

Thèse de doctorat

Thèse soumise à la Faculté Polytechnique de l'UMONS par

CÉDRIC LEROY

*en vue de satisfaire partiellement aux exigences pour l'obtention du
diplôme de*

Docteur en Sciences de l'ingénieur

**Génération et évaluations de trajectoires
curvilinéaires pour le fraisage de cavités 2.5D**

CÉDRIC LEROY

Composition du Jury :

<i>Prof.</i>	S. Datoussaïd	UMONS	Président
<i>Prof.</i>	É. Rivière-Lorphèvre	UMONS	Promoteur
<i>Prof.</i>	E. Filippi	UMONS	Co-promoteur
<i>Prof.</i>	D. Tuytens	UMONS	Secrétaire
<i>Prof.</i>	P. Lambert	ULB	
<i>Prof.</i>	É. Béchet	ULiège	
<i>Dr</i>	M. Guskov	ENSAM-Paris	

2025

*Faculté Polytechnique
Service de Génie Mécanique*

Remerciements

Au terme de cette thèse, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toutes celles et ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

Je remercie tout particulièrement mon promoteur de thèse, le Professeur Rivière-Lorphèvre, pour sa confiance, ses conseils éclairés et sa disponibilité constante tout au long de ces années. Ces mots sont des euphémismes. Je remercie également mon co-promoteur, le Professeur Filippi qui, bien qu'il ait accédé à la retraite pendant ce long temps de thèse, est toujours resté impliqué et disponible pour faire évoluer mon travail.

Je suis également reconnaissant aux membres de mon comité d'accompagnement, les Professeurs Datoussaïd, Tuyttens et Lambert. Leurs avis critiques et conseils avisés ont toujours été porteurs.

Je remercie également les Professeurs Béchet et Guskov d'avoir accepté d'intégrer mon jury et de s'être investis dans la lecture critique de ce manuscrit.

Je pense également au Professeur Ducobu, à Lorenzo et à leur aide précieuse, sans qui les essais d'usinage n'auraient pu être réalisés ainsi qu'au Professeur Lavernhe, pour la collaboration que nous avons nouée dans l'utilisation de VPOp.

Une thèse est aussi constituée de rencontres et de discussions. Celles faites dans le cadre de Manufacturing 21 ont toujours été très riches à mes yeux.

Après de si nombreuses années, je retiens aussi les personnes avec lesquelles j'ai pu travailler au sein du Service de Génie Mécanique : les Professeurs Durand et Dehombreux, Aurélie, Pascal, Véronique, David, Adrien, Anthonin et les deux Laurent.

Impossible d'ignorer les personnes qui accompagnent ma vie : mes parents, mes amis et, mon socle, Florence, pour sa patience et son soutien indéfectible : sans elle, ce parcours n'aurait pas été possible.

À Victor

Résumé

Dans le cadre du processus de fabrication d'une cavité 2.5D par fraisage, le bureau des méthodes est chargé de définir l'ensemble de la gamme, comme le choix des outils, les paramètres de coupe, les trajectoires et le bridage de la pièce. Si des outils d'aide à la décision existent pour plusieurs de ces aspects, aucun ne permet actuellement de guider le choix d'une trajectoire. En conséquence, malgré la diversité des stratégies proposées par les logiciels de FAO, seules les méthodes « Zig-Zag » et « Contour Parallel » sont couramment utilisées dans l'industrie. Ces trajectoires classiques, bien que courtes, présentent une géométrie anguleuse et sont qualifiées de non fluides. De plus, leur complexité augmente significativement en présence de cavités aux bords irréguliers ou comportant des îlots. Comme le temps d'usinage est un facteur déterminant économiquement lorsque la cavité est réalisée dans un matériau facilement usinable, l'aspect court de ces trajectoires agit favorablement sur le temps d'usinage alors que leur non fluidité pèse défavorablement sur ce dernier.

Dans la littérature, de nouvelles méthodes de génération de trajectoires en spirale ont été développées, qualifiées de fluides en raison de leur capacité à éviter les discontinuités en tangence, caractéristiques des approches classiques. Bien que ces trajectoires présentent une meilleure continuité géométrique, elles sont généralement plus longues que les trajectoires conventionnelles. Par ailleurs, l'application de ces méthodes à des cavités de géométrie complexe sur leurs bords ou présentant des îlots, demeure problématique. Enfin, l'absence de tests sur une base commune de cavités standard limite les possibilités de comparaisons objectives avec les méthodes existantes.

Sur le plan théorique, cette thèse propose une généralisation d'une méthode publiée grâce à l'utilisation des splines d'Hermite quartiques et est baptisée méthode HQ. Elle permet la génération de trajectoires spirale de classe C^2 dans des cavités complexes comportant des îlots. Afin de quantifier la notion qualitative de fluidité, un nouveau concept, nommé "efficacité dynamique", est introduit. Ce concept, modélisé de manière empirique, complète un ensemble d'indicateurs permettant d'analyser la qualité d'une trajectoire avant toute mise en œuvre sur une machine-outil. Ce cadre d'évaluation constitue la base d'un outil d'aide à la décision pour les bureaux des méthodes et offre des perspectives pour l'optimisation multicritère des stratégies de fraisage.

Sur le plan expérimental, cette thèse confronte les trajectoires classiques « Zig-Zag » et « Contour Parallel » à deux trajectoires spirale : « Morph Spiral », issue des logiciels de FAO, et « HQ », développée dans le cadre de ce travail. Des essais en l'air ont été réalisés, sur cinq cavités d'intérêt

industriel, déclinées en trois tailles et testées à trois vitesses d'avance, afin de simuler différentes dynamiques de machine. La définition rigoureuse de ces cavités, ainsi que l'évaluation systématique de plusieurs critères, ont permis d'établir un Benchmark de comparaison des trajectoires, comblant ainsi un manque identifié dans la littérature.

Cette thèse propose donc une méthode innovante de génération de trajectoires spirale fluides, adaptée aux cavités complexes avec îlots, et introduit un cadre d'évaluation multicritère incluant la fluidité, quantifiée par l'efficacité dynamique. Elle établit également un Benchmark expérimental rigoureux permettant une comparaison objective des stratégies de fraisage et ouvre la voie pour un outil d'aide à la décision à destination du bureau des méthodes.

Abstract

In the context of manufacturing a 2.5D cavity by milling, the process planning department is responsible for defining the entire process plan, including tool selection, cutting parameters, toolpaths, and workpiece clamping. While decision-support tools exist for several of these aspects, none currently guide the choice of toolpath. Consequently, despite the wide variety of strategies offered by CAM software, only the “Zig-Zag” and “Contour Parallel” methods are commonly used in industry. These classical toolpaths, although short, exhibit angular geometry and are considered non-smooth. Moreover, their complexity increases significantly when dealing with cavities with irregular boundaries or internal islands. Since machining time is a key economic factor when working with easily machinable materials, the shortness of these paths positively impacts machining time, whereas their lack of fluidity has a negative impact.

In the literature, new spiral toolpath generation methods have been developed, described as fluid due to their ability to avoid tangency discontinuities typical of classical approaches. Although these paths offer better geometric continuity, they are generally longer than conventional ones. Moreover, applying these methods to cavities with complex boundaries or internal islands remains challenging. Finally, the absence of testing on a common set of standard cavities limits the possibilities for objective comparisons with existing methods.

Theoretically, this thesis proposes a generalization of a previously published method using quartic Hermite splines and is called “HQ method”. It allows the generation of C^2 -class spiral toolpaths in complex cavities with islands. To quantify the qualitative notion of smoothness, a new concept called ‘dynamic efficiency’ is introduced. This empirically modelled concept complements a set of indicators designed to assess the quality of a toolpath before any implementation on a machine tool. This evaluation framework forms the basis of a decision-support tool for process planning departments and opens perspectives for multi-criteria optimization of milling strategies.

On the experimental side, this thesis compares the classical “Zig-Zag” and “Contour Parallel” toolpaths with two spiral paths : “Morph Spiral,” available in CAM software, and “HQ,” developed in the context of this work. Air-cutting tests were carried out on five industrially relevant cavities, each in three sizes and tested at three feed rates to simulate different machine dynamics. The rigorous definition of these cavities, as well as the systematic evaluation of several criteria, enabled the establishment of a Benchmark for toolpath comparison, thus addressing a gap identified in the literature.

This thesis therefore proposes an innovative method for generating smooth spiral toolpaths suited to complex cavities with islands, and introduces a multi-criteria evaluation framework including smoothness, quantified through dynamic efficiency. It also establishes a rigorous experimental Benchmark for objective comparison of milling strategies and paves the way for a decision-support tool aimed at process planning departments.

Table des matières

Introduction	25
1 Contexte général du fraisage de cavités	26
1.1 Contexte économique	26
1.2 Le fraisage	27
1.3 Création d'une pièce par fraisage CN	30
1.4 Stratégie d'usinage d'une cavité	32
1.5 Typologie des cavités	33
1.6 Périmètre de thèse	35
2 État de l'art technique	37
2.1 Introduction	37
2.2 Notions de fraisage	37
2.2.1 Nombre d'axes de la MOCN	37
2.2.2 Fraisage en avalant ou en opposition	38
2.2.3 Grandeurs caractéristiques en fraisage	39
2.2.4 Stratégies avancées d'usinage	41
2.3 Efforts et pression spécifique de coupe	42
2.4 Gcode et commande numérique	43
2.4.1 Gcode	43
2.4.2 Contrôleur numérique	45
2.5 Trajectoires FAO	45
2.5.1 Entrée en matière	47
2.5.2 Trajectoire Zig-Zag	48
2.5.3 Trajectoire Zig	51
2.5.4 Trajectoire Contour Parallel	51
2.5.5 Trajectoire Constant Overlap Spiral	53
2.5.6 Trajectoire Parallel Spiral Clean Corners	53

2.5.7	Trajectoire Morph Spiral	54
2.5.8	Trajectoire High Speed	56
2.5.9	Trajectoire True Spiral	57
2.5.10	Trajectoire de qualité	57
2.6	Coût industriel d'une opération d'usinage	59
2.7	Synthèse	59
3	État de l'art scientifique	63
3.1	Introduction	63
3.2	Processus de coupe	64
3.2.1	Échelles de travail des recherches sur la coupe	65
3.2.2	Modèle de Merchant	65
3.2.3	Échelle mésoscopique	66
3.2.4	Échelle macroscopique	71
3.3	Amélioration des trajectoires classiques	72
3.3.1	Amélioration des trajectoires Zig-Zag	72
3.3.2	Amélioration des trajectoires Contour Parallel	73
3.3.3	Lissage des trajectoires classiques	77
3.4	Génération de nouvelles trajectoires	78
3.4.1	Approches différentielles	79
3.4.2	Approches géométriques	80
3.4.3	Synthèse	84
3.5	Lissage et fluidité	86
3.5.1	Lissage global	87
3.5.2	Lissage local	88
3.6	Détails sur l'approche de Bieterman	90
3.6.1	Génération des courbes candidates	91
3.6.2	Sélection des courbes de structure	91
3.6.3	Construction de la spirale par interpolation	92
3.6.4	Optimisation de la vitesse	93
3.6.5	Limites et opportunités d'une méthode Bieterman	93
3.6.6	Synthèse	95
3.7	Modélisation du temps d'usinage	96
3.7.1	Dépendance linéaire entre vitesse et position	96
3.7.2	Prise en compte du jerk	98
3.7.3	Anticipation par la CN de la vitesse d'avance	101
3.7.4	Intégration des approches	101
3.7.5	Zone d'indépendance entre accélération et vitesse	103
3.7.6	VPOp - Velocity Profile Optimization	104
3.8	Optimisation macroscopique du fraisage	107
3.9	Problématiques similaires	111
3.9.1	CSP et algorithme de décomposition d'une surface	112
3.9.2	CSP en robotique mobile	120
3.9.3	CSP dans la récolte en domaine agricole	122

3.9.4	CSP en déminage	123
3.9.5	Synthèse partielle	124
3.10	Synthèse	125
4	Généralisation de la Méthode de Bieterman	127
4.1	Courbes fermées sans intersection	128
4.2	Sélection des courbes de structure par VF	130
4.3	Construction de la spirale par interpolation	132
4.3.1	Lissage tangentiel	134
4.4	Synthèse, limites et opportunités de Bieterman	134
4.5	Lissage et reparamétrisation	136
4.5.1	Synchronisation des isothermes	136
4.5.2	Interpolation par Splines d'Hermite	137
4.5.3	Décomposition par Splines d'Hermite	138
4.5.4	Remarque	143
4.6	Sélection des isothermes de structure	144
4.7	Échantillonnage des isothermes de structure	145
4.8	Construction de la spirale curvilinéaire	146
4.9	Validation de la méthode HQ	146
4.9.1	Cavité BI	148
4.9.2	Cavité HU	148
4.9.3	Cavité RI	149
4.9.4	Cavité RI4	154
4.9.5	Cavité LI	155
4.9.6	Synthèse	156
4.10	Conclusion	159
5	Pré-évaluation des trajectoires HQ	161
5.1	Cas d'étude et fraiseuse utilisée	161
5.1.1	Géométrie des cavités	161
5.1.2	Tailles des cavités et des fraises	161
5.1.3	Trajectoires	162
5.1.4	Vitesses d'avance	163
5.1.5	Nomenclature associée	163
5.1.6	Fraiseuse et commande numérique utilisées	163
5.1.7	Synthèse du plan expérimental	163
5.2	Aperçu des trajectoires HQ générées	164
5.3	Indicateurs pré-expérimentaux choisis	165
5.3.1	Indice de convexité de la cavité	165
5.3.2	Longueur minimale de trajectoire	165
5.3.3	Temps d'usinage minimum	166
5.3.4	Longueur des trajectoires et analyse	166
5.3.5	Temps d'usinage théorique	167
5.3.6	Matière résiduelle et couverture	168

5.3.7	Déplacements non usinants de la fraise et analyse . . .	175
5.3.8	Valeurs statistiques de courbure	175
5.4	Impact du lissage HQ sur la fluidité	181
5.4.1	Cavité BIG	181
5.4.2	Cavité HUG	182
5.5	Conclusion	185
6	Évaluation expérimentale des trajectoires	186
6.1	L'efficacité dynamique comme mesure de la fluidité d'une trajectoire	186
6.2	Modélisation empirique du temps d'usinage	187
6.2.1	Possibilité dynamique de l'usinage	188
6.2.2	Indicateur de complexité de la cavité	188
6.2.3	Indicateur de qualité géométrique de la trajectoire . .	189
6.2.4	Modélisation	190
6.2.5	Détermination des K_i	191
6.2.6	Procédure de validation	192
6.3	Autres indicateurs expérimentaux	192
6.3.1	Mesures effectuées	192
6.3.2	Profil de vitesse	192
6.3.3	Temps d'usinage réel	192
6.3.4	Effort efficace de trajectoire	193
6.4	Profil expérimental de vitesse	193
6.5	Efficacités dynamiques des trajectoires : analyse	196
6.6	Temps d'usinage : analyse	197
6.7	Validation du modèle	199
6.8	Effort efficace de trajectoire : analyse	202
6.8.1	Effort de trajectoire : point de vue de la présence ou non d'îlots	202
6.8.2	Effort de trajectoire : point de vue des tailles des cavités et des vitesses d'avance	202
6.8.3	Efforts de coupe	203
6.8.4	Efforts de coupe vs efforts de trajectoire	205
6.9	Synthèse : seules HQ et ZZ sont concurrentes	205
6.10	Choix entre ZZ et HQ	207
6.10.1	Utilisation directe du modèle de temps d'usinage . . .	207
6.10.2	Influence des conditions d'usinage	208
6.11	Conclusion générale	211
7	Conclusion générale et perspectives	213
7.1	Conclusion	213
7.2	Production scientifique	215
7.3	Perspectives	216

