables lors de la transposition du modèle théorique au contexte réel où on doit, par exemple, « *arrondir 8,8 citrons pour 22 personnes à 9 citrons* » (Simard, 2012b, p. 37).

## IX. Principales démarches utilisées par les élèves

Il existe une diversité de procédures permettant de traiter des situations de proportionnalité et ceci est imputable à la richesse du concept (Simard, 2012b). Par ailleurs, le registre peut amener l'élève à utiliser une procédure spécifique. Ainsi, il est probable que l'élève utilise une stratégie de résolution en vérifiant l'égalité des rapports lors de l'identification de tableaux de nombres comme relevant de la proportionnalité. Dans le cas où on présente un graphique à l'élève et qu'on lui demande si celui-ci illustre une situation de proportionnalité, les caractéristiques graphiques de la fonction linéaire sont vraisemblablement mobilisées (Hersant, 2001). Les principales méthodes mises en œuvre par les élèves dans différentes études ont été synthétisées par Oliveira (2008). Nous allons les illustrer à partir de l'exemple suivant : pour 15 pancakes, il faut 300 g de farine, 40 g de sucre, 400 ml de lait, 20 g de beurre et 2 œufs. Celles-ci sont :

- la procédure additive. *Exemple* : Si on souhaite réaliser 45 pancakes, quelle masse de farine avons-nous besoin ? Pour faire 45 pancakes, il faut 15 + 15 + 15 pancakes donc il faudra  $300 + 300 + 300 = 900$  g de farine.
- le passage par l'unité. *Exemple* : Si on souhaite réaliser 18 pancakes, quelle masse de farine avons-nous besoin ? Pour faire 1 pancake, il faut 15 fois moins de quantité donc il faudra 20 g de farine.
- l'utilisation d'un facteur de proportionnalité qui peut être soit le coefficient de proportionnalité (rapport externe permettant de passer d'une grandeur à l'autre), soit un rapport interne s'établissant entre 2 valeurs d'une même grandeur via la propriété multiplicative de la linéarité. *Exemple* : Si on souhaite réaliser 45 pancakes, quelle masse de farine avons-nous besoin ?

*Rapport externe* : La masse de farine est 20 fois plus supérieure que le nombre de pancakes. La masse de farine nécessaire pour 45 pancakes est donc 900 g.

*Rapport interne via la propriété multiplicative de la linéarité* : Le nombre de pancakes est 3 fois plus grand que 15 donc la masse de farine est 900 g soit 3 fois plus grande que la masse de départ.

- l'association de procédures via la propriété multiplicative de la linéarité et la propriété additive. *Exemple* : Si on souhaite réaliser 50 pancakes, quelle masse de farine avons-nous besoin ? Pour faire 50 pancakes, il faut 45 pancakes soit 3 fois plus de quantité donc 900 g de farine et encore 5 pancakes soit 3 fois moins de quantité par rapport à la recette de départ donc 100 g de farine. Il faudra donc 1000 g de farine au total.
- le passage par une grandeur intermédiaire. *Exemple* : la masse volumique de la farine d'avoine est de 0,72 kg/L et tu disposes d'un récipient d'une contenance de 4L. Quelle serait la contenance du récipient, en L, pour une même quantité de farine de blé à gâteau non tamisée ayant une masse volumique de 0,48 kg/L ? Avec une masse volumique de

0,72 kg/L et un récipient de 4L, la masse de la farine d'avoine est de 2,88 kg. Pour cette même masse, la farine de blé à gâteau non tamisée occupera un récipient de 6L.

Daro et al. (2007) précisent que le choix de mobiliser un rapport interne ou un rapport externe dépend de la complexité des nombres. Ils soulignent qu'il est même possible d'impacter la sélection de l'un ou l'autre en proposant des nombres spécifiques. Les nombres en jeu sont une variable didactique importante ayant une incidence sur la procédure utilisée. En effet, il s'agit d' « ...un paramètre du problème sur lequel on peut agir pour augmenter ou diminuer la complexité du problème. » (Daro et al., 2007, p. 26). Toutefois, l'utilisation du rapport externe – celui-ci étant constant, contrairement aux rapports internes – se révèle être plus économique lorsque plusieurs données du tableau de proportionnalité sont recherchées. Selon Hersant (2005), l'approche actuelle dans l'enseignement de la proportionnalité est de laisser émerger des raisonnements personnels et non, instaurer une technique comme la procédure de résolution à utiliser. Ceci peut surprendre dans la mesure où pour faire progresser les élèves, nous pourrions penser qu'il faudrait établir des procédures de résolution. Cependant, le choix de la technique dépend de plusieurs paramètres. L'enseignant doit apprendre aux élèves à déterminer la(les) meilleure(s) stratégie(s) à mobiliser en fonction du problème posé (Simard, 2012b).

## **X. Principales difficultés rencontrées par les élèves**

En 1981, Dupuis et Pluvinage présentaient ce concept comme la suite des 4 opérations arithmétiques. En effet, la proportionnalité est très importante, d'une part, en raison de sa place essentielle en mathématiques, et d'autre part, plusieurs domaines utilisent ce concept. Pourtant, la maîtrise de la proportionnalité par les élèves n'est pas conjuguée à une courbe en J comme définie par les auteurs. Ainsi, elle n'est pas maîtrisée par tous les élèves après un certain laps de temps (Lambrecht, 2016).

### *X.1. Similitudes planes : agrandissements et réductions*

Une erreur souvent commise par les élèves est d'utiliser incorrectement une procédure additive comme dans le cas du puzzle de Brousseau où les élèves doivent construire un agrandissement de celui-ci. La consigne donnée est qu'un segment dont la mesure de la longueur est 4 unités devient 7 unités dans le puzzle agrandi. Certains élèves vont ainsi ajouter 3 unités à chacun des segments. Lorsque les élèves constatent que le puzzle n'est plus un carré et que les pièces ne s'emboîtent plus, ils se questionnent alors sur la procédure employée (Oliveira, 2008). Selon Hersant (2001), le cadre géométrique n'est pas à négliger. Effectivement, Brousseau (cité dans Hersant, 2001) note que ce cadre présente l'avantage de déterminer rapidement la validité des procédures de construction utilisées grâce aux propriétés des similitudes. Toutefois, Comin (cité dans Hersant, 2001) attire notre attention sur le fait que la connaissance des valeurs numériques des grandeurs ne garantit pas que l'élève sera capable de réaliser la construction attendue. Selon ce dernier, ceci expliquerait un taux de réussite inférieur par rapport à d'autres problèmes de proportionnalité. Dans sa

thèse, Adjage (cité dans Oliveira, 2008) note que les élèves utilisent également une procédure additive dans ce type d'exercice : « Sur le dessin original, le mat mesure 4 cm et le pont mesure 9 cm. Sur l'agrandissement, le mat mesure 7 cm. Quelle mesure a le pont ? ». Certains constatant qu'il y a 3 cm de différence entre le mat original et le mat agrandi vont ajouter 3 cm au pont et trouvent ainsi 12 cm pour le pont agrandi. Lorsque les grandeurs sont de même nature et qu'elles sont mesurées dans une même unité, cela peut conduire à des erreurs comme celles mises en évidence ci-dessus (Hersant, 2001).

#### *X.2.Valeur du coefficient de proportionnalité*

Dans sa thèse, Julio (cité dans Hersant, 2001) précise le rôle joué par la valeur du coefficient de proportionnalité dans la réussite de la résolution d'un problème de proportionnalité. En effet, il constate une différence de près de 50% entre les taux de réussite des énoncés ayant un coefficient entier de 3 et un coefficient décimal de 2,5. Les énoncés ayant pour coefficient de proportionnalité une valeur naturelle sont donc mieux réussis. Dans le même ordre d'idées, Sungmi (cité dans Rajotte, 2004) montre, dans sa thèse, que si la valeur du rapport des mesures des grandeurs est un nombre naturel ou entier alors le rendement des élèves est plus élevé que dans le cas de nombres rationnels.

#### *X.3.Domaines du problème*

D'après Hersant (2001), la difficulté ou la facilité d'un énoncé dépend du domaine dont relèvent les problèmes soumis aux élèves. En effet, il est probable qu'un problème dont le contexte est connu, familier ou habituel pour l'élève soit jugé facile. A contrario, un problème dont le contexte est inconnu, peu familier ou inhabituel pour l'élève est jugé difficile. Ceci avait déjà été mis en évidence, notamment dans une étude réalisée en 1992 par Levain auprès d'élèves âgés de 11 ans montrant une différence de 10 % dans les taux de réussite lorsqu'on passe d'un énoncé relevant d'un domaine familier à un énoncé d'un domaine non familier (Levain & Vergnaud, 1994).

#### *X.4.Tableau de proportionnalité*

Dans une étude menée auprès de 102 élèves de troisième année, Baldy et al. (2007) s'intéressent au lien entre les mathématiques et la physique via la proportionnalité et la formule  $P = mg$ . L'analyse des réponses des élèves révèle une difficulté indéniable quant à l'identification de la proportionnalité en contexte mathématique. En effet, 8 élèves sur 10 n'ont pas réussi à identifier les suites de nombres proposées comme relevant de la proportionnalité. Dans sa thèse, Hersant (2001) affirme que l'utilisation du tableau de proportionnalité ou des expressions « fois moins » ou « fois plus » est susceptible de simplifier la reconnaissance des situations de proportionnalité. Néanmoins, une recherche menée par Galai, Gérente, Grenier, et Rivoire (1990) montrait que la présentation d'un tableau dont les données sont en ordre croissant amène les élèves à utiliser des procédures de proportionnalité à des situations ne relevant pas de la proportionnalité. Les auteurs avaient conclu que la présentation d'un énoncé sous ce registre conduit les élèves à se centrer sur certaines cellules du tableau dont ils ont besoin et non, à une analyse globale.

Les propos d' Oliveira (2005) vont dans ce sens : les élèves se focalisent sur les données du tableau en cherchant une relation entre celles-ci, mais le tableau de proportionnalité les détache du contexte du problème. L'une des conclusions de la recherche menée par Simard (2012b) où 7 problèmes de divers contextes issus de la vie réelle avaient été soumis à des élèves de CM1-CM2 et 6<sup>e</sup> était un recours fréquent au tableau de proportionnalité même lorsque ce n'est pas nécessaire. Le chercheur souligne qu'il arrive que les élèves aboutissent à des réponses erronées à cause de cette utilisation hâtive : le raisonnement de l'élève ne nécessite parfois pas l'usage d'un tableau, mais comme c'est un registre souvent présenté en classe, l'élève cherche à présenter son raisonnement ou une partie de celui-ci dans un tableau. Par ailleurs, des données sont parfois structurées à l'aide d'un tableau sans que ces données soient nécessairement liées par une relation de proportionnalité. De plus, « *le tableau de proportionnalité est une aide à la formulation et non, une fin en soi* » (Simard, 2012b, p. 50).

#### *X.5. Analyse des données*

D'après Jaquet (cité dans Lambrecht, 2016), les élèves n'analysent pas, bien souvent, l'énoncé donné. Ils se lancent très vite dans la résolution sur base de quelques signes apparents. Ces derniers devraient d'abord identifier les couples de nombres liés puis la nature de la relation qui les lie. Simard (2012b) le rejoint et préconise une réflexion de la part des élèves quant à leurs calculs et les réponses en découlant vis-à-vis de l'énoncé et du contexte.

#### *X.6. Force de la proportionnalité*

En 1971, Côté et Noeling (cité dans Oliveira, 2008) ont soumis à des élèves un éventail de problèmes de proportionnalité dans lesquels des mélanges étaient réalisés avec un certain nombre de verres de jus et d'eau. Ces problèmes étaient présentés par ordre de difficulté. Les auteurs ont identifié différentes démarches utilisées par les élèves afin de traiter ces problèmes. L'étude de Tourniaire réalisée en 1986 (cité dans Oliveira, 2008) nous apprend que, même sans enseignement, des enfants âgés de 8 et 9 ans peuvent résoudre des problèmes simples de proportionnalité. Pour cela, ils utilisent le passage par l'unité ou la propriété additive de la linéarité. En 1994, Karplus, Karplus & Wollmann (cité dans Oliveira, 2008) ont également étudié la question du raisonnement proportionnel sur base d'un échantillon de 15 enfants âgés de 8 à 14 ans. La tâche proposée à ceux-ci était la suivante : sachant que Mr Haut a une hauteur de 6 boutons et que Mr Bas a une hauteur de 4 boutons, il s'agissait de déterminer la hauteur de Mr Haut en trombones connaissant la hauteur de Mr Bas de 6 trombones. L'étude révèle que ces enfants utilisent les mêmes procédures que celles mises en évidence par Tourniaire, mais aussi l'utilisation du coefficient de proportionnalité ou d'un rapport interne, mais dans le cas, de la propriété multiplicative de la linéarité. Ceci nous laisse donc penser que ce concept est connu des élèves. Néanmoins, une utilisation à outrance de stratégies visant à résoudre des problèmes de proportionnalité a été mise en évidence dans le cadre de situations ne relevant pas de la

proportionnalité, notamment auprès d'élèves de deuxième année du primaire à la deuxième année du secondaire par De Bock, Van Dooren, Janssens & Verschaffel (cité dans Lambrecht, 2016). Les auteurs attachent ce comportement à un phénomène qu'ils nomment « illusion de la linéarité » et ce recours systématique est causé par un faible investissement cognitif des élèves dans la résolution de problèmes. Ces différents éléments nous interpellent. Selon Gille (2008), l'utilisation incohérente de procédures destinées à la proportionnalité dans des contextes non proportionnels trouve son origine dans une maigre présentation de situations non proportionnelles aux élèves.

#### **XI. Confrontation à la non-proportionnalité**

Dans un article explicitant les fondements mathématiques de la proportionnalité, Simard (2012a) explique qu'il est nécessaire qu'un élève soit capable de reconnaître des problèmes de proportionnalité. Un élève peut être capable d'appliquer des stratégies permettant de résoudre des problèmes de proportionnalité, mais incapable de déterminer lorsqu'il faut les utiliser comme il pourrait très bien user incorrectement de ces stratégies. Ainsi, le professeur doit non seulement présenter les stratégies aux élèves, mais aussi leur permettre de développer une aptitude à identifier la proportionnalité. Il ne faut donc pas leur soumettre exclusivement des situations de proportionnalité, mais présenter aussi des situations de non-proportionnalité. Ceci est également conseillé par Daro et al. (2007) qui préconisent même une confrontation à des situations ne relevant pas de la proportionnalité le plus tôt possible afin de les amener à analyser l'énoncé et éviter cette utilisation abusive de procédures inappropriées aux situations de non-proportionnalité.

#### **XII. Registres de représentations sémiotiques**

Nous pouvons accéder aux objets de connaissance via deux modes d'accès fondamentaux : l'accessibilité directe (concrètement) ou indirecte (microscopes, télescopes, IRM...) et l'accessibilité par des représentations sémiotiques, le premier mode étant privilégié. Le seul domaine faisant exception est celui des mathématiques (Duval, 2008). Selon Duval (1993), on ne peut atteindre un objet mathématique que via ses représentations sémiotiques. Elles sont « ... des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signification et de fonctionnement. » (Duval, 1993, p. 39). Par ailleurs, la pensée mathématique présente, ce qu'il nomme, un paradoxe cognitif : « ... d'une part, l'appréhension des objets mathématiques ne peut être qu'une appréhension conceptuelle, et d'autre part c'est seulement par le moyen de représentations sémiotiques qu'une activité sur des objets mathématiques est possible. » (Duval, 1993, p. 38). L'auteur insiste sur l'importance de la distinction existant entre les objets mathématiques et leurs représentations afin d'éviter « ...une perte de compréhension et que les connaissances acquises deviennent vite inutilisables hors de leur contexte d'apprentissage. » (Duval, 1993, p. 37). Par ailleurs, il souligne qu'on associe, à tort, les représentations mentales aux représentations sémiotiques, pensant que ces dernières

permettent seulement d'exposer les premières. Or, ceci est très réducteur, car les représentations sémiotiques ont un rôle primordial dans l'activité cognitive. Effectivement, les secondes permettent le développement des premières et les activités de traitement ne sont applicables qu'aux secondes. Les difficultés liées aux mathématiques trouveraient leur origine dans une négligence du sémosis, « ...*l'appréhension ou la production d'une représentation sémiotique...* » (Duval, 1993, p. 39) au profit du noésis, « ...*l'appréhension conceptuelle d'un objet...* » (Duval, 1993, p. 40). Dans une même procédure, il est important de pouvoir travailler avec plusieurs registres ou d'opter pour un registre spécifique. La confrontation à cette multiplicité de registres face à un objet mathématique est une nécessité d'une part, pour ne pas confondre les représentations sémiotiques à l'objet et d'autre part, pour le reconnaître dans ses diverses représentations. Si ces deux modalités sont satisfaites alors les représentations mènent à l'objet.

### *XII.1. Démarches cognitives de la sémosis*

Il existe 3 types d'activités cognitives associés à la sémosis (Duval, 1993). Premièrement, la formation qui est la création d'une représentation appartenant à un registre spécifique. Deuxièmement, le traitement qui est une transformation d'une représentation en une autre appartenant au même registre que la première et il dépend du registre de représentation sémiotique mobilisé. Ainsi, le passage de  $\frac{1}{2}$  à  $\frac{2}{4}$  est un traitement exécuté dans le registre numérique. Troisièmement, la conversion qui est une transformation d'une représentation appartenant à un registre en une autre représentation appartenant à un autre registre. Ainsi, le passage de  $\frac{1}{2}$  (registre numérique) à la moitié (registre de la langue naturelle) est une conversion. Le traitement est une transformation interne à un registre tandis que la conversation est une transformation externe au registre de départ. Cette dernière est rarement mobilisée dans l'enseignement pour 2 raisons. D'une part, elle est jugée comme acquise par le seul fait du travail réalisé sur la formation et le traitement de représentations et d'autre part, cette transformation dont le résultat est une modification de registre serait inutile dans la compréhension d'un concept. Pourtant, elle est justement capitale dans l'acquisition d'un concept lors de l'apprentissage et dans le noésis.

### *XII.2. Pluralité des registres*

La diversité des registres de représentations sémiotiques revêt un certain intérêt pour 3 raisons (Duval, 1993). Tout d'abord, les conversions permettent d'aboutir à des registres où les traitements opérés peuvent être plus économiques. Ensuite, chaque registre ayant ses propres contraintes et possibilités, la représentation qui en est issue est cognitivement partielle d'où l'importance de la complémentarité des registres afin d'espérer représenter le concept dans toute sa complexité cognitive. Ainsi, les propriétés de l'objet ne sont que partiellement montrées par le caractère réducteur des registres (Bloch, 2002). Par ailleurs, « ... *deux représentations du même objet dans des registres différents ont des contenus différents.* » (D'Amore, 2001, p. 159) et ces contenus sont « ...*les propriétés de l'objet que*

*le registre rend accessible* » (Duval, 2001). Enfin, la formation des concepts mathématiques nécessite une coordination des registres en raison même du paradoxe cognitif et sans elle, « ... les élèves ne peuvent pas comprendre, c'est-à-dire reconnaître de quoi on parle ou prendre la moindre initiative. » (Duval, 2013a, p. 158). Il est donc nécessaire de juxtaposer plusieurs représentations sémiotiques et cette juxtaposition favorise la compréhension du concept si les élèves sont capables d'envisager les conversions permettant de passer entre elles (Duval, 2007). Or, la plupart des élèves compartimentent les registres. Ainsi, « ceux-ci ne reconnaissent pas le même objet à travers des représentations ... données dans des systèmes sémiotiques différents ... Ce cloisonnement subsiste même après un enseignement sur des contenus mathématiques ayant largement utilisé ces différents registres. » (Duval, 1993, p. 52). Il définit le processus mobilisé dans cette reconnaissance comme suit :

*Il consiste dans la mise en correspondance entre certaines unités de sens des contenus respectifs de ces deux représentations. Ce qui, évidemment, suppose que l'on soit capable de discriminer les différentes unités de sens possibles qui constituent le contenu de chaque représentation.* (Duval, 2013a, p. 155□156)

D'après cet auteur, l'origine de ce cloisonnement est la non-congruence. Deux représentations sont considérées comme congruentes pour l'apprenant « ...s'il est capable d'établir une correspondance sémantique biunivoque entre les éléments signifiants de ces représentations dans leurs registres sémiotiques respectifs. » (Dusseau, Lerouge, & Malafosse, 2000, p. 4). Dans le cas de la non-congruence, le temps de traitement de la conversion est important ou l'élève n'y songe même plus. Néanmoins, il précise que cela n'entrave pas la compréhension, mais que celle-ci mono-registre ne facilite pas les transferts et les apprentissages ultérieurs.

### *XII.3. Registres dans la proportionnalité*

Dans le cadre de cette théorie, nous pouvons identifier plusieurs registres utilisés pour le concept de proportionnalité, mais tenant compte du curriculum, nous nous focalisons sur les 4 habituellement mobilisés : le registre graphique, le registre tabulaire associé au registre numérique, le registre algébrique et le registre de la langue naturelle. Les deux premiers registres cités font l'objet d'un travail assidu au premier degré du secondaire tandis que le troisième est présenté officiellement en 3<sup>e</sup> année du secondaire lorsque les fonctions linéaires sont étudiées. Toutefois, nous faisons choix, compte tenu des indications relatives à la coordination des registres et de la littérature relatant les difficultés d'association entre proportionnalité/application linéaire (Baldy et al., 2007; Comin, 2000, 2002), d'initier les élèves à ce registre. Par ailleurs, nous citons également le registre de la langue naturelle. Effectivement, c'est à partir de l'analyse de l'énoncé que toute activité mathématique débute et Duval précise qu' « ...il n'est pas possible de négliger ou d'écarter la langue naturelle dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, elle est un registre aussi fondamental que les autres... » (Duval, 1993, p. 64).

#### XII.4. *Coordination des registres dans les recherches*

La coordination des registres graphique et algébrique a été étudiée par Dusseau et al. (2000) à travers la loi d'Ohm en physique et la fonction linéaire en mathématiques. Une des conclusions de cette étude est les difficultés rencontrées par les élèves lors des conversions. Dans une recherche s'intéressant à la continuité didactique mathématique-mécanique, soixante apprenants ont été interrogés, à travers les deux disciplines à l'aide de deux questionnaires, sur le concept proportionnalité/linéarité présumé acquis (Raouf, Belazzaar, Moussetad, Radi, & Talbi, 2016). Deux situations sont soumises : la première articule le registre tabulaire vers le registre graphique tandis que la seconde amène une conversion du registre graphique au registre algébrique. Dans le contexte mathématique, les auteurs ont constaté que plus de 7 sujets sur 10 réussissent la première situation alors que la seconde l'est par seulement un tiers de ceux-ci. D'après les auteurs en s'appuyant sur la théorie de Duval, cette faible réussite trouverait son origine dans la non-maîtrise des règles de correspondances sémiotiques entre ces registres.

#### XIII. **Résolution de problèmes**

*« Elle mobilise des processus cognitifs qui sont essentiels pour le développement de la pensée mathématique et qui ne dépendent d'aucune manière d'un contenu mathématique particulier. » (Duval, 2013b, p. 37)*

Comme le précise Duval, *« ...la résolution mathématique d'un problème exige qu'on mobilise, explicitement ou implicitement, au moins deux types de représentations totalement différents. » (Duval, 2013a, p. 150).* Pour l'auteur, la conversion est considérée comme la première étape de compréhension à dépasser au risque *« ... [d'entraîner] un handicap sérieux dans la résolution de problème, que l'on peut observer ... pour l'application de connaissances mathématiques à des situations réelles. » (Duval, 2013a, p. 152)*

##### XIII.1. *Classification des problèmes*

Charnay (1992) a réalisé une typologie des problèmes en fonction de l'objectif visé par l'enseignant. Il distingue 6 types de problèmes : les situations problèmes (construction de nouvelles connaissances), les problèmes de réinvestissement (utilisation des connaissances déjà étudiées), les problèmes de transfert (élargissement du champ d'application d'un concept étudié), les problèmes d'intégration ou de synthèse (mobilisation simultanée de plusieurs classes de connaissances), les problèmes d'évaluation (jauger la maîtrise des connaissances) et les problèmes ouverts (développement de méthodologie via des situations de recherche). L'auteur souligne que la catégorie du problème dépend des connaissances initiales des élèves ou du moment où il a été soumis. Duval (2013b) identifie deux types de problèmes didactiques, ayant pour objectif *« ... [la découverte] d'une propriété ou une procédure, ou pour en évaluer l'acquisition » (Duval, 2013b, p. 3)* : les problèmes d'application visant le recours à une notion ainsi que ceux d'exploration visant l'établissement de formule, par exemple, en référence à une suite de nombres.

### *XIII.2. Analyse d'un problème mathématique*

Selon Duval, un problème mathématique suppose un énoncé qui « ... fixe les hypothèses de départ et les contraintes éventuelles à respecter et ... détermine l'objectif à atteindre, sous la forme d'une question ou d'une simple injonction. » (Duval, 2001, p. 98). L'analyse cognitive d'un problème mathématique implique d'identifier la tâche cognitive représentée par « ... le passage de l'énoncé à l'initialisation ... des premiers pas de la solution privilégiée ou prédéterminée par la formulation de l'énoncé. » (Duval, 2001, p. 99). L'énoncé et les premiers pas de la solution peuvent être estimés par la distance cognitive qui dépend des registres mobilisés dans ces deux éléments selon la nécessité de procéder à des conversions de complexité variable. Il est possible de modifier cette distance cognitive en opérant des variations dans l'énoncé du problème.

### *XIII.3. Problèmes de proportionnalité*

Les problèmes de proportionnalité sont définis par Deblois (cité dans Rajotte, 2004) comme des énoncés de problème où deux ou plusieurs grandeurs liées par une relation de proportionnalité sont mobilisées.

## **XIV. Conclusion du chapitre**

Forts de nos constatations relatives aux chutes des résultats entre les épreuves externes certificatives CEB et CE1D en mathématiques et à la progression spiralée opérée avec cette notion (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c), ceci nous a amenés à l'investiguer au travers de nos lectures. Nous avons rapidement constaté l'intérêt de notre démarche dans la mesure où la complexité de ce concept est mise en évidence par de nombreux auteurs (Comin, 2000, 2002; Daro et al., 2007; Hersant, 2001; Lambrecht, 2016; Levain & Vergnaud, 1994; Oliveira, 2005, 2008; Simard, 2012b, 2012a). En tenant compte des modalités de représentations différentes de ce concept et nous interrogeant sur l'articulation entre celles-ci, nous avons opté pour une recherche questionnant l'effet de l'association des registres tabulaire et graphique qui sont les deux principaux registres de représentations sémiotiques en résolution de problèmes de proportionnalité directe. Dans cette recherche, nous lions le concept de proportionnalité à la théorie des registres de représentations sémiotiques (Duval, 1993, 2001, 2007, 2008, 2013b, 2013a).

