



INSTITUT D'ADMINISTRATION SCOLAIRE

Service de Méthodologie et formation, Professeur Marc Demeuse

Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation

BREF COMPTE-RENDU DE LA RECHERCHE

**« MISE À L'ÉPREUVE DE SITUATIONS SCOLAIRES
VISANT À DÉVELOPPER LE PROCESSUS D'ABSTRACTION
CHEZ LES ÉLÈVES DE 8 À 14 ANS »**

Oct. 2015

NATACHA DUROISIN, STÉPHANIE MALAISE, SABINE SOETEWY & PASCALE ALESSI

Sous la direction du Prof. MARC DEMEUSE

SOMMAIRE

INTRODUCTION	3
I. DÉVELOPPER LE PROCESSUS D'ABSTRACTION ET LES COMPÉTENCES SPATIALES	4
1.1. POURQUOI DÉVELOPPER LES COMPÉTENCES SPATIALES À L'ÉCOLE ?	4
1.2. LES APPRENTISSAGES SPÉCIFIQUEMENT CIBLÉS PAR LA RECHERCHE	5
II. DE LA REVUE DES CONNAISSANCES À LA MODÉLISATION	7
2.1. UNE SYNTHÈSE DES CONNAISSANCES	7
2.2. MODÉLISATION	10
III. DÉVELOPPEMENT DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT	12
3.1. ORGANISATION GÉNÉRALE DES SITUATIONS	12
3.2. DÉVELOPPEMENT DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT FAVORISANT LA MISE EN ŒUVRE DES PROCESSUS D'ABSTRACTION ET DE DÉCENTRATION	13
3.2.1. DÉCENTRATION - CYCLE 3	14
A. ABSTRACTION DU CONCEPT : REPRÉSENTATION DU POINT DE VUE D'AUTRUI	14
➤ UN PRÉTEST	15
➤ PRISE EN COMPTE DES CONSIGNES THÉORIQUES	16
B. JEU DES ANIMAUX	16
➤ PRISE EN COMPTE DES CONSIGNES THÉORIQUES	18
C. « OÙ EST-IL ? » ET « LES DEVINETTES »	18
D. LE PHOTOGRAPHE	20
3.2.2. DÉCENTRATION - CYCLE 4	21
A. ANGLES DE VUE – CYCLE 4	21
➤ PRISE EN COMPTE DES CONSIGNES THÉORIQUES	21
B. JEUX DES MARINS	23
➤ PRISE EN COMPTE DES CONSIGNES THÉORIQUES	24
C. DICTÉES SPATIALES	25
➤ PRISE EN COMPTE DES CONSIGNES THÉORIQUES	25
D. PROMENONS-NOUS DANS MONS	26
➤ PRISE EN COMPTE DES CONSIGNES THÉORIQUES	26
BIBLIOGRAPHIE	28

INTRODUCTION

L'équipe de recherche de l'Institut d'Administration Scolaire mène, depuis près de deux années, une recherche intitulée « *Mise à l'épreuve de situations scolaires visant à développer le processus d'abstraction chez les élèves de 8 à 14 ans* ». Cette recherche a pour objectif de développer et d'évaluer des dispositifs d'enseignement visant à permettre aux élèves d'acquérir des compétences spatiales qui impliquent le processus d'abstraction. Une des caractéristiques du projet est d'avoir une approche qui dépasse les limites disciplinaires tout en s'ancrant dans les apprentissages prévus aux programmes des différentes disciplines. Ce qui est visé est donc non seulement l'abstraction, mais également le transfert des apprentissages de manière transversale.

Cette recherche a débuté par une revue de la littérature relative au processus d'abstraction. Au vu de la complexité du sujet, les chercheurs ont été amenés à synthétiser et à simplifier l'information recueillie au sein d'un modèle reprenant les différents éléments nécessaires à l'acquisition de compétences spatiales qui impliquent le processus d'abstraction. Les chercheurs ont ensuite pris appui sur les grilles d'analyse d'outils réalisées sur la base de la revue de la littérature pour créer le schéma général d'organisation des situations. Des situations d'enseignement visant à développer la compétence de représentation du point de vue d'autrui ont ensuite pu être imaginées.

Ce bref rapport expose, dans un premier chapitre, les raisons du choix de centrer la recherche sur les compétences de décentration et de représentation spatiale des solides et présente, ensuite, la synthèse des différentes étapes de la recherche qui est menée. Le deuxième chapitre présente le travail de modélisation effectué sur la base de la revue de la littérature. Le troisième chapitre présente les situations d'enseignement construites en regard du modèle théorique.

I. DÉVELOPPER LE PROCESSUS D'ABSTRACTION ET LES COMPÉTENCES SPATIALES

Le développement du processus d'abstraction dans le contexte scolaire est au cœur de ce projet de recherche. Avant d'entrer dans l'état des lieux du travail en cours, ce chapitre a pour objectif de resituer le projet actuel. Il aborde d'une part, le choix de focaliser le questionnement sur les compétences spatiales des élèves et d'autre part, les difficultés spécifiquement ciblées, pour ensuite décrire l'organisation de la recherche.

1.1. Pourquoi développer les compétences spatiales à l'école ?

La place dédiée à la géométrie et à la géographie est parfois remise en question ou réduite dans les apprentissages scolaires (Duroisin, 2015). Pourtant, la capacité à appréhender l'espace, à se le représenter mentalement et à utiliser ses représentations pour repérer, situer et se situer, (se) déplacer, planifier, utiliser des outils (cartes, plans, images...), comprendre son organisation, y décrire des phénomènes (déplacements...) ou des objets... relève des compétences essentielles, voire vitales pour chaque individu (Darken & Petterson, 2002). L'acquisition de compétences spatiales est nécessaire à chacun afin de pouvoir les mettre en œuvre dans la vie de tous les jours.

Cette acquisition des compétences spatiales, comme l'ont montré entre autres Piaget & Inhelder (1948) ou Van Hiele (in Crowley, 1987), se fait progressivement au cours de la vie. Dans le cadre qui nous occupe, l'objectif des apprentissages visés dans l'enseignement primaire est de familiariser les élèves avec les objets constituant le plan et l'espace avant l'introduction des concepts géométriques et géographiques. Il s'agit donc d'effectuer la transition des matériaux réels vers l'abstraction en utilisant des éléments intermédiaires tels que les représentations imagées (Kahane, 2002). L'acquisition de compétences spatiales se fait de façon progressive, en respectant le développement de l'individu.

Le travail menant à l'acquisition des compétences spatiales ne se limite pas à une ou deux disciplines (mathématiques et géographie) "où l'on apprend à appréhender l'espace" (Kahane, 2002, p. 4). Des savoirs, savoir-faire et compétences liées à l'espace sont également travaillés en français, en sciences, en histoire, en éducation physique, en éveil artistique... (Ministère de la Communauté française, 2009; Duroisin *et al.*, 2013). L'acquisition de compétences spatiales, on le voit, dépasse le cadre d'une discipline spécifique.

Dans le même temps, on constate un relatif manque d'intérêt pour la géométrie et la géographie (Duroisin, 2013 ; Duroisin & Demeuse, 2014), tant de la part des enseignants que de la part des élèves, dont les compétences s'avèrent en moyenne relativement fragiles (EENC et PISA).

Pourtant, indépendamment des filières d'enseignement vers lesquelles vont se diriger les élèves au cours de leur cursus ou de leurs futurs choix professionnels, ces compétences spatiales, qui font souvent défaut, peuvent s'avérer cruciales (Berthelot & Salin, 1992; Demal *et al.*, 2013). Face à cette analyse étayée par différentes études (voir, entre autres, Darken & Petterson, 2002), le choix a été fait de privilégier le développement du processus d'abstraction dans le domaine spatial.

1.2. Les apprentissages spécifiquement ciblés par la recherche

La littérature souligne à la fois les difficultés des élèves dans le domaine de l'espace et la difficulté de cet enseignement. Duval (2005, p.6) considère ainsi qu'il s'agit du domaine " le plus difficile à enseigner et l'un de ceux où, même lorsque les objectifs restent très modestes, les résultats atteints sont décevants".