7.3.1	Développements et amélioration du modèle HQ	216
7.3.2	Extension du plan expérimental	217
7.3.3	Optimisations	217
7.3.4	Intégration en FAO	218
7.3.5	Ouverture vers d'autres thématiques	219

Appendices :

A	Structures des isothermes et températures des îlots	236
B	Tableaux récapitulatifs des mesures	240
C	Benchmarking : Structure d'un article à rédiger	243
D	Essais en matière	244

Table des figures

1.1	Répartition des coûts pour un moule	28
1.2	Cavités usinées dans le domaine aéronautique	28
1.3	Nombreuses cavités d'un panneau de peau IsoGrid	29
1.4	Opérations d'épaulement	29
1.5	Fraisage de profil	30
1.6	Chaîne de travail lors d'un fraisage CN	31
1.7	Fraisage d'ébauche en Zig-Zag	33
1.8	Éléments caractéristiques d'une cavité.	34
1.9	Pièce d'usage aéronautique avec cavités et îlots	36
2.1	Machine-outil 3 axes	38
2.2	Machine-outil 4 ou 5 axes	38
2.3	Fraisage en avalant et en opposition	41
2.4	Paramètres de fraisage	41
2.5	Efforts de coupe en fonction de l'épaisseur du copeau	42
2.6	Interpolations spline	44
2.7	Trajectoire 2.5D	46
2.8	Plan de la cavité REG	46
2.9	Plan de la cavité nommée BIG	47
2.10	Trois stratégies d'entrée dans la matière [113] et [114]	48
2.11	Trajectoire Zig-Zag générée sur la cavité REG	49
2.12	Trajectoire avec retrait de fraise	49
2.13	Reprise d'usinage dans une trajectoire Zig-Zag	50
2.14	Trajectoire "Zig" générée sur la cavité BIG	51
2.15	Trajectoire Contour Parallèle générée sur la cavité REG	52
2.16	Trajectoire Contour Parallèle générée sur la cavité BIG	52
2.17	Trajectoire spirale à espacement constant	53
2.18	Trajectoire Contour Parallèle avec nettoyage des coins	54

2.19	Zone non usinée en trajectoire Contour Parallel	54
2.20	Trajectoire Morph Spiral - Cavité REG	55
2.21	Trajectoire Morph Spiral- Cavité BIG	55
2.22	Trajectoire High Speed générée sur la cavité BIG	57
2.23	Trajectoire "True Spiral" générée avec sur la cavité BIG	58
2.24	Longueurs des trajectoires en fonction de la stratégie	61
2.25	Balance longueur et fluidité	62
3.1	Niveaux d'échelle dans l'étude de la coupe	64
3.2	Coupe orthogonale	66
3.3	Paramètres de description d'une coupe orthogonale	67
3.4	Conditions aux limites en simulation de coupe orthogonale . .	67
3.5	Simulation EF du champ de température lors d'une coupe orthogonale	69
3.6	Simulation EF de l'usure d'un outil	69
3.7	Synthèse des approches en modélisation de l'usinage	70
3.8	Allongement de trajectoire pour éviter les pr�forages	73
3.9	Recherche des courbes offset en présence d'un îlot	74
3.10	Courbe Offset - Pixel Based Approach	75
3.11	Courbe Offset - Paire Wise	75
3.12	Méthode de Voronoï	76
3.13	Diagramme de Voronoï	76
3.14	Boucles ajoutées sur une courbe offset	77
3.15	Arrondissement des angles en CP	77
3.16	Control rail	78
3.17	Approche par level set propagation - cavité sans îlot	81
3.18	Approche par level set propagation - cavité avec îlot	81
3.19	Approche par mapping	82
3.20	Spirales curvilinéaires obtenues par mapping	83
3.21	Spirale construite par Morphing	84
3.22	Spirale proposée par Held - cavité sans îlot	85
3.23	Spirale proposée par Held - cavité avec îlots	85
3.24	Synthèse sur le lissage	88
3.25	Arrondissement global - Approche cinématique	89
3.26	Arrondissement local et inscrit des angles	89
3.27	Arrondissement local et circonscrit des angles	90
3.28	Quelques courbes candidates de la cavité BIG	91
3.29	évaluation de la distance entre isothermes par un Vecteur de Fresnel	92
3.30	Interpolation linéaire angulaire entre 2 courbes de structure .	93
3.31	Synthèse de la méthode de Bieterman	95
3.32	Vitesse en fonction de la position	97
3.33	Jerk, accélération, vitesse et position au cours du temps . . .	100
3.34	Tolérance d'interpolation	101

3.35	Anticipation par la CN de la vitesse demandée	102
3.36	Profils d'accélération - décélération pour différents sauts de vitesse	102
3.37	$A = f(V)$ Résultats expérimentaux	103
3.38	$A = f(V)$ Résultats théoriques	104
3.39	Intersection des contraintes	106
3.40	Exemple de profil de vitesse obtenu avec VPOp	106
3.41	Postes de consommation énergétique en usinage	108
3.42	Proportion des postes énergétiques en usinage	110
3.43	Exemple d'une décomposition de l'espace libre en cellules . .	113
3.44	Décomposition type boustrophedon	114
3.45	Sweep line	115
3.46	Décomposition de Morse	116
3.47	Autre décomposition de Morse	116
3.48	Décomposition en grille	117
3.49	Wave Front Algorithm	118
3.50	Trajectoire donnée par le Wave Front Algorithm	118
3.51	Spanning Tree Algorithm - étape 1	119
3.52	Spanning Tree Algorithm - étape 2	119
3.53	Spanning Tree Algorithm - étape 3	120
3.54	Taxonomie du CSP pour drones	121
4.1	Modèle CAO - cavité nommée BIG	129
4.2	Champ de température calculé - cavité nommée BIG	130
4.3	Quelques isothermes candidates de la cavité BIG	131
4.4	Isothermes de structure de la cavité BIG - $\phi_f = 10$ mm	131
4.5	Isothermes de structure de la cavité BIG - $\phi_f = 20$ mm	132
4.6	Comparaison entre la spirale obtenue par Bieterman et la spirale obtenue via le modèle thermique	133
4.7	Vitesse simulée sans lissage tangentiel	133
4.8	Profil de vitesse simulé sans lissage tangentiel	134
4.9	Vitesse simulée avec lissage tangentiel	135
4.10	Profil de vitesse simulé avec lissage tangentiel	135
4.11	Synchronisation des courbes de structure	136
4.12	Représentation des fonctions de mélange HQ	138
4.13	Ajustement HQ avec 2 valeurs de D_{opt}	139
4.14	Algorithme de décomposition HQ	142
4.15	Ajustement local d'une isotherme par la méthode HQ	143
4.16	Problème de raccord en tangence	143
4.17	Ossature de la spirale curvilinéaire	145
4.18	Échantillonnage avec HQ	146
4.19	Spirale construite avec la méthode HQ	147
4.20	Construction de la spirale HQ	147
4.21	Trajectoire HQ sur la cavité BIG	148

4.22	Plan de la cavité nommée HUG	149
4.23	Trajectoire HQ sur la cavité HUG	150
4.24	Plan de la cavité nommée RIG	151
4.25	Isothermes tournant autour d'un îlot	151
4.26	Séparation de la cavité en zones	152
4.27	Cavité RI - Apparition de maxima locaux de température . .	152
4.28	Spirale construite sur les 2 zones	153
4.29	Plan de la cavité nommée RI4G	154
4.30	Trajectoire HQ sur la cavité RI4G	155
4.31	Plan de la cavité nommée LIG	156
4.32	Trajectoire HQ sur la cavité LIG	157
4.33	Positions des 3 isothermes de structure fittées HQ	157
4.34	Schéma-bloc de la méthode HQ	160
5.1	Temps d'usinage simulés VPOP	162
5.2	Matière résiduelle laissée par ZZ - cavité HUG	168
5.3	Matière résiduelle laissée par ZZ - cavité RI4G	169
5.4	Matière résiduelle laissée par CP - cavité BIG	169
5.5	Matière résiduelle laissée par MS - cavité RI4G	170
5.6	Matière résiduelle laissée par MS - cavité LI4G	170
5.7	Matière résiduelle laissée par HQ - cavité RI4G	171
5.8	Matière résiduelle laissée par HQ - cavité BIG	171
5.9	Cavité HUG : Vérification de l'usinage	172
5.10	Cavité RIG : Vérification de l'usinage	172
5.11	Cavité LIG : Vérification de l'usinage autour des îlots	173
5.12	Déplacements non usinants en ZZ - cavité LIG	176
5.13	Déplacements non usinants en ZZ - cavité BIG	176
5.14	Déplacements non usinants en ZZ - cavité HUG	177
5.15	Comparaison des courbures HQ vs. BT-raw - cavité BIG . . .	182
5.16	Cavité HUG : courbes de structure	183
5.17	Courbures absolues d'une isotherme - cavité HUG	184
6.1	Indicateur de complexité : comptage des zones pour BI	189
6.2	Indicateur de complexité (IC)	189
6.3	Indicateur de complexité (IC)	190
6.4	Profils de vitesse ZZ - cavité <i>HUG</i>	193
6.5	Profils de vitesse HQ vs. BT - cavité <i>BIG</i> - $V3$	194
6.6	Temps d'usinage HQ vs. BT-raw - 4500 points	195
6.7	Temps d'usinage HQ vs. BT-raw - 9000 points	195
6.8	Comparaison des efficacité dynamiques en fonction des trajec- toires	196
6.9	Temps d'usinage en l'air de ZZ en fonction du temps d'usinage en l'air de CP	197

6.10	Temps d'usinage en l'air de HQ en fonction du temps d'usinage en l'air de MS	198
6.11	Temps d'usinage en l'air de HQ en fonction du temps d'usinage en l'air de ZZ	198
6.12	Répartition des efficacités dynamiques prévues et mesurées autour de la première bissectrice	199
6.13	Comparaison entre les temps d'usinage (mesurés, modélisés et prévus)	200
6.14	Comparaison des temps ZZ	208
6.15	Comparaison des temps HQ	209
6.16	Évolution des temps modélisés en fonction de D_{poche}	210
6.17	Évolution des temps modélisés en fonction de D_{poche}	211
A.1	Température des îlots trop basse ($T_{îlots} = 50$ K)	237
A.2	Température des îlots trop basse ($T_{îlots} = 80$ K)	237
A.3	Température des îlots trop haute ($T_{îlots} = 220$ K)	238
A.4	Température des îlots trop haute ($T_{îlots} = 250$ K)	238
A.5	Température des îlots judicieuse ($T_{îlots} = 160$ K)	239
D.1	Cavité BIM - Trajectoire HQ	244
D.2	Cavité BIM - Trajectoire ZZ	245
D.3	Cavité HUM - Trajectoire HQ	245
D.4	Cavité RIM - Trajectoire HQ	245
D.5	Cavité RIM - Trajectoire ZZ	246
D.6	Cavité RI4M - Trajectoire HQ	246
D.7	Cavité RI4M - Trajectoire ZZ	246
D.8	Cavité LIM - Trajectoire HQ	247
D.9	Cavité LIM - Trajectoire ZZ	247

Liste des tableaux

2.1	Longueurs des trajectoires et stratégies	61
3.1	Capacités et limitations des méthodes de modélisations	71
3.2	Synthèse sur l'état de l'art en génération de trajectoires d'évi- dement de cavités 2.5D	86
3.3	Synthèse sur les critères d'attention en recherche de trajectoires d'usinage	124
4.1	Coefficients de l'optimisation HQ - Cavité LIG - Isotherme de structure 15	156
4.2	Coefficients de l'optimisation HQ - Cavité LIG - Isotherme de structure 10	158
4.3	Coefficients de l'optimisation HQ - Cavité LIG - Isotherme de structure 1	158
5.1	Tailles indicatives des cavités et fraises associées	163
5.2	Caractéristiques de la MOCN utilisée	164
5.3	Synthèse du plan expérimental	164
5.4	Indice de convexité	165
5.5	Aire des différentes cavités	166
5.6	Longueurs des trajectoires et écarts relatifs	167
5.7	Cavités sans îlot - Localisation de la matière résiduelle	174
5.8	Cavité avec îlot(s) - Localisation de la matière résiduelle . . .	174
5.9	Couverture de la surface totale	175
5.10	Indicateurs de courbure pour la cavité BI, toutes tailles et toutes trajectoires	178
5.11	Indicateurs de courbure pour la cavité RI, toutes tailles et toutes trajectoires	179

5.12	Indicateurs de courbure pour la cavité HU, toutes tailles et toutes trajectoires	179
5.13	Indicateurs de courbure pour la cavité RI4, toutes tailles et toutes trajectoires	180
5.14	Indicateurs de courbure pour la cavité LI, toutes tailles et toutes trajectoires	180
5.15	Cavité BIG - Indicateurs statistiques de courbure pour des spirales BT-raw et HQ complètes	181
5.16	Temps d'usinage simulé avec VPOp pour HQ vs. BT-raw (cavité BIG)	182
5.17	Cavité HUG - Indicateur statistique de fluidité	183
5.18	Cavité HUG - Temps d'usinage simulés (VPOp) de 3 isothermes de structure	184
6.1	Dimensions représentatives des cavités	188
6.2	Distance de freinage de la fraise	189
6.3	Indicateur de complexité géométrique pour les cavités	190
6.4	Temps d'usinage mesurés BT-raw vs. HQ	194
6.5	Cas où $Efd_{exp} > Efd_{mod}$	201
6.6	$Efd_{exp} > Efd_{mod}$ - Comparaison des temps	201
6.7	Comparaison des efforts de trajectoire. Cavités sans îlot	203
6.8	Comparaison des efforts de trajectoire. Cavités avec îlots	204
6.9	Comparaison des efforts de trajectoire. Cavités avec un îlot	204
6.10	Efforts de coupe estimés	205
6.11	Efforts de trajectoire vs efforts de coupe	206
6.12	Synthèse des indicateurs	206
6.13	Aide au choix entre ZZ et HQ	207
B.1	Comparaison des efficacités dynamiques des trajectoires	241
B.2	Comparaison des temps d'usinage	242

Acronymes

BIG	Cavité de Bieterman, format grand. 161
BIM	Cavité de Bieterman, format moyen. 161
BIP	Cavité de Bieterman, format petit. 161
BT-raw	Trajectoire en spirale proposée par Bieterman, sans lissage. 181
CAO	Conception assistée par ordinateur. 30
CN	Commande numérique. 30
CP	Trajectoire Contour Parallel. 51
CSP	Problème du voyageur de commerce avec couverture. 111
EF	Éléments finis. 128
FAO	Fabrication assistée par ordinateur. 30
GA	Méthode d'optimisation par algorithme génétique. 141
Gcode	Langage de programmation normalisé utilisé pour piloter les machines-outils à commande numérique (MOCN). 30
GM	Méthode d'optimisation par descente de gradient. 141

HUG	Cavité proposée par Liu [82] et Huang [57], format grand. 161
HUM	Cavité proposée par Liu [82] et Huang [57], format moyen. 161
HUP	Cavité proposée par Liu [82] et Huang [57], format petit. 161
IC	Indice de complexité de la cavité. 188
IG	Indice qualité géométrique de la trajectoire. 189
IT	Intervalle de tolérance. 27
LIG	Cavité en losange sur pointe avec 5 îlots, format grand. 161
LIM	Cavité en losange sur pointe avec 5 îlots, format moyen. 161
LIP	Cavité en losange sur pointe avec 5 îlots, format petit. 161
MO	Machine-outil. 32
MOCN	Machine-outil à commande numérique. 27
MS	Trajectoire Morph Spiral. 54
PDU	Possibilité dynamique de l'usinage. 188
REG	Cavité rectangulaire au format grand. 46
RI4G	Cavité rectangulaire avec 4 îlots, format grand. 161
RI4M	Cavité rectangulaire avec 4 îlots, format moyen. 161
RI4P	Cavité rectangulaire avec 4 îlots, format petit. 161
RIG	Cavité rectangulaire avec un îlot décentré latéralement, format grand. 161
RIM	Cavité rectangulaire avec un îlot décentré latéralement, format moyen. 161
RIP	Cavité rectangulaire avec un îlot décentré latéralement, format petit. 161
TSP	Problème du voyageur de commerce. 111

UGA	Usinage grande avance. 41
UGV	Usinage grande avance. 41
VF	Vecteur de Fresnel. 91
ZZ	Trajectoire Zig-Zag. 48

Introduction

Cette thèse traite de la génération et de l'évaluation de trajectoires d'évidement de cavités 2.5D.