Le chapitre précédent nous a permis d'établir le panorama conceptuel de notre problématique. Nous allons, maintenant, dresser le cadre méthodologique de notre recherche. Nous présentons, d'abord, les prémices de notre expérimentation ainsi que notre hypothèse de recherche. En deuxième partie, nous nous intéressons au contexte de notre expérimentation, aux variables et aux questions de recherche qui y sont attachées ainsi qu'au plan expérimental de cette étude. À cette occasion, nous précisons l'échantillon participant à notre expérimentation et réalisons une analyse de la validité ainsi que des éventuels effets pouvant être observés. La dernière partie de ce chapitre concerne le scénario pédagogique auquel les apprenants ont été soumis. Nous détaillons les différentes étapes de ce processus en commençant par le pré-test qui nous a permis, non seulement de constituer des groupes au sein des classes, mais aussi de nous assurer de l'équivalence entre les groupes classes. À la suite de cela, nous décrivons l'activité de découverte proposée aux apprenants de même que le questionnaire qui leur a été soumis, et permettant de recueillir leurs perceptions. À l'étape suivante s'applique le premier post-test. Semblablement au pré-test, nous l'examinons au regard des critères de validité globale. Nous détaillons aussi la synthèse qui a été fournie aux sujets et les treize tâches qu'ils ont réalisées. Enfin, nous exposons le dernier volet de ce scénario qui est relatif au deuxième et dernier post-test.

### **I. La démarche expérimentale**

#### *I.1. Amorce de notre expérimentation*

L'objet de notre expérimentation s'est défini suite à un constat lors de notre pratique professionnelle. Nous avons pu nous rendre compte des difficultés rencontrées par les élèves à l'égard du concept de « proportionnalité », ceci étant confirmé par bon nombre d'enseignants du primaire comme du secondaire. Ce constat a été renforcé par l'analyse des taux de réussite plutôt moyens pour cette compétence aux épreuves externes certificatives CE1D en mathématiques. Nous avons donc poursuivi notre démarche par une prise d'informations d'une part, via une analyse du socle des compétences et d'autre part, dans la littérature en didactique de la mathématique. Cette étape primordiale, qualifiée d'« observation par délégation » (Huet, 2016b), a confirmé notre choix d'investiguer cet objet mathématique pour deux raisons. Premièrement, un travail progressif et régulier sur la proportionnalité est engagé dès le début du primaire comme nous l'avons montré précédemment. Nous nous attendions donc à des taux de réussite plus élevés que dans les autres compétences et domaines. Deuxièmement, nos observations quant aux difficultés ont été confirmées par de nombreux auteurs (Baldy et al., 2007; Comin, 2002; Daro et al., 2007; Gille, 2008; Hersant, 2001; Lambrecht, 2016; Oliveira, 2008). Par ailleurs, nous avons constaté que de nombreuses recherches mentionnent la théorie des registres de représentations sémiotiques définie par Duval (1993) et issue de la didactique des mathématiques. Nous avons pris connaissance de son intérêt et avons décidé de nous

appuyer sur celle-ci pour notre recherche. L'ensemble de ces observations réalisées sur le terrain et sur la base de nos lectures nous a conduits à « ...une idée de l'étiologie des phénomènes observés. » (Huet, 2016b, p. 4) qui nous a amenés à définir notre hypothèse de recherche.

### *1.2. Détermination de notre hypothèse de recherche*

Compte tenu de nos observations et de nos lectures, nous nous interrogeons sur le potentiel impact des registres de représentations sémiotiques mobilisés dans la proportionnalité et, plus particulièrement, sur leur combinaison. L'objectif de cette expérimentation est donc d'analyser les effets de l'association des registres tabulaire et graphique sur la résolution de problèmes de proportionnalité directe. Notre hypothèse de recherche qui en découle est que « *les modalités de représentations sémiotiques impacteront les performances des apprenants soumis à notre dispositif pédagogique.* ». Effectivement, nous pensons que, en prenant appui sur les écrits de Duval (1993; 2013a; 2013b), les sujets ayant profité du bénéfice lié à l'usage combiné des 2 registres précédemment cités auront de meilleures performances que les sujets dans les autres groupes. Nous plaçons, par ordre décroissant de performance, le groupe des sujets associés à la condition « registre tabulaire » avant celui associé à la condition « registre graphique », car ce dernier, bien que la droite passant par l'origine ait un fort pouvoir évocateur de la proportionnalité directe (Baldy et al., 2007; Hersant, 2001), nous semble offrir une représentation plus partielle de l'objet mathématique étudié. Enfin, nous pensons que les sujets confrontés exclusivement à la langue naturelle auront des performances moindres que les autres sujets puisque « *...la résolution mathématique d'un problème exige qu'on mobilise, explicitement ou implicitement, au moins deux types de représentations totalement différents* » (Duval, 2013a, p. 150) et que les deux registres n'auront pas été proposés aux sujets. Par ailleurs, nous pouvons estimer que les différences de performance entre les groupes disparaîtront après présentation des deux registres soit à la fin de notre scénario pédagogique.

### *1.3. Origine de notre hypothèse expérimentale*

Notre hypothèse est le résultat d'un raisonnement par induction. Effectivement, nous avons suivi un processus allant de l'identification de faits spécifiques à la formulation de notre hypothèse (Huet, 2016b).

### *1.4. Qualités de notre hypothèse expérimentale*

Dans le cadre expérimental, « *...l'hypothèse se caractérise par des exigences spécifiques.* » (Huet, 2016b, p. 4). Il convient donc de vérifier que ces critères soient bien respectés. Notre hypothèse est évoquée en termes d'opérations décrites de manière claire et univoque, elle est donc opérationnelle. Elle est également vérifiable et nous semble vraie. Cette dernière est en liaison avec la littérature sur le sujet, nous pouvons donc dire qu'elle a une bonne cohérence externe. Quant à la productivité épistémique et l'admissibilité, notre hypothèse y répond par l'affirmative. L'examen de notre hypothèse révèle qu'elle est en accord avec les critères d'acceptabilité.

## II. Le dispositif expérimental

Lors d'une expérimentation, le chercheur doit spécifier le dispositif qu'il va mettre en place dans le but de tester son hypothèse (Huet, 2016b). Celle-ci indique « ...le but précis des manipulations qui constitueront le traitement expérimental. » (Huet, 2016a, p. 4).

### II.1. Contexte de l'expérimentation

L'institution scolaire participant à notre recherche est l'athénée provincial mixte située à Morlanwelz. Il s'agit d'enseignement général pour les trois degrés et d'enseignement technique de transition pour une seule option (éducation physique) aux deuxième et troisième degrés. Au premier degré, les options possibles sont langues anciennes (latin), sciences économiques, formation scientifique, arts plastiques-art musical. Une deuxième année complémentaire (2S) est organisée pour les élèves qui éprouvent des difficultés. Pour les deux autres degrés, les options proposées sont langues modernes, langues anciennes/math-sciences, langues modernes/math-sciences, sciences économiques pour l'enseignement général. L'option math-sciences peut être choisie en 5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> années.

### II.2. Identification des variables et questions de recherche

Afin de tester notre hypothèse, il est essentiel de définir les variables considérées. En effet, toute expérimentation nécessite de faire varier une ou plusieurs variables indépendantes dans l'espoir de faire apparaître des variations de la variable dépendante (Huet, 2016b). Le tableau ci-dessous synthétise les différentes variables de notre recherche.

<i>Variables indépendantes</i>	① Statut du registre tabulaire à 2 niveaux : avec ou sans
	② Statut du registre graphique à 2 niveaux : avec ou sans
<i>Variables dépendantes</i>	① Progression individuelle des apprenants → Selon les scores totaux → Selon les niveaux taxonomiques examinés → Selon les compétences étudiées
	② Perceptions des apprenants

Nous avons manipulé deux variables indépendantes : le statut du registre tabulaire et le statut du registre graphique, chacune de ces variables étant à deux niveaux (avec ou sans). Dans la mesure où nous forçons les valeurs prises par les variables indépendantes, elles sont à variations « provoquées » (Huet, 2016b). Dans le but de mesurer les effets de nos deux variables indépendantes, nous avons identifié deux variables dépendantes. La première concerne la progression individuelle des apprenants qui se définit par la valeur ajoutée du dispositif sur le plan individuel tandis que la seconde se rapporte aux perceptions de ceux-ci. Concernant la première variable dépendante, nous avons procédé à une analyse en trois étapes. Premièrement, nous avons analysé la variation de la variable dépendante « progression individuelle des apprenants » due à la variable indépendante « statut du registre tabulaire ». Deuxièmement, nous avons étudié cette même variation, mais causée par la variable indépendante « statut du registre graphique ». Enfin, la dernière analyse de la variation de la variable dépendante « progression individuelle des apprenants » a été

réalisée selon l'effet conjoint, appelé « effet d'interaction », des variables indépendantes citées précédemment. Nous avons formulé ci-dessous nos trois questions de recherche relatives à celle-ci :

① Progression individuelle des apprenants
<i>Q1) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre tabulaire mis en place ? (effet du statut du registre tabulaire)</i>
<i>Q2) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre graphique mis en place ? (effet du statut du registre graphique)</i>
<i>Q3) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon qu'ils bénéficient du registre tabulaire ou non, quel que soit le statut du registre graphique ? (effet d'interaction du statut du registre tabulaire et celui du registre graphique)</i>
La progression individuelle des apprenants est analysée : → Selon les scores totaux → Selon les niveaux taxonomiques examinés → Selon les compétences étudiées Et ce, → Entre le pré-test et le post-test immédiat ; → Entre le pré-test et le post-test différé ; → Entre le post-test immédiat et le post-test différé

Tableau 1: questions de recherche relatives à la progression des apprenants

Afin d'apprécier la progression individuelle des apprenants, nous avons calculé les gains relatifs dans chacune de ces situations (Temperman, 2017). Ces gains relatifs nous permettent de mesurer le rapport entre le gain réellement gagné (progression observée) et le gain maximum (progression possible). Lorsque le premier score est inférieur ou égal au deuxième score, il s'agit d'un gain relatif et nous avons appliqué la formule ci-dessous :

$$\frac{\text{Score 2} - \text{score 1}}{\text{Maximum} - \text{score 1}}$$

Équation 1: formule d'un gain relatif

Dans le cas où le premier score est supérieur au deuxième score, il s'agit d'une perte relative et nous avons appliqué la formule ci-dessous :

$$\frac{\text{Score 2} - \text{score 1}}{\text{Score 1}}$$

Équation 2: formule d'une perte relative

Nous avons présenté ci-dessous nos questions de recherche relatives à la deuxième variable dépendante étudiée :

② Perceptions des apprenants
<b>Q4) Les perceptions des apprenants se différencient-elles selon les modalités de représentation sémiotique ?</b>
<b>Q5) Les perceptions des apprenants sont-elles en lien avec les scores obtenus par ceux-ci au post-test immédiat ?</b>

Tableau 2: questions de recherche relatives aux perceptions des apprenants

Les perceptions des apprenants relatives à l'activité de découverte ont été prises en compte à l'aide qu'un questionnaire d'opinion où ces dix affirmations étaient présentes.

- 1) Cette activité de découverte était motivante
- 2) Cette activité de découverte était utile
- 3) Cette activité a été bénéfique dans ma compréhension de la proportionnalité directe
- 4) La manipulation du matériel m'a permis de mieux comprendre la proportionnalité directe
- 5) J'aimerais à nouveau réaliser des activités comme celle-ci
- 6) Je trouve que je me suis amélioré(e) dans cette matière grâce à cette activité
- 7) Je préfère réaliser des activités nécessitant de la manipulation
- 8) J'ai apprécié cette activité, car elle s'est réalisée en groupe
- 9) Cette activité était facile à réaliser
- 10) Cette activité était ludique

Les élèves devaient répondre le plus honnêtement possible en faisant une croix sur le segment de 5 centimètres ci-dessous :



Nous avons ensuite déterminé la mesure de la longueur entre le « pas du tout d'accord » et la croix placée. Cette donnée métrique nous a permis de répondre aux questions de recherche 4 et 5.

### II.3. Plan expérimental

Notre dispositif expérimental tient compte de deux variables indépendantes : le statut du registre tabulaire et le statut du registre graphique. Le plan expérimental sur lequel nous nous appuyons est donc factoriel. La relation liant nos variables est une relation de croisement. En effet, « ... tout niveau de chacune des deux variables est associé à tous les niveaux de l'autre » (Huet, 2016b, p. 46). Ceci signifie que, quels que soient les niveaux de la première variable et de la seconde variable, il y a un ensemble d'observations. Nous avons représenté notre plan factoriel inter-sujets à deux variables indépendantes croisées de trois façons différentes :

- la représentation parallélépipédique où les critères de partition de nos variables déterminent quatre groupes de sujets.

		Statut du registre tabulaire	
		Avec	Sans
Statut du registre graphique	Avec		
	Sans		

Tableau 3: représentation parallélépipédique

- la formule :  $T \times G$  ou  $T_2 * G_2$
- les graphes de Cronbach où chaque ellipse symbolise une variable indépendante.

VI a : Statut du registre tabulaire

VI b : Statut du registre graphique

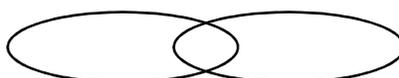


Figure 5: graphes de Cronbach

Cette dernière représentation met en évidence les « ... sources de variations potentiellement actives discernables au sein d'un plan ; chaque plage du graphe représente en effet une source spécifique. » (Huet, 2016b, p. 50). Nous pouvons donc constater la présence de trois effets à tester : l'effet du statut du registre tabulaire, l'effet du statut du registre graphique ainsi que l'effet conjoint du statut du registre tabulaire et du statut du registre graphique, communément appelé « effet d'interaction ». Nous interrogeant sur les effets de notre dispositif expérimental au cours du temps, nous avons décidé de soumettre un post-test immédiat et un post-test différé. Notre plan implique donc trois temps de prise de mesures : un pré-test, un post-test immédiat et un post-test différé. Nous présentons ci-dessous le déroulement du protocole expérimental de notre recherche pour chaque séance de cours d'une durée de 50 minutes.

Séance 1 : Elle est consacrée à la passation du pré-test. Nous avons appliqué la même procédure<sup>1</sup> dans nos quatre groupes classes. Outre la vérification de l'équivalence entre nos groupes, les résultats des élèves ont permis la constitution de nos trios pour la séance suivante.

Séance 2 : Les trios constitués par nos soins sur la base des résultats individuels ont réalisé l'activité de découverte. Notre traitement s'est opéré à ce moment du protocole. Bien que les tâches étaient identiques dans les quatre groupes classes, les registres de représentations sémiotiques proposés différaient d'un groupe classe à l'autre. Ainsi, le premier groupe n'avait à sa disposition que le registre tabulaire, le second était confronté exclusivement au registre graphique, le troisième à la combinaison des deux registres tandis que le dernier groupe ne disposait que du registre de la langue naturelle. Un questionnaire d'opinion<sup>2</sup> a été soumis à l'ensemble des élèves, et ce, immédiatement après la réalisation de cette activité.

Séance 3 : Elle est dédiée à la passation du post-test immédiat. Dans les quatre groupes, nous avons appliqué la même procédure que lors du pré-test.

<sup>1</sup> Procédure expliquée au point III.1

<sup>2</sup> Le questionnaire d'opinion est présenté dans la suite de ce travail

*Séance 4* : Nous avons lu et commenté la synthèse présente dans notre séquence. Les six premiers exercices ont ensuite été réalisés collectivement.

*Séance 5* : Les derniers exercices ont été réalisés collectivement.

*Séance 6* : Elle est dédiée à la passation du post-test différé. Dans les quatre groupes, nous avons suivi la même procédure que lors du pré-test et post-test immédiat.

Tableau 4: protocole expérimental

Dès lors, notre protocole expérimental était en tout point identique, à l'exception de la deuxième séance se distinguant dans les quatre groupes participant à notre expérimentation.

#### II.4. Description de l'échantillon

Pour mener notre recherche, nous avons procédé à un échantillonnage afin de sélectionner des sujets. Nous avons constitué un échantillon qualifié d'occasionnel, basé sur la disponibilité des sujets (Huet, 2016b). Notre plan expérimental nécessitant quatre groupes de sujets, notre échantillon se compose donc de quatre classes de deuxième année commune ayant chacune un professeur de mathématiques différent. Dans un souci de confidentialité, nous les avons nommées : groupe 1, groupe 2, groupe 3 et groupe 4. La taille des groupes classes est inégale. Nous les avons affectés, aléatoirement, aux croisements des modalités de nos variables indépendantes. Notre échantillon est composé de 92 sujets.

		Statut du registre tabulaire	
		Avec	Sans
Statut du registre graphique	Avec	Groupe 1 n = 21	Groupe 2 n = 23
	Sans	Groupe 3 n = 24	Groupe 4 n = 24

Tableau 5: description de l'échantillon

#### II.5. Anticiper les potentiels effets

Nous avons été attentifs aux sources de variations parasites issues des caractéristiques des apprenants soumis à notre dispositif expérimental (Huet, 2016b). Afin d'éviter une amélioration des performances des sujets soumis à notre traitement expérimental, nous ne leur avons pas dit qu'ils participaient à une expérimentation. L'effet Hawthorne est donc contrôlé. Nous avons également été vigilants à l'égard de l'effet Rosenthal par un examen de conscience afin d'être le plus neutre que possible et de ne pas « ... façonner involontairement le comportement des expérimentés en fonction de notre connaissance préalable de l'issue attendue de l'expérimentation » (Huet, 2016b, p. 12). Nous avons pris en charge les quatre classes participant à notre expérimentation, nous étions donc présents lors des séquences d'apprentissage afin de nous assurer qu'elles subissent toutes le même traitement expérimental. Toutes les classes ayant été soumises à notre présence, l'effet animateur a été, par conséquent, contrôlé.

## II.6. Examen de la validité

Lors de la récolte de nos données, nous avons été attentifs aux potentielles sources de variation externe à notre plan expérimental. N'ayant pas constaté la présence d'une variable exogène pouvant biaiser nos résultats, la validité interne de notre expérimentation est préservée. Tenant compte de ceci et de la taille de notre échantillon, nous pouvons considérer que la validité externe est satisfaisante. En ce qui concerne la validité écologique, nous soulignons que notre recherche a été menée en phase avec les réalités du terrain. En effet, nous avons construit ce scénario pédagogique en accord avec les compétences du socle (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c) et en appliquant une démarche de construction identique à un scénario pédagogique ordinaire. Par ailleurs, la proportionnalité directe est un des thèmes traités en 2<sup>e</sup> année du secondaire

## II.7. Calendrier de la recherche

Notre recherche s'étend sur une période de deux mois, allant de fin novembre à début mars. Elle a débuté le 30 novembre 2017 avec la passation du pré-test à deux classes et a pris fin le 8 mars 2018 avec celle du post-test 2 dans les classes 3 et 4. Afin de respecter la répartition des matières et le planning des périodes allouées à chaque thème réalisé par l'équipe des quatre enseignants nous accueillant, nous avons commencé à présenter nos séquences d'apprentissage le 19 février 2018. Par ailleurs, il n'était pas possible de les présenter plus tôt en raison des révisions et de la session d'examens de décembre. Notre scénario pédagogique, en tenant compte du pré-test et des deux post-tests, nécessite six périodes de 50 minutes. La figure ci-dessous présente les différentes étapes de notre dispositif expérimental ainsi que les dates qui y sont associées.

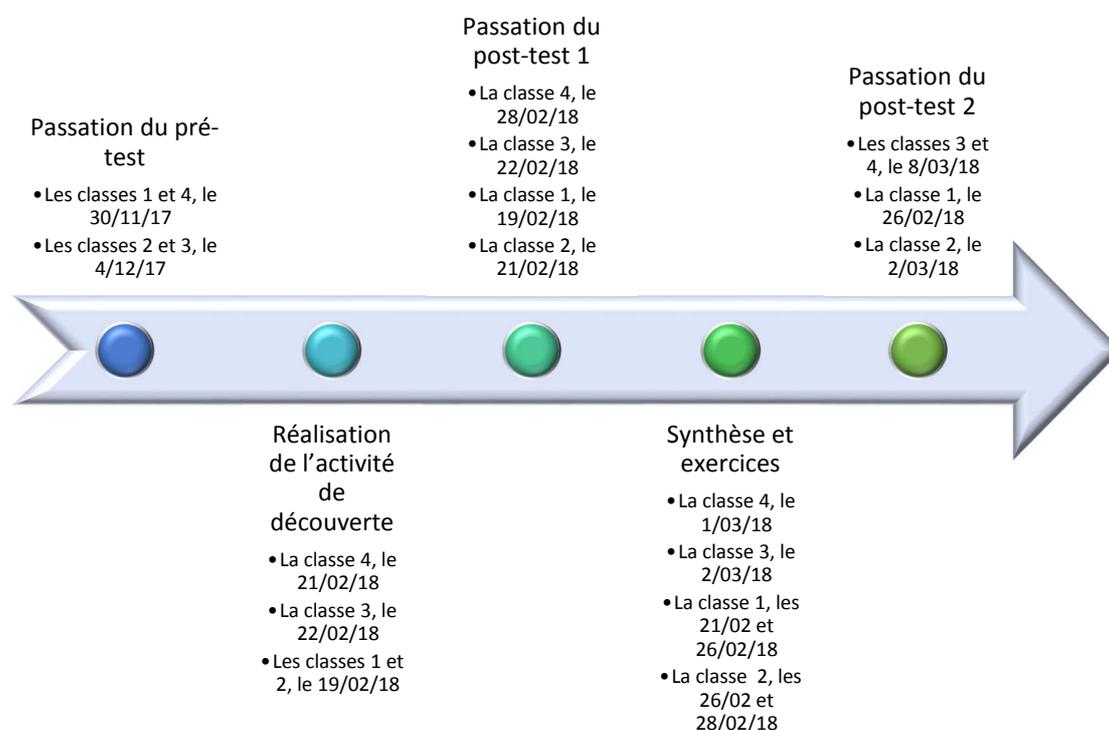


Figure 6: calendrier expérimental

### III. Scénario pédagogique

#### III.1. Pré-test

Tous nos sujets ont été soumis à un pré-test identique nous permettant, d'une part, d'évaluer le niveau des apprenants quant aux compétences relatives à l'objet mathématique « proportionnalité » et, d'autre part, de constituer des trios d'hétérogénéité faible au sein de chaque groupe classe. Nous avons ciblé cinq compétences de premier plan et chaque question de notre pré-test est associée à une de ces cinq compétences. Nous nous sommes également appuyés sur une taxonomie. Il en existe plusieurs, mais nous avons fait choix d'utiliser celle de Régis Gras, revue par Bodin en collaboration avec Gras (Bodin, 2017). Effectivement, cette taxonomie a été mise en œuvre spécifiquement pour les mathématiques et se décompose en cinq catégories hiérarchisées, supposant donc la mobilisation des catégories précédentes, de complexité cognitive. Chacune d'elles est partitionnée en différentes sous-catégories. Nous la présentons succinctement dans le tableau ci-dessous.

<i>Catégorie générale</i>	<i>Sous-catégorie</i>	<i>Types de demandes</i>
A → connaissance et reconnaissance	A1 → des faits	Énoncer, identifier, classer, déduire, exécuter, effectuer des algorithmes
	A2 → du vocabulaire	
	A3 → des outils	
	A4 → des procédures	
B → compréhension	B1 → des faits	Expliquer, justifier, interpréter, changer de langage, transposer, redire avec ses propres mots, résumer, justifier un argument, déduire, analyser un énoncé ou une situation, associer, mettre en relation, anticiper
	B2 → du vocabulaire	
	B3 → des outils	
	B4 → des procédures	
	B5 → des relations	
	B6 → des situations	
C → application	C1 → dans des situations familières simples	Exécuter, implémenter, choisir, prendre des initiatives, démontrer, adapter
	C2 → dans des situations familières moyennement complexes	
	C3 → dans des situations familières complexes	
D → créativité	D1 → utiliser dans une situation nouvelle des outils et des procédures connus	Adapter, prolonger, production de démonstrations personnelles, conjecturer, généraliser, modéliser
	D2 → émission d'idées nouvelles	
	D3 → création d'outils et de démarches personnelles	
E → jugement	E1 → production de jugements relatifs à des productions externes	Évaluer la qualité d'une argumentation
	E2 → auto-évaluation	Analyse métacognitive

Tableau 6: taxonomie pour des énoncés mathématiques de Bodin (2017)

La première catégorie s'applique dans le cas des définitions, des propriétés, des théorèmes et des applications directes. La compréhension n'est pas indispensable à ce niveau. Ce sont des automatismes qui sont sollicités. Lorsque l'élève doit produire des (contre-) exemples, il s'agit de la deuxième catégorie. L'élève doit montrer sa bonne compréhension en expliquant, interprétant et en mettant en relation. L'analyse et la réflexion sont mobilisées à ce niveau. Une procédure constituée d'une seule étape se situe également à ce niveau. La catégorie des applications nécessite l'adjonction des niveaux inférieurs (A et B). Des énoncés mathématiques d'application d'outils et de procédures mobilisant des faits, des procédures, du vocabulaire... peuvent être classés dans la troisième catégorie. Afin de traiter ces énoncés, plusieurs étapes sont nécessaires en passant soit par un chemin linéaire, soit par un réseau ramifié dont une ramification comporte une étape ou plusieurs étapes. La quatrième catégorie est une extension de la troisième où l'élève étend les outils et procédures connus en dehors du champ familier. Pour ce qui est du jugement, « *ce niveau implique des connaissances et suppose la compréhension et la production personnelle* » (Bodin, 2017, p. 2). La plupart des questions de notre pré-test à l'exception des questions 3 et 5 sont extraites des épreuves externes certificatives CE1D en mathématiques des années antérieures. En effet, nous n'avons pas trouvé de questions faisant référence à la représentation graphique d'une situation de proportionnalité directe ainsi qu'à l'expression algébrique de celle-ci. Ces deux questions nous semblaient incontournables, nous avons eu recours à la base de données EvapMib<sup>3</sup> compilant des questions d'évaluation provenant d'études à grande ou moyenne échelle. En prenant appui sur cette taxonomie et sur les cinq compétences fixées, nous avons construit un test constitué de treize questions. Le tableau 7 présente la répartition des questions et des niveaux taxonomiques en fonction des compétences du pré-test. Nous nous sommes concentrés sur quelques sous-catégories des quatre premières catégories de la taxonomie de Bodin.