Afin de préciser ce constat et de définir un nombre réduit d'apprentissages essentiels à développer, les chercheurs ont, au cours du premier semestre de la première année de recherche, effectué une analyse des résultats des élèves aux Evaluations Externes Non Certificatives (EENC) (Service général du Pilotage du système éducatif, 2012a, b, c, d, e, f, 2013a, b) et au Programme International De Suivi Des Acquis (PISA). Cette analyse, présentée en détails dans le rapport intermédiaire de la première année de recherche, a mené à sélectionner deux processus d'abstraction spatiale distincts : le processus de décentration et le processus de représentation spatiale mentale de solides à partir de représentations planes. La figure 1 présente une illustration des difficultés des élèves, telles que mises en évidence par les EENC, pour ces deux processus.

2^E PRIMAIRE

Écris le prénom de chaque enfant dans son étiquette.
Tu dois respecter les consignes. Sophie est déjà indiquée.

"[les] difficultés s'accroissent lorsque les élèves doivent se référer à la position de Sophie (item 61) et non plus à leur propre position"

49 % des élèves échouent

B. Sophie voit Émile à sa gauche. 61

"[...] ils sont capables de situer des objets seulement lorsqu'ils ne doivent pas adopter un autre point de vue que le leur"

Chaque dessin correspond à une photo prise par Hassan. Pour chacun, entoure la photo qui convient.

b. 8

53 % des élèves réussissent

Entoure tous les solides qui pourraient laisser la trace d'un rectangle si on les posait sur le sable.

« [...] la vue en perspective n'aidant pas à visualiser facilement le rectangle. »

70 % des élèves échouent

63

5^E PRIMAIRE

Complètement remplie, la boîte contiendrait cubes. 31

Complètement remplie, la boîte contiendrait cubes. 32

59 et 62 % des élèves échouent

" les élèves ne prennent pas en compte les cubes cachés pour raisonner par couche. "

"[...] La représentation dans l'espace ou la vision en trois dimensions est primordiale [...]. Les élèves doivent donc y être sensibilisés assez tôt. En effet, il était possible de répondre à toutes les questions [...] en dénombrant ou en imaginant le nombre de cubes par couche et le nombre de couches pour remplir le volume."

Utilise le plan de Mons et sa légende.

Pour répondre aux questions suivantes, fais spécialement attention à la position de la rose des vents.

d) Coche, à chaque fois, la seule réponse correcte 79

au nord
 à l'est
 au sud
 à l'ouest

La Maison des Cyclistes se trouve de la Collégiale Sainte-Waudru

78 % des élèves échouent

" Les analyses permettent de dégager certains points de vigilance pour l'apprentissage : [...] l'utilisation des repères spatiaux et la localisation d'un lieu. "

" les élèves réussissent un peu mieux quand il faut indiquer une direction (42%) que quand il faut localiser un lieu par rapport à un autre "

2^E SECONDAIRE

DESSINE en vraie grandeur la face grisée de ce prisme droit, dont les dimensions sont données en cm. 104

30 % des élèves échouent

" Les autres questions mal réussies par les élèves de 2e commune et complémentaire sont relatives [...] à la détermination de longueurs dans des solides représentés de manière plane. "

Remplace les mots soulignés dans chaque phrase pour qu'elle soit correcte. Aide-toi du document 9.

■ Tournai est une ville située au sud de la Belgique. 55

31 % des élèves échouent

Dans le cube ci-dessous, DÉTERMINE la nature du quadrilatère ABCD.

Nature du quadrilatère :

69 % des élèves échouent

« les élèves doivent faire fi de l'apparence visuelle immédiate [...] »

" [...]le fait que 30 % des élèves ne soient pas capables de dire, carte à l'appui, que Tournai se situe à l'ouest de la Belgique est inquiétant. "

Figure 1 : Illustration des difficultés des élèves – issue du fascicule Pourquoi ces situations?

II. DE LA REVUE DES CONNAISSANCES À LA MODÉLISATION

2.1. Une synthèse des connaissances

Le travail de revue de la littérature effectué au début de la recherche a amené à relever une série de contraintes à respecter pour favoriser le développement des compétences spatiales et de l'abstraction. Le tableau 1 présente une synthèse des éléments théoriques essentiels retenus (Soetewey & Duroisin, 2014a).

Tableau 1 - Synthèse des éléments théoriques retenus de la revue de la littérature (repris de Soetewey & Duroisin, 2014b)

LES ELEMENTS THEORIQUES FAVORISANT L'ABSTRACTION ET LES COMPETENCES SPATIALES	
Les travaux de Salin et Berthelot et des auteurs qui les ont inspirés	<ul style="list-style-type: none"> - La nécessité d'établir avec les apprenants les liens entre les concepts et la réalité de l'espace sensible qui y correspond - La nécessité de distinguer avec l'apprenant l'espace sensible de l'espace géométrique - De distinguer l'apprentissage de l'espace, celui de la géométrie et celui des représentations - De distinguer la problématique pratique de la problématique de modélisation et de la problématique géométrique - L'intérêt d'établir des rapports a-didactiques avec l'espace afin d'améliorer les apprentissages de tous les élèves - L'existence de 3 niveaux d'espace et la nécessité de quitter le micro-espace, en excluant les solutions pragmatiques, pour entrer dans la conceptualisation et la modélisation
Dans la perspective des travaux des Van Hiele	<ul style="list-style-type: none"> - La nécessité d'expériences nombreuses d'activités d'exploration et de communication (ce qui rejoint Barth, 2013) - L'existence de trois niveaux de développement à traverser au cours du cursus des élèves de 8 à 14 ans - Les étapes à respecter pour franchir ces niveaux, à savoir, un questionnement, des activités dirigées, un moment d'échange pour expliquer les concepts, une activité complexe en résolution libre et une phase d'intégration (ce qui rejoint en partie Barth) - Le type de tâches et d'attentes à respecter à chaque niveau - L'attention à porter au langage et au mode de raisonnement par l'enseignant pour éviter une mauvaise compréhension (ce qui rejoint Berthelot et Salin et Duval, 2005).

RECHERCHE ABSTRACTION

La vision de Duval	<ul style="list-style-type: none">- la discrimination des propriétés qualitatives des figures (processus d'abstraction) est un seuil critique pour l'entrée dans la géométrie (ce qui rejoint Barth et le niveau 2 des Van Hiele)- à quatre types de tâches géométriques demandées correspondent des postures et des processus cognitifs différents qui doivent, chacun, être appris et travaillés avec les apprenants;- ces processus cognitifs nécessitent deux types de visualisations différentes auxquelles les élèves doivent être familiarisés.
Les travaux de Douaire et ses collègues	<ul style="list-style-type: none">- l'existence de différents types d'objets (à l'instar des différentes fonctions des figures de Duval)- l'existence de différents types d'espace et du rôle de jonction entre ces espaces que tient la modélisation (rejoignant les propos de Berthelot et Salin)- les apprentissages spécifiques liés aux relations entre les différents objets (2D-3D, spatiaux-modèles-géométriques, ...)- le conflit vu-su dans la représentation plane d'objets 3D- L'intérêt de l'anticipation (voir aussi Berthelot et Salin) basée sur les relations numériques et les caractéristiques des faces- l'intérêt pour la mise en œuvre de représentations (comme chez Berthelot et Salin);- l'intérêt des interactions verbales entre les apprenants pour valider par le raisonnement (voir aussi Barth et Bruner)- l'importance du langage (comme pour Duval, Bruner et Van Hiele).