En effet, techniquement, dans l'ensemble du processus de création d'une pièce par fraisage, le bureau des méthodes décrit toute la marche opérationnelle qui sera appliquée lors de la production de cette pièce : le choix du ou des outils de coupe, les paramètres de coupe, les trajectoires d'outil, le bridage du brut, ... Aujourd'hui, les producteurs d'outils de coupe proposent des programmes d'aide à la décision pour le choix des outils et des paramètres de coupe. Les logiciels de FAO permettent de créer de manière assez automatique des trajectoires d'usinage pour les cavités 2.5D et sont capables de générer le programme qui sera utilisé sur la fraiseuse. Même si différentes trajectoires sont proposées, seules deux sont réellement utilisées dans l'industrie : le "Zig-Zag" et le "Contour Parallèle"¹. Le choix de la trajectoire est établi à partir de l'expertise des personnes responsables et ne repose pas sur des critères quantifiables et objectifs. De plus, ce choix ne se combine pas avec les autres décisions posées pour s'intégrer dans une optimisation plus globale de réduction du coût des opérations. De la même manière, le temps d'usinage, qui entre de manière significative dans le coût global de production d'une pièce, ne sait pas toujours être prévu de manière précise. Il est estimé par le logiciel de FAO comme la longueur de la trajectoire divisée par la vitesse d'avance de la fraise.

C'est donc dans cette problématique technique que ce travail propose d'objectiver le choix d'une trajectoire à partir d'un ensemble d'indicateurs pouvant être déterminés avant tout essai c'est-à-dire au niveau du bureau

1. Tous les termes techniques utilisés ici sont présentés dans les pages qui suivent et référencés dans la table des acronymes.

des méthodes. Il propose également une modélisation macroscopique simple et rapide du temps d'usinage via un concept nommé "efficacité dynamique".

Scientifiquement, depuis l'arrivée des commandes numériques, un travail important a été mené pour générer de manière efficace et fiable des trajectoires Zig-Zag sur des cavités de plus en plus complexes : bords plus découpés, avec détroit(s), avec îlot(s), ... De la même manière, les trajectoires Contour Parallel ont fait l'objet de nombreux développements, surtout dans la recherche des contours offset. Ces deux types de trajectoires possèdent des avantages et inconvénients intrinsèques et quelques variantes ont été créées : "Zig", "Contour Parallel Clean Corners", ...

Mais, comme Zig-Zag et Contour Parallel sont classiquement proches d'une longueur minimale, une fois la trajectoire générée, elle ne peut faire l'objet d'améliorations qu'en termes de vitesse moyenne. Cependant, des optimisations ont été réalisées grâce à des trajectoires multi-outils, des combinaisons Zig-Zag et Contour Parallel, ... qui ont pour but principal de réduire la longueur totale de la trajectoire. Par la suite, et avec l'arrivée de l'"usinage grande vitesse", des recherches ont vu le jour sur "l'arrondissement des angles" de la trajectoire (le terme "fluidité" est utilisé), pour éviter les phases de freinage/accélération de la fraise et augmenter ainsi la vitesse moyenne. C'est dans ce contexte que certains auteurs ont eu l'idée de ne plus améliorer les trajectoires classiques, mais de créer une trajectoire le long de laquelle la fraise ne s'arrêterait pas. C'est ainsi qu'est né le concept de trajectoire en "spirale curvilinéaire". Bieterman et Sandström (pour Boeing) ont été parmi les premiers à faire cette proposition. Celle-ci a suscité un grand intérêt scientifique (l'article a été cité 102 fois à ce jour d'après Scopus) et d'autres techniques de génération de spirales ont vu le jour ("Level Set Propagation", "Medial Axis", ...)

Ces différentes techniques ont toutes des avantages mais aussi leurs limites en fonction de la complexité du bord de la cavité, de la présence ou non d'îlots, ce qui nécessite de réaliser plusieurs spirales ou de partitionner artificiellement la cavité. Les logiciels de FAO n'ont pas réellement suivi le mouvement des recherches scientifiques et, même s'ils proposent des trajectoires spirales, elles n'intègrent que peu les avancées scientifiques. Les trajectoires "usinage grande vitesse" intègrent des boucles comme le suggère la littérature scientifique mais elles sont peu sensées pour l'usinage. Une trajectoire spirale nommée "Morph Spiral" est proposée par Mastercam mais elle semble construite sur les courbes offset d'une Contour Parallel. Ce manque d'intégration par la FAO est peut-être dû aux techniques de mise en œuvre qui ne permettent pas de traiter de manière automatisée une grande variété de géométries de cavités.

Cependant, les recherches essaient d'intégrer une complexité des cavités de plus en plus importante (bords découpés, goulots, îlots) avec des trajectoires qui ont un niveau de continuité élevé (le terme "fluide" est régulièrement utilisé dans ce cas), ce qui leur permet d'être parcourues à haute vitesse.

Scientifiquement, c'est dans ce cadre que se situe ce travail. D'une part, la méthode de Bieterman, basée sur la résolution de l'équation de Poisson, impose une paramétrisation polaire des courbes supportant la spirale. Pour des bords trop complexes ou pour des cavités avec îlots, cette manière de procéder est inopérante.

D'autre part, le haut niveau de discrétisation des trajectoires curvilinéaires leur confère un faible niveau de continuité (C^0), ce qui ne permet pas à la vitesse d'avance de rester élevée. Pour tirer le meilleur parti d'une trajectoire en termes de vitesse moyenne, il faut augmenter son niveau de continuité.

La méthode HQ proposée dans cette thèse permet une reparamétrisation par abscisse curviligne des courbes de structure et un lissage/rééchantillonnage par splines d'Hermite quartiques, ce qui généralise la méthode de Bieterman à des cavités avec des bords très découpés et/ou avec îlots et permet un profil de vitesse plus uniforme grâce à une continuité C^2 de la trajectoire. Pour objectiver les résultats d'un lissage et comparer des trajectoires entre elles, un nouvel indicateur de fluidité, nommé efficacité dynamique d'une trajectoire, est défini également dans ce travail.

Différentes parties de ce travail ont été présentées dans des conférences nationales (Manufacturing 21 [75], [76], [77]). L'objectif était de démontrer les possibilités de généralisation offertes par le modèle thermique, nouvellement associé à la méthode de Bieterman. Un article a été publié dans les actes d'une conférence internationale (ESAFORM, [79]) avec présentation orale. Il visait à comparer, pour une cavité de géométrie simple, les temps d'usinage simulés entre les trajectoires classiques et celle de Bieterman. C'est dans ce contexte que la notion d'efficacité dynamique a été proposée. Enfin, un article a également été publié dans une revue internationale (Applied Sciences - MDPI, facteur d'impact de 2,5 - [78]). Dans ce dernier, la méthode HQ a été présentée et appliquée à des cavités non gérables par la méthode de Bieterman. Des indicateurs statistiques de courbure ont aussi été utilisés comme outils d'analyse quantitatifs des trajectoires. Enfin, un article sera rédigé durant l'année 2026. Il proposera un Benchmark de cavités et permettra à la communauté scientifique un outil de comparaison des différentes méthodes de génération de trajectoire.

En résumé, cette thèse propose :

- Une généralisation de la méthode de Bieterman à des cavités non globalement convexes avec îlot(s).
- Une méthodologie de comparaison et d'évaluation des trajectoires classiques par rapport aux trajectoires curvilinéaires qui pourra être un outil d'aide à la décision pour le bureau des méthodes.
- Une formalisation du concept de fluidité, qui n'est pas explicitement établi dans la littérature scientifique qui sera réalisée via la notion d'efficacité dynamique.
- Un modèle empirique prédictif simple et rapide de l'efficacité dynamique, et donc du temps d'usinage, construit à partir de données macroscopiques, toutes facilement quantifiables avant les essais sur machine-outil.

Le premier chapitre présente l'environnement économique et industriel général dans lequel baignent les entreprises de fabrication mécanique, pour ensuite caractériser cette technique de réalisation de pièces qu'est le fraisage. Nous nous attacherons ensuite aux spécificités du fraisage de cavités, et plus particulièrement aux trajectoires d'évidement des cavités 2.5D.

Les deuxième et troisième chapitres analysent l'état de l'art, d'un point de vue technique, c'est-à-dire ce qui est d'une utilisation commune pour les industriels et scientifiques, et qui constitue l'état actuel des recherches.

Le quatrième chapitre développe comment la méthode proposée par Bieterman et Sandström a été généralisée aux cavités non globalement convexes avec îlots.

Les cinquième et sixième chapitres évaluent les trajectoires d'évidement. D'abord, à partir de grandeurs accessibles avant tout essai sur machine-outil et ensuite à partir de données issues d'usinage en l'air. La dernière partie conclura ce travail, en synthétisant ce qui a été réalisé et les perspectives qui s'ouvrent dans la continuité de cette thèse.

Contexte général du fraisage de cavités

1.1 Contexte économique de la fabrication mécanique

L'usinage est une opération de fabrication des plus courantes en termes de volume et de dépenses. Les composants usinés sont utilisés dans presque tous les types de produits manufacturés. Il est estimé que les dépenses d'usinage contribuent à environ 5% du PIB dans les pays développés [62]. Le produit intérieur brut (PIB) belge étant, en 2024, de 600 milliards d'euros, on peut estimer que les dépenses d'usinage représentent un montant de 30 milliards d'euros. Les grands domaines de l'industrie qui y ont recours sont :

- Équipement de production et équipement mécanique (dont moules et matrices) : 48,4%¹.
- Pièces issues de la sous-traitance : 18,7%¹.
- Composants et sous-ensembles intégrés : 23,8%¹.
- Produits de grande consommation : 9,2%¹.

D'un point de vue géographique local, la Région Wallonne a, depuis de nombreuses années, la volonté de se positionner comme un acteur important dans les secteurs aéronautiques et aérospatiaux. C'est ainsi que le pôle Skywin a été mis en place. Il regroupe une centaine de sociétés, dont des leaders mondiaux qui équipent la plupart des avions civils, comme Thalès, Safran AeroBOOSTER mais aussi la Sonaca et la Sabca. Le chiffre d'affaires annuel de cette industrie en Région wallonne est de 1,75 milliard d'euros [121].

1. Pourcentages donnés pour la France

Vu les niveaux de précision attendus et la nécessité de réaliser des pièces de géométrie complexes ou très creuses, ces sociétés sont de gros utilisateurs de pièces usinées et d'aluminium.

D'un point de vue plus global, et sans avoir directement d'informations sur l'usinage, il est possible, de manière indirecte, d'appréhender l'ampleur de cette technique de mise en forme via les chiffres de vente de centres d'usinage : le marché mondial était de 29,17 milliards de \$ en 2018 ; estimé à 43,73 milliards de \$ en 2026 et devrait atteindre 60,13 milliards de \$ d'ici la fin de l'année 2032 [39]. Le prix d'une machine-outil à commande numérique (MOCN) industrielle tournant autour de 30 000 \$, le renouvellement des MOCN ou l'accroissement annuel de l'outil productif avoisine les $\frac{3 \cdot 10^{10}}{3 \cdot 10^4}$ soit 1 million de machines.

Industriellement, la conception et la fabrication de moules et matrices représentent un aspect crucial de la chaîne de production car la plupart des pièces d'un assemblage sont forgées, estampées, moulées. Altan [4] argumente que la fabrication d'un moule (hors coût du matériau et conception) représente environ 30% du prix d'une pièce (figure 1.1). Ce coût est surtout une consommation de temps.

Comme dans beaucoup d'autres secteurs, l'entreprise de fabrication mécanique est confrontée à une augmentation de l'offre qui lui impose, pour rester concurrentielle, de réduire ses prix de vente. Pour maintenir sa marge, elle est donc tenue de réduire ses coûts et l'automatisation fait partie des pistes. De plus, comme le temps de vie des produits diminue, la fabrication doit être de plus en plus flexible, ce qui impose aux fabricants de pièces de réduire les temps de conception et de fabrication. Ces deux nécessités doivent être réalisées avec une main-d'œuvre qualifiée de plus en plus rare et de plus en plus chère. Ainsi, les entreprises de fabrication mécanique doivent réaliser des pièces de haute qualité, à bas coût, dans des délais très courts [4].

1.2 Le fraisage

On appelle usinage les procédés de mise en forme par enlèvement de matière utilisés pour conférer à une pièce des dimensions dans un intervalle de tolérance (IT) allant de IT6 à IT8 (norme ISO 286) pour l'usinage sur MOCN, soit une précision de l'ordre de $\pm 0,005$ mm à $\pm 0,03$ mm. L'usinage regroupe de nombreux procédés de mise en forme comme le fraisage, le tournage, le brochage, ...

En fraisage, l'enlèvement de matière est réalisé à partir d'une géométrie initiale, nommée brut, sous forme de copeaux, et résulte de la combinaison de deux mouvements : la rotation de l'outil de coupe (la fraise), d'une part, et le déplacement relatif de la pièce à usiner par rapport à l'axe de la fraise,

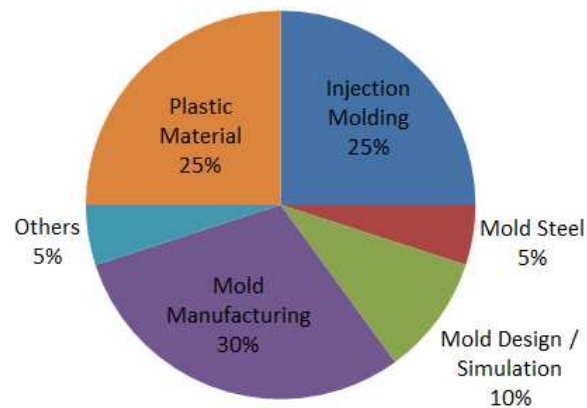


FIGURE 1.1 – Répartition des coûts pour un moule (250 000 pièces fabriquées) [5]



FIGURE 1.2 – Exemple de cavités usinées - domaine aéronautique [91]

d'autre part.

Les opérations de fraisage sont réalisées pour :

- mettre une pièce brute de fonderie, de forgeage, ... (ou une partie de pièce) dans les spécifications dimensionnelles et géométriques données,
- fabriquer des outillages, par exemple, des moules ou des matrices d'emboutissage,
- fabriquer des pièces de géométrie complexe comme les pales des turbo-réacteurs,
- réaliser des carters,
- alléger des pièces de structure, en aéronautique ou dans le domaine aérospatial (figures 1.2 et 1.3).