<i>Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres</i>	
A2	Q1 : identifier le tableau de proportionnalité directe parmi d'autres tableaux de données ne relevant pas de la proportionnalité
<i>Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs</i>	
A4	Q2 : déterminer le coefficient de proportionnalité du tableau donné Q4 : identifier l'erreur dans le tableau de proportionnalité et la corriger Q5 : établir une formule permettant de déterminer toute valeur de la seconde grandeur en fonction de la première grandeur à partir du tableau
B4	Q6 : compléter le tableau de proportionnalité directe donné
C1	Q9 : compléter le tableau de proportionnalité directe en lien avec la situation donnée
<i>Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe</i>	
B6	Q8 : identifier l'erreur du raisonnement proportionnel proposé et justifier son choix en s'appuyant sur des stratégies de proportionnalité directe

<sup>3</sup> Accessible à cette adresse : <http://evapmib.apmep.fr/siteEvapmib/>

C2	Q10 : résoudre le problème de proportionnalité directe en s'appuyant sur des stratégies de proportionnalité et justifier le raisonnement appliqué
C3	Q11: résoudre le problème d'agrandissement en s'appuyant sur des stratégies de proportionnalité et justifier le raisonnement appliqué
D1	Q12 : résoudre le problème de proportionnalité directe en s'appuyant sur des stratégies de proportionnalité ainsi que de géométrie et justifier le raisonnement appliqué
<i>Reconnaître et construire des agrandissements/réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de proportionnalité</i>	
B5	Q7 : justifier l'affirmation donnée en mettant en relation deux grandeurs liées par une relation de proportionnalité directe dans un cadre géométrique
D1	Q13 : construire l'agrandissement d'une figure géométrique plane donnée
<i>Interpréter un graphique</i>	
A2	Q3 : identifier le graphique représentant une situation de proportionnalité directe parmi d'autres graphiques proposés

Tableau 7: répartition des questions et des niveaux taxonomiques des questions du pré-test

### III.1.1. Passation du pré-test

Nous avons placé les élèves des classes 1 et 4 dans un local et leur avons soumis le pré-test. Nous avons ensuite suivi la même procédure avec les deux autres classes. Nous n'avons pas lu les questions et n'avons répondu à aucune interrogation des sujets. Ils pouvaient utiliser leur calculatrice et avaient à disposition leur matériel géométrique (équerre et latte). Nous avons construit une grille de correction afin de traiter les copies des élèves. Un point était accordé à chaque bonne réponse, ceci faisant un total de 22 points pour l'entièreté du pré-test. Les scores individuels ont permis, d'une part, de s'assurer de l'équivalence entre nos groupes expérimentaux et, d'autre part, de constituer des trios d'hétérogénéité faible pour l'activité de découverte.

### III.1.2. Estimation de la validité

Nous avons été attentifs à la validité de notre pré-test, c'est-à-dire « ... à son aptitude à mesurer ce qu'il est censé mesurer. » (Huet, 2016c, p. 82), et en particulier, à la validation du contenu. Nous avons procédé à l'analyse des validités d'apparence et de logique. Selon nous, les items soumis aux apprenants évaluent bien les compétences préalablement ciblées sur la proportionnalité directe. Nous pouvons donc dire que le test présente une bonne validité d'apparence. Par ailleurs, nous l'avons créé en nous appuyant sur la taxonomie de Bodin (Bodin, 2017). Ceci nous a permis d'en assurer la validité logique.

### III.2. Constitution des groupes de l'expérimentation

La réalisation de l'activité de découverte de notre scénario nécessitant la manipulation de cylindres et d'eau, il nous semblait naturel de constituer des groupes d'élèves au sein de chaque classe afin que chacun puisse participer de façon équitable. En premier lieu, nous avons déterminé la taille de nos groupes. En tenant compte des nombres de canaux de communication et de relations interindividuelles possibles (De Lièvre, Temperman, & Boumazguida, 2016), la constitution de trios nous semblait un bon choix. Effectivement, ces nombres augmentent rapidement au fur et à mesure que la taille des groupes croît. Si le

nombre de sujets est grand alors « ... il sera difficile de parvenir à une participation équilibrée et de traiter la quantité d'informations partagées. » (De Lièvre et al., 2016, p. 75). Nous avons formé nos trios sur une méthode raisonnée en espérant y « ...amener une dynamique favorable à l'apprentissage. » (De Lièvre et al., 2016, p. 73) et en nous appuyant sur les scores individuels des apprenants participant à notre expérimentation. Pour ce faire, nous avons classé les sujets au sein de chaque groupe classe par ordre croissant de score total. En deuxième lieu, nous avons partitionné chaque groupe en trois parties afin d'obtenir un sous-groupe d'élèves « faibles », un sous-groupe d'élèves « moyens » et un sous-groupe d'élèves « forts » relativement aux compétences évaluées de proportionnalité directe. Pour chaque classe, nous avons ensuite choisi aléatoirement un élève de la première partition, un élève de la deuxième partition et un élève de la troisième partition. Lorsque le nombre d'élèves n'était pas un multiple de trois, nous avons formé un groupe de quatre élèves. En procédant de cette façon, les groupes hétérogènes constitués ont des moyennes fortement proches comme illustré ci-dessous.

C Selena Rosa	3									
W Maya	3									
L Margaux	5									
F Serena	6									
L Sasha	6	M Adriano	7	L Sasha	6	P Alessia	8	W Maya	3	
M Adriano	7	E Lorina	11	D Kenthara	11	C Elisa	11	D Camille	12	
P Alessia	8	P Lola	13	P Alessio	14	A Clata	14	N Ricardo	16	
M Thomas	10	Moyenne	10,3333	Moyenne	10,3333	Moyenne	10,6667	Moyenne	10,3333	
U Asya	10									
C Elisa	11									
D Kenthara	11	F Serena	6	G Loic	1	C Selena Rosa	3	L Margaux	5	
E Lorina	11	P Michele	11	U Asya	10	U Romain	12	M Thomas	10	
P Michele	11	B Priscillia	14	G Yanis	18	VR Alexis	17	L Laura	16	
D Camille	12	Moyenne	10,3333	Moyenne	9,6667	Moyenne	10,6667	Moyenne	10,3333	
U Romain	12									
A Clata	13									
P Lola	13									
B Priscillia	14									
P Alessio	14									
L Laura	16									
N Ricardo	16									
VR Alexis	17									
G Yanis	18									

Figure 7: constitution des groupes

### III.3. Activité de découverte

Notre activité s'inspire de la publication « Math & manips » du CREM<sup>4</sup>. Nous l'avons choisie pour plusieurs raisons. Premièrement, celle-ci amène une confrontation, conseillée dans la littérature comme nous l'avons expliquée précédemment, entre proportionnalité directe et non-proportionnalité (Daro et al., 2007; Lambrecht, 2016; Simard, 2012a). Deuxièmement, nous pensons qu'elle permet l'apparition de conflits (socio)-cognitifs. Effectivement, le protocole incite, systématiquement, les élèves à proposer une estimation et à aboutir à un consensus au sein du groupe puis de la vérifier par expérimentation. Enfin, nous pensons que la manipulation, partie intégrante de cette activité, pourrait potentiellement améliorer la compréhension des élèves. Nous avons adapté l'activité afin

<sup>4</sup> Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques à Nivelles

qu'elle corresponde à notre dispositif expérimental. Elle permet de constater les variations du volume du cylindre en fonction de la hauteur dans un premier temps et, dans un second temps, en fonction du diamètre. En suivant un protocole, les apprenants doivent réaliser différentes manipulations et prendre des mesures précises. Dans la première phase de l'activité, la mesure de la longueur du diamètre du cylindre est fixée tandis que celle de la hauteur de celui-ci varie. Le matériel utilisé est un cylindre à fond plat, une mesurette de 10 ml, un bâton gradué et de l'eau. L'objectif de cette première phase est d'amener les élèves à observer que le volume et la hauteur d'un cylindre sont des grandeurs directement proportionnelles (situation de proportionnalité directe).



Figure 8: matériel de la phase 1 de l'activité de découverte

Dans la deuxième phase, la mesure de la longueur de la hauteur du cylindre est fixée tandis que celle du diamètre de celui-ci varie. Pour cela, chaque groupe dispose de trois cylindres, créés par nous par impression 3D, ayant même hauteur dont le second a diamètre double du premier et dont le troisième a diamètre triple du premier. Les élèves doivent déterminer le nombre de fois qu'il faut transvaser le liquide du premier cylindre rempli à ras dans le second cylindre et dans le troisième cylindre pour atteindre la même hauteur que dans le cylindre de départ. Cette deuxième phase vise à montrer que le volume et le diamètre d'un cylindre ne sont pas des grandeurs directement proportionnelles (situation de non-proportionnalité).



Figure 9: matériel de la phase 2 de l'activité de découverte

Notre traitement expérimental s'est opéré à ce moment du scénario pédagogique. Pour ce faire, nous avons décliné cette activité en adéquation à notre plan expérimental soit sous

quatre formes. Nous rappelons que les critères de partition de nos variables indépendantes ont déterminé quatre groupes de sujets. Ainsi, nous avons défini la première forme de l'activité en mobilisant les registres tabulaire et graphique, la seconde forme avec exclusivement le registre graphique, la troisième forme avec exclusivement le registre tabulaire et la quatrième forme avec le registre de la langue naturelle. Nous avons veillé à ce que ces quatre formes soient en toutes choses égales par ailleurs.

#### *III.4. Questionnaire d'opinion*

Afin de recueillir les perceptions des apprenants quant à cette activité, nous leur avons soumis un questionnaire d'opinion, et ce, immédiatement après l'activité. Les données métriques récoltées sur base des réponses des apprenants nous ont permis d'examiner d'une part, une potentielle différence de leurs perceptions selon les modalités de représentations sémiotiques et, d'autre part, un éventuel lien entre leurs perceptions et les scores obtenus au post-test immédiat.

#### *III.5. Post-test immédiat*

À la séance suivant l'activité de découverte, les apprenants ont été soumis au premier post-test. Les items identiques au pré-test sont placés dans le même ordre. Seules les données de surface ont été modifiées en veillant à garder un même niveau de complexité tant dans la nature des nombres que dans leur grandeur. Les raisonnements mobilisés, de même que les compétences et niveaux taxonomiques, étaient donc inchangés.

##### *III.5.1. Passation du post-test immédiat*

Ce post-test est identique pour les quatre groupes classes participant à notre recherche. Nous avons appliqué les mêmes conditions matérielles que lors de la passation du pré-test. Les questions n'ont pas été lues et nous n'avons donné aucune information supplémentaire aux apprenants. Craignant une retranscription de leurs réponses du pré-test, nous leur avons juste signalé que les données avaient été changées afin d'éviter cette éventualité. En ce qui concerne la grille de correction, elle est similaire à celle du pré-test, excepté pour les solutions, bien évidemment, aménagées.

##### *III.5.2. Estimation de la validité*

En raison des modifications qui ont été apportées au pré-test afin de créer le post-test immédiat, la validité globale n'a pas été affectée et est, dès lors, similaire à celle du pré-test.

#### *III.6. Synthèse*

À la séance qui suit le post-test immédiat, une synthèse est lue et commentée par nous-mêmes. Conformément aux compétences du socle et aux programmes, plusieurs parties y sont présentes. Effectivement, les compétences à développer, les tâches proposées aux apprenants ainsi que l'évaluation doivent être dans un alignement pédagogique (Biggs & Tang, 2007). Ainsi, tous les registres sémiotiques ciblés précédemment sont introduits à cette étape. Nous exposons d'abord ce que sont des grandeurs directement proportionnelles ensuite, nous précisons la notion de « coefficient de proportionnalité » ainsi que la formule pour l'obtenir. Nous montrons également qu'une situation de proportionnalité directe peut

être définie sous trois formes : une formule du type  $y = kx$  ; un tableau de proportionnalité et un graphique à savoir une droite passant l'origine du repère. Nous soulignons également que le graphique de ce type de relation se nomme « fonction linéaire ». Par ailleurs, nous explicitons les propriétés de la linéarité dans le cadre des tableaux de proportionnalité.

### III.7. Exercices sur la proportionnalité directe

Nous avons constitué un ensemble de treize tâches issues des épreuves externes certificatives CE1D en mathématiques et de la base de données EvapMib. Nous avons sélectionné ces tâches au regard de la taxonomie de Régis Gras, révisée par Antoine Bodin (Bodin, 2017), comme pour les tests, en vue de repérer le niveau de complexité de celles-ci et s'assurer de recouvrir plusieurs niveaux. Le tableau ci-dessous reprend le classement des treize tâches en fonction des cinq compétences que nous travaillons ainsi que les niveaux taxonomiques qui y sont associés. Nous signalons que nous n'avons ciblé que les quatre premières catégories de la taxonomie, tout comme dans le pré-test, le post-test immédiat et le post-test différé.

		Tâche 1	Tâche 2	Tâche 3	Tâche 4	Tâche 5	Tâche 6	Tâche 7	Tâche 8	Tâche 9	Tâche 10	Tâche 11	Tâche 12	Tâche 13
Compétences	Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres	x						x						
	Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs	x			x	x		x						
	Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe								x	x	x	x	x	
	Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité													x
	Interpréter un graphique		x											
Catégories	A → Connaissance et reconnaissance	x	x	x	x	x								
	B → Compréhension				x	x	x							
	C → Application					x		x	x	x				
	D → Créativité										x	x	x	x

Tableau 8: répartition des tâches selon les compétences et catégories taxonomiques

Les tâches 3 et 6 ne sont associées à aucune compétence. Effectivement, la tâche 3 s'intéresse au registre algébrique et, plus précisément, à l'expression algébrique traduisant

une situation de proportionnalité (fonction linéaire). Ceci n'étant qu'officiellement traité en troisième année du secondaire, la compétence qui y est relative n'est donc pas présente dans le socle (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c). Quant à la tâche 6, il s'agit de tracer un graphique qui dépend d'une situation donnée et non présentée comme relevant de la proportionnalité directe. Dans ce contexte, cet exercice qui est en adéquation avec notre activité de découverte est assez rare, mais nous estimons, par sa qualité, qu'il mérite sa place dans notre scénario. Nous décrivons les tâches sélectionnées ci-après ainsi que leur objectif ci-dessous.

Tâche 1 : Quatre tableaux de données liées à des situations concrètes sont donnés. Les élèves doivent déterminer s'ils traduisent une situation de proportionnalité directe et justifier leur réponse. Dans l'affirmative, il s'agit, ensuite, de déterminer le coefficient de proportionnalité. L'objectif de cette tâche est de faire émerger différentes stratégies visant à statuer sur la potentielle relation de proportionnalité entre deux suites de nombres, mais aussi à entraîner les élèves à établir le coefficient de proportionnalité.

Tâche 2 : Un graphique représentant le prix à payer dans un cybercafé en fonction de la durée de connexion est présenté et les élèves doivent dire si la première grandeur est directement proportionnelle à la seconde en justifiant leur réponse. Cette tâche fait appel à la représentation graphique d'une situation de proportionnalité directe.

Tâche 3 : Les élèves doivent entourer les formules qui décrivent une situation de proportionnalité directe. Il s'agit, ici, de reconnaître les formules du type  $y = kx$ .

Tâche 4 : Les élèves doivent déterminer, pour trois tableaux, le coefficient de proportionnalité puis les compléter. Cette tâche réactive les stratégies identifiées pour la tâche 1. Effectivement, les élèves peuvent utiliser la valeur du coefficient ou les propriétés de la linéarité ou, encore, une combinaison de ces stratégies afin de compléter les tableaux.

Tâche 5 : Dans une situation concrète de dénivellation, les élèves doivent compléter le tableau, calculer le coefficient de proportionnalité puis établir la formule permettant de calculer rapidement la dénivellation en fonction de la distance horizontale. Cette tâche associe le tableau de proportionnalité, le coefficient ainsi que la formule.

Tâche 6 : Sachant qu'un liquide occupe un volume de  $120 \text{ cm}^3$  pour une hauteur de 5 cm dans un récipient parallélépipédique rectangulaire, les élèves doivent tracer le graphique représentant le volume en fonction de la hauteur de liquide. L'objectif de cette tâche vise à amener les élèves à faire le lien avec la phase 1 de l'activité de découverte avec le cylindre puisque le volume et la hauteur d'un parallélépipède rectangle sont des grandeurs directement proportionnelles.

Tâche 7 : Connaissant la durée moyenne pour un téléchargement de 3 chansons sur internet, les élèves doivent compléter le tableau liant le nombre de chansons à la durée de téléchargement. Cette tâche est similaire à la tâche 5, à l'exception qu'elle nécessite une étape supplémentaire dans la résolution (conversion des minutes en secondes).

Tâche 8 : Dans un contexte géométrique, les élèves doivent déterminer la hauteur de deux crayons en se basant sur la hauteur d'un crayon donné ensuite en dessiner un d'une hauteur spécifique. La relation de proportionnalité directe est sous-jacente et les élèves doivent l'apercevoir afin de réaliser cette tâche.

Tâche 9 : Les élèves doivent calculer le montant à payer pour peindre une chambre connaissant l'aire de la surface des murs, le rendement de la peinture et son prix. Il s'agit d'appliquer un raisonnement proportionnel dans un problème.

Tâche 10 : Connaissant les dimensions du négatif d'une photo ainsi que la longueur de la photo, une fois tirée, il est demandé aux élèves de déterminer la mesure de sa largeur. Cette tâche permet aux élèves de prendre conscience qu'il s'agit d'un agrandissement proportionnel.

Tâche 11 : Cette tâche consiste à calculer le volume d'eau qui s'est échappé en 14 jours d'un robinet qui fuit. C'est un problème de proportionnalité directe qui implique plusieurs étapes dans le raisonnement afin de répondre à la question posée.

Tâche 12 : Il est demandé aux apprenants de déterminer le prix du flacon B de parfum connaissant le prix du flacon A et sachant que le prix est directement proportionnel au volume. Les dimensions des flacons étant données, les volumes sont déterminables. Il s'agit, ici encore, d'un problème de proportionnalité, mais les élèves doivent comprendre qu'il faut calculer les volumes des flacons afin de résoudre ce problème.

Tâche 13 : Cette tâche est une adaptation du célèbre puzzle de Brousseau. Les élèves doivent construire une réduction du puzzle donné de la manière suivante : un segment de 5 centimètres mesure 4 centimètres dans le puzzle réduit. L'objectif est d'envisager la proportionnalité directe dans un contexte géométrique et déconstruire l'idée courante d'enlever un centimètre à chaque segment.

### *III.8. Post-test différé*

À la dernière séance de notre scénario pédagogique, les apprenants ont été soumis à un post-test différé. Nous avons gardé l'ordre des items comme dans les tests précédents. À l'instar du post-test immédiat, nous avons modifié les données de surface tout en faisant attention au niveau de complexité des nombres.

#### *III.8.1. Passation du post-test différé*

Nous avons appliqué le même protocole que lors des tests antérieurs. Nous n'avons ni lu, ni commenté les items et n'avons fourni aucune information complémentaire. Pareillement au post-test immédiat, nous avons précisé que les données diffèrent de celles du pré-test et du post-test immédiat. Les élèves pouvaient utiliser leur calculatrice et leur matériel de géométrie. La grille de correction a été élaborée de la même manière que celles du pré-test et du post-test immédiat.

### *III.8.2. Estimation de la validité*

Tout comme le post-test immédiat, nous n'avons opéré que des changements dans les données des items. Ceci n'a pas d'incidence sur la validité globale, maintenue équivalente à celle du pré-test.

## **IV. Conclusion du chapitre**

Dans ce chapitre, nous avons mis en lumière la méthodologie mise en œuvre dans cette recherche. Tout d'abord, la démarche expérimentale avec le dispositif expérimental a été présentée avec la description de l'échantillon ciblé, des variables identifiées, des questions de recherche et du plan expérimental mobilisé. Nous nous sommes ensuite penchés sur le scénario pédagogique que nous avons conçu. Dans le cadre de cette étude, nous avons sélectionné un échantillon de nonante-deux sujets de deuxième année commune du secondaire issus de quatre classes d'un même établissement scolaire. Dans l'optique d'évaluer l'effet de l'association des registres tabulaire et graphique, quatre scénarios pédagogiques caractérisés par une activité de découverte identique, mais mobilisant des registres sémiotiques différents ont été construits. Chaque groupe classe a été soumis à un scénario pédagogique spécifique. Dans la perspective de répondre à nos questions de recherche, cette étape de notre expérimentation nous a permis de récolter des données qui ont été traitées et analysées au chapitre suivant.

Ce troisième chapitre décrit les différents traitements exécutés sur les données que nous avons récoltées durant le scénario pédagogique et pour répondre à nos questions de recherche formulées précédemment. Nous cherchons à évaluer, dans quelle mesure, l'association des registres tabulaire et graphique a un effet sur la résolution de problèmes de proportionnalité directe en deuxième année commune du secondaire. Tout d'abord, nous décrivons et comparons les aptitudes initiales de notre échantillon relativement au concept de proportionnalité. En deuxième lieu, nous nous intéressons à l'influence de nos variables indépendantes sur les progrès des apprenants prenant part à notre expérimentation. À cette fin, nous utilisons les valeurs des gains relatifs ou pertes relatives si le score au deuxième test est inférieur à celui au premier test. D'Hainaut (1975) considère qu'à partir d'une progression de 30 %, nous pouvons considérer qu'il y a effectivement eu apprentissage. En dernier lieu, nous évaluons la manière dont les apprenants perçoivent l'activité de découverte de notre scénario puis nous cherchons un lien entre leurs perceptions et leur score total au post-test immédiat. Toutes nos analyses ont été effectuées selon un volet descriptif, en plus d'un volet inférentiel où nous optons pour un niveau de signification,  $\alpha$ , communément admis de l'ordre de 5%. Autrement dit, nous pourrions rejeter l'hypothèse nulle dès que la probabilité trouvée sur notre échantillon,  $\rho$ , sera inférieure à  $\alpha$ , soit  $\rho \leq 0,05$ . Pour atteindre ces résultats, nous avons utilisé les logiciels Excel, Jasp et Jamovi. À la fin de chaque partie, nous réalisons une synthèse et éclairons nos résultats en nous appuyant sur notre cadre théorique.

#### ***I. Description et comparaison du niveau initial de notre échantillon***

Comme première étape, nous avons calculé des statistiques descriptives sur les données récoltées lors du pré-test afin de préciser les principales caractéristiques de notre échantillon et en vue de comparer les niveaux des quatre groupes classes. Pour rappel, notre échantillon se compose de 92 sujets. Nous avons, ensuite, procédé à une comparaison des moyennes grâce à une analyse inférentielle pour les quatre groupes classes participant à notre expérimentation, et ce, afin de nous assurer de l'équivalence entre ces derniers. Nos analyses ont été réalisées suivant les scores totaux, les scores pour chacune des quatre catégories taxonomiques (Bodin, 2017) ainsi que pour les cinq compétences ciblées (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c).

##### *I.1. Analyse descriptive*

Les tableaux suivants synthétisent nos analyses descriptives réalisées en fonction des scores totaux, des catégories taxonomiques et des compétences.

### I.1.1. Selon les scores totaux

	1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>Taille (n)</b>	21	23	24	24
<b>Moyenne (en %)</b>	40,91	50,41	54,36	46,95
<b>Écart-type (<math>\sigma</math>)</b>	5,357	4,177	4,805	4,631
<b>Minimum</b>	0	3	3	1
<b>Maximum</b>	19	18	19	18
<b>CV</b>	59,52	37,66	40,18	44,83

Tableau 9: analyse descriptive du niveau initial de l'échantillon selon les scores totaux

À la lecture de ce tableau, nous observons que les moyennes diffèrent entre les groupes. Effectivement, près de 14% séparent le groupe ayant la moyenne la plus faible de celui ayant la moyenne la plus haute, respectivement les groupes 1 et 3. La comparaison des écarts-types suggère que le premier groupe présente des valeurs moins resserrées autour de la moyenne que les autres groupes. En ce qui concerne le score minimum obtenu, il est similaire entre les groupes 1 et 4 alors qu'il est égal pour les deux autres groupes. Le score maximum est, quant à lui, comparable entre nos 4 groupes classes. L'examen des taux d'hétérogénéité montre que la distribution la moins homogène est celle du groupe 1, ce dernier ayant un coefficient de variation (CV) de 59,52% soit le coefficient le plus élevé des 4 groupes. Les apprenants semblent être plus proches les uns des autres dans le groupe 2 avec un coefficient de variation de 37,66%. Globalement, les aptitudes relatives à la proportionnalité directe sont légèrement différentes entre nos groupes avec une performance supérieure par le troisième groupe et un niveau plus faible pour le premier. Toutefois, les difficultés à l'égard de la proportionnalité semblent être une réalité pour notre échantillon d'après leur moyenne.

### I.1.2. Selon les catégories taxonomiques

		1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>A → Connaissance et reconnaissance</b>	<b>%</b>	34,92	42,75	50,7	42,37
	<b><math>\sigma</math></b>	1,609	1,619	1,546	1,532
	<b>CV</b>	76,80	63,12	50,82	60,27
<b>B → Compréhension</b>	<b>%</b>	48,99	46,53	54,17	51,79
	<b><math>\sigma</math></b>	2,293	1,718	2,105	1,929
	<b>CV</b>	66,87	43,42	55,51	53,21
<b>C → Application</b>	<b>%</b>	46,03	57,25	63,88	51,38
	<b><math>\sigma</math></b>	2,211	2,107	1,761	1,586
	<b>CV</b>	80,05	61,34	45,94	51,44
<b>D → Créativité</b>	<b>%</b>	23,81	37,67	43,07	36,1
	<b><math>\sigma</math></b>	1,102	1,217	1,083	1,018
	<b>CV</b>	154,28	107,7	83,82	94

Tableau 10: analyse descriptive du niveau initial de l'échantillon selon les catégories taxonomiques

Notre échantillon rencontre unanimement plus de difficultés dans les items repris dans la catégorie taxonomique la plus élevée de notre test, à savoir la créativité (D). Les groupes 1

et 4 semblent être plus performants en compréhension dont la moyenne (%) est de 48,99% et 51,79% respectivement. En revanche, les deux autres groupes présentent une moyenne supérieure en application par rapport aux autres niveaux taxonomiques. Une analyse plus fine dévoile des aptitudes supérieures en faveur du troisième groupe et ce, pour l'ensemble des catégories taxonomiques ciblées. Le premier groupe obtient les moyennes les plus faibles à l'exception du niveau relatif à la compréhension. De la même façon que lors de la comparaison précédente, nous observons des performances supérieures pour le troisième groupe contrairement au premier groupe. Les écarts-types montrent que les quatre groupes présentent une dispersion analogue en termes de scores hormis pour les catégories B et C. En ce qui a trait aux coefficients de variation (CV), la situation semble similaire aux moyennes. En effet, les écarts initiaux entre les élèves sont majoritairement moins élevés dans le troisième groupe, à l'opposé du premier présentant les taux d'hétérogénéité les plus élevés.