RECHERCHE ABSTRACTION

Le point de vue de Barth	<ul style="list-style-type: none">- La possibilité de provoquer la maturité des apprenants (que l'on peut mettre en lien avec la vision des Van Hiele et de Bruner) et de développer le processus d'abstraction chez eux- La description des caractéristiques d'un concept permettant une préparation des situations d'enseignement- La description d'un processus d'abstraction en étapes, associé à une stratégie d'apprentissage et une stratégie d'enseignement éprouvées en classe- L'existence d'une difficulté à « voir » pour abstraire (ce qui rejoint le seuil critique de la visualisation géométrique évoqué par Duval) et la possibilité d'enseigner à « voir »- L'importance des exemples et contre-exemples nombreux (ou de nombreux exemples à classer) (ce propos rejoint celui de Van Hiele)- L'importance de la perception intuitive, de l'interaction verbale (rejoignant ici les propos de Douaire et ses collègues), du langage (voir aussi Douaire, Duval et Van Hiele)- L'importance du niveau cognitif d'évaluation et de la communication de cette information- le rôle essentiel de la métacognition et de l'entraînement pour transférer le processus d'abstraction (voir aussi Bruner).
La vision de Bruner ¹	<ul style="list-style-type: none">- La nécessité pour l'élève d'apprendre les relations entre les choses pour établir une structure et permettre un apprentissage de celle-ci- L'importance de passer à la fois par des apprentissages sensori-moteurs (mode enactif), des apprentissages des représentations mentales (mode iconique) et des apprentissages des représentations abstraites, mots et codes (mode symbolique)- L'importance de progresser d'un mode à l'autre au cours de l'apprentissage, par la répétition des apprentissages en évoluant vers plus d'abstraction (apprentissage en spirale)

¹ (Bart, 1985)

2.2. Modélisation

La longueur de la liste des éléments à prendre en compte ainsi que l'usage de la grille d'analyse, ont montré la nécessité de structurer et simplifier (en d'autre termes de modéliser) les contraintes à intégrer dans le développement de situations scolaires. Le travail a abouti au modèle qui est schématisé dans la figure 2.

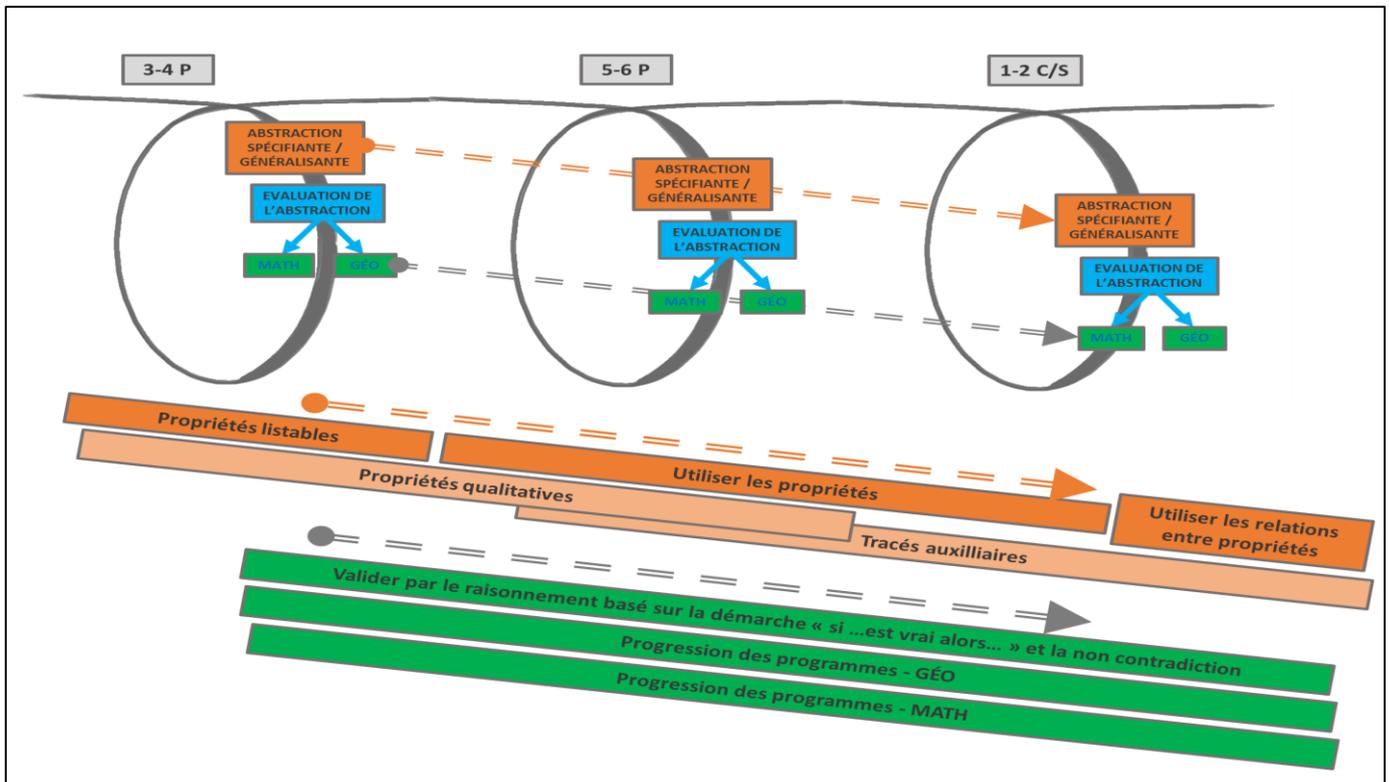


Figure 2 : Modèle présentant l'organisation des situations d'enseignement visant à développer le processus d'abstraction chez les élèves de 8 à 14 ans (repris de Soetewey & Duroisin, 2014b)

Les apprentissages sont envisagés comme des unités, répétés au sein de chaque cycle d'enseignement. Ceci est représenté par les boucles grises. Cette forme de répétition, à mettre en œuvre pour les apprentissages importants (Bruner, in Barth, 1985) permet de prendre en compte l'évolution avec le développement de l'enfant de plusieurs éléments, représentés par les barrettes sous les boucles :

- le passage de propriétés listables à l'utilisation de ces propriétés puis à l'utilisation des relations entre les propriétés (i.e. Van Hiele in Crowley, 1987 or in Usiskin, 1982) ;
- le passage du travail basé sur les propriétés qualitatives au travail basé sur les tracés auxiliaires (Duval, 2005) ;
- l'instillation progressive du raisonnement/débat mathématique basé sur l'implication ("si ... est vrai, alors ...") et la non-contradiction ;
- et bien entendu la progression des apprentissages tels que prévus par les programmes.

RECHERCHE ABSTRACTION

Au sein d'un cycle, chaque apprentissage est lui-même envisagé au travers de trois étapes (voir figure 3) :

- La première étape, l'ABSTRACTION SPÉCIFIANTE/GÉNÉRALISANTE, a pour but de faire construire par l'élève le concept au cœur de l'apprentissage. Derrière cette étape se dessine la nécessité d'explicitier, pour l'enfant, ce qui est attendu, de mettre des mots précis sur les apprentissages, de dire ce que l'on attend que l'élève fasse.
- La seconde étape, l'ÉVALUATION DE L'ABSTRACTION, prend à sa charge l'évaluation de l'acquisition du concept en tant que tel.
- La troisième étape se focalise sur le TRANSFERT du concept au sein des disciplines (ici, mathématiques et géographie), en lien avec les apprentissages prévus par les programmes.

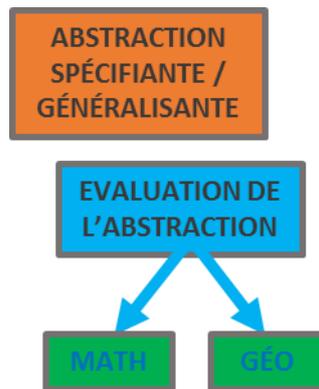


Figure 3 - Représentation des étapes à mettre en œuvre dans chaque cycle d'enseignement pour développer le processus d'abstraction

L'objectif de cette partie du rapport est de remettre les activités et la démarche présentée dans le contexte dans lequel elles ont été créées. Chaque étape du modèle a été détaillée dans les rapports de recherches précédents. Nous invitons donc le lecteur qui souhaite obtenir davantage de précisions concernant ces étapes à s'y référer.

III. DÉVELOPPEMENT DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT

3.1. Organisation générale des situations

Les deux compétences spatiales visées dans le cadre de la recherche sont la décentration, c'est-à-dire la capacité à se représenter le point de vue d'autrui et la représentation mentale de solides à partir de représentations planes. Les chercheurs ont donc appliqué le modèle présenté dans le chapitre 2 à chacune de ces compétences, comme le montre la figure 4.