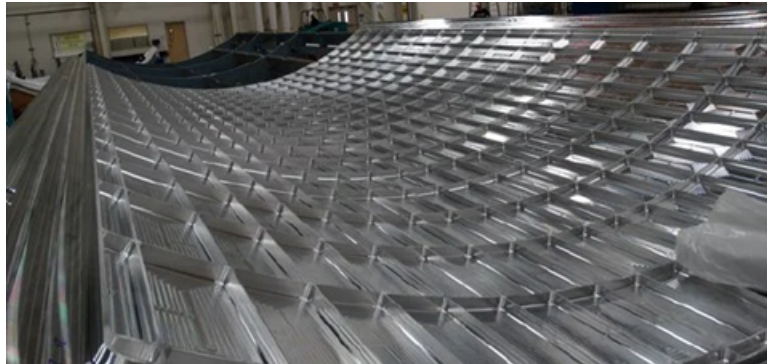


FIGURE 1.3 – Nombreuses cavités d'un panneau de peau IsoGrid [55]

Il existe deux catégories de travaux en fraisage :

- Le fraisage de forme, lorsque l'outil a une géométrie particulière qui donne sa forme directement sur la pièce. Le perçage en est l'exemple classique.
- Le travail d'enveloppe, qui repose sur le mouvement relatif entre l'outil et la pièce. L'outil peut avoir une forme simple, mais c'est son déplacement relatif par rapport à la pièce (translations et rotations) qui génère la forme finale.

Le travail d'enveloppe est subdivisé en deux grandes opérations [110] :

1. Le fraisage d'épaulements comprenant :
 - le surfacage-dressage (figure 1.4a),
 - le contournement (figure 1.4b) ;
2. Le fraisage de profils comprenant (figure 1.5) :
 - l'évidement d'un bloc, souvent nommé vidage de poche,
 - la mise en forme d'une surface.

Notons que l'évidement d'un bloc peut aussi se réaliser par tréflage, opération qui s'apparente à une succession de perçages.



(a) Opération de surfacage [110]



(b) Opération de contournement [110]

FIGURE 1.4 – Opérations d'épaulement



FIGURE 1.5 – Fraisage de profil [110]

Le fraisage à commande numérique (voir 2.4.1 et 2.4.2) ou fraisage CN fait partie des améliorations techniques permettant de réaliser au mieux les objectifs cités ci-dessus (cf. 1.1) car c'est un procédé de mise en forme plus flexible, particulièrement bien adapté à la réalisation de séries courtes ou moyennes, pouvant être lancées sans investissements lourds d'outillages spécifiques.

La CN en général, et la CN de la fraiseuse en particulier, est un système électromécanique qui contrôle les mouvements et les opérations de la machine-outil grâce à des instructions programmées. Ces instructions sont normalisées et le programme porte le nom de Gcode (voir 2.4.1 pour davantage de détails). L'utilisation d'un programme et de la CN permet d'automatiser l'usinage des pièces avec précision et répétabilité.

1.3 Création d'une pièce par fraisage CN

La première étape est le dessin de la pièce à produire. Elle est réalisée dans un logiciel de conception assistée par ordinateur (CAO). Ensuite, avec l'aide d'un logiciel de fabrication assistée par ordinateur (FAO), le bureau des méthodes pose différents choix de fabrication (détaillés en 1.4) comme les outils, les paramètres d'usinage, les trajectoires d'outil, ... Ces choix seront traduits dans un fichier Gcode qui sera lu par la CN. Enfin, cette dernière va traduire les différentes commandes en courants électriques qui alimenteront les moteurs de la machine-outil, permettant ainsi de déplacer les axes de la fraiseuse. La combinaison de ces déplacements permettra d'enlever la matière de manière à faire prendre, au brut, la forme souhaitée (figure 1.6).

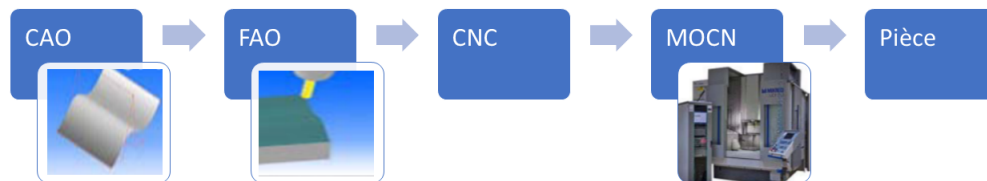


FIGURE 1.6 – Chaîne de travail lors d'un fraisage CN [16]

Comme d'autres procédés de mise en forme, le fraisage bénéficie des progrès de l'informatique, de la robotique, des développements des matériaux nouveaux pour la conception des machines et des outils de coupe. Dans le but d'augmenter la qualité et la productivité du fraisage à commande numérique, un travail d'amélioration est réalisé sur chacune des étapes citées ci-dessus.

- Les progrès effectués en infographie ont amélioré les logiciels de CAO (par exemple [35] et [150]).
- La FAO est l'objet de nombreuses attentions académiques, surtout via l'amélioration générale de la géométrie des trajectoires de la fraise, de la représentation mathématique de ces trajectoires et de la modélisation du temps d'usinage. C'est d'ailleurs dans ce contexte que se situe cette thèse. Des références précises de différents travaux de recherche seront données dans les paragraphes et chapitres suivants.
- Les CN sont un domaine d'étude en soi également. Elles ont un impact lourd sur la précision de la pièce fabriquée car elles interprètent sensiblement les commandes issues du fichier Gcode. Comme les CN industrielles sont des boîtes noires, des développements de commandes numériques ouvertes ont été menés. Des travaux comme ceux de [16] vont dans ce sens et permettent de serrer les tolérances des pièces usinées. De la même manière, des nouveaux formats d'interpolation comme les formats splines ou nurbs sont proposés sur certaines CN, par exemple [132] et [54].

- Les développements dans le domaine des MO ont permis l'émergence de nouvelles techniques d'usinage comme l'usinage grande vitesse (UGV) ou l'usinage grande avance (UGA, voir 2.2.4).

1.4 Stratégie d'usinage d'une cavité

La stratégie d'usinage est un ensemble de choix, réalisé par le bureau des méthodes, qui visera à fabriquer la cavité en respectant les spécifications des concepteurs. À savoir :

- la géométrie,
- les tolérances dimensionnelles,
- l'état de surface qui impose parfois différentes étapes d'usinage pouvant être très consommatrices de temps.

Une stratégie d'usinage est définie par [84] :

- le mode de parcours ou de balayage de la cavité appelé aussi "trajectoire d'usinage",
- le choix du ou des outils,
- des positions d'entrée-sortie matière de l'outil,
- des trajets hors matière de l'outil,
- des paramètres opératoires (vitesse d'avance de la fraise, profondeur de passe , ...),

Si ce n'est la trajectoire elle-même, les autres choix posés sont parfois regroupés sous le terme de « planification » [97].

La géométrie de la cavité contraint la manière dont les différentes zones sont atteintes. Une attention doit aussi être portée à l'évacuation des copeaux. Quelle que soit la stratégie d'usinage choisie, l'évidement de la cavité s'effectue en 2 ou 3 étapes :

- L'ébauche ou « roughing ». Cette étape vise à enlever le maximum de matière en un minimum de temps. Elle représente environ 50 % du temps d'usinage [45]. La figure 1.7 montre un fraisage d'ébauche. Les lignes qui se dessinent sur le fond de la cavité montrent la trajectoire suivie par l'outil, il s'agit ici d'un Zig-Zag.
- La demi-finition. Étape facultative qui a pour but d'éliminer la matière résiduelle du processus d'ébauche et à rendre la surépaisseur d'usinage la plus uniforme possible.
- Finition et réalisation des congés. Cette étape doit être réalisée sur les parois latérales de la poche mais aussi sur le fond de cette dernière. C'est cette étape qui déterminera l'état de surface de la cavité.

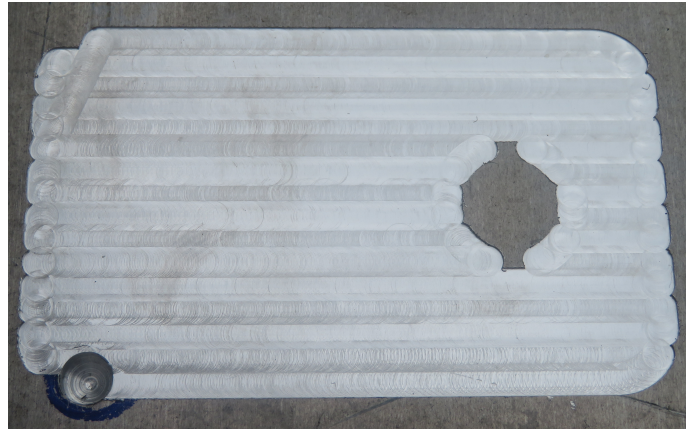


FIGURE 1.7 – Fraisage d'ébauche en Zig-Zag

1.5 Typologie des cavités

Même si les cavités peuvent être très diverses d'aspect, elles possèdent cependant toutes une surface latérale (parfois partielle) définissant un contour à la surface de la pièce et souvent un fond. Certaines possèdent des îlots qui sont des volumes de matière s'appuyant sur le fond de la cavité.

Une qualification fréquente faite pour les cavités est leur caractère 2.5D. Une cavité 2.5D est une cavité usinée dont le bord est défini par un contour plan en OXY et dont les surfaces latérales résultent de l'extrusion de ce contour dans une direction perpendiculaire à OXY. Ceci aboutit à des parois verticales et à des fonds plats ou, éventuellement, à des fonds plats disposés en niveaux discrets. Si ce n'est pour l'entrée de la fraise dans la matière, l'usinage d'une cavité 2.5D ne nécessite que des interpolations dans le plan OXY sans changement de niveau en Z.

Si ce n'est ce caractère 2.5D, il n'existe pas de typologie précise des cavités. Sont cependant listées, ci-dessous, les grandes caractéristiques géométriques qui peuvent être rencontrées (figure 1.8, [84] [45] [125]) :

- surfaces latérales fermées ou non,
- profondes par rapport à la longueur de l'outil ou pas,
- avec ou sans îlots sortant(s) (+),
- avec ou sans îlots entrant(s) (−),
- contours externes simples (polygones) ou complexes (splines),
- extrudées (2.5D, machine 3 axes suffisante) ou pas (machine 5 axes souvent nécessaire),
- avec ou sans parois minces,
- avec de grandes variations dans ses proportions ou pas (détroits, goulots),
- fond plan ou complexe.

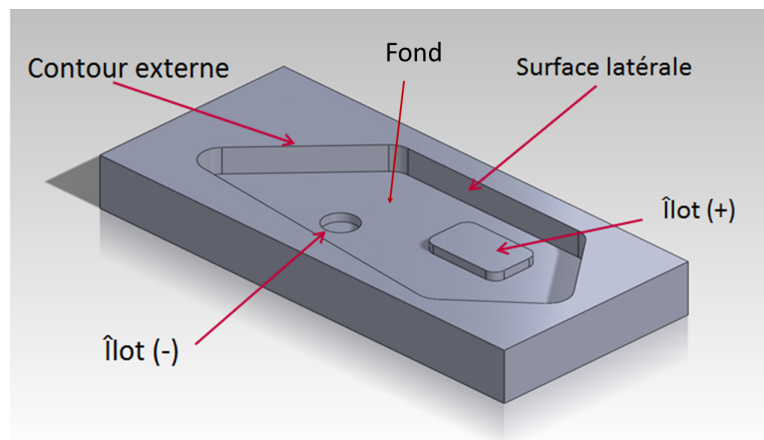


FIGURE 1.8 – Éléments caractéristiques d'une cavité.

Ces quelques lignes nous montrent bien que la seule géométrie d'une poche aura un impact lourd sur la manière de la réaliser mais aussi sur la difficulté d'automatiser le processus du choix de la méthode de réalisation. D'autant plus que la littérature scientifique ne propose pas de typologie de cavités orientant l'usineur vers une procédure de travail particulière en fonction du type de cavité.

Même si la géométrie des poches peut être très diverse, Held [47] considère que plus de 80% des pièces mécaniques peuvent être réalisées avec des trajectoires 2.5D.

1.6 Définition d'un périmètre de thèse

Les paragraphes qui précèdent ont montré l'importance économique de l'usinage en général et du fraisage en particulier.

Ils ont aussi montré que de nombreuses pistes de rentabilisation et d'amélioration du procédé sont ouvertes, à toutes les échelles et à différents niveaux de la chaîne de fabrication.

Au vu du nombre élevé de cavités 2.5D rencontrées dans l'aéronautique et du manque de typologie, c'est sur ce type de cavités que se concentrera cette thèse. Elle se positionnera plus précisément sur une échelle macroscopique² de comparaison et d'évaluation de trajectoires d'ébauche en évidence de cavités (avec îlots) qui peuvent être rencontrées dans l'industrie aéronautique (figure 1.9). Dans ce domaine, les matériaux constitutifs des cavités sont surtout des alliages d'aluminium. Ils sont considérés comme facilement usinables. De la sorte, les outils s'usent peu et le temps d'usinage devient un facteur déterminant dans le coût global de l'opération.

Ainsi, cette thèse sera utile pour orienter le bureau des méthodes vers un choix de trajectoire en meilleure connaissance de cause.

Il faut noter que les développements réalisés dans ce travail sont faits "à diamètre de fraise" fixe, même s'il est paramétré. Ils pourront, cependant, servir de bases à une amélioration plus globale d'une stratégie d'usinage en intégrant ce diamètre d'outil mais aussi les paramètres de coupe ou le nombre d'outils comme variable d'optimisation.

2. Les autres niveaux d'échelle sont exposés dans l'état de l'art.

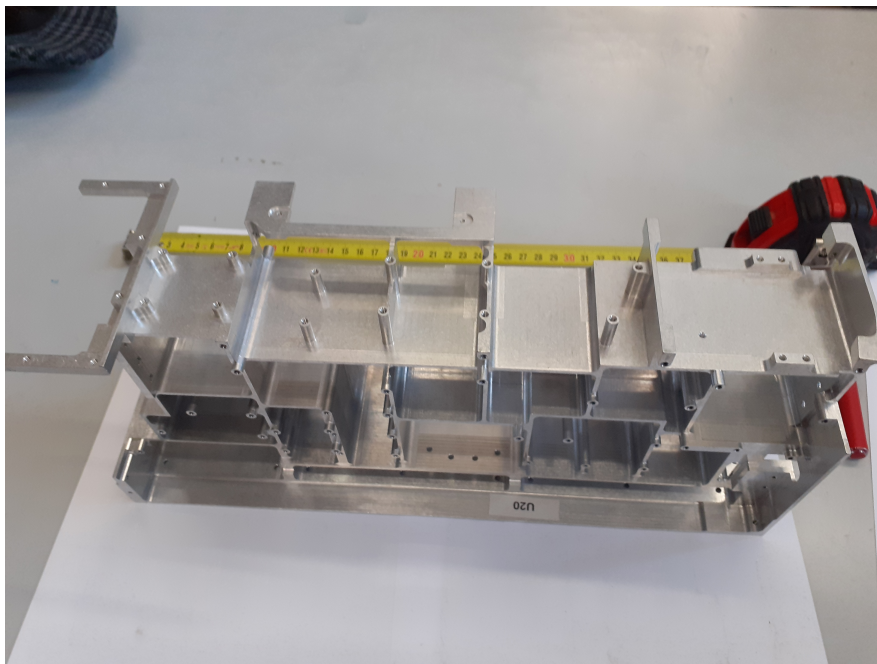


FIGURE 1.9 – Exemple d’une pièce à usage aéronautique possédant de nombreuses cavités avec îlots à évider

2.1 Introduction

L'état de l'art relatif à cette thèse est divisé en 2 chapitres. Le premier décrit les solutions techniques bien établies et utilisées quotidiennement dans l'industrie. Le second se concentre sur les recherches menées dans le monde académique.

2.2 Notions de fraisage

Ce paragraphe a pour but de poser quelques notions de fraisage importantes et à décrire comment elles peuvent impacter l'objectif de notre travail.