### I.1.3. Selon les compétences

		<b>1 (reg graph et tab)</b>	<b>2 (reg graph)</b>	<b>3 (reg tab)</b>	<b>4 (reg langue nat)</b>
<b>Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres</b>	%	38,1	65,22	62,5	50
	$\sigma$	0,4976	0,487	0,4945	0,4945
	CV	130,6	74,67	79,12	98,9
<b>Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs</b>	%	47,62	55,56	62,03	53,24
	$\sigma$	2,648	2,045	2,43	2,284
	CV	61,78	40,9	43,52	47,66
<b>Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe</b>	%	38,69	54,35	54,16	47,4
	$\sigma$	2,508	2,461	2,239	2,284
	CV	81,03	56,6	51,67	60,23
<b>Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité</b>	%	22,22	21,74	33,33	26,39
	$\sigma$	1,017	0,9346	0,8341	1,021
	CV	152,54	143,3	83,41	128,96
<b>Interpréter un graphique</b>	%	57,14	43,48	45,83	45,83
	$\sigma$	0,5071	0,5063	0,509	0,509
	CV	88,75	116,44	111,06	111,06

Tableau 11: analyse descriptive du niveau initial de l'échantillon selon les compétences

Les quatre groupes de notre expérimentation semblent éprouver davantage de difficultés pour la compétence relative à la reconnaissance ainsi qu'à la construction des agrandissements et réductions proportionnels. Ceci n'a rien d'étonnant et a été mis en évidence par Brousseau et Adjiage (cité dans Oliveira, 2008). Pour les groupes 2 et 3, les moyennes pour la compétence liée à l'identification d'un tableau de proportionnalité sont supérieures aux autres compétences ciblées par notre test. Le premier groupe obtient une meilleure moyenne dans l'interprétation de graphique et le quatrième groupe présente des aptitudes supérieures dans le complètement, la construction et l'exploitation de tableaux de proportionnalité directe. L'examen du tableau pour chaque compétence montre des

performances supérieures pour les groupes 2 et 3 dans deux des cinq compétences traitées. Concernant les écarts-types, seule la deuxième compétence présente une dispersion légèrement différente pour nos groupes. Par ailleurs, nous pouvons constater, encore une fois, que les coefficients de variation indiquent une forte hétérogénéité au sein du premier groupe.

### *I.2. Analyse inférentielle*

Les conditions d'application de normalité des distributions et d'homogénéité des variances n'étant pas respectées et les groupes classes ont, en outre, des tailles différentes, nous ne pouvons pas supposer que la robustesse de l'ANOVA classique pourra à coup sûr compenser la violation des postulats (Cousineau, 2011). Pour cette raison, nous avons eu recours à une procédure non paramétrique et avons choisi l'analyse de variance de Kruskal Wallis en vue de vérifier l'équivalence entre nos quatre groupes.

	$\chi^2$	df	p
<b>Scores totaux</b>	3,941	3	0,268
<b>A → Connaissance et reconnaissance</b>	3,887	3	0,274
<b>B → Compréhension</b>	0,648	3	0,885
<b>C → Application</b>	3,309	3	0,346
<b>D → Créativité</b>	3,622	3	0,305
<b>Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres</b>	4,112	3	0,250
<b>Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs</b>	3,765	3	0,288
<b>Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe</b>	3,369	3	0,338
<b>Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité</b>	3,660	3	0,301
<b>Interpréter un graphique</b>	0,970	3	0,808

*Tableau 12: analyse inférentielle du niveau initial de l'échantillon*

Les tests de Kruskal-Wallis donnent tous des  $\chi^2$  non significatifs puisque les valeurs des p-values sont supérieures à 0,05. Nous pouvons donc considérer qu'il n'y a aucune différence statistiquement significative parmi les moyennes des scores totaux, des scores selon les catégories taxonomiques et des scores selon les compétences entre nos quatre groupes classes.

### *I.3. Synthèse et discussion*

Ces analyses nous permettent non seulement de prendre connaissance du niveau initial de notre échantillon, mais aussi de contrôler l'équivalence entre les quatre classes participant à notre recherche. En ce qui concerne le niveau initial de notre échantillon, nous pouvons constater que nos quatre groupes classes ont des moyennes bien inférieures à 80 pourcents, seuil de maîtrise suffisant (Temperman, 2017). Les moyennes selon les catégories

taxonomiques et selon les compétences diffèrent entre les quatre groupes. Les apprenants de notre échantillon éprouvent davantage de difficultés avec les items compris dans le quatrième niveau taxonomique. Ainsi, les quatre groupes obtiennent leurs moyennes les plus faibles dans la catégorie « créativité ». Ce niveau étant d'une complexité cognitive supérieure (Bodin, 2017), cette observation était prévisible. La compétence « Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité » est la moins réussie alors que celle intitulée « Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres » est la mieux acquise. Effectivement, deux des quatre groupes obtiennent une meilleure moyenne sur cette compétence. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'elle est initiée à la deuxième étape, soit avant la fin de la sixième année du primaire (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c). Par ailleurs, ce constat rejoint les résultats de l'étude menée par Baldy et al. (2007) ayant montré que l'identification de suites de nombres comme relevant de la proportionnalité directe n'était pas acquise pour 4 élèves sur 5. Nos analyses descriptives montrent un niveau supérieur de maîtrise du troisième groupe par rapport aux trois autres. Ce groupe montre une meilleure acquisition de la proportionnalité directe d'après non seulement les résultats initiaux totaux, mais aussi les résultats selon les catégories taxonomiques visées ainsi que pour les compétences testées. Contrairement à ce qui précède, le premier groupe semble être le moins compétent des quatre. Toutefois, l'équivalence des quatre groupes classes est établie d'un point de vue inférentiel.

## **II. Progression individuelle des apprenants**

Dans cette seconde partie, nous avons analysé les progrès des apprenants soumis à notre scénario pédagogique, et cela, suivant les scores totaux, les catégories taxonomiques examinées et les compétences travaillées. En outre, nous avons distingué les résultats obtenus suite à nos analyses entre nos trois instruments de mesure : le pré-test et le post-test immédiat ; le pré-test et le post-test différé ainsi que le post-test immédiat et le post-test différé. D'après les scores récoltés par les sujets aux trois tests, nous avons apprécié leurs progressions à l'aide des gains relatifs ou pertes relatives. D'Hainaut (1975) précise qu'un apprentissage a réellement eu lieu lorsque le gain dépasse la valeur de 30 pourcents. Nous rappelons que nous souhaitons répondre à trois questions de recherche à travers cette expérimentation :

*Q1) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre tabulaire mis en place ? (effet du statut du registre tabulaire)*

*Q2) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre graphique mis en place ? (effet du statut du registre graphique)*

**Q3) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon qu'ils bénéficient du registre tabulaire ou non, quel que soit le statut du registre graphique ? (effet d'interaction du statut du registre tabulaire et celui du registre graphique)**

Les tableaux ci-après structurent les résultats de nos analyses selon les instruments de mesure envisagés. Nous avons d'abord commencé nos analyses par une description des résultats puis nous les avons complétées par des tests inférentiels. Pour que nos analyses soient aisément lisibles par nos lecteurs et éviter toute surcharge cognitive, nous les avons systématiquement scindées en trois sections.

## II.1. Selon les scores totaux

### II.1.1. Analyse descriptive

#### Entre le pré-test et le post-test immédiat

	<b>1 (reg graph et tab)</b>	<b>2 (reg graph)</b>	<b>3 (reg tab)</b>	<b>4 (reg langue nat)</b>
<b>Moyenne pré-test (en %)</b>	40,91	50,4	54,36	46,97
<b>Moyenne post-test 1 (en %)</b>	46,32	47,83	69,13	58,14
<b>Gr /Pr moyens (en %)</b>	9,16	-5,1	32,37	21,07
<b>Moyenne des Gr/Pr (en %)</b>	7,52	-3,23	34,2	21,69
<b>CV pré-test (en %)</b>	59,52	37,67	40,18	44,82
<b>CV post-test 1 (en %)</b>	59,17	46,02	31,74	40,85

Tableau 13: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 1)

Après observation du tableau, nous pouvons constater que seule le groupe 2 disposant exclusivement du registre graphique lors de l'activité de découverte a régressé. Effectivement, la moyenne entre le pré-test et le post-test 1 est passée de 50,4% à 47,83%. Nous constatons une progression allant de plus de 5% à près de 15%, respectivement pour le groupe 1 (registres tabulaire et graphique) et pour le groupe 3 (registre tabulaire). Néanmoins, les moyennes au post-test immédiat sont bien en deçà du seuil des 80% de la pédagogie de la maîtrise nous assurant un niveau de maîtrise suffisant chez nos apprenants (Temperman, 2017). Le groupe ayant disposé du registre tabulaire est celui qui s'en rapproche le plus avec une moyenne au post-test 1 de 69,13%. Notre activité de découverte a permis de réduire les écarts initiaux entre les élèves pour tous les groupes, à l'exception du deuxième groupe où la distribution est devenue plus hétérogène. En se référant aux gains relatifs moyens et la moyenne des gains relatifs, l'activité de découverte a été bénéfique pour les groupes 1 (registres tabulaire et graphique), 3 (registre tabulaire) et 4 (registre de la langue naturelle). Le groupe ayant disposé de l'activité avec le registre tabulaire affiche des gains relatifs et une moyenne des gains relatifs dépassant les 30% attestant d'un réel apprentissage (D'Hainaut, 1975). Quant au deuxième groupe disposant exclusivement du registre graphique, la perte relative moyenne vaut -5,1% et la moyenne des pertes relatives

est égale à -3,23%. Selon les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registre graphique < Registres tabulaire et graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*  
Entre le pré-test et le post-test différé

	1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>Moyenne pré-test (en %)</b>	40,91	50,4	54,36	46,97
<b>Moyenne post-test 2 (en %)</b>	58,66	62,25	74,43	67,23
<b>Gr /Pr moyens (en %)</b>	30,04	23,9	43,98	38,21
<b>Moyenne des Gr/Pr (en %)</b>	33,14	27,01	48,9	42,4
<b>CV pré-test (en %)</b>	59,52	37,67	40,18	44,82
<b>CV post-test 2 (en %)</b>	47,76	36,87	30,44	34,07

Tableau 14: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 2)

La lecture de ce tableau nous permet d'observer une évolution positive des moyennes entre le pré-test et le post-test différé pour l'ensemble des groupes soumis à des registres de représentation sémiotique différents lors de l'activité de découverte. En comparant les moyennes au post-test différé aux 80% de la pédagogie de la maîtrise (Temperman, 2017), le groupe s'en approchant le plus est celui ayant réalisé l'activité de découverte avec le registre tabulaire avec une moyenne de 74,43%. L'examen des coefficients de variation indique une nette diminution des écarts entre les élèves, excepté pour le groupe ayant disposé du registre graphique avec une diminution de moins de 1%. Quelles que soient les modalités des registres, les gains relatifs moyens et la moyenne des gains relatifs montrent une progression pour l'ensemble de notre échantillon. Le seul groupe affichant un gain relatif et une moyenne des gains relatifs en dessous des 30% attestant d'un réel apprentissage (D'Hainaut, 1975) est celui ayant disposé de l'activité avec le registre graphique. En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registres tabulaire et graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*  
Entre le post-test immédiat et le post-test différé

	1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>Moyenne post-test 1 (en %)</b>	46,32	47,83	69,13	58,14
<b>Moyenne post-test 2 (en %)</b>	58,66	62,25	74,43	67,23
<b>Gr /Pr moyens (en %)</b>	22,98	27,65	17,18	21,72
<b>Moyenne des Gr/Pr (en %)</b>	21,59	29,59	21,62	28,89
<b>CV post-test 1 (en %)</b>	59,17	46,02	31,74	40,85
<b>CV post-test 2 (en %)</b>	47,76	36,87	30,44	34,07

Tableau 15: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (post-test 1 et post-test 2)

L'examen du tableau 15 montre que les moyennes du post-test différé révèle qu'elles sont toutes supérieures à celles du post-test immédiat. Si nous observons les moyennes du post-test 2, deux d'entre elles, 74,43% pour le registre tabulaire et 67,23% pour le registre de la

langue naturelle, sont davantage plus proches des 80% recommandés par la pédagogie de la maîtrise nous permettant d’attester d’un certain niveau de compétence de nos apprenants (Temperman, 2017). Le tableau ci-dessus met en évidence également une diminution des coefficients de variation pour l’ensemble des groupes, témoignant d’une distribution plus homogène des résultats. Nous observons une plus faible réduction des taux d’hétérogénéité dans le troisième groupe ayant réalisé l’activité de découverte avec exclusivement le registre tabulaire. Concernant les gains relatifs moyens et la moyenne des gains relatifs, ceux-ci ne dépassent pas les 30%, valeur à partir de laquelle nous pouvons considérer un réel apprentissage (D’Hainaut, 1975). Malgré tout, certaines valeurs n’en sont pas éloignées comme celles du deuxième groupe avec le registre graphique (27,65% et 29,56%) ou dans le quatrième groupe dans le cas du registre de la langue naturelle (28,89%). Suivant les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions d’après les gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registres tabulaire et graphique < Registre graphique*  
Par contre, un classement similaire relativement à la moyenne des gains relatifs place le groupe ayant effectué l’activité de découverte avec les registres tabulaire et graphique et affichant le pourcentage le moins élevé en première position :

*Registres tabulaire et graphique < Registre tabulaire < Registre de langue naturelle < Registre graphique*

### II.1.2. Analyse inférentielle

Dans le but d’évaluer l’effet des variables indépendantes « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » sur la variable dépendante « progression individuelle des apprenants », nous réalisons une analyse de variance (ANOVA) à deux critères croisés aux groupes indépendants en veillant aux conditions d’application de celle-ci. Nous nous interrogeons sur l’existence de différences de progression selon les modalités des registres présentés. Dès lors, nous considérons les tests à réaliser comme bilatéraux, c’est-à-dire à deux issues.

*Entre le pré-test et le post-test immédiat*

ANOVA - Gr pr.-post1					
	SCE	d° lib	CM	F	p (2 issues)
Tableau	3104,07	1	0,024	2,462	0,120
Graphique	15260,17	1	0,118	12,106	<b>&lt;0,001</b>
Tableau * Graphique	17,88	1	0	0,014	0,905
Residual	110930,15	88	1260,57		

Tableau 16: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 1)

Nous avons analysé les gains relatifs entre le pré-test et le post-test immédiat en utilisant une ANOVA pour deux facteurs inter-sujets, à savoir le statut du registre tabulaire (oui/non) et le statut du registre graphique (oui/non). L’effet principal du statut du registre tabulaire est non significatif ( $F(1,88) = 2,462 ; p = 0,12$ ). L’effet d’interaction entre le statut du registre tabulaire et le statut du registre graphique est également non significatif ( $F(1,88) = 0,014 ;$

$p = 0,905$ ). Par contre, nous identifions un effet significatif du statut du registre graphique ( $F(1,88) = 12,106$  ;  $p < 0,001$ ). Nous observons que les sujets n'ayant pas disposé du registre graphique lors de l'activité de découverte obtiennent de meilleures progressions que ceux en ayant disposé, comme le montre le tableau ci-dessous.

	Statut du registre graphique	
	non	oui
Nombre de sujets	48	44
Moyenne (en %)	27,95	1,904

Tableau 17: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique

#### Entre le pré-test et le post-test différé

ANOVA - Gr pr.-post2					
	SCE	d° lib	CM	F	p (2 issues)
Tableau	915,780	1	915,780	0,793	0,376
Graphique	5564,570	1	5564,570	4,821	<b>0,031</b>
Tableau * Graphique	0,816	1	0,816	7,065e -4	0,979
Residual	101577,227	88	1154,287		

Tableau 18: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (pré-test et post-test 2)

Similairement à l'analyse précédente, les résultats de l'analyse de variance indiquent un effet significatif en ce qui concerne le statut du registre graphique ( $F(1,88) = 4,821$  ;  $p = 0,031$ ). Comme le montrent les données du tableau ci-dessous, l'écart entre les gains relatifs des apprenants ne disposant pas du registre graphique et ceux en disposant est important avec une différence de près de 16%. Effectivement, les progressions les plus élevées vont en faveur des groupes ne disposant pas du registre graphique. Nous n'identifions ni effet de la variable « statut du registre tabulaire » sur la progression individuelle des apprenants, ni d'effet d'interaction entre les deux variables.

	Statut du registre graphique	
	non	oui
Nombre de sujets	48	44
Moyenne (en %)	45,65	29,93

Tableau 19: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique

#### Entre le post-test immédiat et le post-test différé

ANOVA - Gr post1-post2					
	SCE	d° lib	CM	F	p (2 issues)
Tableau	1337,801	1	1337,801	1,159	0,285
Graphique	2,650	1	2,650	0,002	0,962
Tableau * Graphique	3,010	1	3,010	0,003	0,959
Residual	101543,181	88	1153,900		

Tableau 20: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon les scores totaux (post-test 1 et post-test 2)

Une ANOVA factorielle montre que l'effet principal du statut du registre tabulaire est non significatif ( $F(1,88) = 1,159 ; p = 0,285$ ), de même que celui du statut du registre graphique ( $F(1,88) = 0,002 ; p = 0,962$ ). L'effet d'interaction est également non significatif ( $F(1,88) = 0,003 ; p = 0,959$ ). Par conséquent, il n'y a pas d'effet « statut du registre tabulaire », ni effet « statut du registre graphique » sur les progressions individuelles des apprenants entre le post-test immédiat et le post-test différé. Nous ne pouvons pas, non plus, conclure à un effet d'interaction des variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » sur ces mêmes progressions.

## II.2. Selon les catégories taxonomiques

### II.2.1. Analyse descriptive

#### Entre le pré-test et le post-test immédiat

		1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>A → Connaissance et reconnaissance</b>	Pre (%)	34,92	42,75	50,69	42,36
	PT 1 (%)	58,73	43,48	69,44	63,19
	Gr/Pr (%)	36,59	1,27	38,03	36,14
	M Gr/Pr (%)	32,7	-1,67	35	32,22
	CV pre (%)	76,82	63,11	50,82	60,26
	CV PT 1 (%)	38,72	58,64	35,85	38,87
<b>B → Compréhension</b>	Pre (%)	48,98	56,52	54,17	51,79
	PT 1 (%)	52,38	51,55	67,26	60,12
	Gr/Pr (%)	6,67	-8,79	28,57	17,28
	M Gr/Pr (%)	8,1	-1,52	20,8	17,25
	CV pre (%)	66,87	43,43	55,53	53,23
	CV PT 1 (%)	66,43	61,82	41,77	46,47
<b>C → Application</b>	Pre (%)	46,03	57,25	63,89	51,39
	PT 1 (%)	38,1	48,55	77,08	60,42
	Gr/Pr (%)	-17,24	-15,19	36,54	18,57
	M Gr/Pr (%)	-14,44	-9,71	29,51	11,81
	CV pre (%)	80,07	61,34	45,94	51,43
	CV PT 1 (%)	91,92	66,2	27,65	50,02
<b>D → Créativité</b>	Pre (%)	23,81	37,68	43,06	36,11
	PT 1 (%)	23,81	46,38	59,72	34,72
	Gr/Pr (%)	0	13,95	29,27	-3,85
	M Gr/Pr (%)	-7,14	10,87	29,86	-4,86
	CV pre (%)	154,27	107,7	83,82	93,97
	CV PT 1 (%)	160,5	80,33	71,7	107,72

Tableau 21: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les catégories taxonomiques (pré-test et post-test 1)

L'observation du tableau permet de constater des différences au niveau des moyennes entre le pré-test et le post-test immédiat entre les groupes. Selon les catégories taxonomiques (Bodin, 2017), les groupes affichent soit des progressions, soit des régressions. Au premier niveau taxonomique, tous les groupes affichent une progression à l'exception du groupe ayant bénéficié de l'activité avec le registre graphique. Bien que ce groupe affiche un gain relatif moyen de 1,27%, la moyenne des pertes relatives est de -1,52%. Pour les trois autres groupes, les gains relatifs moyens et la moyenne des gains relatifs dépassent les 30% nous permettant de considérer que notre activité a un effet bénéfique sur l'apprentissage (D'Hainaut, 1975). En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993,

2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire*

Le deuxième niveau taxonomique « compréhension » montre une situation similaire au niveau inférieur puisque seul le deuxième groupe avec l'activité mobilisant le registre graphique a régressé. En ce qui concerne les gains relatifs moyens et la moyenne des gains, ils sont inférieurs à 30% et d'autant plus, au point de vue du groupe 1 avec les registres graphique et tabulaire. Par ailleurs, nous précisons que le groupe ayant été soumis à l'activité de découverte mobilisant le registre tabulaire présente un gain relatif moyen de 28,57%, non loin du seuil des 30% (D'Hainaut, 1975). Selon les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Pour ce qui est de la catégorie taxonomique C, l'activité de découverte permet une progression pour le groupe l'ayant accomplie avec le registre tabulaire ainsi que celui avec le registre de la langue naturelle. Nous pouvons considérer qu'un apprentissage a eu lieu dans le cas du groupe 3 avec le registre tabulaire en raison du gain relatif moyen de 36,54%. La régression est plus marquée dans le groupe 1 avec les registres graphique et tabulaire que dans le groupe 2 (-17,24% et -14,44%) avec le registre graphique (-15,19% et -9,71%). Suivant les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Quant au dernier niveau taxonomique ciblé par nos tests, nous observons une progression pour le groupe 2 avec le registre graphique (13,95% et 10,87%) et a fortiori, pour le groupe 3 avec le registre tabulaire (29,27% et 29,86%) se rapprochant fortement des 30% (D'Hainaut, 1975). Semblablement à la catégorie taxonomique inférieure, le groupe ayant le plus régressé est celui ayant réalisé l'activité de découverte avec les registres tabulaire et graphique. D'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en suivant les gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre tabulaire*

Par contre, un classement similaire relativement à la moyenne des gains relatifs place le groupe ayant effectué l'activité de découverte avec les registres tabulaire et graphique et affichant le pourcentage le moins élevé en première position :

*Registres tabulaire et graphique < Registre de la langue naturelle < Registre graphique < Registre tabulaire*

D'une manière générale, l'analyse des taux d'hétérogénéité montre une réduction des écarts entre les apprenants pour les quatre catégories taxonomiques. Une augmentation du coefficient de variation apparaît à la catégorie « compréhension » pour le groupe 2 qui a réalisé l'activité de découverte avec le registre graphique. Les groupes 1 (registres graphique

et tabulaire) et 2 (registre graphique) montrent une augmentation de l'hétérogénéité des résultats à l'égard de la catégorie C. Quant à la dernière catégorie taxonomique, l'activité de découverte avec les registres graphique et tabulaire ainsi que celle avec le registre de la langue naturelle ont un effet défavorable sur les écarts entre les élèves. En consultant les données de notre tableau par groupe, la modalité la plus avantageuse pour les apprenants semble être celle avec le registre tabulaire dans l'activité de découverte. En effet, ce groupe révèle des progressions pour la totalité des catégories taxonomiques ciblées. À l'inverse, le groupe ayant profité du registre graphique se démarque des autres par sa régression sur trois des quatre niveaux taxonomiques, c'est-à-dire en catégories taxonomiques A, B et C.

*Entre le pré-test et le post-test différé*

		1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>A → Connaissance et reconnaissance</b>	Pre (%)	34,92	42,75	50,69	42,36
	PT 2 (%)	65,08	60,14	67,36	69,44
	Gr/Pr (%)	46,34	30,38	33,8	46,99
	M Gr/Pr (%)	46,03	25,36	28,96	41,67
	CV pre (%)	76,82	63,11	50,82	60,26
	CV PT 2 (%)	37,03	39,84	36,1	27,1
<b>B → Compréhension</b>	Pre (%)	48,98	56,52	54,17	51,79
	PT 2 (%)	68,71	62,73	82,74	78,57
	Gr/Pr (%)	38,67	14,29	62,34	55,56
	M Gr/Pr (%)	35,92	20,93	56,31	54,91
	CV pre (%)	66,87	43,43	55,53	53,23
	CV PT 2 (%)	44,89	45,41	28,79	29,85
<b>C → Application</b>	Pre (%)	46,03	57,25	63,89	51,39
	PT 2 (%)	50	62,32	75	59,72
	Gr/Pr (%)	7,35	11,86	30,77	17,14
	M Gr/Pr (%)	10,16	17,03	25,69	18,75
	CV pre (%)	80,07	61,34	45,94	51,43
	CV PT 2 (%)	69,12	55,99	40,92	63,7
<b>D → Créativité</b>	Pre (%)	23,81	37,68	43,06	36,11
	PT 2 (%)	39,68	65,22	68,06	51,39
	Gr/Pr (%)	20,83	44,19	43,9	23,91
	M Gr/Pr (%)	8,73	36,96	38,19	18,06
	CV pre (%)	154,27	107,7	83,82	93,97
	CV PT 2 (%)	104,98	60,63	48,94	74,03

Tableau 22: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les catégories taxonomiques (pré-test et post-test 2)

Nous observons une augmentation des moyennes entre le pré-test et le post-test différé entre les groupes. Quelles que soient les catégories taxonomiques (Bodin, 2017), les quatre groupes soumis à des modalités de registres différents ont tous progressé. Au premier niveau taxonomique, le groupe ayant réalisé l'activité de découverte avec le registre graphique a légèrement moins progressé que les autres groupes d'après le gain relatif moyen de 30,38% et la moyenne des gains relatifs qui vaut 25,36%. En comparant les gains relatifs moyens et la moyenne des gains relatifs pour les quatre groupes, ils sont supérieurs aux 30% nous assurant de la plus-value de notre activité sur l'apprentissage (D'Hainaut, 1975) sauf dans le cas des moyennes des gains relatifs pour les groupes 2 (registre graphique) et 3 (registre tabulaire). D'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les

progressions en suivant les gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registre graphique < Registre tabulaire < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle*

Si nous opérons un classement similaire relativement à la moyenne des gains relatifs, l'ordre devient :

*Registre graphique < Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire*

L'analyse du deuxième niveau taxonomique « compréhension » montre une progression plus faible du deuxième groupe avec l'activité mobilisant le registre tabulaire par rapport aux autres groupes. En ce qui concerne les gains relatifs moyens et la moyenne des gains, le seul cas où ils sont inférieurs à 30% (D'Hainaut, 1975) est dans le chef du deuxième groupe présentant des valeurs de 14,29% et 20,93%. Nous constatons que les progressions les plus élevées sont observées dans les groupes 3 avec le registre tabulaire et 4 avec le registre de la langue naturelle, mais davantage dans le groupe 3. Suivant les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registre graphique < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Pour ce qui est de la catégorie taxonomique C, le groupe ayant accompli l'activité de découverte avec les registres tabulaire et graphique a le moins progressé où le gain relatif moyen est égal à 7,35% et la moyenne des gains relatifs vaut 10,16%. Nous constatons un apprentissage pour le groupe 3. Effectivement, le seul groupe présentant un gain relatif dépassant les 30% (D'Hainaut, 1975) est celui avec le registre tabulaire. En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Pour le dernier niveau taxonomique, nous observons une progression plus faible dans le groupe ayant réalisé l'activité de découverte avec les registres tabulaire et graphique. Les groupes 2 et 3 ayant bénéficié du registre graphique pour le premier et du registre tabulaire pour le second ont, chacun, un gain relatif moyen et une moyenne des gains relatifs dépassant le seuil des 30%, témoignant d'un réel apprentissage (D'Hainaut, 1975). Tout comme à la catégorie taxonomique inférieure, le groupe ayant le moins progressé est celui ayant réalisé l'activité de découverte avec les registres tabulaire et graphique. D'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en suivant les gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire < Registre graphique*

En réalisant un classement similaire relativement à la moyenne des gains relatifs, les progressions s'ordonnent comme suit :

*Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre graphique < Registre tabulaire*

Globalement, nous observons une diminution des taux d'hétérogénéité pour les quatre catégories taxonomiques, c'est-à-dire une diminution des écarts entre les apprenants. Pour le deuxième groupe avec le registre graphique, nous remarquons que le coefficient de variation passe de 43,43% à 45,41% à la catégorie taxonomique intitulée « compréhension ». Les taux d'hétérogénéité du groupe 4 soumis au registre de la langue naturelle dans l'activité de découverte montrent une augmentation des écarts entre les apprenants pour la catégorie C. L'observation des valeurs obtenues par groupe montre que le troisième groupe constitué d'apprenants ayant réalisé l'activité de découverte avec le registre tabulaire est celui qui progresse le plus, quels que soient les niveaux taxonomiques. C'était ce même groupe qui avait le mieux progressé entre le pré-test et le post-test immédiat à l'analyse précédente. Nous identifions deux groupes à qui l'activité de découverte a été le moins bénéfique : le groupe 1 ayant bénéficié des registres tabulaire et graphique ainsi que le groupe 2 ayant profité du registre graphique. Le premier groupe présente les plus faibles progressions aux niveaux taxonomiques C (7,35% et 10,16%) et D (20,83% et 8,73%) alors que le second a plus faiblement progressé pour les catégories taxonomiques A (30,38% et 25,36%) et B (14,29% et 20,93%).