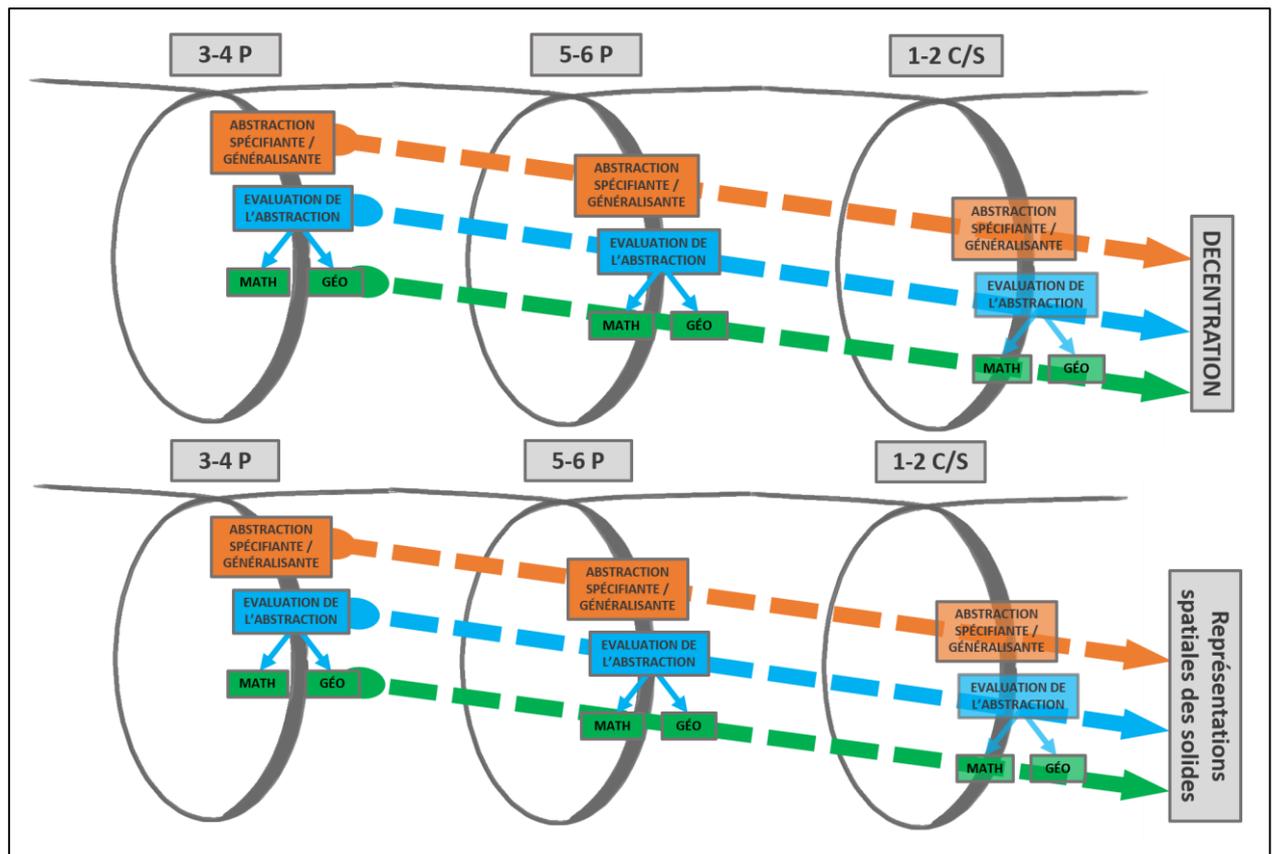


Figure 4 : Présentation de l'organisation prévue pour les situations d'enseignement visant à développer le processus d'abstraction au sens large et les processus de décentration et de représentation mentale de solide au départ de représentations planes (repris de Soetewey & Duroisin, 2014b)

Bien que l'organisation générale prévoit le travail du processus d'abstraction jusqu'à la fin de la période couverte par les Socles de compétences - c'est-à-dire jusqu'en fin de deuxième année de l'enseignement secondaire -, seules les deux premières boucles des spirales ne seront développées par les chercheurs. En effet, au vu du temps imparti, il est impossible pour les chercheurs de développer des situations destinées à tous les niveaux d'enseignements à la fois pour le développement du processus de décentration et pour le développement du processus de représentation mentale des solides. Aussi, lors de la dernière réunion du comité d'accompagnement (en octobre 2014), il a été décidé que la recherche se centrerait sur les quatre dernières années de l'enseignement fondamental.

Actuellement, les situations ayant pour objectif de développer les processus d'abstraction et de décentration sont toutes les huit achevées. Le matériel a été reproduit et distribué dans les écoles

ayant accepté de participer à la recherche en vue d'être testé. Les chercheurs entament actuellement l'élaboration de situations visant à développer le processus de représentation spatiale des solides.

3.2. Développement de situations d'enseignement favorisant la mise en œuvre des processus d'abstraction et de décentration

Le schéma de la figure 5 illustre la manière dont les chercheurs ont organisé les situations d'enseignement dans l'optique de développer à la fois le processus d'abstraction au sens large et le processus spécifique d'abstraction spatiale qu'est la décentration.

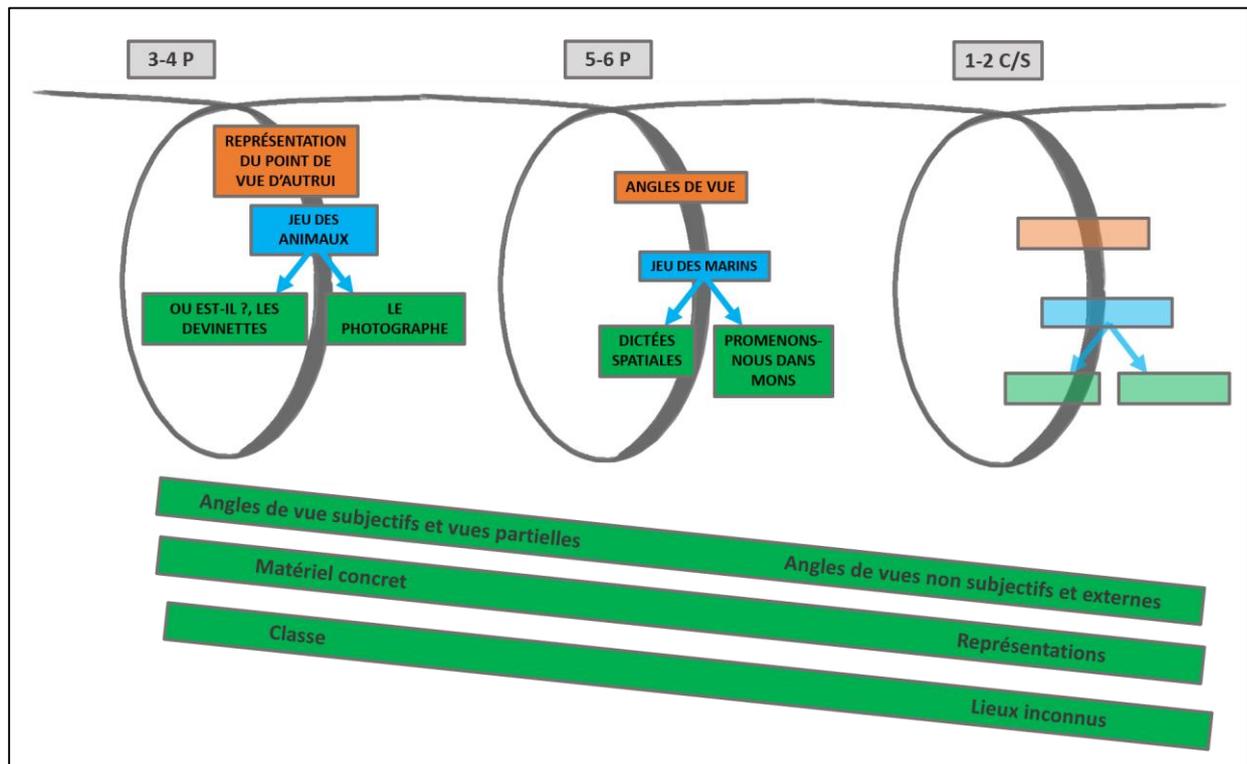


Figure 5 : Organisation concrète des situations d'enseignement visant à développer la décentration et contraintes prises en compte (en vert); les situations déjà développées sont en couleurs pleines et celles à développer sont en couleurs transparentes

3.2.1. Décentration - cycle 3

Les quatre activités à destination des élèves de troisième et quatrième années primaires ont été réalisées. Chaque activité est accompagnée d'un fascicule destiné à expliciter le contenu de l'activité de manière à en faciliter la lecture. Les fascicules sont tous structurés de la même manière et reprennent :

- le but de l'activité en regard du processus d'abstraction ;
- les objectifs ;
- les références au programme des études ;
- la liste du matériel nécessaire ;
- la préparation de l'activité par l'enseignant ;
- le plan de la situation ;
- la présentation de chacune des étapes de l'activité, y compris les consignes à donner aux élèves ;
- un résumé de l'activité présente sur une seule page à utiliser lors de la mise en œuvre de l'activité en classe.