2.2.1 Nombre d'axes de la MOCN

- Si le mouvement relatif de la pièce par rapport à la fraise se réalise en translation dans les trois directions de l'espace, on parle de fraisage 3 axes. La figure 2.1 montre une MO 3 axes.
- Si, à côté de ces mouvements de translation, des mouvements de rotation des axes sont ajoutés, on augmente le nombre d'axes dans la nomenclature de la fraiseuse (voir figure 2.2).

Les mouvements admissibles de la machine ont un impact sur la complexité géométrique des pièces réalisables. Dans le cas du fraisage 2.5D étudié ici, une machine 3 axes est suffisante.

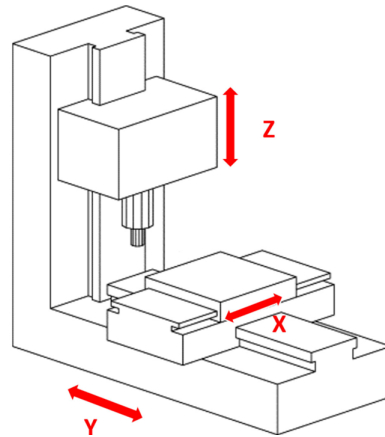
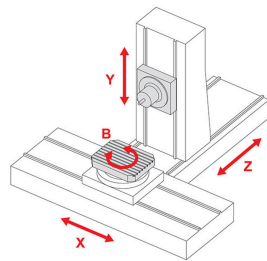
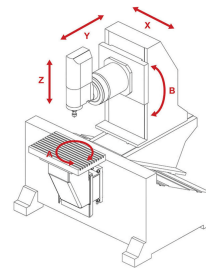


FIGURE 2.1 – Machine-outil 3 axes [1]



(a) Machine-outil 4 axes [1]



(b) Machine-outil 5 axes [1]

FIGURE 2.2 – Machine-outil 4 ou 5 axes

2.2.2 Fraisage en avalant ou en opposition

- Si l'outil avance dans le sens de sa rotation, on parle de fraisage en avalant (cf. figure 2.3 gauche).
- Si la direction de l'avance est opposée au sens de rotation de l'outil, on parle de fraisage en opposition (cf. figure 2.3 droite).

Ces deux types de fraisage possèdent leurs avantages et inconvénients, mais les usineurs préfèrent l'usinage en avalant.

En effet, dans le contournage en avalant, les copeaux sont plus épais en entrée qu'en sortie. Ceci permet d'empêcher l'arête de frotter contre la surface et de subir un brunissage avant de s'engager en coupe.

Dans le fraisage en opposition, l'épaisseur des copeaux commence à zéro et augmente vers la fin de la coupe. L'arête de coupe doit entrer en coupe par la force, ce qui produit un effet de frottement ou de brunissage, élève la température et écrouit souvent la matière (que l'arête suivante devra couper). Ces différents facteurs réduisent la durée de vie de l'outil. Dans le fraisage en opposition, le bridage doit pouvoir résister à la traction, dans le fraisage en

avalant, il doit pouvoir résister à la pression [111]. Si le bridage le permet, le fraisage en avalant est à préférer car il offre une meilleure qualité de surface, moins d'usure de l'outil et des efforts de coupe plus faibles.

Dans le cas d'une trajectoire en forme de spirale, toute la trajectoire pourra être parcourue dans le même sens, ce qui n'est pas le cas dans une trajectoire en Zig-Zag par exemple (voir 2.5.2).

2.2.3 Grandeurs caractéristiques en fraisage

- La vitesse de coupe V_c est la norme du vecteur vitesse linéaire d'un point donné en périphérie de fraise : $V_C = \omega.R$, avec ω la vitesse angulaire de la fraise (en rad/s) et R , le rayon de la fraise, ou plus exactement la distance entre l'axe de rotation de la fraise et le point (en m) (voir figure 2.4a). Les usineurs utilisent la formule (équation 2.1) :

$$V_C = \frac{\pi \cdot \phi_f \cdot n}{1000} \left(\frac{\text{m}}{\text{min}} \right) \quad (2.1)$$

Avec ϕ_f , le diamètre de la fraise (en m) et n , la fréquence de rotation de la fraise (en min^{-1}).

V_C est un des deux paramètres fondamentaux dans la définition des différentes grandeurs. Sa valeur dépend du matériau à usiner, du matériau qui constitue la fraise, de sa géométrie et de l'état de surface souhaité, de la lubrification utilisée. Compte tenu de cela, et pour un diamètre de fraise donné, il imposera une fréquence de rotation.

- L'avance à la dent, ou avance (f_z , en mm), est le deuxième paramètre fondamental qui définit les autres grandeurs. Elle correspond à la distance maximale, dans la direction et le sens de progression de la fraise (notée \vec{V}_f), parcourue par la fraise lors de son trajet en coupe dans la matière (voir figure 2.4a). Elle se calcule, pour un matériau et une fraise donnés, à partir de l'épaisseur maximale de copeau notée h_{ex} (en mm) recommandée par le fabricant de fraises. C'est f_z qui permet de fixer la vitesse d'avance (équation 2.3).
- La profondeur de coupe axiale, notée a_p (en mm), représente la hauteur maximale de matière qui sera prise par la fraise dans la direction de son axe de rotation (figure 2.4).
- La profondeur de coupe radiale, notée a_e (en mm), représente la largeur maximale de matière qui sera prise par la fraise dans la direction perpendiculaire à son axe de rotation (voir figure 2.4a). Cette valeur est liée à ce qui est appelé l'engagement (eng en %) par l'équation 2.2.

$$a_e = \phi_f \cdot eng \quad (2.2)$$

- La vitesse d'avance V_f est définie comme la vitesse linéaire relative de l'axe de l'outil par rapport à la pièce. Elle est exprimée en mm min^{-1} par les usineurs (voir figures 2.3, 2.4).

$$V_f = f_z \cdot n \cdot Z_{eff} \quad (2.3)$$

Où Z_{eff} représente le nombre de dents de la fraise.

La vitesse de coupe et la vitesse d'avance sont liées par la fréquence de rotation de la broche (équations 2.1 et 2.3).

Dans cette thèse, nous quantifierons l'impact de la géométrie de la trajectoire sur le maintien d'une vitesse d'avance donnée.

- L'angle d'attaque, $KAPR$ (en $^\circ$), est l'angle entre l'arête de coupe et la surface de la pièce. Il a une influence sur la formation des copeaux, sur les forces de coupe et la durée de vie de l'outil. La réduction de l'angle d'attaque réduit l'épaisseur de copeau à une avance donnée (f_z). Cet effet d'amincissement des copeaux répartit la quantité de matière sur une portion plus importante de l'arête de coupe.
- Le débit de copeaux, Q (en cm^3/min) est défini par l'équation 2.4.

$$Q = \frac{a_p \cdot a_e \cdot V_f}{1000} \quad (2.4)$$

- La puissance de coupe P_c (en kW), représente l'énergie fournie par la fraiseuse pour la coupe par seconde, elle s'évalue grâce à l'équation 2.5.

$$P_c = \frac{Q \cdot k_s}{60 \cdot 10^3} \quad (2.5)$$

Où k_s s'appelle la pression spécifique de coupe, mesurée en N/mm^2 . Cette notion est détaillée ci-après (2.3).

Les grandeurs ci-dessus servent à caractériser macroscopiquement les efforts de coupe.

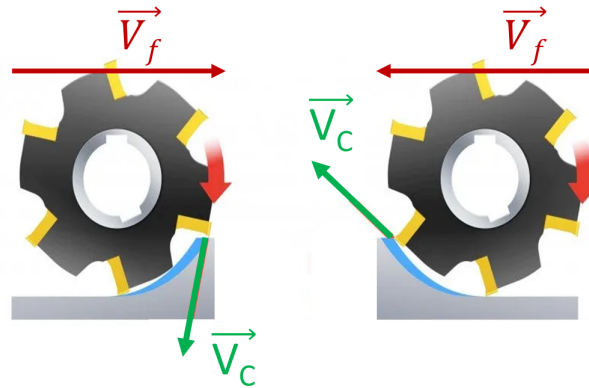
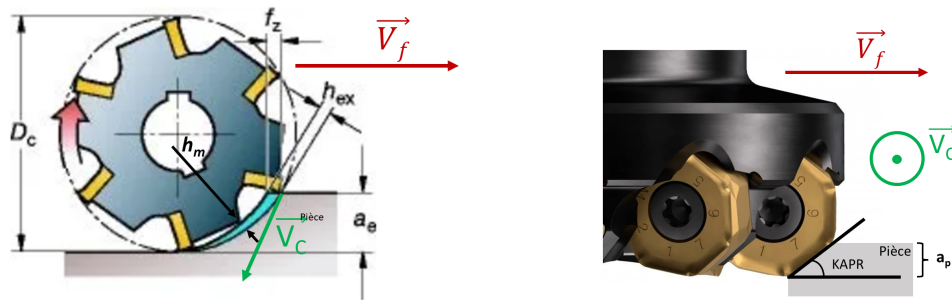


FIGURE 2.3 – Fraisage en avalant (gauche) et en opposition (droite) [112]



(a) Épaisseur de copeau et avance [109]

(b) Angle d'attaque (*KAPR*) [108]

FIGURE 2.4 – Paramètres de fraisage

2.2.4 Stratégies avancées d'usinage

Pour gagner en productivité, deux nouvelles stratégies d'usinage ont vu le jour : l'UGV et l'UGA.

- En UGV, la matière est enlevée à vitesse de coupe élevée, ce qui engendre un phénomène de coupe spécifique. Les avantages offerts par l'usinage grande vitesse sont [34], [130], [38] : un taux d'enlèvement de matière important, une réduction des délais de mise en œuvre, des efforts de coupe réduits, une évacuation de la chaleur produite dans les copeaux offrant ainsi à la pièce une meilleure qualité (moins de déformations, meilleur état de surface, précision dimensionnelle accrue).
- L'UGA est une méthode qui allie faible profondeur de passe et avance par dent élevée. Les avantages offerts par cette technique sont une augmentation de la productivité car le débit de copeaux augmente par rapport à un usinage traditionnel. De plus, les efforts de coupe sont dirigés vers la broche de la machine dans le sens axial, ce qui améliore la stabilité et réduit les vibrations. Cette technique impose de petits

angles d'attaque de la fraise (voir 2.2) dans la matière [118].

Les désavantages cités des deux techniques ci-dessus sont surtout financiers puisqu'ils nécessitent une machine-outil permettant ces vitesses (coupe ou avance) importantes, des outils de coupe particuliers mais aussi un contrôleur numérique adapté. Elles ne peuvent développer leur potentiel que si toute la chaîne de travail est adaptée (figure 1.6).

2.3 Efforts et pression spécifique de coupe

L'effort de coupe correspond à la force (tangentielle) nécessaire pour enlever un copeau au matériau usiné.

De nombreuses recherches sont toujours menées dans le domaine de la modélisation de la coupe (voir 3.2.2) mais, au niveau macroscopique, il y a toujours deux processus élémentaires : la création du copeau et l'évacuation de ce dernier. Ils font jouer deux mécanismes physiques de base :

- la déformation plastique au sein du copeau,
- le contact du copeau avec l'outil.

L'hypothèse est une linéarité entre la section du copeau et l'effort de coupe. Le graphique 2.5 illustre ce propos. Le coefficient de proportionnalité s'appelle la pression spécifique de coupe (k_s , équation 2.6) :

$$F_c = k_s \cdot S_{cop} \quad (2.6)$$

Elle peut être vue comme la valeur de la force tangentielle nécessaire pour

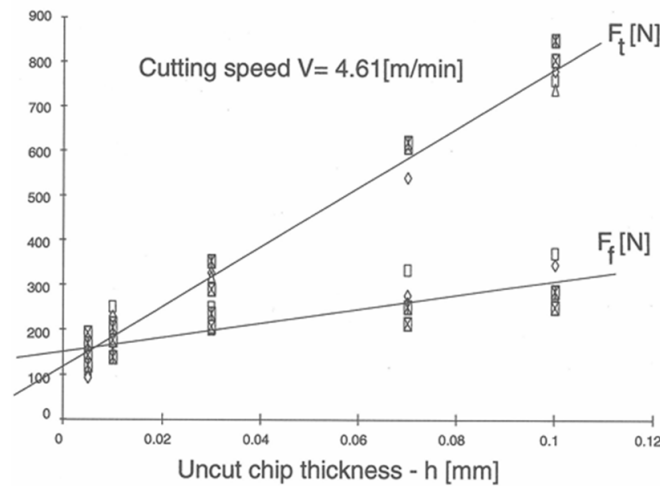


FIGURE 2.5 – Efforts de coupe en fonction de l'épaisseur du copeau non déformé. Tournage orthogonal du Ti6Al4V avec un outil en carbure de tungstène [6]

détacher un copeau de section transversale de 1 mm^2 . Elle est liée au matériau à usiner mais aussi à la géométrie de l'outil et aux paramètres de coupe qui impactent la géométrie de ce qui deviendra le copeau (i.e. le copeau non déformé). Une valeur de k_s , issue d'études empiriques, est fournie par le fabricant d'outils de coupe. Elle est typiquement située, pour les alliages d'aluminium, entre 400 N/mm^2 et $1\,100 \text{ N/mm}^2$ [126]. Différentes corrections sont appliquées à sa valeur pour rendre compte de sa dépendance à la géométrie de la coupe. Les travaux visant à affiner la détermination des forces et pressions spécifiques de coupe sont abordés en 3.2.

- La première est liée à l'angle de coupe ($KAPR$) : facteur de $1,5 \text{ }^\circ/\text{ }^\circ$ de changement d'angle. Si $KAPR$ augmente, k_s diminue.
- La deuxième est liée au changement d'épaisseur de copeau lors d'une coupe réelle. h_{ex} est parfois remplacée par une épaisseur moyenne de copeau h_m (mm), qui est déterminée à partir de l'avance par dent.

À partir des efforts de coupe ou de la pression spécifique de coupe, il est possible de déterminer la puissance de coupe (équation 2.7) et de la lier au débit de copeaux.

$$P_c = \frac{E_c}{t} = F_c \cdot V_f = k_s \cdot S_{\text{copeau}} \cdot V_f = k_s \cdot Q \quad (2.7)$$

2.4 Gcode et commande numérique

2.4.1 Gcode

Le Gcode est un ensemble d'instructions, globalement normalisées depuis 1980 (ISO 6983, [61]) qui permet de donner des instructions à la commande numérique. Les instructions qui dirigent le mouvement des axes de la MO s'appellent les modes d'interpolation. Il en existe deux principaux, compréhensibles par toutes les CN :

- Interpolation linéaire : deux points consécutifs de la trajectoire sont reliés par un segment de droite. Les commandes sont : $G00$ pour une interpolation linéaire en déplacement rapide (typiquement hors matière) et $G01$ pour une interpolation linéaire à la vitesse d'avance.
- Interpolation circulaire : deux points consécutifs de la trajectoire sont reliés par un arc de cercle orienté. Les commandes sont : $G02$ pour une interpolation circulaire dans le sens horlogique et $G03$ pour une interpolation circulaire dans le sens antihorlogique.

D'un point de vue purement géométrique, lors de la jonction de deux segments consécutifs en mode $G01$, il existe une discontinuité en tangence, qui signifie que le vecteur vitesse doit changer instantanément d'orientation. La seule possibilité physique pour y parvenir est d'arrêter la fraise pour franchir cette discontinuité. De la même manière, pour une jonction entre un segment

interpolé linéairement et un arc interpolé circulairement, une discontinuité en courbure apparaît, ce qui impose un changement instantané de courbure, aussi impossible physiquement. Le Gcode n'intègre pas de commandes spécifiques d'accélération ou de jerk (i.e. la vitesse de l'accélération, $J = \frac{dA}{dt}$).