*Entre le post-test immédiat et le post-test différé*

		1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>A → Connaissance et reconnaissance</b>	PT 1 (%)	58,73	43,48	69,44	63,19
	PT 2 (%)	65,08	60,14	67,36	69,44
	Gr/Pr (%)	15,38	29,49	-3	16,98
	M Gr/Pr (%)	15,16	21,23	1,11	18,96
	CV PT 1 (%)	38,72	58,64	35,85	38,87
	CV PT 2 (%)	37,03	39,84	36,1	27,1
<b>B → Compréhension</b>	PT 1 (%)	52,38	51,55	67,26	60,12
	PT 2 (%)	68,71	62,73	82,74	78,57
	Gr/Pr (%)	34,28	23,08	47,27	46,27
	M Gr/Pr (%)	25,77	26,52	48,47	39,46
	CV PT 1 (%)	66,43	61,82	41,77	46,47
	CV PT 2 (%)	44,89	45,41	28,79	29,85
<b>C → Application</b>	PT 1 (%)	38,1	48,55	77,08	60,42
	PT 2 (%)	50	62,32	75	59,72
	Gr/Pr (%)	19,23	26,76	-2,7	-1,15
	M Gr/Pr (%)	20,71	26,96	6,94	9,03
	CV PT 1 (%)	91,92	66,2	27,65	50,02
	CV PT 2 (%)	69,12	55,99	40,92	63,7
<b>D → Créativité</b>	PT 1 (%)	23,81	46,38	59,72	34,72
	PT 2 (%)	39,68	65,22	68,06	51,39
	Gr/Pr (%)	20,83	35,14	20,69	25,53
	M Gr/Pr (%)	12,7	38,41	11,81	22,92
	CV PT 1 (%)	160,5	80,33	71,7	107,72
	CV PT 2 (%)	104,98	60,63	48,94	74,03

Tableau 23: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les catégories taxonomiques (post-test 1 et post-test 2)

D'une manière générale, les moyennes entre le post-test immédiat et le post-test différé augmentent pour les quatre groupes sur les quatre niveaux taxonomiques (Bodin, 2017). En effet, les groupes 3 (registre tabulaire) et 4 (registre de la langue naturelle) ont régressé tous les deux à la catégorie taxonomique d'application. Le groupe 3 a, en outre, une perte relative

de -3% au premier niveau taxonomique « connaissance et reconnaissance ». En ce qui concerne le niveau taxonomique A de connaissance et reconnaissance, le groupe ayant réalisé l'activité de découverte avec les registres graphique et tabulaire a moins progressé que les autres groupes compte tenu du gain relatif moyen de 15,38% et de la moyenne des gains relatifs de 15,16%. Si nous comparons les gains relatifs moyens et la moyenne des gains relatifs pour les quatre groupes, ils sont tous inférieurs aux 30%, limite fixée attestant d'un réel apprentissage (D'Hainaut, 1975). Seul le deuxième groupe avec le registre graphique s'en approche avec un gain relatif moyen valant 29,49%. En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registre tabulaire < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre graphique*

Au deuxième niveau taxonomique « compréhension », nous constatons une progression plus faible du deuxième groupe ayant réalisé l'activité avec le registre graphique avec un gain relatif moyen de 23,08% et une moyenne des gains de 26,52%. Pour les groupes 3 (registre tabulaire) et 4 (registre de la langue naturelle), l'examen des gains relatifs moyens et de la moyenne des gains montre qu'il y a eu un réel apprentissage par rapport aux 30% (D'Hainaut, 1975). En effet, le groupe avec le registre tabulaire obtient un gain relatif moyen de 47,27% et une moyenne des gains relatifs de 48,47%. Le groupe avec le registre de la langue naturelle récolte un gain relatif moyen de 46,27% et une moyenne des gains relatifs de 39,46%. De même que dans l'analyse précédente lors du pré-test et du post-test différé, les progressions les plus élevées ont lieu dans les groupes 3 avec le registre tabulaire et 4 avec le registre de la langue naturelle, mais supérieurement dans le groupe 3. D'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en suivant les gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

En réalisant un classement similaire relativement à la moyenne des gains relatifs, les progressions s'ordonnent comme suit :

*Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Concernant la catégorie taxonomique C, le troisième groupe ayant accompli l'activité de découverte avec le registre tabulaire a le moins progressé avec une moyenne des gains relatifs qui vaut 6,94%. Nous n'observons ni gain relatif moyen ni moyenne des gains relatifs qui dépassent le seuil des 30%, marquant d'un réel impact sur l'apprentissage (D'Hainaut, 1975). Le classement des progressions/régressions par ordre croissant selon les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007) est le suivant :

*Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre graphique*

Au point de vue du dernier niveau taxonomique, la progression la plus faible est celle du troisième groupe ayant réalisé l'activité de découverte avec le registre tabulaire avec un gain relatif moyen de 20,69% et une moyenne des gains relatifs de 11,81%. L'activité de

découverte a un effet bénéfique sur l'apprentissage du deuxième groupe bénéficiant du registre graphique avec un gain relatif de 35,14% et une moyenne des gains relatifs de 38,41%, ces valeurs dépassant le seuil des 30% (D'Hainaut, 1975). Le groupe 3 ayant bénéficié du registre tabulaire lors de l'activité de découverte est celui qui a le moins progressé sur ce niveau taxonomique. Le classement des progressions par ordre croissant d'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007) est le suivant : *Registre tabulaire < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre graphique*. Les taux d'hétérogénéité pour les quatre catégories taxonomiques diminuent entre le post-test immédiat et le post-test différé à l'exception du groupe 3 avec le registre tabulaire pour les catégories taxonomiques A (35,85% à 36,1%) et C (27,65% à 40,92%) ainsi que pour le groupe 4 (50,02% à 63,7%) avec le registre de la langue naturelle à la troisième catégorie taxonomique. Nous pouvons donc considérer que d'une manière générale, les écarts entre les apprenants soumis à notre dispositif diminuent entre le post-test immédiat et le post-test différé. La comparaison des progressions entre chaque groupe montre que le deuxième constitué d'apprenants ayant réalisé l'activité de découverte avec le registre graphique est celui qui progresse le plus sur trois niveaux taxonomiques, A, C et D. Quant au groupe ayant le moins progressé, il s'agit de celui du troisième groupe qui a réalisé l'activité de découverte avec le registre tabulaire.

### II.2.2. Analyse inférentielle

#### Entre le pré-test et le post-test immédiat

<b>ANOVA - Gr pr.-post1 taxo a</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	7909	1	7909	5,040	0,027
Graphique	7509	1	7509	4,785	0,031
Tableau * Graphique	5720	1	5720	3,645	0,06
Residual	138102	88	1569		

Tableau 24: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique A (pré-test et post-test 1)

Pour la catégorie taxonomique A, l'analyse de variance indique que les effets principaux du statut du registre tabulaire ( $F(1,88) = 5,04$  ;  $p = 0,027$ ) et du statut du registre graphique ( $F(1,88) = 4,785$  ;  $p = 0,031$ ) sont, tous les deux, significatifs. Pour le premier, nous constatons, effectivement, que la moyenne des gains relatifs est plus élevée pour les groupes ayant bénéficié du registre tabulaire.

	<b>Statut du registre tabulaire</b>	
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	47	45
<b>Moyenne (en %)</b>	15,64	33,93

Tableau 25: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (catégorie taxonomique A)

Pour le second, les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre graphique progressent plus que ceux en ayant bénéficié.

<b>Statut du registre graphique</b>		
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	48	44
<b>Moyenne (en %)</b>	33,61	14,73

Tableau 26: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique A)

Nous relevons également un effet d'interaction à la limite de la significativité ( $F(1,88) = 3,645$  ;  $p = 0,06$ ). Dès lors, nous procédons ensuite à un test Post-Hoc (test de Tukey) qui montre une différence significative entre les groupes 1 (registres tabulaire et graphique) et 2 (registre graphique) ( $p = 0,025$ ) ainsi qu'entre les groupes 2 et 4 (registre de la langue naturelle) ( $p = 0,022$ ), mais aussi pour les groupes 2 et 3 (registre tabulaire) ( $p = 0,011$ ). Le second groupe affiche, effectivement, une régression alors que les trois autres groupes progressent de plus de 30%.

<b>Post Hoc Comparaisons - Groupe</b>			
		<b>t</b>	<b>p tukey</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	2,874	<b>0,025</b>
<b>1</b>	<b>3</b>	-0,194	0,997
<b>1</b>	<b>4</b>	0,04	1
<b>2</b>	<b>3</b>	-3,172	<b>0,011</b>
<b>2</b>	<b>4</b>	-2,932	<b>0,022</b>
<b>3</b>	<b>4</b>	0,243	0,995

Tableau 27: comparaison Post Hoc pour la catégorie taxonomique A

<b>ANOVA - Gr pr.-post1 taxo b</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	994,2	1	994,2	0,326	0,570
Graphique	5681,8	1	5681,8	1,861	0,176
Tableau * Graphique	210,9	1	210,9	0,069	0,793
Residual	268623,4	88	3052,5		

Tableau 28: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique B (pré-test et post-test 1)

Concernant la catégorie taxonomique B, nous n'identifions pas d'effet du statut du registre tabulaire ( $F(1,88) = 0,326$  ;  $p = 0,57$ ). L'effet du statut du registre graphique sur les progressions individuelles des apprenants entre le pré-test et le post-test immédiat est aussi non significatif ( $F(1,88) = 1,861$  ;  $p = 0,176$ ), tout comme l'effet d'interaction entre les variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » ( $F(1,88) = 0,069$  ;  $p = 0,793$ ). Partant de ces données, il n'y a pas d'effet « statut du registre tabulaire », ni effet « statut du registre graphique » sur les progressions individuelles des apprenants entre le pré-test et le post-test immédiat au niveau de la catégorie taxonomique B. Nous ne relevons aucun effet d'interaction significatif des variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » sur ces mêmes progressions.

<b>ANOVA - Gr pr.-post1 taxo c</b>						
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>	
Tableau	965,1	1	965,1	0,377	0,541	
Graphique	24576,5	1	24576,5	9,594	0,003	
Tableau * Graphique	2887,7	1	2887,7	1,127	0,291	
Residual	225434,5	88	2561,8			

Tableau 29: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique C (pré-test et post-test 1)

Pour ce qui est de la catégorie taxonomique C, le seul effet significatif relevé est celui de la variable « statut du registre graphique » ( $F(1,88) = 9,594$  ;  $p = 0,003$ ). Donc, il n'y a pas d'effet du statut du registre tabulaire, ni d'effet d'interaction des variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » sur la progression individuelle des apprenants entre le pré-test et le post-test immédiat sur ce niveau taxonomique. L'analyse du tableau ci-dessous montre que les apprenants ayant bénéficié du registre graphique régressent entre le pré-test et le post-test immédiat, contrairement à ceux n'en ayant pas bénéficié. Ceci confirme l'effet principal du statut du registre graphique sur ces progressions ciblées.

	<b>Statut du registre graphique</b>	
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	48	44
<b>Moyenne (en %)</b>	20,66	-11,97

Tableau 30: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique C)

<b>ANOVA - Gr pr.-post1 taxo d</b>						
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>	
Tableau	1601	1	1601	0,464	0,498	
Graphique	2594	1	2594	0,752	0,388	
Tableau * Graphique	15944	1	15944	4,620	0,034	
Residual	303689	88	3451			

Tableau 31: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique D (pré-test et post-test 1)

En ce qui a trait à la catégorie taxonomique D, nous observons que l'effet Tableau \* Graphique est le seul effet significatif ( $F(1,88) = 4,620$  ;  $p = 0,034$ ). Bien que le test de Tukey ne montre aucune différence significative entre les différents groupes, nous avons observé précédemment, sur le plan descriptif, un écart important entre les moyennes des pertes relatives/gains relatifs entre le groupe 1 ayant bénéficié des deux registres (-7,14%) et le groupe 3 ayant bénéficié du registre tabulaire (29,86%).

**Post Hoc Comparaisons - Groupe**

		<b>t</b>	<b>p tukey</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	-1,016	0,741
<b>1</b>	<b>3</b>	-2,108	0,158
<b>1</b>	<b>4</b>	-0,130	0,999
<b>2</b>	<b>3</b>	-1,108	0,686
<b>2</b>	<b>4</b>	0,918	0,795
<b>3</b>	<b>4</b>	2,048	0,179

Tableau 32: comparaison Post Hoc pour la catégorie taxonomique D

Entre le pré-test et le post-test différé

**ANOVA - Gr pr.-post2 taxo a**

	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	363,410	1	363,410	0,279	0,599
Graphique	3,379	1	3,379	0,003	0,959
Tableau * Graphique	6386,863	1	6386,863	4,908	<b>0,029</b>
Residual	114518,185	88	1301,343		

Tableau 33: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique A (pré-test et post-test 2)

Pour la catégorie taxonomique A, l'analyse de variance indique un effet d'interaction des variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » significatif ( $F(1,88) = 4,908$  ;  $p = 0,029$ ). Il n'y a pas d'effet ni du statut du registre tabulaire, ni du statut du registre graphique sur la progression individuelle des apprenants entre le pré-test et le post-test différé sur le niveau taxonomique A. Malgré l'effet d'interaction significatif mis en évidence, le test de Tukey ne révèle aucune différence significative entre les différents groupes ciblés.

**Post Hoc Comparaisons - Groupe**

		<b>t</b>	<b>p tukey</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	1,898	0,236
<b>1</b>	<b>3</b>	1,584	0,393
<b>1</b>	<b>4</b>	0,405	0,977
<b>2</b>	<b>3</b>	-0,342	0,989
<b>2</b>	<b>4</b>	-1,549	0,413
<b>3</b>	<b>4</b>	-1,220	0,616

Tableau 34: comparaison Post Hoc pour la catégorie taxonomique A

Néanmoins, nous avons constaté, auparavant dans l'analyse descriptive, un écart de près de 29% entre les progressions du groupe 1 avec les registres tabulaire et graphique et du groupe 2 avec le registre graphique. La progression la plus marquée est en faveur de ce dernier. Nous avons aussi observé un écart de 29,46% entre les progressions du groupe 1 et du groupe 3 avec le registre tabulaire qui progresse davantage.

<b>ANOVA - Gr pr.-post2 taxo b</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	1539	1	1539	0,629	0,430
Graphique	16947	1	16947	6,929	<b>0,010</b>
Tableau * Graphique	1058	1	1058	0,433	0,512
Residual	215220	88	2446		

Tableau 35: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique B (pré-test et post-test 2)

Concernant la catégorie taxonomique B, l'effet principal du statut du registre tabulaire est non significatif ( $F(1,88) = 0,629$  ;  $p = 0,430$ ), tout comme celui de l'interaction des deux variables ( $F(1,88) = 0,433$  ;  $p = 0,512$ ). Par contre, nous identifions un effet significatif de la variable « statut du registre graphique » ( $F(1,88) = 6,929$  ;  $p = 0,010$ ) sur la progression individuelle des apprenants entre le pré-test et le post-test différé pour cette catégorie taxonomique. À la lecture du tableau suivant, nous constatons que les apprenants ayant bénéficié du registre graphique progressent davantage que ceux n'en ayant pas bénéficié.

	<b>Statut du registre graphique</b>	
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	48	44
<b>Moyenne (en %)</b>	55,61	28,08

Tableau 36: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique B)

<b>ANOVA - Gr pr.-post2 taxo c</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	0,032	1	0,032	9,975e-6	0,997
Graphique	1707,092	1	1707,092	0,529	0,469
Tableau * Graphique	1094,168	1	1094,168	0,339	0,562
Residual	283877,777	88	3225,884		

Tableau 37: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique C (pré-test et post-test 2)

Pour ce qui est de la catégorie taxonomique C, les résultats de l'ANOVA à deux facteurs montrent que l'effet du statut du registre tabulaire est non significatif ( $F(1,88) = 9,975e-6$  ;  $p = 0,997$ ). L'effet du statut du registre graphique est également non significatif ( $F(1,88) = 0,529$  ;  $p = 0,2345$ ). Quant à l'interaction entre le statut du registre tabulaire et le statut du registre graphique, cet effet est, comme les deux précédents, non significatif ( $F(1,88) = 0,339$  ;  $p = 0,562$ ). Dès lors, il n'y a pas d'effet « statut du registre tabulaire », ni effet « statut du registre graphique » sur les progressions individuelles des apprenants entre le pré-test et le post-test différé au niveau taxonomique C. La p-value associée à l'effet d'interaction des variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » étant supérieure à 0,05, nous ne pouvons pas conclure à un effet significatif sur ces mêmes progressions.

<b>ANOVA - Gr pr.-post2 taxo d</b>						
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>	
Tableau	374,8	1	374,8	0,100	0,753	
Graphique	639,8	1	639,8	0,170	0,681	
Tableau * Graphique	13410,7	1	13410,7	3,564	0,062	
Residual	331096	88	3762,5			

Tableau 38: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique D (pré-test et post-test 2)

En ce qui a trait à la catégorie taxonomique D, les effets principaux sont tous les deux non significatifs. En revanche, nous identifions un effet d'interaction à la limite de la significativité entre nos deux variables ( $F(1,88) = 3,564$  ;  $p = 0,062$ ).

*Entre le post-test immédiat et le post-test différé*

<b>ANOVA - Gr post1-post2 taxo a</b>						
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>	
Tableau	3280,1	1	3280,1	2,147	0,146	
Graphique	1527,3	1	1527,3	1,000	0,320	
Tableau * Graphique	794,8	1	794,8	0,520	0,473	
Residual	134421,8	88	1527,5			

Tableau 39: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique A (post-test 1 et post-test 2)

Pour la catégorie taxonomique A, nous ne décelons aucun effet significatif sur la progression individuelle des apprenants entre les posts-tests immédiat et différé. Les p-values obtenues sont toutes supérieures à 0,05.

<b>ANOVA - Gr post1-post2 taxo b</b>						
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>	
Tableau	390,8	1	390,8	0,174	0,677	
Graphique	7283,3	1	7283,3	3,245	0,075	
Tableau * Graphique	546	1	546	0,243	0,623	
Residual	197533	88	2244,7			

Tableau 40: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique B (post-test 1 et post-test 2)

Concernant la catégorie taxonomique B, les résultats de l'analyse de variance repris dans le tableau ci-dessus indiquent un effet à la limite de la significativité du statut du registre graphique ( $F(1,88) = 3,245$  ;  $p = 0,075$ ). Comme l'indique le tableau ci-dessous, les meilleures progressions vont en faveur des apprenants n'ayant pas bénéficié du registre graphique.

<b>Statut du registre graphique</b>	<b>non</b>		<b>oui</b>	
	<b>Nombre de sujets</b>	48	44	
<b>Moyenne (en %)</b>	43,97	26,16		

Tableau 41: analyse descriptive - progression individuelle entre post-test immédiat et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique (catégorie taxonomique B)

Nous ne détectons ni effet significatif du statut du registre tabulaire ( $F(1,88) = 0,174$  ;  $p = 0,667$ ) sur la progression individuelle des apprenants entre les posts-tests immédiat et différé au niveau taxonomique B, ni effet d'interaction significatif entre les deux variables ( $F(1,88) = 0,243$  ;  $p = 0,623$ ).

	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	397,34	1	397,34	0,160	0,690
Graphique	5760,51	1	5760,51	2,317	0,132
Tableau * Graphique	99,18	1	99,18	0,040	0,842
Residual	218826,67	88	2486,67		

Tableau 42: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique C (post-test 1 et post-test 2)

Pour ce qui est de la catégorie taxonomique C, nous ne décelons aucun effet principal significatif. L'effet d'interaction entre les variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » est également non significatif ( $F(1,88) = 0,04$  ;  $p = 0,842$ ).

	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	7771	1	7771	2,787	0,099
Graphique	1538	1	1538	0,552	0,460
Tableau * Graphique	1221	1	1221	0,438	0,510
Residual	245352	88	2788		

Tableau 43: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la catégorie taxonomique D (post-test 1 et post-test 2)

Une ANOVA factorielle établit que l'effet du statut du registre tabulaire est à la limite de la significativité ( $F(1,88) = 2,787$  ;  $p = 0,099$ ). L'effet du statut du registre graphique est, quant à lui, non significatif ( $F(1,88) = 0,552$  ;  $p = 0,46$ ). Sur le plan de l'effet d'interaction entre les variables, il est également non significatif ( $F(1,88) = 0,438$  ;  $p = 0,51$ ). Le tableau ci-dessous montre que les apprenants n'ayant pas disposé du registre tabulaire progressent plus que ceux en ayant bénéficié.

	<b>Statut du registre tabulaire</b>	
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	47	45
<b>Moyenne (en %)</b>	30,50	12,22

Tableau 44: analyse descriptive - progression individuelle entre post-test immédiat et post-test différé pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (catégorie taxonomique D)

## II.3. Selon les compétences

### II.3.1. Analyse descriptive

#### Entre le pré-test et le post-test immédiat

		1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres</b>	Pre (%)	38,1	65,22	62,5	50
	PT 1 (%)	85,71	69,57	95,83	79,17
	Gr/Pr (%)	76,92	12,5	88,89	58,33
	M Gr/Pr (%)	47,62	4,35	33,33	29,17
	CV pre (%)	130,62	74,67	79,13	102,15
	CV PT 1 (%)	41,83	67,63	21,3	52,4
<b>Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs</b>	Pre (%)	47,62	55,56	62,04	53,24
	PT 1 (%)	57,14	43,48	75	67,6
	Gr/Pr (%)	18,18	-21,74	34,15	30,7
	M Gr/Pr (%)	13,73	-18,99	34,13	25,67
	CV pre (%)	61,8	40,9	43,53	47,66
	CV PT 1 (%)	56,12	64,43	36,35	38,14
<b>Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe</b>	Pre (%)	38,7	54,35	54,17	47,4
	PT 1 (%)	33,33	51,63	67,71	51,56
	Gr/Pr (%)	-13,85	-5	29,55	7,92
	M Gr/Pr (%)	-10,12	-7,01	32,2	7,26
	CV pre (%)	81,03	56,6	51,68	60,23
	CV PT 1 (%)	101,55	58,99	41,07	59,52
<b>Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité</b>	Pre (%)	22,22	21,74	33,33	26,39
	PT 1 (%)	25,4	33,33	43,06	37,5
	Gr/Pr (%)	4,08	14,81	14,59	15,09
	M Gr/Pr (%)	3,17	7,97	3,47	2,78
	CV pre (%)	152,48	143,31	83,41	128,92
	CV PT 1 (%)	154,77	108,71	89,82	95,64
<b>Interpréter un graphique</b>	Pre (%)	57,14	43,48	45,83	45,83
	PT 1 (%)	76,19	78,26	79,17	100
	Gr/Pr (%)	44,44	61,5	61,54	100
	M Gr/Pr (%)	19,05	34,78	33,33	54,17
	CV pre (%)	88,74	116,58	111,05	111,05
	CV PT 1 (%)	57,28	53,89	52,4	156,04

Tableau 45: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les compétences (pré-test et post-test 1)

L'examen du tableau montre des différences au niveau des moyennes entre le pré-test et le post-test immédiat entre les groupes. En fonction des compétences ciblées (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c), les groupes affichent soit des progressions, soit des régressions. Pour la compétence liée à la reconnaissance des tableaux de proportionnalité directe, la totalité des groupes progresse, mais le groupe 2 ayant bénéficié du registre graphique dans l'activité de découverte affiche une progression inférieure aux autres. La plupart du temps, les gains relatifs moyens et la moyenne des gains relatifs dépassent les 30%, nous permettant de considérer que notre activité a un effet bénéfique sur l'apprentissage (D'Hainaut, 1975). Seul le deuxième groupe avec le registre graphique obtient un gain relatif de 12,5% et une moyenne des gains de 4,35%. En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en termes de gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire*

Si nous réalisons le classement avec les moyennes des gains relatifs, le classement est le suivant :

*Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire < Registres graphique et tabulaire*

Pour la deuxième compétence « Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs », le seul groupe ayant régressé est le deuxième avec l'activité de découverte mobilisant le registre graphique. En ce qui concerne les gains relatifs moyens et la moyenne des gains, ils sont supérieurs à 30% pour le troisième groupe disposant du registre tabulaire avec un gain relatif moyen de 34,15% et une moyenne des gains de 34,13%, de même que pour le quatrième groupe avec le registre de la langue naturelle qui a un gain relatif moyen de 30,7%. Nous considérons que notre activité présente un effet positif sur l'apprentissage de ces apprenants (D'Hainaut, 1975). Selon les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Pour ce qui est de la compétence relative à la résolution de problèmes simples de proportionnalité directe, le groupe 1 avec les registres tabulaire et graphique ainsi que le groupe 2 avec le registre graphique affichent une régression entre le pré-test et le post-test immédiat. Cependant, la régression du premier groupe est plus marquée que dans le second. Le groupe présentant la plus forte progression est celui ayant bénéficié du registre tabulaire avec un gain relatif moyen de 29,55% et une moyenne des gains de 32,2%, cette dernière valeur étant la seule qui dépasse 30% (D'Hainaut, 1975). Suivant les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Quant à la compétence « Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité », tous les groupes progressent, mais le groupe disposant des registres graphique et tabulaire dans une moindre mesure. Aucun gain relatif et aucune moyenne des gains dépassent le seuil des 30% (D'Hainaut, 1975). D'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en suivant les gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire < Registre graphique < Registre de la langue naturelle*

Par contre, un classement similaire relativement à la moyenne des gains relatifs place le groupe ayant effectué l'activité de découverte avec le registre de la langue naturelle et affichant le pourcentage le moins élevé en première position :

*Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire < Registre graphique*

En ce qui concerne la dernière compétence ciblée par nos tests « Interpréter un graphique », les quatre groupes participant à notre expérimentation progressent, mais similairement à la compétence précédente, avec une plus faible progression pour le groupe disposant des

registres graphique et tabulaire. Par ailleurs, il s'agit de l'unique groupe affichant une moyenne des gains relatifs inférieure à 30%. Tous les autres gains et moyennes des gains sont bien supérieurs à ce seuil, certifiant un réel apprentissage (D'Hainaut, 1975). En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en termes de gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle*  
Si nous réalisons le classement avec les moyennes des gains relatifs, le classement est le suivant :

*Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire < Registre graphique < Registre de la langue naturelle*  
Globalement, l'examen des taux d'hétérogénéité révèle une réduction des écarts entre les apprenants pour les cinq compétences ciblées. Une augmentation du coefficient de variation apparaît sur nos deuxième et troisième compétences pour le groupe 2 qui a réalisé l'activité de découverte avec le registre graphique. Le groupe 1 (registres graphique et tabulaire) montre un accroissement de l'hétérogénéité des résultats pour les compétences 3 et 4. Les coefficients de variation du groupe 3 ayant bénéficié du registre tabulaire passent de 83,41% à 89,82% pour la quatrième compétence que nous avons ciblée. Concernant l'interprétation des graphiques, le groupe avec le registre de la langue naturelle obtient un coefficient de variation au post-test immédiat supérieur à celui du pré-test, signalant une augmentation des écarts entre les apprenants. En analysant les progressions par groupe, la modalité la plus avantageuse pour les apprenants semble être celle avec le registre tabulaire dans l'activité de découverte. En effet, ce groupe présente les progressions les plus élevées sur trois des cinq compétences ciblées. À l'inverse, le groupe ayant profité des registres graphique et tabulaire se distingue des autres sur trois compétences. Il affiche la plus forte régression sur la troisième compétence et les plus faibles progressions sur les compétences 4 et 5 de nos tests.