A. ABSTRACTION DU CONCEPT : REPRÉSENTATION DU POINT DE VUE D'AUTRUI

Comme décrit dans la modélisation, la première activité proposée est centrée sur la construction, par l'élève, du concept de l'apprentissage, c'est-à-dire, du concept de *représentation du point de vue d'autrui*. L'approche choisie est celle où le travail de conceptualisation se fait par confrontation d'exemples du concept à des contre exemples en vue d'isoler les caractéristiques essentielles qui définissent le concept (Barth, 2013).

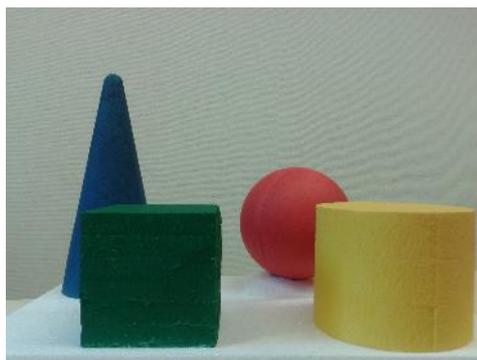


Figure 6 - Solides et plateau de la situation Représentation du point de vue d'autrui



Figure 7 - Matériel prévu pour la situation Représentation du point de vue d'autrui

L'activité proposée consiste, pour les élèves, à identifier le « savoir mystère ». A travers l'observation d'une maquette et de cartes identifiées comme étant des exemples ou des contre exemples du concept à découvrir, les élèves sont amenés à identifier le concept de décentration et à en isoler les caractéristiques.

➤ Un prétest

Au sein de l'équipe de recherche, le développement de cette situation a soulevé la question de l'accessibilité des caractéristiques du concept pour les enfants du cycle 3. Il a alors été décidé de vérifier avec des élèves un peu plus âgés et disponibles si cela présentait une difficulté, avant d'envisager un test avec des élèves de 8 ou 9 ans. Il s'agissait plus particulièrement de la caractéristique liée au « *point de vue autre que le mien* », qui semblait pouvoir poser problème. Toutefois, lors de la mise en place de ce test, les enfants ont rapidement identifié cette caractéristique. Ce test a été une première occasion d'identifier des points d'amélioration, qui ont été pris en compte dans la suite du travail.

➤ Prise en compte des consignes théoriques

Le tableau 1 ci-dessous permet de synthétiser la façon dont ont été prises en compte les consignes théoriques issues de la littérature et précisées dans le chapitre 2.

Tableau 2 : Prise en compte des consignes dans la situation Représentation du point de vue d'autrui (repris de Soetewey & Duroisin, 2014b)

L'élève doit observer et chercher les caractéristiques – exemples/contre-exemples	Le matériel et les consignes sont prévus pour que les élèves effectuent ce travail.
L'élève doit observer et chercher les caractéristiques – exemples de concepts proches	/
Les consignes laissent le droit à l'erreur	Oui
Recherche autonome des caractéristiques essentielles basée sur l'argumentation et l'accord	Oui, si l'enseignant utilise des questions élocidantes non directrices.
Manipulation et supports visuels de la réflexion	Une partie des représentations sont fournies aux élèves comme support à la réflexion, complétées par le tableau. Les élèves doivent à certains moments se lever et placer un appareil photo par rapport à la maquette.
Vu-Su : explicitation sur le choix des caractéristiques conservées	La nécessité d'avoir l'accord de tous (élèves et enseignant) doit amener chacun à expliciter et argumenter son propos, amenant à dépasser le "Su".
Généralisation: anticipation de la règle et validation	Oui
Mise en réseau conceptuel	/ (potentiel)
Métacognition Retour sur la démarche « on a abstrait les attributs essentiels et construit un concept en ... »	Oui
Distinction de nouveaux exemples	Oui
Justification de la distinction	Oui
Utilisation de l'idée abstraite	Oui
Création de ses propres exemples / Résolution à orientation libre	Oui
Localisation et/ou utilisation dans un autre contexte	Situations suivantes
Métacognition Retour sur la démarche « on a étendu, appliqué, en ... »	Situations suivantes

B. JEU DES ANIMAUX

L'objectif de cette situation est d'amener les élèves à mettre en œuvre pratiquement le processus de décentration, en ayant conscience de le faire. Au départ d'un jeu de société, *Animo-Déclic*® de la société Haba®, les chercheurs ont adapté les cartes et le matériel de jeu pour permettre son exploitation pédagogique. L'intérêt principal de l'outil réside dans l'exercice ludique, la validation

RECHERCHE ABSTRACTION

retardée et par les pairs et l'impossibilité de manipuler durant le jeu (excluant une réponse basée sur les essais-erreurs).



Figure 8 - Matériel prévu pour la situation Jeu des Animaux

La première adaptation apportée au jeu a pour objectif de faciliter l'organisation de la classe. Les enveloppes avec la composition du jeu de carte pour constituer 5 parties différentes est un moyen d'anticiper cette action et de ne pas devoir la gérer durant la situation. Par ailleurs, cela permet d'introduire progressivement de la complexité : les deux premiers jeux de cartes ne contiennent que des vues parallèles aux bords du plateau de jeu ("droites" ou cardinales), les deux suivantes contiennent des vues en diagonales et la dernière contient en plus des photos truquées, demandant une vigilance accrue des élèves.

Le matériel de remédiation a été prévu pour permettre aux élèves de valider entre eux, sans l'assistance de l'enseignante, les réponses données. Pour cela, il leur est proposé en premier de placer un appareil photo factice à l'endroit de la prise de vue. Si cela ne suffit pas à alimenter la discussion et la validation entre les élèves, il leur est demandé de placer la règle pour indiquer ce que l'appareil photo a "vu". Si cela ne suffit pas, il leur est demandé de placer les drapeaux avant-plan et arrière-plan (forme abstraite de représentation) ou les "têtes", représentées avec une différence de taille attribuable à la perspective.

Etant donné qu'il s'agit d'un jeu de rapidité et qu'il est indispensable que tous les élèves soient mentalement actif, il est proposé aux enseignants de créer un déplacement d'élèves visant à rendre plus homogènes les joueurs aux différentes tables. L'idée est présentée à la figure 9. Ce type de dynamique permet de rassembler provisoirement les élèves les plus rapides d'un côté et ceux plus lents de l'autre. L'application de la décentration n'impose en effet pas d'être rapide, le regroupement a donc pour but de laisser à chacun la chance de s'exercer. Il est d'ailleurs essentiel que l'enseignant précise au moment de la consigne que le but est de s'exercer au travers du jeu.