Les modélisations des CN (voir 3.7.2) montrent que ces dernières laissent une certaine tolérance dans le suivi strict de la trajectoire de manière à passer, sans s'arrêter mais en ralentissant, les discontinuités en tangence. On peut donc penser que plus la trajectoire a un rayon de courbure grand, moins la CN ralentira la fraise pour franchir cette discontinuité de tangence. Pour éviter ces écueils, d'autres modes d'interpolation voient le jour mais ne sont pas encore normalisés et dépendent ainsi du concepteur de la CN. Par exemple, Fanuc intègre une commande *G07* gérant une interpolation cylindrique. Le groupe Siemens, quant à lui, propose des interpolations en formats splines natifs, ce qui signifie que les courbes d'une trajectoire ne sont pas interpolées en segments et arcs de cercles mais en splines. Trois types existent ([120], figure 2.6) :

- Type *A* qui garantit une trajectoire continue en tangence.
- Type *B* qui garantit une trajectoire continue en tangence et en courbure, mais pas aux points d'interpolation.
- Type *C* qui garantit une trajectoire continue en tangence et en courbure, également aux points d'interpolation.

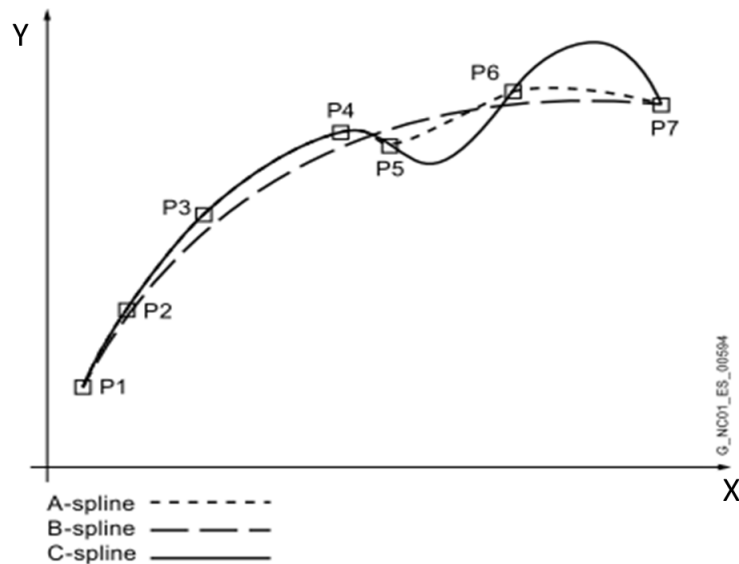


FIGURE 2.6 – Interpolations splines proposées par Siemens [120]

Mais même si ces modes d'interpolation existent, ils sont encore très peu utilisés dans l'industrie.

2.4.2 Contrôleur numérique

La CN ou contrôleur numérique va traduire les commandes issues du programme Gcode en tensions électriques et courants sur les moteurs qui actionnent les mouvements des axes. Cette traduction reste, encore aujourd'hui, une boîte noire pour de nombreux utilisateurs de la MOCN.

On considère que, le long d'un segment, le profil de vitesse est trapézoïdal au cours du temps. Le mouvement est donc de la forme MRUA-MRU-MRUA, ce qui impose un jerk infini aux jonctions des mouvements qui est impossible à tenir. Le jerk est alors lissé électroniquement au niveau de la carte d'axe (module électronique d'asservissement).

De la même manière, on ne sait pas précisément comment la commande numérique gère les jonctions entre les points d'interpolation évoquées ci-dessus (2.4.1).

Cependant, des ouvertures se réalisent. Ainsi, des outils de simulation, qui intègrent exactement les algorithmes de pilotage de la MO, sont proposés par certains fabricants de CN. Par exemple, Siemens propose VNCK - (Virtual Numerical Control), repris par le fabricant de machine-outil DMG, qui intègre les caractéristiques de la fraiseuse pour simuler l'ensemble du processus d'usinage [16]. Ceci permet aux simulations de se rapprocher au maximum de l'usinage réel sans utiliser de modélisations. Mais, dans ce contexte, il n'est pas possible pour l'utilisateur d'agir sur l'algorithme lui-même.

Des cycles propriétaires existent également, par exemple chez Siemens, qui propose une commande (G642) imposant un profil d'accélération en S, donc sans escalier, garantissant un jerk limité. C'est dans ce but également que voient le jour, durant le milieu des années 1990, les premiers projets de CN ouvertes [7]. Durant les années 2010, le projet européen nommé FoFdation, qui avait une forte implication sur la commande numérique ouverte, a été mis en place. Actuellement, l'Europe subventionne le projet Margo ([127]), visant à améliorer l'interopérabilité des systèmes industriels grâce à des solutions open source. Il cherche à résoudre les problèmes liés aux systèmes propriétaires et à la fragmentation des technologies. Tous ces projets se sont disséminés dans le monde académique mais n'ont pas encore vraiment percolé dans le monde industriel.

2.5 Les trajectoires de fraisage en FAO

Dans le cas particulier de cavités 2.5D, après avoir considéré l'entrée en matière de la fraise, l'évidement se réalise par usinage de couches successives. L'axe de la broche (axe OZ) étant placé parallèlement aux parois de la cavité, chaque couche sera enlevée par un mouvement de la broche sur une portion du plan OXY (figure 2.7).

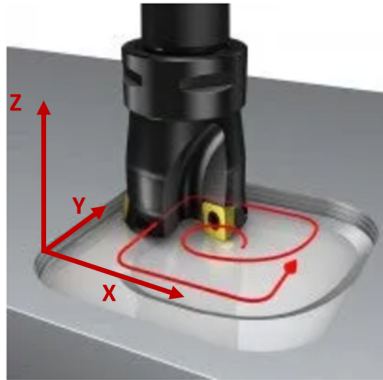


FIGURE 2.7 – Trajectoire 2.5D [115]

Pour cette étude, le logiciel de FAO Mastercam X2 a été utilisé comme générateur de trajectoires standard. Les formes de trajectoires qu'il propose sont détaillées dans les paragraphes qui suivent. Les avantages, inconvénients, utilités et limitations sont analysés. Les illustrations sont réalisées à partir de deux géométries :

- La première est celle d'une cavité rectangulaire nommée REG (figure 2.8). Ce type de géométrie est très fréquemment rencontré dans le domaine aéronautique (figures 1.2 et 1.9) et est strictement convexe (voir 4.9.1).
- La seconde est celle d'une cavité proposée par Bieterman au format grand nommée BIG (figure 2.9). Elle a la particularité de ne pas être convexe (voir 3.6.2 et 4.9.1) et de posséder de grands et petits rayons de courbures, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

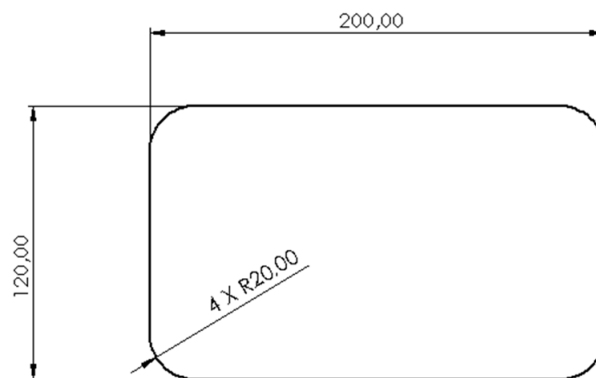


FIGURE 2.8 – Plan de la cavité REG

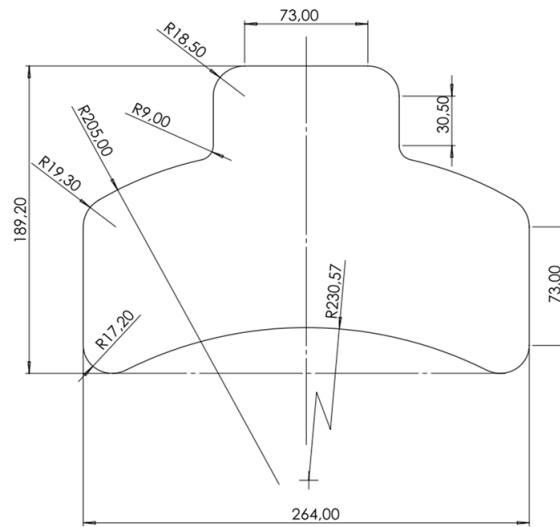


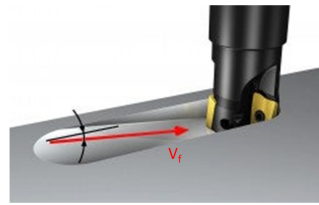
FIGURE 2.9 – Plan de la cavité nommée BIG

2.5.1 Entrée en matière

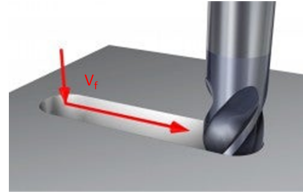
L'entrée en matière, programmée à partir de mouvements simples, peut être réalisée de 4 manières différentes :

- Grâce à un préperçage qui nécessite un changement d'outil, pour passer du foret à la fraise.
- Grâce à un ramping rectiligne, avec une fraise qui descend à vitesse uniforme dans la direction axiale OZ pendant qu'elle se déplace radialement (en OXY) à vitesse uniforme (figure 2.10a),
- grâce à un fraisage incrémental où la fraise descend axialement à la profondeur de passe et puis se déplace radialement (figure 2.10b).
- Grâce à une entrée hélicoïdale de la fraise (nommée "ramping circulaire"). La fraise décrit alors un mouvement circulaire uniforme en OXY et, simultanément, un mouvement rectiligne uniforme suivant OZ (figure 2.10c).

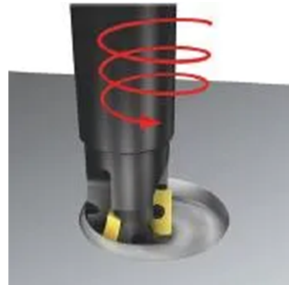
Tout mouvement suivant OZ nécessite une fraise pouvant usiner aussi dans cette direction, on parle de fraises "deux tailles".



(a) Ramping rectiligne [113]



(b) Fraisage incrémental [114]



(c) Ramping circulaire

FIGURE 2.10 – Trois stratégies d'entrée dans la matière [113] et [114]

2.5.2 Trajectoire Zig-Zag

La trajectoire "Zig-Zag"¹ (notée ZZ), appelée aussi "Direction Parallel", est une méthode similaire à la coloration des pixels d'un écran de télévision à tube cathodique. Une couche de la cavité est parcourue avec des segments principaux tous parallèles à une direction de référence donnée (i.e. OX). À la fin d'un de ces segments, la fraise se décale légèrement dans une direction (souvent) perpendiculaire à la direction de référence (i.e. OY) et commence alors à parcourir un autre segment principal. Les segments sont parcourus alternativement dans un sens et puis dans l'autre (donc avec un usinage tantôt en avalant, tantôt en opposition). La figure 2.11 illustre cette méthode sur la cavité REG.

D'un point de vue programmation, la méthode Zig-Zag est simple puisqu'elle revient à chercher les intersections entre une direction de référence, OX dans l'exemple ci-dessus, et le contour de la cavité, pour différentes valeurs de Y . La situation se complexifie pour des poches non convexes ou avec îlots car l'axe de référence pourrait avoir plusieurs intersections avec le bord de la cavité ou avec les îlots. Trois voies s'offrent alors :

- retirer la fraise, la déplacer hors matière et la faire replonger (figure 2.12 gauche). Cette opération, en fonction de la fraise, peut nécessiter un préforage de trous.
- utiliser des outils spécifiques pouvant usiner également suivant OZ (i.e.

1. La typographie anglaise est conservée par souci de cohérence.

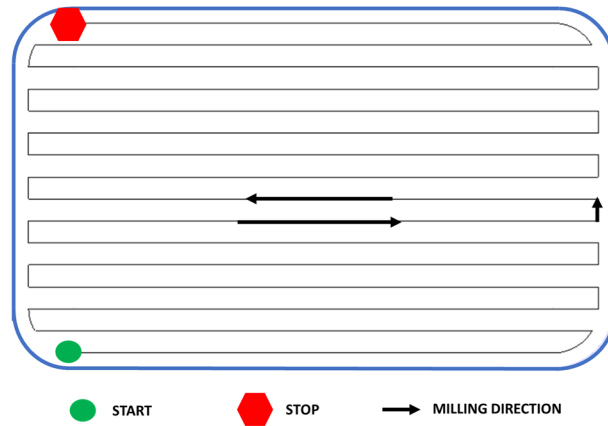


FIGURE 2.11 – Trajectoire Zig-Zag générée sur la cavité REG

fraises à deux tailles). Une trajectoire d'entrée en matière est alors à définir.

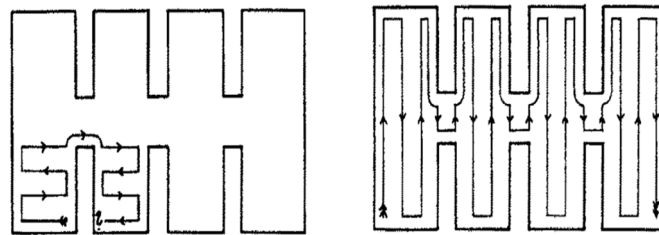


FIGURE 2.12 – Cavité pouvant nécessiter des retraits de fraise [48]

- continuer le Zig-Zag en ne considérant que la première intersection et revenir par la suite à la zone qui n'a pas été usinée. Ceci permet souvent de ne pas relever la fraise car elle peut circuler dans une zone déjà usinée pour reprendre le travail (figure 2.13, zone entourée en rouge de la cavité BIG).

On comprend de suite que les rétractions de l'outil nécessaires aux deux premières procédures sont temporellement coûteuses et sont donc à minimiser. Choisir judicieusement l'orientation de la pièce peut diminuer le nombre de retraits de la fraise (figure 2.12 droite) et permettre de réduire cet inconvénient. Mastercam ne prend pas en considération ce paramètre d'optimisation et c'est donc au bureau des méthodes de tester des trajectoires et de voir laquelle convient à son besoin.

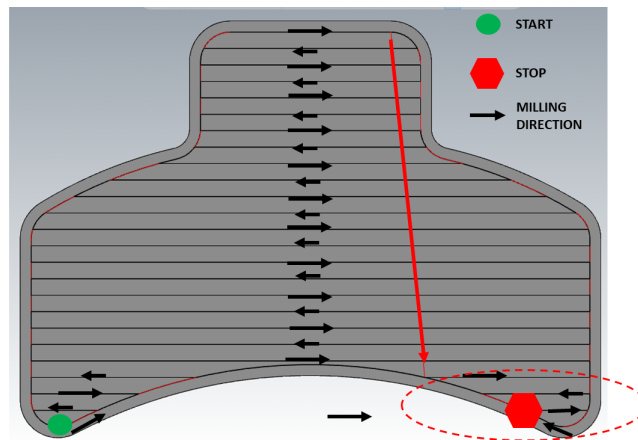


FIGURE 2.13 – Reprise d’usinage dans une trajectoire Zig-Zag générée sur la cavité BIG

Avantages et inconvénients intrinsèques de la trajectoire Zig-Zag [29]

- ✓ Cette méthode a le mérite d’être simple à programmer et génère des trajectoires courtes composées de segments plutôt longs (par exemple pour un rectangle de faible largeur usiné dans le sens de sa longueur).
- ✗ Pour une poche de contour irrégulier, elle impose de nombreux retraits de la fraise, ce qui allonge bien sûr le temps d’usinage et mène aussi à une réduction du temps de vie de l’outil.
- ✗ L’alternance d’un usinage en avalant et en opposition crée des états de surface très différents sur le bord de la cavité.
- ✗ Les arrêts et redémarrages de la fraise coûtent du temps et sont indésirables en terme de vibrations de la machine-outil. Ils laissent également des marques sur les bords de la cavité et sur les îlots éventuels, ce qui impose le plus souvent une passe de finition pour atteindre un état de surface satisfaisant.
- ✗ Le premier trajet se fait toujours avec une fraise plongée en pleine matière, chaque petit changement de direction perpendiculaire à la direction principale également, ce qui est néfaste pour la durée de vie de l’outil.
- ✗ Cette trajectoire se complexifie de manière importante si la cavité présente de grandes irrégularités (détroits, îlots, ...).
- ✗ Il reste de la matière sur les bords perpendiculaires à la direction principale d’usinage (voir figure 5.2).