*Entre le pré-test et le post-test différé*

		<b>1 (reg graph et tab)</b>	<b>2 (reg graph)</b>	<b>3 (reg tab)</b>	<b>4 (reg langue nat)</b>
<b>Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres</b>	Pre (%)	38,1	65,22	62,5	50
	PT 2 (%)	85,71	86,96	91,67	87,5
	Gr/Pr (%)	76,92	62,5	77,78	75
	M Gr/Pr (%)	47,62	21,74	29,17	37,5
	CV pre (%)	130,62	74,67	79,13	102,15
	CV PT 2 (%)	41,83	39,6	30,8	38,61
<b>Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs</b>	Pre (%)	47,62	55,56	62,04	53,24
	PT 2 (%)	66,67	57,98	71,76	68,52
	Gr/Pr (%)	36,36	5,43	25,61	32,67
	M Gr/Pr (%)	33,74	3,14	24,64	30,63
	CV pre (%)	61,8	40,9	43,53	47,66
	CV PT 2 (%)	40,48	50,03	35,66	33,36

<b>Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe</b>	Pre (%)	38,7	54,35	54,17	47,4
	PT 2 (%)	47,62	62,5	77,08	60,94
	Gr/Pr (%)	14,56	17,86	50	25,74
	M Gr/Pr (%)	19,84	21,38	54,37	26,63
	CV pre (%)	81,03	56,6	51,68	60,23
	CV PT 2 (%)	81,17	53,26	38,16	54,88
<b>Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité</b>	Pre (%)	22,22	21,74	33,33	26,39
	PT 2 (%)	46,03	60,87	65,28	58,33
	Gr/Pr (%)	30,61	50	47,92	43,4
	M Gr/Pr (%)	31,75	44,2	42,36	40,28
	CV pre (%)	152,48	143,31	83,41	128,92
	CV PT 2 (%)	87,13	58,73	55,29	63,61
<b>Interpréter un graphique</b>	Pre (%)	57,14	43,48	45,83	45,83
	PT 2 (%)	85,71	78,26	87,5	100
	Gr/Pr (%)	66,67	61,54	76,92	100
	M Gr/Pr (%)	28,57	34,78	41,67	54,17
	CV pre (%)	88,74	116,58	111,05	111,05
	CV PT 2 (%)	41,83	53,89	38,61	0

Tableau 46: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les compétences (pré-test et post-test 2)

Après observation de ce tableau, nous constatons que tous les groupes affichent des progressions, quelles que soient les compétences ciblées (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c). Concernant la compétence liée à la reconnaissance des tableaux de proportionnalité directe, tous les groupes progressent, mais le deuxième groupe ayant bénéficié du registre graphique lors de l'activité de découverte affiche une plus faible progression. Les gains relatifs moyens dépassent le seuil des 30%, notre activité a donc eu un effet bénéfique sur l'apprentissage (D'Hainaut, 1975). En consultant la moyenne des gains relatifs, deux valeurs sont inférieures : celle du groupe avec le registre graphique (21,74%) et celle du groupe avec le registre tabulaire (29,17%). En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en termes de gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire*

Le classement des moyennes des gains relatifs est le suivant :

*Registre graphique < Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire*

Pour la compétence « Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs », le second groupe avec le registre graphique se démarque par la plus faible progression. Effectivement, le gain relatif vaut 5,43% et la moyenne des gains s'élève à 3,14%. Notre activité n'amène pas un effet positif sur l'apprentissage de ces apprenants (D'Hainaut, 1975). Le troisième groupe avec le registre tabulaire présente aussi des gains relatifs et une moyenne des gains inférieurs à 30%. Selon les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire*

En ce qui concerne la compétence relative à la résolution de problèmes simples de proportionnalité directe, le groupe 1 avec les registres tabulaire et graphique progresse moins que les autres entre le pré-test et le post-test différé. Toutefois, le seul groupe pour

lequel il y a eu un réel apprentissage est celui ayant bénéficié du registre tabulaire lors de l'activité de découverte. En effet, le gain relatif moyen et la moyenne des gains relatifs sont supérieurs à 30% (D'Hainaut, 1975). Suivant les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire*

Quant à la compétence « Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité », tous les groupes progressent, mais le groupe disposant du registre graphique dans une mesure plus importante. Tous les gains relatifs et toutes les moyennes des gains dépassent le seuil des 30% (D'Hainaut, 1975). D'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire < Registre graphique*

Pour ce qui est de la dernière compétence ciblée par nos tests « Interpréter un graphique », les quatre groupes participant à notre expérimentation progressent de façon satisfaisante puisque les gains relatifs et la moyenne des gains franchissent le seuil des 30% (D'Hainaut, 1975). La seule valeur qui y est inférieure est 28,57% représentant la moyenne des gains relatifs du groupe avec les registres graphique et tabulaire. En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en termes de gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle*  
Quant au classement avec les moyennes des gains relatifs, l'ordre est le suivant :

*Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle*

À deux exceptions près, les taux d'hétérogénéité diminuent entre le pré-test et le post-test différé, signifiant une réduction des écarts entre les apprenants pour les cinq compétences ciblées. Premièrement, le coefficient de variation passe de 40,9% à 50,03% à la compétence « Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs » pour le groupe ayant bénéficié du registre graphique. Deuxièmement, le taux d'hétérogénéité augmente de 0,14% pour le groupe 1 avec les registres graphique et tabulaire pour la compétence « Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe ». En analysant les progressions par groupe entre le pré-test et le post-test différé, la modalité la plus avantageuse pour les apprenants semble être celle avec les registres graphique et tabulaire dans l'activité de découverte. Effectivement, ce groupe présente les progressions les plus élevées sur deux des cinq compétences ciblées. Les trois autres groupes ont, chacun, le mieux performé sur une des trois dernières compétences.

*Entre le post-test immédiat et le post-test différé*

		1 (reg graph et tab)	2 (reg graph)	3 (reg tab)	4 (reg langue nat)
<b>Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres</b>	PT 1 (%)	85,71	69,57	95,83	79,17
	PT 2 (%)	85,71	86,96	91,67	87,5
	Gr/Pr (%)	0	57,14	-4,35	40
	M Gr/Pr (%)	0	17,39	-4,17	8,33
	CV PT 1 (%)	41,83	67,63	21,3	52,4
	CV PT 2 (%)	41,83	39,6	30,8	38,61
<b>Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs</b>	PT 1 (%)	57,14	43,48	75	67,6
	PT 2 (%)	66,67	57,98	71,76	68,52
	Gr/Pr (%)	22,22	25,64	-4,32	2,86
	M Gr/Pr (%)	19,71	19,2	-0,21	13,09
	CV PT 1 (%)	56,11	64,43	36,35	38,14
	CV PT 2 (%)	40,48	50,03	35,66	33,36
<b>Résoudre des problèmes simples de proportionnalité directe</b>	PT 1 (%)	33,33	51,63	67,71	51,56
	PT 2 (%)	47,62	62,5	77,08	60,94
	Gr/Pr (%)	21,43	22,47	29,03	19,35
	M Gr/Pr (%)	21	20,31	28,89	13,3
	CV PT 1 (%)	101,55	58,99	41,07	59,51
	CV PT 2 (%)	81,17	53,26	38,16	54,88
<b>Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité</b>	PT 1 (%)	25,4	33,33	43,05	37,5
	PT 2 (%)	46,03	60,87	65,28	58,33
	Gr/Pr (%)	27,66	41,3	39,02	33,33
	M Gr/Pr (%)	20,63	42,03	2,78	34,03
	CV PT 1 (%)	154,77	108,71	89,82	95,64
	CV PT 2 (%)	87,13	58,73	55,29	63,61
<b>Interpréter un graphique</b>	PT 1 (%)	76,19	78,26	79,17	70,83
	PT 2 (%)	85,71	78,26	87,5	100
	Gr/Pr (%)	40	0	40	100
	M Gr/Pr (%)	9,52	0	8,33	29,17
	CV PT 1 (%)	57,28	53,89	52,4	65,55
	CV PT 2 (%)	41,83	53,89	38,61	0

Tableau 47: analyse descriptive de la progression individuelle des apprenants selon les compétences (post-test 1 et post-test 2)

Suite à l'analyse du tableau ci-dessus, nous constatons des progressions pour tous les groupes sauf pour le troisième groupe ayant bénéficié du registre tabulaire affichant une régression sur deux des cinq compétences ciblées (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c). Concernant la compétence liée à la reconnaissance des tableaux de proportionnalité directe, le troisième groupe avec le registre tabulaire régresse et le premier groupe avec les registres graphique et tabulaire demeure stable entre le post-test immédiat et le post-test différé. Attentifs à un effet bénéfique de notre activité sur l'apprentissage, nous constatons qu'il n'y a que deux valeurs dépassant 30% (D'Hainaut, 1975) : 57,14%, le gain relatif du groupe avec le registre graphique, et 40%, le gain relatif du groupe avec le registre de la langue naturelle. En fonction des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante : *Registre tabulaire < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre graphique*. Pour la compétence « Dans une situation de proportionnalité directe, compléter, construire, exploiter un tableau qui met en relation deux grandeurs », le groupe avec le registre de la langue naturelle se démarque par la plus faible progression. Le groupe avec le registre tabulaire se différencie aussi puisqu'il régresse entre le post-test immédiat et le post-test

différé. Effectivement, le gain relatif vaut -4,32 % et la moyenne des gains s'élève à -0,21%. Notre activité n'a pas un effet positif sur l'apprentissage de nos apprenants, tous les gains relatifs et les moyennes des gains relatifs sont inférieurs à 30% (D'Hainaut, 1975). Selon les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions/régressions en termes de gains relatifs peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre graphique*  
Le classement des moyennes des gains relatifs est le suivant :

*Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre graphique < Registres graphique et tabulaire*  
En ce qui concerne la compétence relative à la résolution de problèmes simples de proportionnalité directe, le groupe 3 avec le registre tabulaire progresse davantage que les autres. Toutefois, nous ne pouvons pas considérer qu'il y a eu un véritable apprentissage au regard du seuil des 30% (D'Hainaut, 1975). Effectivement, le gain relatif vaut 29,03% et la moyenne des gains relatifs est de 28,89%. Suivant les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions sur base des gains relatifs peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre de la langue naturelle < Registres graphique et tabulaire < Registre graphique < Registre tabulaire*  
Selon les moyennes des gains relatifs, le classement des progressions est le suivant :

*Registre de la langue naturelle < Registre graphique < Registres graphique et tabulaire < Registre tabulaire*  
Relativement à la compétence « Reconnaître et construire des agrandissements et réductions de figures en s'appuyant sur les propriétés de la proportionnalité », des progressions sont observées dans tous les groupes. Néanmoins, un progrès plus important est présent dans le groupe disposant du registre graphique. En considérant le seuil des 30% (D'Hainaut, 1975), notre activité de découverte a un effet bénéfique sur l'apprentissage du groupe avec le registre graphique ainsi que celui avec le registre de la langue naturelle. D'après les registres de représentation sémiotique (Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions selon les gains relatifs peuvent être rangées par ordre croissant comme suit :

*Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre tabulaire < Registre graphique*  
Le classement selon la moyenne des gains relatifs est comme suit :

*Registre tabulaire < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle < Registre graphique*  
Pour ce qui est de la dernière compétence ciblée par nos tests « Interpréter un graphique », le deuxième groupe avec le registre graphique est stable entre les posts-tests immédiat et différé. Le groupe affichant la progression la plus élevée est celui ayant bénéficié du registre de la langue naturelle lors de l'activité de découverte. Trois gains relatifs franchissent le seuil des 30% (D'Hainaut, 1975) : 40% pour le groupe avec les registres graphique et tabulaire, 40% pour celui avec le registre tabulaire et 100% pour celui avec le registre de la langue naturelle. Ces valeurs nous permettent de considérer qu'il y a eu un réel apprentissage pour ces apprenants. En fonction des registres de représentation sémiotique

(Duval, 1993, 2001, 2007), les progressions en termes de gains relatifs moyens peuvent être rangées par ordre croissant de la façon suivante :

*Registre graphique < Registres graphique et tabulaire ≤ Registre tabulaire < Registre de la langue naturelle*

Quant au classement avec les moyennes des gains relatifs, l'ordre est le suivant :

*Registre graphique < Registre tabulaire < Registres graphique et tabulaire < Registre de la langue naturelle*

La majorité des taux d'hétérogénéité diminuent entre le post-test immédiat et le post-test différé, signifiant une réduction des écarts entre les apprenants pour les cinq compétences ciblées. Les écarts entre les élèves restent inchangés pour la compétence « Reconnaître un tableau de proportionnalité directe parmi d'autres » dans le groupe avec les registres graphique et tabulaire. Par ailleurs, nous observons une hétérogénéité plus élevée de 9,5% au post-test différé au niveau de cette même compétence pour le groupe ayant bénéficié du registre tabulaire. Nous constatons également un coefficient de variation stable entre ces deux tests pour la compétence « Interpréter un graphique » dans le groupe avec le registre graphique. En analysant les progressions par groupe entre le post-test immédiat et le post-test différé, la modalité la plus avantageuse pour les apprenants semble être celle avec le registre graphique dans l'activité de découverte. Effectivement, ce groupe progresse de façon plus importante par rapport aux autres dans trois compétences.

### II.3.2. Analyse inférentielle

Entre le pré-test et le post-test immédiat

ANOVA - Gr pr.-post 1 comp 1					
	SCE	d° lib	CM	F	p (2 issues)
Tableau	12901,1	1	12901,1	4,286	0,041
Graphique	636,1	1	636,1	0,211	0,647
Tableau * Graphique	8766,6	1	8766,6	2,913	0,091
Residual	264862,8	88	3009,8		

Tableau 48: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 1 (pré-test et post-test 1)

En ce qui concerne la première compétence, les résultats de l'analyse de variance montrent que l'effet du statut du registre tabulaire ( $F(1,88) = 4,286$  ;  $p = 0,041$ ) est significatif. L'analyse descriptive ci-dessous montre que les apprenants ayant réalisé l'activité de découverte avec le registre tabulaire progressent plus que ceux n'en ayant pas bénéficié.

	Statut du registre tabulaire	
	non	oui
Nombre de sujets	47	45
Moyenne (en %)	17,02	40,00

Tableau 49: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (compétence 1)

Nous identifions un effet à la limite de la significativité pour l'interaction entre les deux variables ciblées ( $F(1,88) = 2,913$  ;  $p = 0,091$ ). Ayant identifié un effet d'interaction, nous réalisons un test de Tukey sur nos groupes. Nous constatons que pour les groupes 1 (registres tabulaire et graphique) et 2 (registre graphique), il existe une différence à la limite

de la significativité entre les progressions du pré-test au post-test immédiat concernant la compétence 1 ( $p = 0,051$ ). Effectivement, le groupe 1 affiche une progression supérieure de 43% par rapport au groupe 2.

**Post Hoc Comparaisons - Groupe**

		<b>t</b>	<b>p tukey</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	2,613	0,051
<b>1</b>	<b>3</b>	0,871	0,820
<b>1</b>	<b>4</b>	1,126	0,675
<b>2</b>	<b>3</b>	-1,811	0,275
<b>2</b>	<b>4</b>	-1,550	0,412
<b>3</b>	<b>4</b>	0,263	0,994

Tableau 50: comparaison Post Hoc pour la compétence 1

**ANOVA - Gr pr.-post 1 comp 2**

	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	9718	1	9718	4,612	0,034
Graphique	24269	1	24269	1,518	0,001
Tableau * Graphique	3372	1	3372	1,600	0,209
Residual	185420	88	2107		

Tableau 51: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 2 (pré-test et post-test 1)

Pour ce qui est de la compétence 2, l'effet du statut du registre tabulaire ( $F(1,88) = 4,612$  ;  $p = 0,034$ ) ainsi que celui du statut du registre graphique ( $F(1,88) = 1,518$  ;  $p = 0,001$ ) sont, tous les deux, significatifs. Nous observons, effectivement, une progression supérieure chez les sujets ayant réalisé l'activité de découverte avec le registre tabulaire comme l'indique le tableau ci-dessous.

**Statut du registre tabulaire**

	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	47	45
<b>Moyenne (en %)</b>	3,819	24,61

Tableau 52: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (compétence 2)

Quant au registre graphique, nous constatons que les sujets en ayant bénéficié régressent alors que ceux n'en ayant pas bénéficié affichent une progression de 29,9%.

**Statut du registre graphique**

	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	48	44
<b>Moyenne (en %)</b>	29,9	-3,373

Tableau 53: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (compétence 2)

<b>ANOVA - Gr pr.-post 1 comp 3</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	2733	1	2733	1,111	0,295
Graphique	18358	1	18358	7,460	<b>0,008</b>
Tableau * Graphique	4513	1	4513	1,834	0,179
Residual	216568	88	2461		

Tableau 54: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 3 (pré-test et post-test 1)

Concernant la troisième compétence, l'effet du statut du registre graphique est significatif ( $F(1,88) = 7,46$  ;  $p = 0,008$ ). Nous n'identifions aucun effet de la variable « statut du registre tabulaire » ( $F(1,88) = 1,834$  ;  $p = 0,295$ ) sur la progression des apprenants entre le pré-test et le post-test immédiat au niveau de la compétence 3, ni effet d'interaction entre nos deux variables indépendantes ( $F(1,88) = 1,834$  ;  $p = 0,179$ ). Nous constatons une régression pour les sujets ayant bénéficié du registre graphique, à l'inverse de ceux n'en ayant pas bénéficié qui affichent une progression de près de 20%.

	<b>Statut du registre graphique</b>	
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	48	44
<b>Moyenne (en %)</b>	19,73	-8,493

Tableau 55: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test immédiat pour sans registre graphique VS avec registre graphique (compétence 3)

<b>ANOVA - Gr pr.-post 1 comp 4</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	96,44	1	96,44	0,028	0,867
Graphique	137,43	1	137,43	0,040	0,841
Tableau * Graphique	172,89	1	172,89	0,051	0,822
Residual	300077,44	88	3409,97		

Tableau 56: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 4 (pré-test et post-test 1)

En ce qui concerne la progression des apprenants entre le pré-test et le post-test immédiat sur la compétence 4, nous n'identifions ni effet significatif ni effet à la limite de la significativité.

<b>ANOVA - Gr pr.-post 1 comp 5</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	7666,3	1	7666,3	0,787	0,377
Graphique	6499,2	1	6499,2	0,667	0,416
Tableau * Graphique	149	1	149	0,015	0,902
Residual	857471,5	88	9744		

Tableau 57: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 5 (pré-test et post-test 1)

Quant à la progression des apprenants entre le pré-test et le post-test immédiat sur la compétence 5, l'analyse de variance n'indique ni effet principal significatif, ni effet

d'interaction significatif entre les variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique ».

*Entre le pré-test et le post-test différé*

<b>ANOVA - Gr pr.-post 2 compl</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	1765,07	1	1765,07	0,654	0,421
Graphique	41,53	1	41,53	0,015	0,902
Tableau * Graphique	6710,67	1	6710,67	2,488	0,118
Residual	237344,72	88	2697,1		

Tableau 58: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 1 (pré-test et post-test 2)

Pour la progression entre le pré-test et le post-test différé sur la compétence 1, nous ne constatons aucun effet principal, ni d'effet d'interaction entre nos deux variables.

<b>ANOVA - Gr pr.-post 2 comp2</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	3473	1	3473	1,856	0,177
Graphique	1940	1	1940	1,037	0,311
Tableau * Graphique	7673	1	7673	4,101	<b>0,046</b>
Residual	164627	88	1871		

Tableau 59: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 2 (pré-test et post-test 2)

En ce qui a trait aux progressions entre le pré-test et le post-test différé au niveau de la compétence 2, les effets principaux sont, tous les deux, non significatifs. Nous observons, par contre, un effet d'interaction entre les deux variables significatif ( $F(1,88) = 4,101$  ;  $p = 0,046$ ). L'effet d'interaction étant significatif, nous réalisons des comparaisons multiples par paires à l'aide du test de Tukey montrant qu'il existe une différence à la limite de la significativité entre le groupe 1 ayant bénéficié des registres tabulaire et graphique et le groupe 2 avec le registre graphique.

<b>Post Hoc Comparaisons - Groupe</b>			
		<b>t</b>	<b>p tukey</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	2,344	<b>0,096</b>
<b>1</b>	<b>3</b>	0,704	0,895
<b>1</b>	<b>4</b>	0,241	0,995
<b>2</b>	<b>3</b>	-1,704	0,328
<b>2</b>	<b>4</b>	-2,178	0,137
<b>3</b>	<b>4</b>	-0,479	0,963

Tableau 60: comparaison Post Hoc pour la compétence 2

Dans notre analyse descriptive, nous constatons, effectivement, une différence de 30,6% entre la progression du groupe 1 avec les registres tabulaire et graphique et le groupe 2 avec le registre graphique. La progression la plus élevée est en faveur du groupe 1 avec 33,74%.

<b>ANOVA - Gr pr.-post 2 comp3</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	3935	1	3935	1,263	0,264
Graphique	9072	1	9072	2,912	0,091
Tableau * Graphique	4911	1	4911	1,576	0,213
Residual	274163	88	3115		

Tableau 61: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 3 (pré-test et post-test 2)

Au point de vue de la compétence 3, nous remarquons qu'il y a un effet à la limite de la significativité qui se situe au niveau de la variable « statut du registre graphique » ( $F(1,88) = 2,912$  ;  $p = 0,091$ ). Ci-dessous, nous notons une différence de progression d'environ 20% en faveur des apprenants n'ayant pas bénéficié du registre graphique.

<b>Statut du registre graphique</b>		
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	48	44
<b>Moyenne (en %)</b>	40,50	20,64

Tableau 62: analyse descriptive - progression individuelle entre pré-test et post-test différé pour sans registre graphique VS avec registre graphique (compétence 3)

Nous n'identifions aucun effet de la variable « statut du registre tabulaire » sur la progression des apprenants entre le pré-test et le post-test différé sur la compétence 3, ni effet d'interaction entre les deux variables.

<b>ANOVA - Gr pr.-post 2 comp4</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	616,9	1	616,9	0,254	0,616
Graphique	256,6	1	256,6	0,105	0,746
Tableau * Graphique	1212,3	1	121,3	0,498	0,482
Residual	214118	88	2433,2		

Tableau 63: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 4 (pré-test et post-test 2)

Relativement à la compétence 4, les résultats de l'analyse de variance n'indiquent ni effets principaux significatifs, ni effet d'interaction significatif.

<b>ANOVA - Gr pr.-post 2 comp5</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	2007,1	1	2007,1	0,603	0,44
Graphique	6047,7	1	6047,7	1,817	0,181
Tableau * Graphique	226,7	1	226,7	0,068	0,795
Residual	292947,7	88	3329		

Tableau 64: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 5 (pré-test et post-test 2)

Quant à la compétence 5, l'effet du statut du registre tabulaire est non significatif ( $F(1,88) = 1,817$  ;  $p = 0,44$ ), tout comme celui du statut du registre graphique ( $F(1,88) = 1,817$  ;  $p = 0,181$ ). L'effet d'interaction est également non significatif ( $F(1,88) = 1,817$  ;  $p = 0,795$ ).

*Entre le post-test immédiat et le post-test différé*

<b>ANOVA - Gr post1-post2 comp1</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	5122,3	1	5122,3	2,8	0,098
Graphique	1002,6	1	1002,6	0,548	0,461
Tableau * Graphique	137,2	1	137,2	0,075	0,785
Residual	160960,1	88	1829,1		

Tableau 65: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 1 (post-test 1 et post-test 2)

Concernant la progression des apprenants entre les posts-tests immédiat et différé sur la compétence 1, nous observons un effet à la limite de significativité au niveau de la variable « statut du registre tabulaire » ( $F(1,88) = 2,8 ; p = 0,098$ ). En effet, les sujets ayant bénéficié du registre tabulaire régressent, contrairement à ceux n'en ayant pas bénéficié qui progressent de 12,77%.

<b>Statut du registre tabulaire</b>		
	<b>non</b>	<b>oui</b>
<b>Nombre de sujets</b>	47	45
<b>Moyenne (en %)</b>	12,77	-2,222

Tableau 66: analyse descriptive - progression individuelle entre post-test immédiat et post-test différé pour sans registre tabulaire VS avec registre tabulaire (compétence 1)

<b>ANOVA - Gr post1-post2 comp2</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	937	1	937	0,596	0,442
Graphique	3884,8	1	3884,8	2,473	0,119
Tableau * Graphique	1093,4	1	1093,4	0,696	0,406
Residual	138244,1	88	1571		

Tableau 67: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 2 (post-test 1 et post-test 2)

Pour ce qui a trait à la compétence 2, nous n'identifions aucun effet de la variable « statut du registre tabulaire » ( $F(1,88) = 0,596 ; p = 0,442$ ) sur la progression individuelle de nos apprenants entre les posts-tests immédiat et différé, ni effet de la variable « statut du registre graphique » ( $F(1,88) = 2,473 ; p = 0,119$ ). L'effet d'interaction entre les deux variables est également non significatif ( $F(1,88) = 0,696 ; p = 0,406$ ).