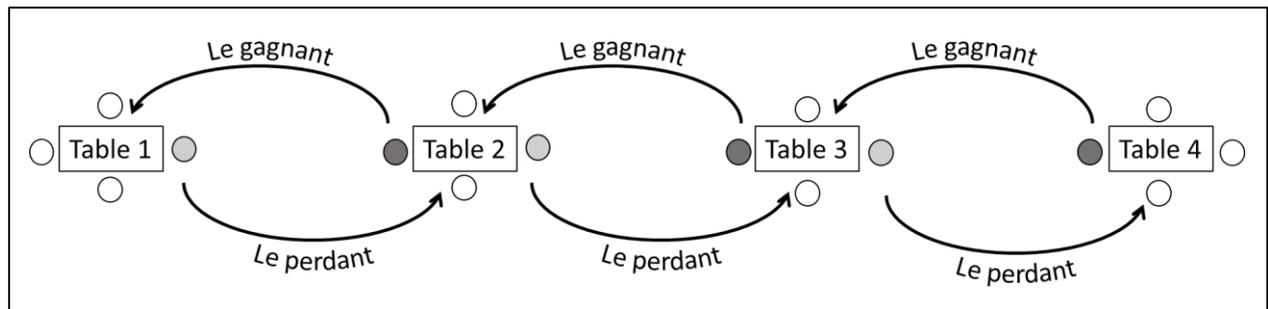


Figure 9 : dynamique de déplacement des joueurs pour permettre à tous de s'exercer

➤ Prise en compte des consignes théoriques

Le tableau 2 ci-dessous permet de synthétiser la façon dont ont été prises en compte les consignes théoriques issues de la littérature.

Tableau 3 : Prise en compte des consignes dans la situation Jeu des animaux (repris de Soetewey & Duroisin, 2014b)

Anticipation / Réponse retardée	L'élève doit donner une réponse rapide, qui est validée par les pairs par la suite. En cas de réponse incorrecte, il n'y a pas d'ajustement possible.
Vues partielles → par rapport à un point fixe → par rapport à un point externe	Vues partielles.
SITUATIONS A-DIDACTIQUES Validation automatique ou par les élèves	La validation est faite par les pairs, avec les aides éventuellement.
Passage de rapports effectifs à des rapports intériorisés	Les aides prévues pour la résolution amènent les élèves de rapports relativement effectifs à des rapports intériorisés.
Mise en œuvre des représentations	/
Coordonner des perspectives	/
Utilisation des objets fixes et distanciés	Les objets sont fixes et non manipulables.
Métacognition Distinguer les types d'espaces	/
Métacognition Distinguer les types de problèmes	/
Métacognition Distinguer les types de solides	/

C. « OÙ EST-IL ? » ET « LES DEVINETTES »

RECHERCHE ABSTRACTION



Tableau 4 : Prise en compte des consignes dans la situation Chasse aux trésors

Anticipation / Réponse retardée	L'élève doit construire une solution qui est validée par après par les pairs. En cas de réponse incorrecte, il n'y a pas d'ajustement direct possible.
Vues partielles → par rapport à un point fixe → par rapport à un point externe	Vues partielles.
SITUATIONS A-DIDACTIQUES Validation automatique ou par les pairs	La validation est faite par les pairs, avec les aides éventuellement.
Passage de rapports effectifs à des rapports intériorisés	La situation demande d'intérioriser l'espace pour le décrire.
Mise en œuvre des représentations	Oui
Coordonner des perspectives	/
Utilisation des objets fixes et distancés	Les objets sont fixes.
Métacognition Distinguer les types d'espaces	/
Métacognition Distinguer les types de problèmes	/
Métacognition Distinguer les types de solides	/

D. LE PHOTOGRAPHE

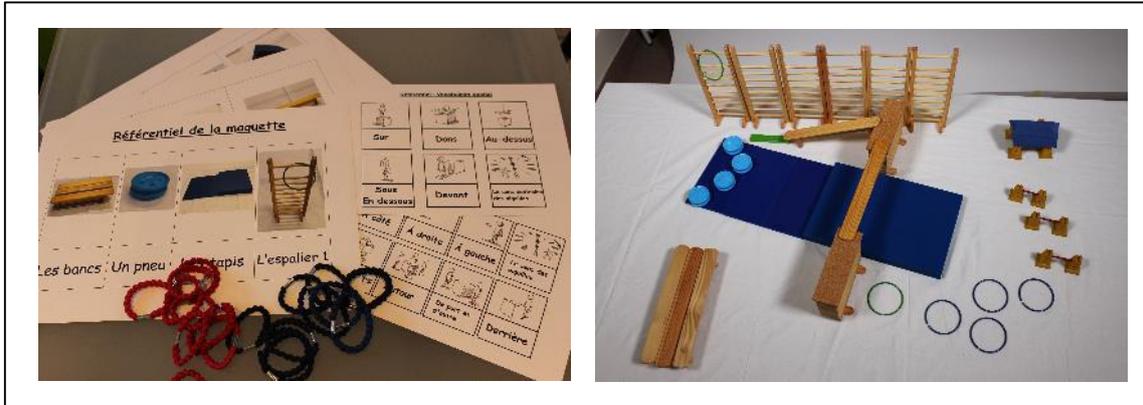


Tableau 5 : Prise en compte des consignes dans la situation Chasse aux trésors

Anticipation / Réponse retardée	L'élève doit construire une solution qui est validée par après par les pairs. En cas de réponse incorrecte, il n'y a pas d'ajustement direct possible.
Vues partielles → par rapport à un point fixe → par rapport à un point externe	Vues partielles.
SITUATIONS A-DIDACTIQUES Validation automatique ou par les pairs	La validation est faite par les pairs, avec les aides éventuellement.
Passage de rapports effectifs à des rapports intériorisés	La situation demande d'intérioriser l'espace pour le décrire.
Mise en œuvre des représentations	Oui
Coordonner des perspectives	/
Utilisation des objets fixes et distanciés	Les objets sont fixes.
Métacognition Distinguer les types d'espaces	/
Métacognition Distinguer les types de problèmes	/
Métacognition Distinguer les types de solides	/

3.2.2. Décentration - cycle 4

Comme pour le cycle 3, quatre situations ont été développées. Celles-ci sont également accompagnées d'un fascicule destiné à expliciter le contenu de l'activité et structuré de la même manière que les fascicules accompagnant les situations destinées aux élèves de troisième et quatrième années de l'enseignement primaire. Tous Les fascicules sont consultables dans les annexes 6, 7, 8 et 9.

A. ANGLES DE VUE – CYCLE 4

La première étape du cycle est une activité d'abstraction au sens large, qui vise à faire construire, par les élèves, les concepts d'*angles de vue des représentations et de représentations du point de vue d'autrui*. Les angles de vues visés sont la vue de face, la vue de profil, la vue arrière et la vue zénithale. Les points suivants abordent de façon succincte le matériel développé.

Pour cette activité, le matériel prévu est constitué de solides, d'un plateau, de cartes illustrées d'images et d'affichettes. Les solides et le plateau (voir figure 11) sont les mêmes que ceux prévus pour l'abstraction au sens large du cycle 3 (Décentration).

Les élèves doivent classer, selon des critères qu'ils définissent seuls, les différentes représentations qu'ils ont à disposition et argumentent leurs choix. Ces classements sont mis en commun en cherchant à identifier les caractéristiques essentielles des différents concepts. Une fois que les attributs caractéristiques des concepts ont été trouvés par les élèves et qu'un réseau conceptuel est dessiné, l'enseignant nomme les concepts et synthétise les informations.

➤ Prise en compte des consignes théoriques

Le tableau ci-dessous permet de synthétiser la façon dont ont été prises en compte les consignes théoriques issues de la littérature et précisées au chapitre *De la revue des connaissances à la modélisation*.

Tableau 6 : Prise en compte des consignes dans la situation Angles de vue – cycle 4 (repris de Soetewey & Duroisin, 2014b)

L'élève doit observer et chercher les caractéristiques –exemples/contre-exemples	/
L'élève doit observer et chercher les caractéristiques –exemples de concepts proches	Le matériel et les consignes sont prévus pour que les élèves effectuent ce travail.
Les consignes laissent le droit à l'erreur	Oui
Recherche autonome des caractéristiques essentielles basée sur l'argumentation et l'accord	Oui, si l'enseignant utilise des questions éclaircissantes non directrices.
Manipulation et supports visuels de la réflexion	Une partie des représentations sont fournies aux élèves comme support à la réflexion, complétées par le tableau. Les élèves doivent à certains moments se lever et placer un appareil photo par rapport à la maquette.
Vu-Su : explicitation sur le choix des caractéristiques conservées	La nécessité d'avoir l'accord de tous (élèves et enseignant) doit amener chacun à expliciter et argumenter son propos, amenant à dépasser le "Su".