2.5.3 Trajectoire Zig

Nommée aussi "unidirectionnelle" ou encore "one way" et représentée à la figure 2.14. Elle est identique au Zig-Zag mais les segments sont toujours parcourus dans le même sens, ce qui impose de relever la fraise en bout de segment, de revenir en arrière (et en l'air), avant d'attaquer un nouveau segment d'usinage.

Avantages et inconvénients intrinsèques de la trajectoire Zig

La trajectoire Zig :

- ✓ permet de toujours avoir le même type d'usinage, par exemple "en avalant".
- ✗ double la longueur de la trajectoire et augmente donc significativement le temps de fraisage. Même si la vitesse de la fraise "en l'air" est plus importante que sa vitesse d'avance.
- ✗ nécessite après chaque "passe" une nouvelle entrée en matière.
- ✗ se complexifie de manière importante si la cavité présente de grandes irrégularités (détroits, îlots, ...).

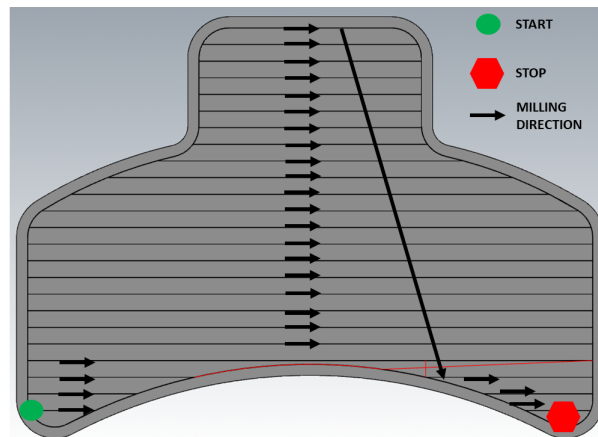


FIGURE 2.14 – Trajectoire "Zig" générée sur la cavité BIG

2.5.4 Trajectoire Contour Parallel

Appelée également "spirale parallèle". Le terme spirale est ici discutable, c'est pourquoi la locution anglaise "Contour Parallel" est conservée et notée CP. Elle est représentée à la figure 2.15 sur une cavité de géométrie simple (REG) et sur la figure 2.16 pour une géométrie plus complexe (BIG). Pour un tel type de trajectoire, l'usinage se réalise de l'intérieur vers l'extérieur suivant une succession de parcours fermés (courbes offset), tous "équidistants" du bord de la cavité. De petits segments de transition entre contours sont ajoutés (en traits épais rouges sur les figures 2.15 et 2.16).

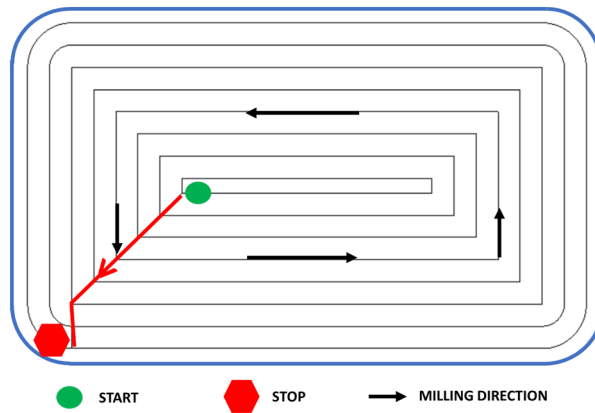


FIGURE 2.15 – Trajectoire Contour Parallel générée sur la cavité REG

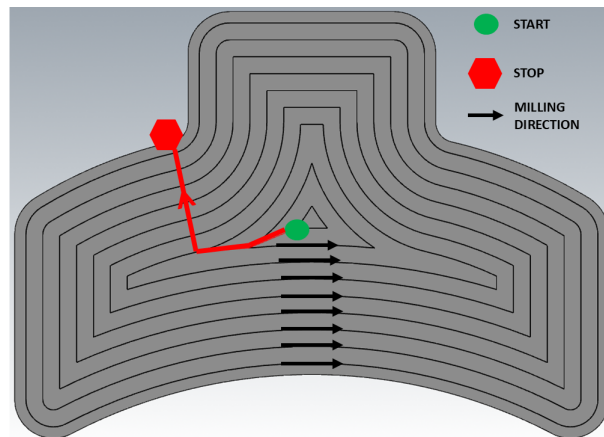


FIGURE 2.16 – Trajectoire Contour Parallel générée sur la cavité BIG

Avantages et inconvénients intrinsèques de la trajectoire Contour Parallel

- ✓ Il n'y a qu'une seule plongée dans la matière.
- ✓ Compte tenu d'un choix de sens de rotation de la broche, l'usinage peut toujours être réalisé "en avalant".
- ✓ L'usinage ne se fait jamais en pleine matière, sauf en début de trajectoire et lorsque la fraise passe d'un contour au suivant (traits rouges sur la figure 2.16).
- ✓ Elle est plutôt courte, comme une trajectoire Zig-Zag
- ✗ Elle présente de nombreuses discontinuités en tangence.
- ✗ Elle est plus difficile à programmer, même si les algorithmes de recherche des contours "offset" sont maintenant robustes.
- ✗ Elle peut laisser des zones non-usinées à l'intérieur de la cavité.

- ✗ Elle se complexifie de manière importante si la cavité présente de grandes irrégularités (détroits, îlots, dots).

2.5.5 Trajectoire Constant Overlap Spiral

C'est une variante de la trajectoire Contour Parallel appelée aussi "spirale à pas constant". Dans ce cas, l'engagement de l'outil est constant, pas la distance entre deux courbes offset. Elle est représentée sur la figure 2.17 pour la cavité BIG. Ce type de trajectoire évite les changements brusques des efforts de coupe mais fait apparaître de nombreux petits segments sur la trajectoire.

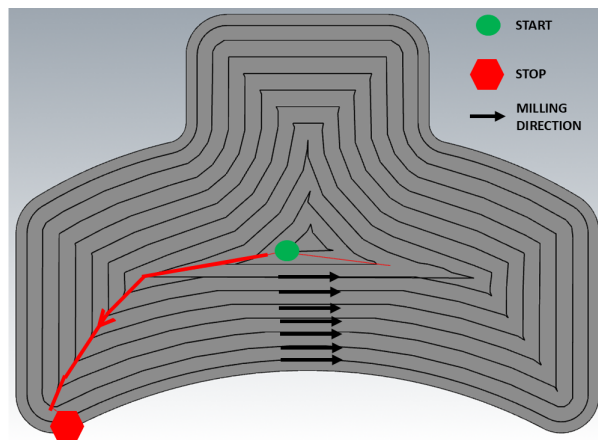


FIGURE 2.17 – Trajectoire spirale à espacement constant générée sur la cavité BIG

2.5.6 Trajectoire Parallel Spiral Clean Corners

Ou "spirale parallèle à angles tirés". Il s'agit également d'une variante de la trajectoire Contour Parallel qui est représentée sur la figure 2.18. Park et Choi [92] ont montré que, pour certaines géométries, si la profondeur de passe axiale est grande (et donc proche du diamètre de l'outil), la trajectoire Contour Parallel peut laisser des zones non usinées (figure 2.19). La variante "clean corners" propose donc des adaptations locales de la trajectoire Contour Parallel pour éviter ces difficultés. Le manuel utilisateur de Mastercam ne garantit pas un vidage complet de la cavité, même si le risque de laisser de la matière est plus faible qu'en Contour Parallel.

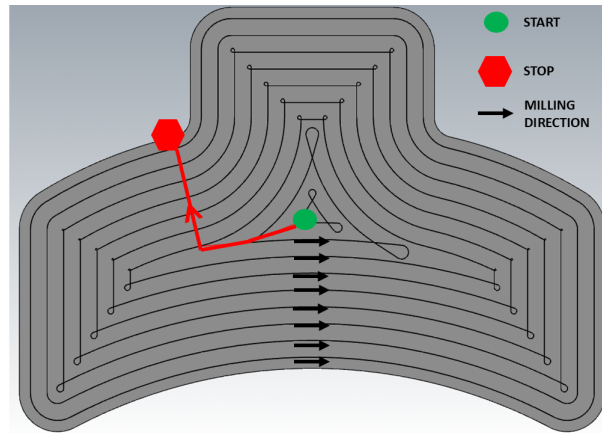


FIGURE 2.18 – Trajectoire Contour Parallel avec nettoyage des coins générée sur la cavité BIG

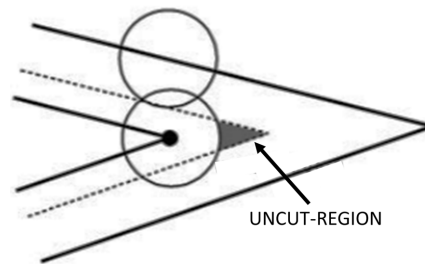


FIGURE 2.19 – Exemple d'une zone non usinée en trajectoire Contour Parallel [92]

2.5.7 Trajectoire Morph Spiral

La trajectoire "Morph Spiral"² (notée MS) est représentée sur la figure 2.20 pour une cavité simple (REG) et sur la figure 2.21 pour une cavité plus complexe (BIG). Cette trajectoire est construite comme une spirale. Chaque tour de la spirale est généré par interpolation entre deux contours qui sont obtenus par une homothétie du bord de la cavité.

Avantages et inconvénients intrinsèques de la trajectoire Contour Parallel

- ✓ Usinage en avalant.
- ✓ Stabilité du brut.
- ✓ Peu de vibrations.
- ✓ La forme spirale évite les arrêts et redémarrages de la fraise, ce qui est favorable à une diminution du temps d'usinage. Cette trajectoire

2. Le choix est fait de garder la locution anglaise

est qualifiée de fluide. Le terme fluide utilisé ici et dans les lignes qui suivent sera défini et expliqué avec détails en 3.5. Il est lié au degré de continuité de la trajectoire. Plus le degré de continuité est élevé, plus la trajectoire est fluide.

- ✗ Trajectoire longue.
- ✗ La spirale est construite à partir de contours homothétiques du bord de la cavité. Cette procédure impacte lourdement la forme d'un tour de spirale dès le début de la trajectoire.
- ✗ Trajectoire complexe si cavité complexe.

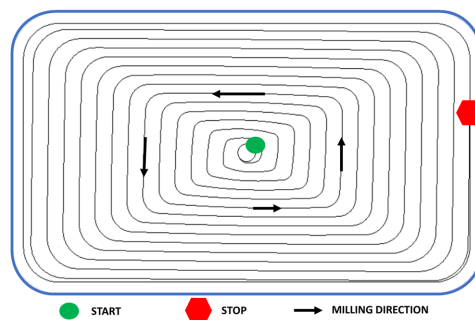


FIGURE 2.20 – Trajectoire Morph Spiral générée sur la cavité REG

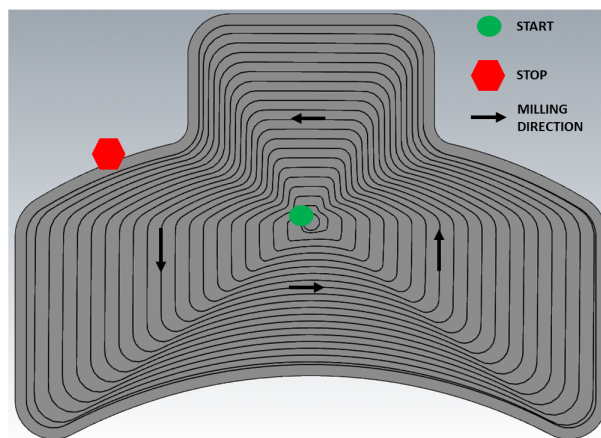


FIGURE 2.21 – Trajectoire Morph Spiral générée sur la cavité BIG

2.5.8 Trajectoire High Speed

La trajectoire High Speed³ est schématisée à la figure 2.22 et se présente comme une solution pour l'UGV. Elle est construite sur une trajectoire Contour Parallèle et fait apparaître des boucles le long de la trajectoire. Ces boucles permettent de passer d'un contour offset au suivant (en rouge sur la figure 2.22, sur l'axe de symétrie de la cavité). Elles sont aussi présentes le long du contour lui-même (en noir sur la même figure). Elles semblent être liées à des propositions de la littérature scientifique (par exemple [28], [152]) visant à ne pas ralentir la fraise lors de changements de direction de la trajectoire. Ces boucles évitent les discontinuités en tangence de la trajectoire. Nous détaillerons cette technique au paragraphe 3.3.3. Dans ce cas précis, les boucles créées par le logiciel sont inutiles car elles sont présentes dans des zones où il n'y a pas de changement brusque de direction. Certaines ont même des rayons si faibles qu'elles ne permettront pas à la fraise de garder sa vitesse d'avance, compte tenu de l'accélération centripète nécessaire à leur parcours. Il s'agit, sans aucun doute, d'un problème d'implémentation du logiciel.

Avantages et inconvénients intrinsèques de la trajectoire High Speed

- ✓ Usinage en avalant.
- ✓ Stabilité du brut.
- ✓ Peu de vibrations.
- ✓ La forme spirale évite les arrêts et redémarrages de la fraise, ce qui est favorable à une diminution du temps d'usinage.
- ✗ Trajectoire allongée.
- ✗ Les boucles visant à ne pas ralentir la fraise ne semblent pas toujours placées judicieusement.
- ✗ Trajectoire complexe qui le sera encore plus si la géométrie de la cavité n'est pas simple.

3. La locution anglaise est conservée.

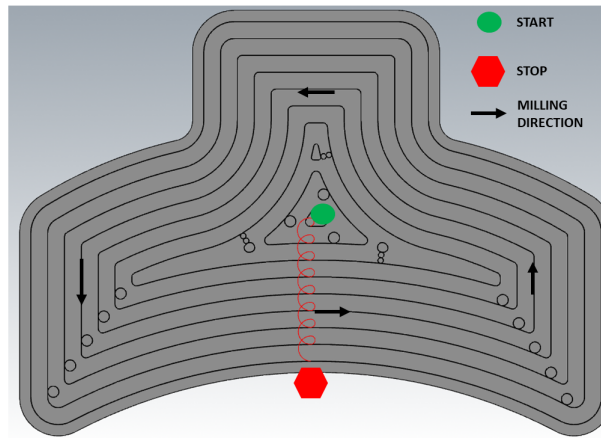


FIGURE 2.22 – Trajectoire High Speed générée sur la cavité BIG

2.5.9 Trajectoire True Spiral

La trajectoire True Spiral⁴ est représentée à la figure 2.23. Cette trajectoire est construite comme une spirale d'Archimède.

Avantages et inconvénients intrinsèques de la trajectoire Contour Parallel

- ✓ Usinage en avalant.
- ✓ La forme spirale est fluide, ce qui est favorable à une diminution du temps d'usinage.
- ✗ Nombreuses reprises d'usinage et donc de trajets hors matière si la cavité n'est pas circulaire.
- ✗ Trajectoire longue.
- ✗ Trajectoire complexe si cavité complexe.

Ce type de trajectoire est clairement réservé à la réalisation d'alésages circulaires de grand diamètre.