<b>ANOVA - Gr post1-post2 comp3</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	1519,894	1	1519,894	0,543	0,463
Graphique	4,478	1	4,478	0,002	0,968
Tableau * Graphique	1272,505	1	1272,505	0,455	0,502
Residual	246240,943	88	2798,193		

Tableau 68: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 3 (post-test 1 et post-test 2)

Pour la compétence 3, l'effet du statut du registre tabulaire est non significatif ( $F(1,88) = 0,543 ; p = 0,463$ ), tout comme celui du statut du registre graphique ( $F(1,88) = 0,002 ; p =$

0,968). Nous ne constatons aucun effet d'interaction entre les deux variables ( $F(1,88) = 0,455$  ;  $p = 0,502$ ).

<b>ANOVA - Gr post1-post2 comp4</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	4381,043	1	4381,043	1,798	0,183
Graphique	4,217	1	4,217	0,002	0,967
Tableau * Graphique	1314,932	1	1314,932	0,54	0,465
Residual	214401,424	88	2436,38		

Tableau 69: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 4 (post-test 1 et post-test 2)

En ce qui concerne la compétence 4, les effets principaux sur la progression entre les posts-tests immédiat et différé sont tous les deux non significatifs. Nous observons que l'effet d'interaction des deux variables est également non significatif ( $F(1,88) = 0,455$  ;  $p = 0,465$ ).

<b>ANOVA - Gr post1-post2 comp5</b>					
	<b>SCE</b>	<b>d° lib</b>	<b>CM</b>	<b>F</b>	<b>p (2 issues)</b>
Tableau	733,3	1	733,3	0,389	0,535
Graphique	4487	1	4487	2,378	0,127
Tableau * Graphique	5283,2	1	5283,2	2,801	0,098
Residual	166011,9	88	1886,5		

Tableau 70: analyse inférentielle de la progression individuelle des apprenants selon la compétence 5 (post-test 1 et post-test 2)

Relativement à la compétence 5, nous relevons un effet à la limite de la significativité concernant l'interaction entre les variables « statut du registre tabulaire » et « statut du registre graphique » ( $F(1,88) = 2,801$  ;  $p = 0,098$ ). Nous étudions l'interaction grâce à un test Post Hoc de Tukey qui révèle qu'il n'existe aucune différence statistiquement significative entre les différents groupes ciblés. Toutefois, nous avons constaté une différence de progression de plus de 29% entre les groupes 2 (registre graphique) et 4 (registre de la langue naturelle), la progression la plus élevée étant pour ce dernier.

<b>Post Hoc Comparaisons - Groupe</b>			
		<b>t</b>	<b>p tukey</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	0,726	0,886
<b>1</b>	<b>3</b>	0,092	1
<b>1</b>	<b>4</b>	-1,514	0,434
<b>2</b>	<b>3</b>	-0,658	0,913
<b>2</b>	<b>4</b>	-2,301	0,105
<b>3</b>	<b>4</b>	-1,662	0,35

Tableau 71: comparaison Post Hoc pour la compétence 5

#### II.4. Synthèse et discussion

Dans cette section, nous synthétisons les résultats obtenus en trois étapes : selon les scores totaux, selon les catégories taxonomiques et selon les compétences.

Questions de recherche selon les scores totaux	Réponses	Résultats
Q1) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre tabulaire mis en place ? (effet du statut du registre tabulaire)	Non	→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives : si les sujets ayant bénéficié du registre tabulaire progressent davantage que ceux n'en ayant pas bénéficié, cette différence n'est toutefois pas significative sur le plan inférentiel ( $p = 0,12$ )
	Non	→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : sur le plan descriptif, des différences de progressions sont observées en faveur des sujets ayant bénéficié du registre tabulaire, mais elles ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,376$ )
	Non	→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : les différences de progressions observées en faveur des apprenants n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,285$ )
Q2) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre graphique mis en place ? (effet du statut du registre graphique)	Oui	→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives : les sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique affichent des progressions supérieures à ceux en ayant bénéficié (résultats significatifs $p < 0,001$ )
	Oui	→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : les progressions des sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique sont supérieures à ceux en ayant bénéficié (résultats significatifs $p = 0,031$ )
	Non	→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : les progressions observées des apprenants ayant bénéficié du registre graphique et ceux n'en ayant pas bénéficié sont quasi identiques, les différences de progressions ne sont, dès lors, pas statistiquement significatives ( $p = 0,962$ )
Q3) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon qu'ils bénéficient du registre tabulaire ou non, quel que soit le statut du registre graphique ? (effet d'interaction du statut du registre tabulaire et celui du registre graphique)	Non	→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives : les différences de progressions observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,905$ )
	Non	→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : les différences de progressions observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,979$ )
	Non	→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : les différences de progressions observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,959$ )

Tableau 72: synthèse des résultats de la progression des apprenants selon les scores totaux

Au niveau du statut du registre tabulaire, les analyses inférentielles ne permettent pas d'affirmer que ces différences de progressions observées sont statistiquement significatives. Concernant le statut du registre graphique, nous nous attendions à ce que les apprenants ayant bénéficié de ce registre progressent davantage que ceux n'en ayant pas bénéficié. Nos résultats montrent le contraire puisque ce sont ceux n'en ayant pas bénéficié qui affichent les meilleures progressions entre le pré-test et le post-test immédiat ainsi qu'entre le pré-test et le post-test différé. La différence très significative sur le plan inférentiel ( $p < 0,001$ )

entre le pré-test et le post-test immédiat peut s'expliquer par un effet délétère du registre graphique. Cette hypothèse semble se confirmer entre le pré-test et le post-test différé étant donné que les progressions les plus supérieures sont chez les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre graphique dans l'activité de découverte ( $p = 0,031$ ). Par ailleurs, nous observons, compte tenu des différences de progressions entre les posts-tests immédiat et différé, que le fait de réintroduire ce registre après le post-test immédiat n'a presque pas d'effet sur les progressions de nos apprenants. Cette faible différence de progressions n'est pas statistiquement significative ( $p = 0,962$ ).

Quant à l'interaction de nos deux variables indépendantes, nous n'observons aucun effet, significatif sur le plan inférentiel, du statut du registre tabulaire qui dépend du niveau du statut du registre graphique, et inversement.

Le tableau suivant synthétise les résultats obtenus concernant les progressions des apprenants selon les catégories taxonomiques investiguées.

Questions de recherche selon les catégories taxonomiques	Réponses	Résultats
<b>Q1)</b> La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre tabulaire mis en place ? (effet du statut du registre tabulaire)	Oui, sur la catégorie taxonomique A	→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives : Taxo A : les sujets ayant bénéficié du registre tabulaire progressent plus que ceux n'en ayant pas bénéficié (résultats significatifs $p = 0,027$ ) Taxo B, C et D : les sujets ayant bénéficié du registre tabulaire progressent davantage, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,570$ ; $p = 0,541$ ; $p = 0,498$ )
	Non	→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : Taxo A, B et C : la progression des apprenants ayant bénéficié du registre tabulaire est supérieure, mais cette différence est non statistiquement significative ( $p = 0,599$ ; $p = 0,430$ ; $p = 0,997$ ) Taxo D : les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire progressent davantage, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,753$ )
	Non	→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : Taxo A et C : les sujets n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire progressent davantage que ceux en ayant bénéficié, mais ces différences ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,146$ ; $p = 0,690$ ) Taxo B : la progression est supérieure chez les apprenants ayant bénéficié du registre tabulaire, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,677$ ) Taxo D : les sujets n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire progressent davantage que ceux en ayant bénéficié (résultats à la limite de la significativité $p = 0,099$ )
<b>Q2)</b> La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon	Oui, sur les catégories taxonomiques A et C	→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives : Taxo A : les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre graphique progressent plus que ceux en ayant bénéficié (résultats significatifs $p = 0,031$ )

<p>le statut du registre graphique mis en place ? (effet du statut du registre graphique)</p>	<p>Oui, sur la catégorie taxonomique B</p>	<p>Taxo B et D : les sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique progressent davantage que ceux en ayant bénéficié, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,176</math> ; <math>p = 0,388</math>)  Taxo C : les sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique progressent alors que ceux en ayant bénéficié régressent (résultats significatifs <math>p = 0,003</math>)  → Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives :  Taxo A : la progression des sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique est très faiblement supérieure (différences non statistiquement significatives <math>p = 0,959</math>)  Taxo B : les sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique progressent plus que ceux n'en ayant pas bénéficié (résultats significatifs <math>p = 0,010</math>)  Taxo C et D : la progression des apprenants n'ayant pas bénéficié du registre graphique est supérieure, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,469</math> ; <math>p = 0,681</math>)</p>
<p>Q3) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon qu'ils bénéficient du registre tabulaire ou non, quel que soit le statut du registre graphique ? (effet d'interaction du statut du registre tabulaire et celui du registre graphique)</p>	<p>Oui, sur la catégorie taxonomique D</p>	<p>→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives :  Taxo A : l'effet d'interaction tableau * graphique est à la limite de la significativité (<math>p = 0,06</math>). Le groupe ayant bénéficié du registre graphique régresse alors que tous les autres groupes progressent. Nous constatons que les différences de progressions entre ce groupe et chacun des trois autres groupes sont statistiquement significatives.  Taxo B et C : l'effet d'interaction tableau * graphique est non significatif (<math>p = 0,793</math> ; <math>p = 0,291</math>)  Taxo D : l'effet d'interaction tableau * graphique est significatif (<math>p = 0,034</math>). Nous observons un écart important entre les moyennes des pertes relatives/gains relatifs entre le groupe 1 ayant bénéficié des deux registres (-7,14%) et le groupe 3 ayant bénéficié du registre tabulaire (29,86%).</p>
	<p>Oui, sur la catégorie taxonomique A</p>	<p>→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives :  Taxo A : l'effet d'interaction tableau * graphique est significatif (<math>p = 0,029</math>). Nous constatons un écart de près de 29% entre les progressions du groupe 1 (registres tabulaire et graphique) et du groupe 2 (registre graphique). La progression la plus marquée est en faveur de ce dernier. Nous observons aussi un écart de 29,46% entre les progressions du groupe 1 et du groupe 3 avec le registre tabulaire qui progresse davantage.  Taxo B et C : l'effet d'interaction tableau * graphique est non significatif (<math>p = 0,512</math> ; <math>p = 0,562</math>)  Taxo D : l'effet d'interaction tableau * graphique est à la limite de la significativité (<math>p = 0,062</math>). Une différence de progression de près de 30% entre le groupe 1 (registres</p>

		tabulaire et graphique) affichant la plus faible progression et les groupes 2 (registre graphique), 3 (registre tabulaire) est observée.
	Non	→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : Taxo A, B, C et D : l'effet d'interaction tableau * graphique est non significatif ( $p = 0,473$ ; $p = 0,623$ ; $p = 0,842$ ; $p = 0,510$ )

Tableau 73: synthèse des résultats de la progression des apprenants selon les catégories taxonomiques

En ce qui concerne le statut du registre tabulaire, la progression supérieure des apprenants ayant bénéficié du registre tabulaire entre le pré-test et le post-test immédiat semble se confirmer du fait qu'ils affichent également de meilleures progressions sur les quatre niveaux taxonomiques examinés. Les progressions entre les posts-tests immédiat et différé sont, similairement à l'analyse précédente, supérieures chez les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire dans l'activité de découverte et ce, sur les catégories taxonomiques A, C et D. Nous émettons l'hypothèse que la plus forte progression sur la catégorie B par les sujets ayant bénéficié du registre tabulaire s'explique par le fait qu'un des trois items associés à cette catégorie dans nos tests est relatif au complètement d'un tableau de proportionnalité. Une des tâches des apprenants confrontés au registre tabulaire dans l'activité de découverte était de compléter le tableau de proportionnalité de la situation donnée et de rechercher différents liens entre les valeurs du tableau. Rappelons que ces liens sont issus des propriétés de la linéarité ainsi que du coefficient de proportionnalité et ceux-ci permettent de compléter des tableaux de proportionnalité. Tout comme dans la synthèse précédente, la progression supérieure entre le pré-test et le post-test différé s'observe chez les apprenants ayant bénéficié du registre tabulaire dans l'activité de découverte, hormis pour la catégorie taxonomique D. Nous tentons d'expliquer ceci par le fait que les sujets confrontés au registre tabulaire dans l'activité de découverte ont, peut-être, tenté de résoudre les deux items de cette catégorie taxonomique supérieure en recourant à un tableau de proportionnalité. Or, une utilisation hâtive du tableau, celui-ci étant souvent présenté en classe, peut, d'une part éloigner les apprenants du contexte du problème (Oliveira, 2005) et, d'autre part, les conduire à des réponses erronées (Simard, 2012b). Nous soulignons que la seule différence de progressions statistiquement significative est celle de la catégorie taxonomique A entre le pré-test et le post-test immédiat ( $p = 0,010$ ).

Au niveau du statut du registre graphique, la progression supérieure des apprenants n'ayant pas bénéficié de ce registre se confirme sur les quatre catégories taxonomiques examinées entre le pré-test et le post-test immédiat, tout comme dans l'analyse précédente selon les scores totaux. Le constat est identique pour la progression entre le pré-test et le post-test différé. Nous avançons l'idée que ce registre, dans le cadre de la séquence pédagogique que nous avons imaginée, présente un effet néfaste sur les progressions de nos apprenants. Soulignons que les analyses inférentielles nous informent de différences de progressions statistiquement significatives pour les catégories A (entre le pré-test et le post-test immédiat)

et B (entre le pré-test et le post-test immédiat ; entre le pré-test et le post-test différé). En se focalisant sur les progressions entre les posts-tests immédiat et différé, nous constatons que la tendance semble s'inverser puisque les sujets ayant bénéficié du registre graphique à l'activité de découverte progressent davantage, à l'exception du niveau taxonomique B. Concernant l'interaction de nos deux variables indépendantes, nous observons des effets d'interaction à la limite de la significativité pour la catégorie taxonomique A et significatif pour la catégorie taxonomique D entre le pré-test et le post-test immédiat. Le potentiel effet néfaste du registre graphique se précise et est, ici, encore plus marqué puisque les comparaisons par paires nous permettent de montrer des différences de progressions statistiquement significatives du groupe 2 par rapport aux autres groupes. Le groupe 2 ayant bénéficié exclusivement de ce registre dans l'activité de découverte est le seul à régresser sur le premier niveau taxonomique. L'un des champs d'application de cette catégorie est l'application directe, nous pensons que ce registre amène une représentation plus partielle de l'objet mathématique « proportionnalité directe » et présente un caractère plus réducteur (Bloch, 2002) que le registre tabulaire. Quant à la catégorie taxonomique D, un écart important s'observe entre le groupe 1 avec les registres tabulaire et graphique qui régresse et le groupe 3 avec le registre tabulaire qui progresse. Nous émettons l'hypothèse que l'association des registres tabulaire et graphique dans l'activité de découverte n'est pas bénéfique pour cette catégorie. Entre le pré-test et le post-test différé, ces mêmes catégories sont marquées par les analyses inférentielles : la catégorie A étant significative sur le plan inférentiel ( $p = 0,029$ ) et la catégorie D, à la limite de la significativité. Nous notons des différences de progressions proches de 30% entre les groupes 1 et 2, mais aussi entre les groupes 1 et 3, avec une plus faible progression pour le groupe 1. Nous n'observons aucun effet, significatif sur le plan inférentiel, du statut du registre tabulaire qui dépend du niveau du statut du registre graphique, et inversement entre les posts-tests immédiat et différé. Dans ce contexte, nos observations ne vont pas dans le sens de la théorie de Duval (1993, 2001, 2007, 2013a). Cet auteur indique que les registres ayant leurs propres contraintes et possibilités, la complémentarité de ceux-ci est nécessaire afin de représenter le concept dans toute sa complexité cognitive. Par ailleurs, l'objet mathématique est formé par la coordination des registres, indispensable en raison du paradoxe cognitif.

Le tableau ci-dessous synthétise les résultats obtenus concernant les progressions des apprenants selon les compétences examinées.

Questions de recherche selon les compétences	Réponses	Résultats
<b>Q1)</b> La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre tabulaire mis en place ? (effet du statut du registre tabulaire)	Oui, sur les compétences 1 et 2	<p>→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives :</p> <p>Comp 1 et 2 : la progression des apprenants ayant bénéficié du registre tabulaire est supérieure à ceux n'en ayant pas bénéficié, les différences observées sont statistiquement significatives (<math>p = 0,041</math> ; <math>p = 0,034</math>)</p> <p>Comp 3 : les différences observées en faveur des apprenants ayant bénéficié de ce registre ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,295</math>)</p> <p>Comp 4 et 5 : les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire progressent plus, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives. (<math>p = 0,867</math> ; <math>p = 0,377</math>)</p>
	Non	<p>→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives :</p> <p>Comp 1, 2 et 3 : la progression des apprenants ayant bénéficié de ce registre est supérieure, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,421</math> ; <math>p = 0,311</math> ; <math>p = 0,264</math>)</p> <p>Comp 4 et 5 : la progression des apprenants n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire est supérieure, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,616</math> ; <math>p = 0,44</math>)</p>
	Non	<p>→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives :</p> <p>Comp 1 : les sujets ayant bénéficié du registre tabulaire régressent, contrairement à ceux n'en ayant pas bénéficié qui progressent (résultats à la limite de la significativité <math>p = 0,098</math>)</p> <p>Comp 3 : la progression des apprenants ayant bénéficié du registre tabulaire est supérieure, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,463</math>)</p> <p>Comp 2, 4 et 5 : les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre tabulaire progressent davantage, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,442</math> ; <math>p = 0,183</math> ; <math>p = 0,535</math>)</p>
<b>Q2)</b> La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon le statut du registre graphique mis en place ? (effet du statut du registre graphique)	Oui, sur les compétences 2 et 3	<p>→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives :</p> <p>Comp 1 et 5 : les apprenants n'ayant pas bénéficié du registre graphique progressent davantage, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,647</math> ; <math>p = 0,416</math>)</p> <p>Comp 2 et 3 : les sujets ayant bénéficié du registre graphique régressent, contrairement à ceux n'en ayant pas bénéficié qui progressent, les différences observées sont statistiquement significatives (<math>p = 0,001</math> ; <math>p = 0,008</math>)</p> <p>Comp 4 : la progression des apprenants ayant bénéficié du registre graphique est supérieure, les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,841</math>)</p>
	Non	<p>→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives :</p> <p>Comp 1 : les apprenants ayant bénéficié de ce registre progressent légèrement plus, les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,902</math>)</p> <p>Comp 2, 4 et 5 : la progression des sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique est supérieure à celle des sujets en ayant bénéficié, les différences observées ne sont pas statistiquement significatives (<math>p = 0,902</math>)</p>

		pas statistiquement significatives ( $p = 0,311$ ; $p = 0,746$ ; $p = 0,181$ ) Comp 3 : la progression des sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique est supérieure à celle des sujets en ayant bénéficié, les différences observées sont à la limite de la significativité ( $p = 0,091$ )
	Non	→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : Comp 1, 2 et 4 : la progression des sujets ayant bénéficié du registre graphique est supérieure à celle des sujets n'en ayant pas bénéficié, mais les différences observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,461$ ; $p = 0,119$ ; $p = 0,967$ ) Comp 3 et 5 : la progression des sujets n'ayant pas bénéficié du registre graphique est supérieure à ceux en ayant bénéficié, les différences observées ne sont pas statistiquement significatives ( $p = 0,968$ ; $p = 0,127$ )
Q3) La progression des apprenants ayant participé à notre scénario pédagogique est-elle différente selon qu'ils bénéficient du registre tabulaire ou non, quel que soit le statut du registre graphique ? (effet d'interaction du statut du registre tabulaire et celui du registre graphique)	Non	→ Entre le pré-test et le post-test immédiat en termes de gains relatifs/pertes relatives : Comp 1 : l'effet d'interaction tableau * graphique est à la limite de la significativité ( $p = 0,091$ ) Comp 2, 3, 4 et 5 : l'effet d'interaction tableau * graphique est non significatif ( $p = 0,209$ ; $p = 0,179$ ; $p = 0,822$ ; $p = 0,902$ )
	Oui, sur la compétence 2	→ Entre le pré-test et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : Comp 1, 3, 4 et 5 : l'effet d'interaction tableau * graphique est non significatif ( $p = 0,118$ ; $p = 0,213$ ; $p = 0,482$ ; $p = 0,795$ ) Comp 2 : l'effet d'interaction tableau * graphique est significatif ( $p = 0,046$ )
	Non	→ Entre le post-test immédiat et le post-test différé en termes de gains relatifs/pertes relatives : Comp 1, 2, 3 et 4 : l'effet d'interaction tableau * graphique est non significatif ( $p = 0,785$ ; $p = 0,406$ ; $p = 0,502$ ; $p = 0,465$ ) Comp 5 : l'effet d'interaction tableau * graphique est à la limite de la significativité ( $p = 0,098$ )

Tableau 74: synthèse des résultats de la progression des apprenants selon les compétences

Pour ce qui est du statut du registre tabulaire, nous constatons une progression supérieure et durable, entre le pré-test et le post-test immédiat, mais aussi entre le pré-test et le post-test différé, des apprenants ayant bénéficié de ce registre durant l'activité de découverte sur les compétences 1,2 et 3. Ce constat est, somme toute, assez logique dans la mesure où les deux premières compétences sont relatives à la reconnaissance, à la construction, à l'exploitation et au complètement des tableaux de proportionnalité directe. La compétence 3 concerne, quant à elle, la résolution de problèmes de proportionnalité directe. Bien que les items de cette compétence dans nos tests ne mobilisent pas explicitement ce registre, nous pensons que les différents liens identifiés dans le tableau de proportionnalité de l'activité de découverte (propriétés de la linéarité et le coefficient de proportionnalité) permettent à ces apprenants d'être mieux outillés pour traiter ces items et qu'un mécanisme de transfert (Tardif, 2004) s'opère. Signalons que les différences de progressions sont statistiquement significatives pour les compétences 1 et 2 entre le pré-test et le post-test immédiat. Malgré que plusieurs auteurs comme Brousseau (cité dans Hersant, 2001), Adjage (cité dans

Oliveira, 2008) et Hersant (2001) mentionnent les difficultés rencontrées par les élèves dans le cadre géométrique, les progressions d'un test à l'autre sont toujours supérieures chez les apprenants n'ayant pas bénéficié de ce registre pour la compétence 4 qui concerne les similitudes planes. Ces apprenants se démarquent également sur la compétence 5 en interprétation de graphiques. Nous notons aussi une progression supérieure de ceux-ci entre les posts-tests immédiat et différé pour les compétences 1 et 2.

Au niveau du statut du registre graphique, nous constatons, globalement, des progressions supérieures pour les apprenants n'ayant pas bénéficié de ce registre. Deux différences de progressions se confirment statistiquement : entre le pré-test et le post-test immédiat pour les compétences 2 ( $p = 0,001$ ) et 3 ( $p = 0,008$ ). Les progressions mesurées entre les deux posts-tests et supérieures chez les apprenants en ayant bénéficié pour les compétences 1,2 et 4 peuvent s'expliquer par l'introduction des deux registres après le post-test immédiat. Une vue globale des progressions de nos apprenants semble, encore une fois dans ce contexte, nous confirmer l'effet délétère de ce registre, hormis sur la compétence 1. Il nous semble important d'indiquer que les apprenants n'ayant pas bénéficié de ce registre progressent davantage en interprétation de graphiques, à savoir pour la compétence 5. Rappelons qu'un seul item de cette compétence, où les sujets doivent identifier le graphique représentant une situation de proportionnalité directe parmi d'autres graphiques proposés, est repris dans nos tests. Ceci va dans le sens des constatations de précédentes études (Baldy et al., 2007; Hersant, 2001) présentant la droite passant par l'origine du repère comme la représentation « prototypique » que les élèves se font de la proportionnalité directe.

Concernant l'interaction de nos deux variables indépendantes, nous observons un effet d'interaction à la limite de la significativité pour la compétence 1 entre le pré-test et le post-test immédiat. Nous constatons une différence de progressions assez importante, le groupe 1 avec les registres tabulaire et graphique affiche une progression supérieure de 43% au groupe 2 avec le registre graphique. Un effet d'interaction significatif ( $p = 0,046$ ) est présent entre le pré-test et le post-test différé sur la compétence 2. Les comparaisons par paires des progressions mettent en évidence les groupes 1 et 2, avec une progression plus élevée de 33,74% pour le groupe 1. Sur le plan inférentiel, un dernier effet à la limite de la significativité est observé pour la compétence 5 entre les deux posts-tests. Effectivement, le groupe 4 progresse davantage que le groupe 2. Nous avançons comme explication à ces phénomènes que le recours exclusif au registre graphique dans l'activité de découverte amène, d'une part, une représentation plus partielle de l'objet mathématique étudié et, d'autre part, présente un effet délétère. Les moyennes des gains relatifs du groupe 4 avec le registre de la langue naturelle sur ces compétences confirment nos propos.

### III. Perceptions des apprenants

L'analyse des perceptions des apprenants constitue la dernière étape de notre recherche. Dans un premier temps, nous souhaitons voir si les perceptions des élèves sont différentes entre nos quatre groupes, et plus précisément, en fonction des modalités de représentations sémiotiques. Dans un second temps, nous cherchons s'il existe un lien entre les perceptions des apprenants et les scores de ceux-ci obtenus au post-test immédiat. Afin de répondre à ces questions, nous nous appuyons sur les réponses fournies par les sujets à notre questionnaire d'opinion.

*III.1. Perceptions des apprenants selon les modalités de représentations sémiotiques*  
 À cette première étape, nous souhaitons répondre à la question suivante :

**Q4) Les perceptions des apprenants se différencient-elles selon les modalités de représentations sémiotiques ?**

Pour ce faire, nous mesurons la distance entre le « pas du tout d'accord » et la croix placée par l'apprenant avant le « tout à fait d'accord » sur le segment de perception. Ceci nous permet, d'abord, de calculer la moyenne du degré de satisfaction par item. En vue de savoir si les perceptions des apprenants se différencient selon les modalités de représentations sémiotiques, nous réalisons, ensuite, des analyses de variance aux groupes indépendants.