RECHERCHE ABSTRACTION

Généralisation: anticipation de la règle et validation	Oui
Mise en réseau conceptuel	Oui, entre les différents angles de vues
Métacognition Retour sur la démarche « on a abstrait les attributs essentiels et construit un concept en ... »	Oui
Distinction de nouveaux exemples	Oui
Justification de la distinction	Oui
Utilisation de l'idée abstraite	Oui
Création de ses propres exemples / Résolution à orientation libre	Oui
Localisation et/ou utilisation dans un autre contexte	Situations suivantes : Jeu des marins Dictées spatiales Déductives
Métacognition Retour sur la démarche « on a étendu, appliqué, en ... »	Situations suivantes : Jeu des marins Dictées spatiales Déductives

B. JEUX DES MARINS

L'objectif de cette situation est d'amener les enfants à mettre en œuvre le processus de décentration, en ayant conscience de le faire. Au départ du principe du jeu de société, *Santi Anno*, les chercheurs ont créé les cartes et le matériel de jeu pour permettre une exploitation pédagogique. L'intérêt principal de l'outil réside dans l'exercice ludique, la validation retardée et par les pairs, l'impossibilité de manipuler durant le jeu, excluant une réponse basée sur les essais-erreurs.



Figure 10 : Matériel prévu pour la situation Jeu des marins

Les cartes font appel à une reconnaissance des couleurs. Pour prendre en compte les difficultés de certains élèves à discerner certaines couleurs (daltonisme), un motif a été introduit. Par rapport au principe d'origine, les consignes se focalisent sur le travail de latéralité (déplacement vers la droite et la gauche) centrée et décentrée. Le nombre de cartes de consignes à suivre augmente progressivement durant le jeu. Le matériel de remédiation a été prévu pour permettre aux élèves de valider entre eux, sans l'assistance de l'enseignante, les réponses données. Pour cela, un marin debout avec les références "droite" et "gauche" fait partie du matériel et peut être déplacé sur le jeu lors de la validation.

➤ Prise en compte des consignes théoriques

Le tableau 6 ci-dessous permet de synthétiser la façon dont ont été prises en compte les consignes théoriques issues de la littérature.

Tableau 7 : Prise en compte des consignes dans la situation Jeu des marins (repris de Soetewey & Duroisin, 2014b)

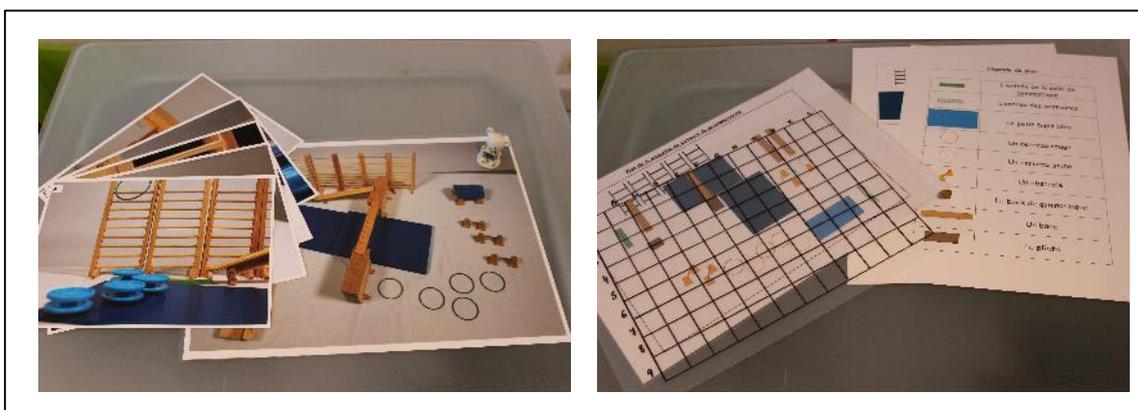
Anticipation / Réponse retardée	L'élève doit donner une réponse rapide, qui est validée par les pairs par la suite. En cas de réponse incorrecte, il n'y a pas d'ajustement possible.
Vues partielles → par rapport à un point fixe → par rapport à un point externe	/
SITUATIONS A-DIDACTIQUES Validation automatique ou par les pairs	La validation est faite par les pairs, avec les aides éventuellement.
Passage de rapports effectifs à des rapports intériorisés	Sans quitter sa place, l'élève doit intérioriser des déplacements.
Mise en œuvre des représentations	/
Coordonner des perspectives	/
Utilisation des objets fixes et distanciés	Les objets sont fixes et non manipulables.
Métacognition Distinguer les types d'espaces	/
Métacognition Distinguer les types de problèmes	/
Métacognition Distinguer les types de solides	/

C. DICTÉES SPATIALES

Le transfert de la mise en œuvre des représentation du point de vue d'autrui en mathématiques est prévu au travers d'une situation prenant appui sur les dictées spatiales.

Au travers de cette activité, l'objectif est de travailler les compétences ciblées en mathématiques:

- Se situer, se déplacer dans un système de repérage (1134)
- Exécuter des consignes orales ou écrites explicites... (1144)
- Décrire un parcours effectué ... (1147)
- Donner des consignes pour effectuer un parcours... (1147)



➤ Prise en compte des consignes théoriques

Le tableau 7 ci-dessous permet de synthétiser la façon dont ont été prises en compte les consignes théoriques issues de la littérature.

Tableau 8 : Prise en compte des consignes dans la situation Dictées spatiales

Anticipation / Réponse retardée	L'élève doit donner une solution qui est vérifiée au terme de l'activité. En cas de réponse incorrecte, il n'y a pas d'ajustement possible.
Vues partielles → par rapport à un point fixe → par rapport à un point externe	Vues par rapport à un point fixe.
SITUATIONS A-DIDACTIQUES Validation automatique ou par les pairs	La validation est automatique, le personnage se trouvant (ou non) au bon endroit au terme de l'activité. La remédiation peut être faite par les pairs.
Passage de rapports effectifs à des rapports intériorisés	Il s'agit pour l'élève d'intériorisé pour soit transmettre, soit représenter.
Mise en œuvre des représentations	Oui
Coordonner des perspectives	/
Utilisation des objets fixes et distanciés	Les objets sont fixes et non manipulables.
Métacognition	/

Distinguer les types d'espaces	
Métacognition Distinguer les types de problèmes	/
Métacognition Distinguer les types de solides	/

D. PROMENONS-NOUS DANS MONS

L'idée est que les élèves retrouvent les lieux de prises de vues, en justifiant par les caractéristiques de l'angle de vue. Le matériel devra fournir une représentation d'ensemble d'un lieu suffisamment complexe et des prises de vues particulières, par l'angle de vue et par ce qui est représenté. Cette approche permet de quitter le réel et le manipulable utilisé au cycle 3 (la classe des élèves) pour partir cette fois de représentations de la réalité et s'y repérer. Une réflexion est encore en cours sur l'utilité de fournir une maquette à utiliser en groupe pour la validation et sur sa possible forme.

Au travers de cette activité, l'objectif est de travailler les compétences ciblées en géographie :

- ...par le biais de défis posés à la classe découvrir progressivement des espaces ... observables par des représentations de plus en plus abstraites (760)
- S'orienter en utilisant différents moyens (780)
- ... apprendre à lire un paysage ..; en délimitant... en localisant... en déterminant les différents plans... (793)
- ... répondre à la question "où?" ... (806)



➤ Prise en compte des consignes théoriques

RECHERCHE ABSTRACTION

Le tableau 8 ci-dessous permet de synthétiser la façon dont ont été prises en compte les consignes théoriques issues de la littérature.

Tableau 9 : Prise en compte des consignes dans la situation DéTECTIVES

Anticipation / Réponse retardée	Les conditions pour satisfaire cette consigne doivent être déterminées.
Vues partielles → par rapport à un point fixe → par rapport à un point externe	Vues partielles.
SITUATIONS A-DIDACTIQUES Validation automatique ou par les pairs	La validation sera faite par les pairs.
Passage de rapports effectifs à des rapports intériorisés	Les rapports doivent être intériorisés.
Mise en œuvre des représentations	/
Coordonner des perspectives	Oui
Utilisation des objets fixes et distanciés	Les objets sont fixes et non manipulables.
Métacognition Distinguer les types d'espaces	/
Métacognition Distinguer les types de problèmes	/
Métacognition Distinguer les types de solides	/

BIBLIOGRAPHIE

- Barth B.-M. (1985). Jérôme Bruner et l'innovation pédagogique. *Communication et langage*, 66, 4^e trim., 46-58.
- Barth B.-M. (2013). *L'apprentissage de l'abstraction* (2^e édition). Montréal : Retz
- Belkhdja, M. (2007). *La visualisation en géométrie dans trois et deux dimensions en tant que compétence à développer à l'école*. Tome 1. Thèse de doctorat. Université de Laval, Laval.
- Berthelot R. & Salin M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat en didactique des mathématiques non publiée, Université de Bordeaux, Bordeaux.
- Berthelot R. & Salin M.-H. (2001). L'enseignement de la géométrie au début du collège. Comment peut-on concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive ? *Petit x*, 56. p. 5-34.
- Berthelot, R & Salin, M.H., (2003). Le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive Analyse critique de démarches préconisées actuellement dans les instructions officielles et dans les manuels. Des propositions alternatives à étudier. *Actes du Colloque interirem 1er cycle*, juin 2001, IREM de Montpellier
- Berthelot, R. & Salin, M.H. (2005). Vers une problématique de modélisation dans l'enseignement élémentaire de la géométrie, in Salin, Clanché, Sarrazy, eds. *Sur la théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Brousseau, G. (1983). Etudes de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie Communication présentée au *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, LSD IMAG, Université J. Fourier, Grenoble
- Brousseau, G. (1989a). Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège, *Petit x* n°21.
- Centre de psychologie appliquée (1963) Manuel d'application pour le test spatial (11-17 ans) Aptitudes mentales primaires (Chicago Tests of Primary Mental abilities). Éditions du centre de psychologie appliquée : Paris
- Colmez F. et Parzys B., 1993, Le VU et le SU dans l'évolution de dessins de pyramides du CE2 à la seconde, in *Espaces graphiques et graphismes d'espace, Recherche en Didactique des Mathématiques*, coord. A. BESSOT & P. VERILLON, éd. La Pensée Sauvage.
- Crowley, M. (1987). The Van Hiele Model of the Development of geometric thought. *Learning and teaching geometry*, K-12, 1-16
- Darken, R.P. & Petterson, J. (2002). "Spatial Orientation and Wayfinding in Large-Scale Virtual Spaces II". *Presence* 8(6).
- Demal M. (2013). Une géométrie pour les 5 à 18 ans: Laquelle, comment et pourquoi ? Communication présentée au *Colloque des Mathématiques*, Liège. En ligne <http://www.uvgt.net/phil02.pdf>.
- Douaire J., Emprin F. & Rajain C. (2009). L'apprentissage du 3D à l'école. Des situations d'apprentissages à la formation des enseignants. *Repères – IREM*, 77, 23-52.
- Duroisin, N. (2015). *Quelle place pour les apprentissages spatiaux à l'école ? Etude expérimentale du développement de compétences spatiales des élèves âgés de 6 à 15 ans*. Thèse de doctorat. Université de Mons, Mons.

RECHERCHE ABSTRACTION

Duroisin N. (2013). La place de la géométrie dans les programmes d'études de mathématiques. Communication présentée aux *Journées scientifiques, Cclépod, Changements dans les curricula et reconfigurations des disciplines scolaires*, Toulouse.

Duroisin, N., Demeuse, M. (2014). *Évaluer les programmes d'études de mathématiques (parties « géométrie ») en regard aux théories développementales – analyse des programmes d'études de mathématiques de l'enseignement primaire et du début du secondaire en Belgique francophone*. Actes du 26e colloque de l'ADMEE-Europe, Marrakech, Maroc.

Duroisin N., Soetewey S. & Canzittu D. (2013). On the importance To Consider Developmental Psychology In The Process Of Writing A Curriculum. Communication présentée à *l'European Conference on Educational Research 2013*, Istanbul.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives*, 10, 5-53.

Guilford & Zimmerman (1989). Orientation spatiale. Éditions du centre de psychologie appliquée : Paris.

Kahane, J. P. (2002). *L'enseignement des sciences mathématiques*. Odile Jacob.

Lunkenbein, D. (1982). Géométrie dans l'enseignement au primaire. *Instantanés mathématiques*, p.5-15.

Marchand, P. (2009). Le développement du sens spatial au primaire. *Bulletin AMQ*, Vol. XLIX, n°3.

Meuris G. (1971). Test de raisonnement spatial. Editest : bruxelles. 4pp.

Ministère de la Communauté française (2009). *Programme des études*. Volume 1. Bruxelles : Ministère de la Communauté française.

OCDE, (2004). Profil de performance des élèves en mathématiques. In *Apprendre aujourd'hui, réussir demain – Premiers résultats de PISA 2003* ; (37-114).

Oltman P.K., Raskin E. & Witkin H.A. (1985). Test des figures encastrées Forme collective. Éditions du centre de psychologie appliquée : Paris

Piaget, J. & Inhelder, B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Presses universitaires de France, Paris.

Rey A. (1968). Techniques inédites pour l'examen psychologique. Épreuves visuo-spatiales. Delachaux & Niestlé : Neuchâtel. Pp. 93.

Salin M.-H. (2007). *Enseignement et apprentissage de la géométrie à l'école primaire et au début du collège, le facteur temps*. Communication présentée aux Journées nationales de l'APMEP 2007, Besançon. En ligne [HTTP://WWW.APMEP.ASSO.FR/IMG/PDF/CONF-SALIN.PDF](http://www.apmep.asso.fr/IMG/PDF/CONF-SALIN.PDF), consulté le 10 janvier 2014.

Service général du Pilotage du système éducatif (2012a). *Évaluation externe non certificative 2012 – formation historique et géographique – Résultats et commentaires – 2e année de l'enseignement secondaire (2012)*. Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9787&do_check=

Service général du Pilotage du système éducatif (2012b). *Évaluation externe non certificative 2011 – Mathématiques – Résultats et commentaires – 4e année de l'enseignement secondaire (2011)*. Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9026&do_check=

RECHERCHE ABSTRACTION

Service général du Pilotage du système éducatif (2012c). *Évaluation externe non certificative 2011 – Mathématiques – Résultats et commentaires – 2e année de l'enseignement secondaire* (2011). Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne
http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9025&do_check=

Service général du Pilotage du système éducatif (2012d). *Évaluation externe non certificative 2011 – Mathématiques – Résultats et commentaires – 4e année de l'enseignement primaire* (2011). Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne
http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9024&do_check=

Service général du Pilotage du système éducatif (2012e). *Évaluation externe non certificative 2011 – Mathématiques – Résultats et commentaires – 2e année de l'enseignement primaire* (2011). Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne
http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9023&do_check=

Service général du Pilotage du système éducatif (2012f). *Évaluation externe non certificative 2011 – sciences – Résultats et commentaires – 3e année de l'enseignement secondaire* (2011). Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne
http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9788&do_check=

Service général du Pilotage du système éducatif (2013a). *Évaluation externe non certificative 2012 – formation historique et géographique – Résultats et commentaires – 5e année de l'enseignement primaire* (2012). Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne
http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9786&do_check=

Service général du Pilotage du système éducatif (2013b). *Évaluation externe non certificative 2012 – formation historique et géographique – Résultats et commentaires – 2e année de l'enseignement primaire* (2012). Bruxelles : Administration générale de l'enseignement et de la recherche scientifique. En ligne
http://www.enseignement.be/download.php?do_id=9785&do_check=

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation non publiée, University of Chicago, Chicago.

Vygotski (1986). *Thought and language* (revisited edition). Cambridge, Mass : MIT Press.