	Groupe 1 (registres graphique et tabulaire)	Groupe 2 (registre graphique)	Groupe 3 (registre tabulaire)	Groupe 4 (registre de la langue naturelle)	ANOVA Perception par item (p value)
1) Cette activité de découverte était motivante	48,5 %	63,6 %	51,5 %	56,5 %	0,43
2) Cette activité de découverte était utile	60,1 %	47,7 %	50,3 %	49,1 %	0,661
3) Cette activité a été bénéfique dans ma compréhension de la proportionnalité directe	59,8 %	57,4 %	56,7 %	54,7 %	0,976
4) La manipulation du matériel m'a permis de mieux comprendre la proportionnalité directe	68,1 %	65,6 %	70 %	67 %	0,979
5) J'aimerais à nouveau réaliser des activités comme celle-ci	61,4 %	71,2 %	68 %	75,3 %	0,639
6) Je trouve que je me suis amélioré(e) dans cette matière grâce à cette activité	52,5 %	36,3 %	50,9 %	26,3 %	<b>0,034</b>
7) Je préfère réaliser des activités nécessitant de la manipulation	76,6 %	79 %	87,2 %	79,7 %	0,597
8) J'ai apprécié cette activité, car elle s'est réalisée en groupe	62,2 %	79,3 %	74,8 %	81,3 %	0,211
9) Cette activité était facile à réaliser	74,8 %	90,7 %	78,5 %	79,2 %	0,216
10) Cette activité était ludique	60,2 %	79,4 %	69,2 %	83,6 %	<b>0,045</b>
ANOVA Perception totale (p value)					0,858

Tableau 75: statistiques descriptive et inférentielle des perceptions des apprenants

### *III.1.1. Analyse descriptive*

Après observation du tableau, nous constatons que le groupe ayant bénéficié des registres tabulaire et graphique est celui qui affiche le ressenti le plus positif relativement à l'utilité de l'activité de découverte (60,1 %) ainsi qu'à ses bénéfices sur la compréhension de la proportionnalité directe (59,8 %). La moyenne du ressenti de ce même groupe à la sixième affirmation corrobore ces précédentes valeurs. Cette observation nous semble cohérente au regard des modalités dont il disposait pour réaliser l'activité de découverte. Effectivement, l'association de ces deux registres, chacun ayant ses propres contraintes et possibilités, permet une représentation plus complète du concept étudié (Duval, 1993). Soulignons, par ailleurs, que cette juxtaposition de représentations sémiotiques favorise la compréhension de cet objet conceptuel, en supposant l'aptitude des élèves à réaliser des conversions entre ces dernières (Duval, 2007). À l'inverse, le groupe ayant bénéficié exclusivement du registre de la langue naturelle est le plus critique envers notre activité et sa plus-value dans la compréhension de la proportionnalité directe (54,7 %). Ceci se confirme avec la moyenne du ressenti de ce groupe à la sixième affirmation relative au sentiment de progression grâce à cette activité (26,3 %). Ceci peut s'expliquer par le fait que ces apprenants n'ayant pas bénéficié d'une juxtaposition de représentations sémiotiques ont, de ce fait, une représentation plus partielle du concept étudié et une compréhension moins satisfaisante. À cette même affirmation, nous observons que le groupe ayant bénéficié du registre tabulaire présente un ressenti plus positif que celui ayant bénéficié du registre graphique. Nous émettons l'hypothèse que le registre graphique produit une représentation cognitive plus partielle de la proportionnalité directe que le registre tabulaire.

### *III.1.2. Analyse inférentielle*

En vue de savoir si les perceptions des apprenants se différencient selon les modalités de représentations sémiotiques, nous réalisons une analyse de variance aux groupes indépendants. Les résultats de celle-ci indiquent qu'il y a une différence statistiquement significative entre nos quatre groupes quant à leur perception pour les affirmations n°6 ( $F(3,78) = 3,039$  ;  $p = 0,034$ ) et n°10 ( $F(3,78) = 2,81$  ;  $p = 0,045$ ). Nous pouvons donc conclure que les perceptions des apprenants relatives à leur progression et au caractère ludique de notre activité diffèrent selon les modalités de représentations sémiotiques. Un test post hoc (test de Tukey) montre une différence à la limite de la significativité entre les groupes 1 et 4 ( $p = 0,066$ ) ainsi que les groupes 3 et 4 ( $p = 0,068$ ) pour la sixième affirmation. Ceci confirme notre observation dans l'analyse descriptive. Concernant la dernière affirmation de notre questionnaire d'opinion, le test de Tukey indique une différence statistiquement significative entre les groupes 1 et 4 ( $p = 0,046$ ). En effet, nous observons que le groupe ayant bénéficié du registre de la langue naturelle est en accord à 83,6 % sur le caractère ludique de notre activité, contrairement au groupe ayant bénéficié des registres tabulaire et graphique affichant une moyenne des ressentis de 60,2 %. Néanmoins, les résultats de l'analyse de variance ne montrent aucune différence statistiquement

significative entre nos quatre groupes quant à leur perception globale ( $F(3,78)= 0,254 ; p = 0,858$ ). Les perceptions globales de nos apprenants ne diffèrent pas selon les modalités de représentations sémiotiques.

### III.2. Lien entre les perceptions des apprenants et les scores au post-test immédiat

À cette seconde étape, nous souhaitons répondre à la question suivante :

**Q5) Les perceptions des apprenants sont-elles en lien avec les scores obtenus au post-test immédiat ?**

Pour cela, nous vérifions s'il existe un lien linéaire entre les perceptions des apprenants à chaque item et les scores totaux des apprenants au post-test immédiat au moyen du coefficient de corrélation de Pearson.

	Groupe 1 (registre graphique et tabulaire)	Groupe 2 (registre graphique)	Groupe 3 (registre tabulaire)	Groupe 4 (registre de la langue naturelle)	Échantillon
Motivation	$r = -0,143$ $p = 0,585$	$r = 0,511$ $p = 0,021$	$r = 0,314$ $p = 0,166$	$r = -0,025$ $p = 0,91$	$r = 0,104$ $p = 0,354$
Utilité	$r = 0,138$ $p = 0,598$	$r = 0,399$ $p = 0,081$	$r = 0,152$ $p = 0,511$	$r = 0,011$ $p = 0,96$	$r = 0,14$ $p = 0,211$
Activité et compréhension	$r = -0,128$ $p = 0,624$	$r = 0,461$ $p = 0,041$	$r = -0,057$ $p = 0,807$	$r = -0,082$ $p = 0,703$	$r = 0,035$ $p = 0,756$
Manipulation et compréhension	$r = -0,121$ $p = 0,644$	$r = 0,2$ $p = 0,397$	$r = 0,34$ $p = 0,132$	$r = -0,313$ $p = 0,136$	$r = 0,020$ $p = 0,861$
Activité	$r = -0,268$ $p = 0,299$	$r = 0,349$ $p = 0,132$	$r = 0,026$ $p = 0,91$	$r = -0,235$ $p = 0,27$	$r = -0,036$ $p = 0,749$
Perception de la progression	$r = 0,012$ $p = 0,965$	$r = 0,121$ $p = 0,612$	$r = 0,323$ $p = 0,153$	$r = -0,029$ $p = 0,892$	$r = 0,104$ $p = 0,354$
Manipulation	$r = 0,016$ $p = 0,952$	$r = 0,179$ $p = 0,451$	$r = 0,305$ $p = 0,179$	$r = -0,485$ $p = 0,016$	$r = 0,002$ $p = 0,983$
Travail de groupe	$r = 0,358$ $p = 0,158$	$r = -0,119$ $p = 0,617$	$r = -0,023$ $p = 0,921$	$r = -0,461$ $p = 0,023$	$r = -0,044$ $p = 0,696$
Facilité	$r = 0,096$ $p = 0,714$	$r = -0,352$ $p = 0,128$	$r = -0,053$ $p = 0,819$	$r = 0,162$ $p = 0,449$	$r = -0,021$ $p = 0,855$
Ludique	$r = 0,121$ $p = 0,643$	$r = -0,003$ $p = 0,991$	$r = 0,163$ $p = 0,48$	$r = -0,019$ $p = 0,93$	$r = 0,067$ $p = 0,55$

En observant le tableau ci-dessus, nous constatons que les scores obtenus au post-test immédiat ne sont, en général, pas corrélés au ressenti des apprenants. Nous observons, toutefois, qu'il existe un lien significatif et positif entre ces scores et le ressenti des apprenants du groupe 2 concernant le caractère motivant de l'activité de découverte ( $r = 0,511, p = 0,021$ ). Plus ces apprenants jugent l'activité de découverte comme motivante, plus ils obtiennent un score total élevé au post-test immédiat. Nous notons, également pour ce même groupe, une autre corrélation positive et significative quant à la plus-value de l'activité sur la compréhension de la proportionnalité directe ( $r = 0,461, p = 0,041$ ). Plus ils jugent l'activité de découverte comme bénéfique dans leur compréhension de la proportionnalité directe, plus ils obtiennent un score total élevé au post-test immédiat. Nous relevons aussi deux coefficients de corrélation significatifs et négatifs pour le quatrième groupe dans deux situations : l'appréciation de cette activité en groupe ( $r = -0,461, p =$

0,023) et la réalisation d'activités avec de la manipulation ( $r = -0,485, p = 0,016$ ). De façon contre-intuitive, plus ces apprenants sont favorables à ce type d'activités, moins ils obtiennent des scores élevés.

### *III.3. Synthèse et discussion*

En ce qui concerne les perceptions des apprenants ayant participé à notre expérimentation, nous constatons que leur ressenti relativement à leur sentiment de progression diffère entre les groupes. Effectivement, les analyses inférentielles mettent en évidence des différences entre le groupe d'apprenants ayant bénéficié des deux registres et celui avec le registre de la langue naturelle, de même que ce dernier avec celui ayant réalisé l'activité avec le registre tabulaire. Le groupe ayant bénéficié du registre de la langue naturelle est le plus critique concernant leur sentiment de progression dans ce concept. Nous nuancions leurs perceptions dans la mesure où nos analyses inférentielles ne montrent pas, globalement, une plus faible progression de ce groupe malgré leur ressenti. Quant au groupe avec les deux registres et étant le plus positif, nous constatons seulement une progression supérieure sur la compétence 1 entre le pré-test et le post-test immédiat et sur la compétence 2 entre le pré-test et le post-test différé. L'analyse inférentielle montre que les différences entre les degrés de satisfaction totale des quatre groupes sont statistiquement non significatives.

Cette dernière partie présente synthétiquement les principaux résultats de notre recherche, mais également, les limites de celle-ci ainsi que les perceptives qui pourraient être investiguées dans des études ultérieures.

### **I. Synthèse des résultats**

Compte tenu de son utilisation dans différents domaines (physique, biologie, chimie...), mais aussi dans la vie quotidienne, la proportionnalité est une notion capitale dans l'enseignement des mathématiques (Sokona, 1989). Cette notion se révèle donc indispensable et une bonne compréhension en est nécessaire (Oliveira, 2008). Toutefois, son acquisition par les élèves n'est pas exempte de difficultés (Baldy et al., 2007; Bertheleu et al., 1997; Comin, 2002; Daro et al., 2007; Gille, 2008; Hersant, 2001; Oliveira, 2008). Bien qu'elle fasse l'objet d'un apprentissage progressif et régulier (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c), les taux de réussite sont peu satisfaisants pour cette compétence aux épreuves externes certificatives CE1D.

En tenant compte des différentes représentations envisagées en proportionnalité directe et en nous appuyant sur la théorie des registres de représentations sémiotiques (Duval, 1993, 2001, 2007, 2008, 2013a, 2013b), nous avons étudié l'impact du statut du registre tabulaire (avec ou sans) en fonction du statut du registre graphique. Plus précisément, nous avons étudié les effets de l'association de ces deux principaux registres en résolution de problèmes de proportionnalité directe. Pour ce faire, nous avons mis au point, à l'aide de la taxonomie de Bodin (2017), un scénario pédagogique travaillant les compétences relatives à la proportionnalité (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c) et l'avons testé auprès d'élèves de deuxième année commune du secondaire. Notre hypothèse de recherche était que « *les modalités de représentations sémiotiques impacteraient les performances des apprenants soumis à notre dispositif pédagogique* ».

Les analyses descriptives des progressions des apprenants nous ont permis de mettre en évidence, comme nous l'avions pressenti, que ceux ayant bénéficié du registre graphique dans l'activité de découverte progressent globalement moins que les apprenants avec le registre tabulaire. Effectivement, les progressions du groupe avec le registre graphique sont, à quelques exceptions près, en deçà de celles du groupe avec le registre tabulaire et ce, entre le pré-test et le post-test immédiat ainsi qu'entre le pré-test et le post-test différé. Même si « *...la résolution mathématique d'un problème exige qu'on mobilise, explicitement ou implicitement, au moins deux types de représentations totalement différents* » (Duval, 2013a, p. 150), nous avons constaté, pour ces mêmes conditions, que le registre de la langue naturelle est plus bénéfique pour les progressions des apprenants que le registre graphique.

Au niveau du registre tabulaire, nous avons constaté que les apprenants en ayant bénéficié progressent davantage que ceux n'en ayant pas bénéficié. La réintroduction de ce registre a permis une progression, observée entre les deux posts-tests, supérieure des apprenants n'en ayant pas bénéficié. Toutefois, nous avons remarqué que les apprenants avec le registre tabulaire semblent avantagés, car leur progression entre le pré-test et le post-test différé est globalement supérieure autant sur les catégories taxonomiques (Bodin, 2017) que sur les compétences examinées (Fédération Wallonie Bruxelles, 2013c). Bien que le tableau peut détacher les apprenants du contexte du problème (Oliveira, 2005) et qu'il les amène à une centration sur certaines cases en les éloignant d'une analyse globale (Galai et al., 1990), le tableau de proportionnalité « ... *est une aide à la formulation* ... » (Simard, 2012b, p. 50). De ce fait, nous pensons que ce registre a permis une meilleure compréhension des différents liens – propriétés de la linéarité et coefficient de proportionnalité – qui devaient être identifiés dans l'activité de découverte. Ces différents liens peuvent ensuite faire l'objet d'un transfert (Tardif, 2004) et deviennent des stratégies de résolution de situations de proportionnalité.

En ce qui concerne le registre graphique, nous avons constaté, dans l'ensemble, une plus faible progression chez les sujets ayant bénéficié de celui-ci. Notre constat s'applique aux progressions selon les scores totaux, selon les catégories taxonomiques et selon les compétences. D'après nous, ce registre présente un effet délétère sur les progressions de nos apprenants dans le cadre de notre séquence pédagogique. Malgré que la droite passant par l'origine ait « ... *un fort pouvoir évocateur de la proportionnalité directe...* » (Hersant, 2001, p. 67) et soit sa « ... *représentation prototypique...* » (Baldy et al., 2007, p. 207), nous pensons que ce registre offre une représentation plus partielle de l'objet mathématique étudié et présente un caractère plus réducteur (Bloch, 2002) que le registre tabulaire. Par ailleurs, nous émettons l'hypothèse que ce registre présente un niveau d'abstraction plus élevé que le registre tabulaire.

À propos de l'interaction de nos deux variables indépendantes, seules les deux catégories taxonomiques A et D en sont exposées et ce, entre le pré-test et le post-test immédiat ainsi qu'entre le pré-test et le post-test différé. D'une part, nous avons relevé l'effet négatif du registre graphique mis en évidence par la régression du groupe d'apprenants en ayant bénéficié, contrairement aux autres groupes. D'autre part, l'association des registres tabulaire et graphique dans l'activité de découverte ne semblait pas favorable entre le pré-test et le post-test différé. Ce constat ne corrobore pas la théorie de Duval (1993, 2001, 2007, 2013a) indiquant la nécessité de la complémentarité et la coordination des registres, indispensable en raison du paradoxe cognitif, dans le but de représenter l'objet mathématique dans toute sa complexité cognitive.

Enfin, le ressenti des apprenants ayant bénéficié des deux registres est le plus positif sur plusieurs dimensions investiguées, notamment leur sentiment de progression. Or, nos analyses des progressions nuancent leurs perceptions. Ainsi, il semblerait que ces sujets se soient surévalués. Inversement, les apprenants ayant bénéficié du registre de la langue naturelle et étant les plus critiques envers les bénéficiaires de notre activité ne sont pas ceux qui ont affiché les plus faibles progressions. Nous pouvons également mettre en évidence le ressenti plus négatif des apprenants avec le registre graphique par rapport à ceux avec le registre tabulaire relativement à leur sentiment de progression.

## **II. Limites et perspectives**

Conscients des limites de notre expérimentation, nous les présentons et justifions nos choix méthodologiques. Tout d'abord, nous estimons qu'une période à deux périodes de cours supplémentaires n'aurait pas été superflue en vue de permettre des temps de réponse aux exercices et d'échanges peut-être plus longs. Effectivement, le calendrier établi avec les enseignants prévoyait six périodes pour ce thème afin de respecter leur planning des matières. Compte tenu du temps nécessaire pour les passations des tests, seules trois périodes étaient allouées à l'activité de découverte, à la synthèse et aux exercices. Par ailleurs, il était difficilement possible de réduire le nombre d'items des tests ainsi que leur durée, afin de garantir une mesure des aptitudes des apprenants en proportionnalité directe sur un nombre raisonnable de catégories taxonomiques et de compétences. Un deuxième élément pouvant apparaître comme une limite concerne les intervalles de temps inégaux, pour les différents groupes, entre l'activité de découverte et le post-test immédiat ainsi qu'entre la fin de la séquence et le post-test différé. Ceci s'explique par un chevauchement de plusieurs heures de cours entre nos groupes classes.

Étant donné que ce thème est également traité avec les mêmes registres en première année commune du secondaire, une étude ultérieure pourrait être réalisée sur des élèves de ce niveau afin de vérifier si les résultats que nous avons obtenus se confirment sur ce public.

Nous concluons ce travail de recherche en reprenant les propos de Géron et al., (2016) : « *La résolution des problèmes tels qu'énoncés dans le CEID requiert donc une bonne maîtrise de la langue française, tant en lecture, qu'en compréhension, qu'en rédaction. Ceci peut constituer une pierre d'achoppement pour les élèves.* » (Géron et al., 2016, p. 2). Lors de la passation des tests, certains élèves nous interpellaient au sujet des énoncés. Ces questions émanaient, bien souvent, de difficultés en lecture ou d'une mauvaise compréhension. Nous pensons que la première étape capitale dans la résolution d'un problème est la lecture de l'énoncé, ce qui est un réel obstacle à surmonter chez certains apprenants se retrouvant désarmés face au problème. Dès lors, nous rejoignons l'avis de ces auteurs qui préconisent « *... pour aider les élèves à mieux appréhender les énoncés ... d'entamer avec eux un travail en amont ...* » (Géron et al., 2016, p. 2).

## *Bibliographie*

---

- Baldy, E., Durand-Guerrier, V., & Dusseau, J.-M. (2007). Mathématiques et physique en classe de troisième: l'exemple de la proportionnalité. *Repère IREM*, 66, 73-82.
- Bertheleu, R., Julo, J., Lucas, J.-Y., Revault, D., Thomann, G., & Thomas, J.-M. (1997). *La proportionnalité au collège*. Rennes: IREM de Rennes.
- Biggs, J., & Tang, C. (2007). *Enseignement pour un apprentissage de qualité à l'université*. Mc Graw Hill & Open University Press : Maidenhead.
- Bloch, I. (2002). Un milieu graphique pour l'enseignement de la notion de fonction. *Petit x*, 58, 5-28.
- Bodin, A. (2017). Taxonomie pour les énoncés de mathématiques - Classement par niveaux hiérarchisés de complexité cognitive. Document non publié.
- Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N*, 51, 77-83.
- Comin, E. (2000). *Proportionnalité et fonction linéaire Caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire* (Thèse). Université Sciences et Technologies - Bordeaux I. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00827905/document>
- Comin, E. (2002). Les difficultés de l'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège. *Séminaire de didactique des mathématiques, 1*. Consulté à l'adresse <http://www.didmar.univ-rennes1.fr/seminaire/Actes/20012002/Comin.pdf>
- Cousineau, D. (2011). Techniques d'analyses en psychologie (PSY1004)- Cours 11 : Homogénéité de la variance et transformations non linéaires. Syllabus, Université d'Ottawa.
- D'Amore, B. (2001). Conceptualisation, registres de représentations sémiotiques et noétique: interactions constructivistes dans l'apprentissage des concepts mathématiques et hypothèse sur quelques facteurs inhibant la dévolution. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 2, 143-168.

- Daro, S., Géron, C., & Stegen, P. (2007). *L'enseignement de la proportionnalité à la liaison primaire-secondaire*. Bruxelles: Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique.
- De Lièvre, B., Temperman, G., & Boumazguida, K. (2016). *L'innovation pédagogique dont vous êtes le héros : Infographies & dialogues*. Presses de l'Université de Mons : Mons.
- D'Hainaut, L. (1975). *Concepts et méthodes de la statistique*. (Labor). Bruxelles.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectiques outil-objet dans l'enseignement des Mathématiques. Une réalisation dans tout le cursus primaire*. (Thèse). Université paris VII. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01250665/document>
- Dusseau, J.-M., Lerouge, A., & Malafosse, D. (2000). Notions de registre et de cadre de rationalité en inter-didactique des mathématiques et de la physique. *Tréma*, 18, 49-60. <https://doi.org/10.4000/trema.1629>
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (2001). Comment décrire et analyser l'activité mathématique ? Cadres et registres. In *Actes de la journée en hommage à R. Douady* (IREM, p. 83-105). Université Paris 7.
- Duval, R. (2007). La conversion des représentations : un des deux processus fondamentaux de la pensée. In *Du mot au concept : conversion* (Presses universitaires de Grenoble, p. 9-46). Grenoble: Baillé Jacque.
- Duval, R. (2008). Analyse des phénomènes relatifs à la compréhension en mathématiques et modélisation des processus de son développement dans le cadre des apprentissages. Document non publié.
- Duval, R. (2013a). Idées directrices pour analyser les problèmes de compréhension dans l'apprentissage des mathématiques. *Investigation et formation en éducation mathématique*, 11, 149-161.

- Duval, R. (2013b). Les problèmes dans l'acquisition des connaissances mathématiques: apprendre comment les poser pour devenir capable de les résoudre? *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8(1), 1-45. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p1>
- Esteban, M. (2014). Les mathématiques, un outil indispensable pour l'innovation et les nouvelles technologies. Consulté 13 avril 2018, à l'adresse <https://blogs.mediapart.fr/edition/au-coeur-de-la-recherche/article/260214/les-mathematiques-un-outil-indispensable-pour-linnovation-et-les-nouvelles>
- Fédération Wallonie Bruxelles (Éd.). (2012). *CEB 2012 Dossier de présentation à l'attention des enseignants*. Bruxelles.
- Fédération Wallonie Bruxelles (Éd.). (2013a). *CEB 2013 Dossier de présentation à l'attention des enseignants*. Bruxelles.
- Fédération Wallonie Bruxelles. (2013b). *Communiqué de presse : Résultats des épreuves certificatives obligatoires en 2013 : CEB et CEID*. Bruxelles: Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique.
- Fédération Wallonie Bruxelles (Éd.). (2013c). *Socle des compétences*.
- Fédération Wallonie Bruxelles (Éd.). (2014). *CEB 2014 Dossier de présentation à l'attention des enseignants*. Bruxelles.
- Fédération Wallonie Bruxelles (Éd.). (2016a). *CEID 2016 Dossier de présentation à l'attention des enseignants de mathématiques*. Bruxelles.
- Fédération Wallonie Bruxelles (Éd.). (2016b). *CEB 2016 Dossier de présentation à l'attention des enseignants*. Bruxelles.
- Galai, M. ., Gérente, M., Grenier, D., & Rivoire, R. (1990). Analyse de deux situations-problèmes autour de la proportionnalité. *Petit x*, 22, 5-22.
- Géron, C., Masson, E., Fauconnier, C., Herman, M., Paquay, P., Rajca, F., & Sprimont, A. (2016). Des pistes pour préparer les élèves à la réussite du CEID en mathématiques. Haute Ecole de la ville de Liège. Consulté à l'adresse

[http://www.hel.be/sites/default/files/PDF/des\\_pistes\\_pour\\_preparer\\_les\\_eleves\\_a\\_l\\_a\\_reussite\\_du\\_celd\\_en\\_math.pdf](http://www.hel.be/sites/default/files/PDF/des_pistes_pour_preparer_les_eleves_a_l_a_reussite_du_celd_en_math.pdf)

Gille, E. (2008). Proportionnalité en seconde et apprentissage de la citoyenneté. *Bulletin vert de l'APMEP*, 474, 11-19.

Hersant, M. (2001). *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège* (Thèse). Université Paris-Diderot - Paris VII, Paris. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00122340/document>

Hersant, M. (2005). La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France d'hier à aujourd'hui. *Repère IREM*, 59, 5-41.

Huet, K. (2016a). Méthodologie de l'expérimentation : partie 1. Syllabus, Université de Mons.

Huet, K. (2016b). Méthodologie de l'expérimentation : partie 2. Syllabus, Université de Mons.

Huet, K. (2016c). Théorie de la construction des tests 3. Syllabus, Université de Mons.

Lambrecht, P. (2016). *Une ingénierie pour l'étude de la proportionnalité et de la non-proportionnalité au début de l'enseignement secondaire* (Thèse). Université de Namur. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01366505/document>

Levain, J.-P., & Vergnaud, G. (1994). Proportionnalité simple, proportionnalité multiple. *Grand N*, 56, 55-66.

Ministère de la Communauté française (Éd.). (2011). *CEB 2011 Dossier de présentation à l'attention des enseignants* (Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique). Bruxelles.

Ministère de l'Éducation (Éd.). (2012). *Qu'est ce que le raisonnement proportionnel ?* Ontario: Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.

Oliveira, I. (2005). Développement du raisonnement proportionnel : potentiel des élèves avant tout enseignement de la proportionnalité. Présenté à Raisonnement

mathématique et formation citoyenne, Montréal: GDM du Québec. Consulté à l'adresse <http://turing.scedu.umontreal.ca/gdm/documents/ActesGDM2005.pdf>

Oliveira, I. (2008). *Exploration de pratiques d'enseignement de la proportionnalité au secondaire en lien avec l'activité mathématique induite chez les élèves dans des problèmes de proportion* (Thèse). Université du Québec à Montréal, Montréal (Québec, Canada). Consulté à l'adresse <http://www.archipel.uqam.ca/1022/>

Rajotte, T. (2004). *La résolution de problèmes de proportionnalité chez les élèves de sixième année du primaire avec ou sans TDA/H identifié*. Université du Québec à Montréal. Consulté à l'adresse <https://archipel.uqam.ca/7152/1/D2772.pdf>

Raouf, K., Belazaar, I., Moussetad, M., Radi, M., & Talbi, M. (2016). Difficultés de mise en oeuvre de la continuité didactique mathématique-mécanique, registre sémiotique et transfert comme éléments d'analyse. *European Scientific Journal*, 12(25), 1-17.

Simard, A. (2012a). Fondements mathématiques de la proportionnalité dans la perspective d'un usage didactique. *Petit x*, 89, 51-62.

Simard, A. (2012b). Proportionnalité en CM2 et sixième. *Petit x*, 90, 35-52.

Sokona, S.-B. (1989). Aspects analytiques et analogiques de la proportionnalité dans une situation de formulation. *Petit x*, 19, 5-27.

Tardif, J. (2004). *Le transfert des apprentissages*. Montréal: Les Ed. Logiques.

Temperman, G. (2017). Evaluation des dispositifs techno-pédagogiques. Syllabus, Université de Mons.

UNESCO. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Paris: Organisation des Nations Unies pour l'éducation, la science et la culture. Consulté à l'adresse <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776f.pdf>

Voisin, S. (2013). *L'enseignement de la proportionnalité en SEGPA : Contraintes, spécificités, situations* (Thèse). Université Victor Segalen - Bordeaux II. Consulté à l'adresse <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00939795/document>