2.5.10 Trajectoire de qualité

Après avoir envisagé les différentes méthodes utilisées pour l'évidement de poches 2.5D, il est possible de relever les grandes caractéristiques d'une trajectoire d'outil de qualité.

A minima, la trajectoire retenue doit permettre de vider complètement la cavité en respectant les spécifications dimensionnelles et l'état de surface imposés. Elle doit être économiquement intéressante, c'est-à-dire se faire à moindre coût. Sans garantir un optimum global du coût, quelques règles de bonnes pratiques bien établies existent [49] :

4. La locution anglaise est conservée

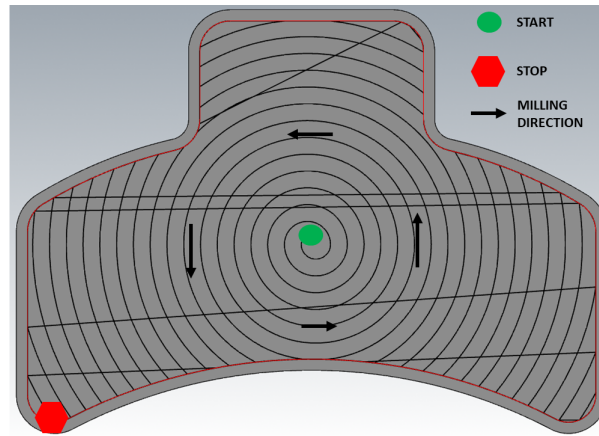


FIGURE 2.23 – Trajectoire "True Spiral" générée avec sur la cavité BIG

1. Choisir adéquatement le diamètre de l'outil ou de la combinaison d'outils, en pensant qu'un changement d'outil prend du temps.
2. Choisir correctement les paramètres d'usinage : engagement radial de la fraise, profondeurs de passe axiale, avance à la dent, ...
3. Permettre à la machine d'utiliser, à chaque instant, sa puissance maximale.
4. Éviter les opérations consommatrices de temps et non productives que sont les parcours hors matière de la fraise, les préperçages ou trajectoires d'entrée en matière.
5. Éviter les arrêts et redémarrages de la fraise, en orientant correctement la cavité par exemple.
6. Choisir un type de trajectoire plus court,
7. Éviter les modifications brusques d'orientation des vecteurs vitesse (on parle alors de trajectoires fluides car elles réduisent les discontinuités en tangence de la trajectoire) qui imposent des accélérations importantes à la MOCN et qui peuvent nécessiter une chute de la vitesse d'avance (voir 2.4.1 et 3.5).
8. Éviter les arrêts et redémarrages de la fraise qui diminuent la vitesse moyenne et augmentent le temps d'usinage.
9. Privilégier les trajectoires avec des grands rayons de courbure, qui évitent les ralentissements de la fraise.

Le travail mené dans cette thèse se situe au niveau des points 4 à 7. Le bureau des méthodes pose les choix des outils et des paramètres de coupe. Ce sont les trajectoires, pour ces paramètres donnés, qui sont analysées et évaluées. Ceci constitue alors un outil d'aide à la décision.

D'un point de vue programmation, la méthode de parcours de la cavité doit être simple à mettre en œuvre et être assez universelle pour pouvoir s'appliquer aux différentes catégories de cavités.

Même si les logiciels de FAO proposent différents types de trajectoires, les plus employées dans l'industrie sont le Zig-Zag et le Contour Parallèle.

2.6 Coût industriel d'une opération d'usinage

Il est difficile de savoir comment le coût d'une opération d'usinage est établi dans l'industrie. La facturation se fait classiquement sur un coût horaire d'utilisation de la MOCN. Puisque les outils sont habituellement changés après un certain temps d'utilisation, leur prix devrait être répercuté dans ce coût horaire. L'énergie, quant à elle, est souvent considérée comme un coût indirect et est classiquement répercutée sur chaque produit via une clé de répartition propre à la société. Ce coût horaire doit ainsi prendre en compte :

- Un coût (fixe ou horaire) de mise en place : installation, préparation (programmation CN, bridage, positionnement, essais, ...), noté C_{setup} ;
- Un coût machine $C_{mach} = r_{mach} \cdot t_{mach}$ qui s'exprime comme le produit du temps d'usinage par un prix horaire qui doit inclure amortissement du matériel, la maintenance, l'énergie consommée, ... ;
- Un coût d'outillage (C_{tool} , qui tient compte du prix des outils et de leur temps d'utilisation ;
- Un coût de main d'œuvre (C_{op}) s'exprimant également comme le produit d'un temps de travail et d'un coût horaire. ($C_{op} = r_{op} \cdot t_{op}$) ;
- Un coût qualité (C_{qual}) qui doit intégrer le coût des contrôles qualité, le coût des rebus ;

D'autres postes inclus dans des coûts fixes peuvent être isolés ou certains autres postes transférés d'un centre de coût vers un autre. Cependant, le coût peut, par exemple, s'exprimer comme (équation 2.8) :

$$C = C_{setup} + r_{mach} \cdot t_{mach} + C_{tool} + r_{op} \cdot t_{op} + C_{qual} \quad (2.8)$$

2.7 Synthèse

De l'analyse qualitative qui précède, il faut se souvenir que, a minima, la trajectoire retenue :

- doit permettre de vider complètement la cavité en respectant les spécifications dimensionnelles et l'état de surface imposés,
- doit être économiquement intéressante, c'est-à-dire se faire à moindre coût,
- doit être courte sans obliger la fraise à s'arrêter pour redémarrer (d'un point de vue cinématique),

- doit permettre à la direction du vecteur vitesse de la fraise d'évoluer lentement de manière à respecter les possibilités d'accélération de la MOCN (c'est-à-dire être fluide⁵), ce qui permettra à la fraise d'éviter les ralentissements importants et donc de toujours travailler avec une vitesse d'avance proche de la vitesse d'avance programmée.

La volonté d'avoir une trajectoire courte et fluide peut paraître incompatible, le tableau 2.1 et la figure 2.24 illustrent ce propos en reprenant les longueurs des différents types de trajectoires générées par Mastercam X2, dans le *cas particulier* de la cavité BIG (figure 2.9). Dans ce *cas précis*, les trajectoires réputées fluides sont systématiquement plus longues, à l'exception de la trajectoire High Speed. Elle fait cependant apparaître, dans le logiciel de FAO et non dans la littérature, des éléments géométriques peu sensés en termes d'usinage (boucles).

À ce stade, il est nécessaire de se demander si les constatations faites dans ces paragraphes sont toujours correctes pour des cavités avec une géométrie plus complexe. Le chapitre suivant s'attachera, entre autres, à documenter la manière de générer des trajectoires d'usinage, à renseigner les pistes d'améliorations des trajectoires classiques et à observer si de nouvelles méthodes de génération existent. Le travail numérique et expérimental qui suivra dans les derniers chapitres visera, notamment, à étendre une méthode de génération de trajectoires fluides à des géométries de cavité plus complexes, à comparer les différentes trajectoires entre-elles et à observer la balance entre le gain de temps lié à une vitesse moyenne plus grande (fluidité) et la perte de temps liée à une trajectoire plus longue (figure 2.25).

5. La notion de fluidité n'est pas clairement définie dans la littérature et cette thèse proposera, notamment, une définition quantitative de ce concept en 6.1 via l'efficacité dynamique.

TABLE 2.1 – Longueurs des trajectoires en fonction de la stratégie d'usinage
- L_F , la longueur en avance de travail ; L_R , la longueur hors matière ; L_{tot} , la longueur totale

Cavité BIG				
Nom de la trajectoire	L_F (mm)	L_R (mm)	L_{tot} (mm)	Fluidité
Zig-Zag	5477	293	5770	Non
Zig	5816	5658	11474	Non
Contour Parallel	5443	108	5551	Non
Constant Overlap Spiral	6022	182	6204	Non
Parallel Spiral Clean Corner	5724	108	5832	Non
Morph Spiral	9709	210	9916	Oui
High Speed	5773	180	5953	Oui
True Spiral	9355	298	9653	Oui

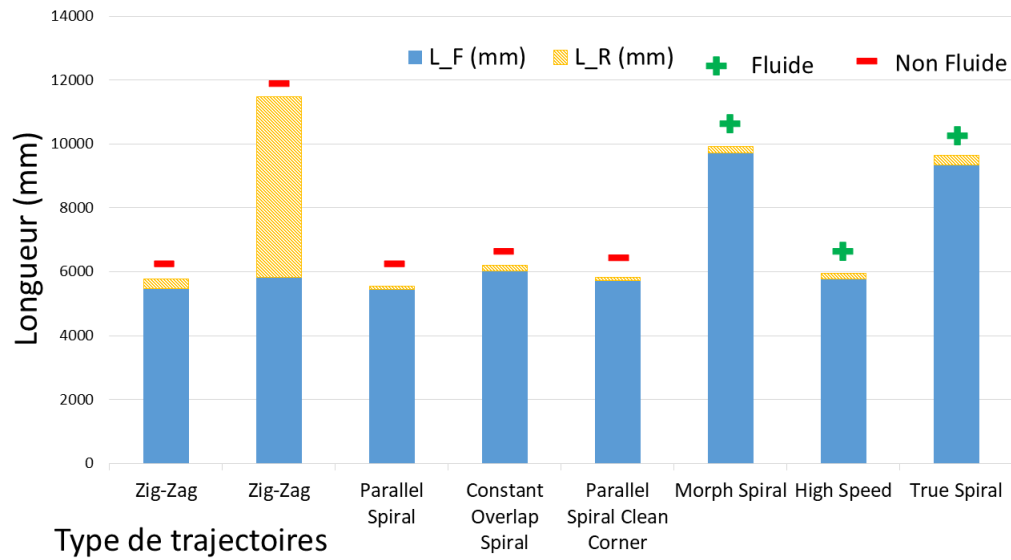


FIGURE 2.24 – Longueurs des trajectoires en fonction de la stratégie d'usinage
- L_F , longueur en avance de travail ; L_R , longueur hors matière

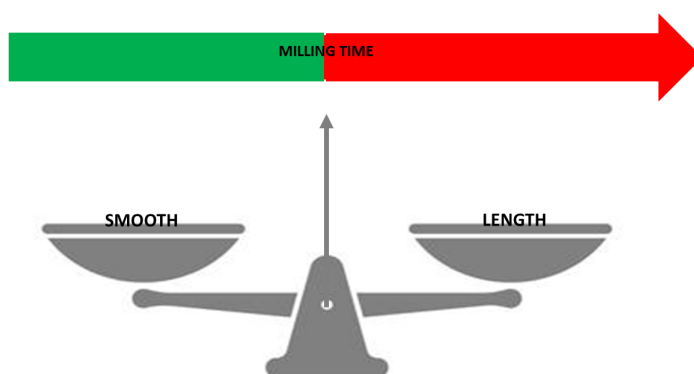


FIGURE 2.25 – Balance à trouver entre la longueur et la fluidité de la trajectoire d'évidement d'une cavité

3.1 Introduction

Ce chapitre s'attache à décrire l'état des recherches scientifiques dans la thématique générale du fraisage. Elles visent à améliorer la productivité manufacturière, la qualité des produits et à réduire leur coût de fabrication.

L'étude de la coupe est d'abord positionnée et ensuite décrite sur trois niveaux d'échelle : microscopique, mésoscopique et macroscopique (section 3.2.1).

Puisque cette thèse s'intéresse à la génération de trajectoires, seront d'abord présentées les recherches qui traitent de la génération et de l'amélioration des trajectoires classiques que sont ZZ et CP (section 3.3).

Ensuite, les nouvelles méthodes qui permettent de créer des trajectoires en spirale seront analysées (section 3.4). C'est dans ce cadre qu'un point est fait sur la notion de fluidité (section 3.5).

Compte tenu des opportunités que la méthode de Bieterman et Sandström offre, la direction de cette thèse a été de généraliser celle-ci. Dès lors, une section de détails traite de cette méthode qualifiée de "différentielle" (section 3.6).

Comme un des indicateurs principaux de coût d'une opération d'usinage est le temps, une analyse des différentes approches de sa modélisation est réalisée (section 3.7). C'est dans cette section que le modèle VPOp est présenté. Il prend en compte la dynamique de la MOCN, à un niveau très fin. Ce modèle a donné naissance au logiciel sous licence qu'il nous a été offert d'utiliser pour simuler le temps d'usinage de différentes trajectoires.

Une partie est ensuite consacrée aux modélisations macroscopiques du coût d'une opération d'usinage. Minimiser ce coût constitue un des objectifs du bureau des méthodes. C'est dans ce but que la section 3.8 est construite.

Pour terminer cet état de l'art scientifique, un regard transversal est porté sur des problématiques similaires à l'usinage. Il nous permet de voir si des ponts peuvent être réalisés et des concepts transférés vers les problématiques de génération et d'évaluation de trajectoires d'usinage (section 3.9).

Il faut noter que le travail réalisé à travers cette thèse se situe à l'échelle macroscopique, même si une analyse très locale de la trajectoire est étudiée. Le processus local de coupe est, quant à lui, négligé.

3.2 Processus de coupe

Le processus de coupe désigne l'ensemble des phénomènes mécaniques, thermiques et tribologiques qui interviennent lorsque l'outil enlève de la matière à la pièce. Il est étudié sur trois niveaux d'échelle : microscopique, mésoscopique et macroscopique. La figure 3.1 organise les sections qui suivent.

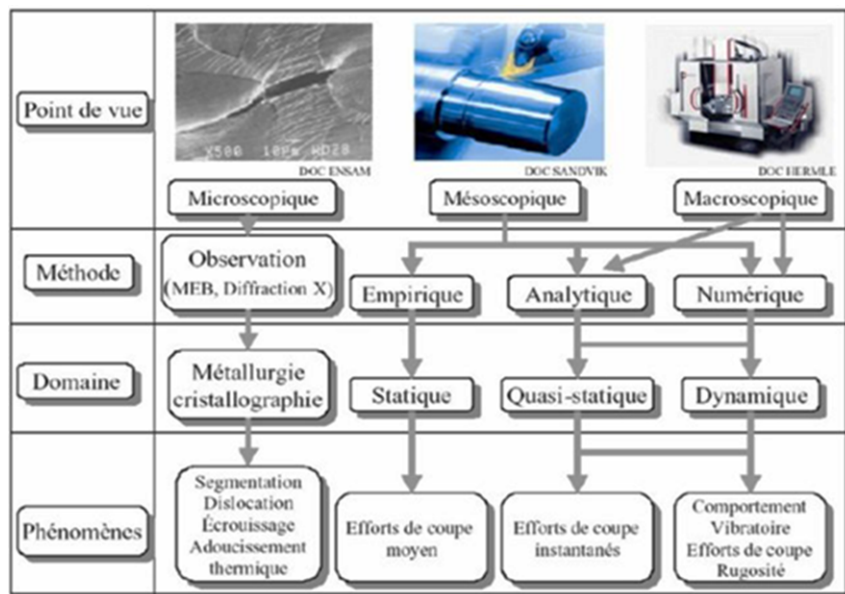


FIGURE 3.1 – Niveaux d'échelle dans l'étude de la coupe [23]

3.2.1 Échelles de travail des recherches sur la coupe

Échelle microscopique - interaction outil/matière

Cette échelle vise à une compréhension très fine des phénomènes physiques et chimiques de la coupe. Elle considère donc ce qui se produit au niveau des grains du matériau : on y étudie la déformation plastique, la microfissuration, la recristallisation et les interactions entre l'outil de coupe et le matériau à l'échelle atomique (voir par exemple [151], [44]). Ce niveau microscopique permet de comprendre les mécanismes de rupture du matériau et les relations entre la microstructure de ce matériau et ses propriétés mécaniques. Ainsi, ces recherches sur la coupe sont très éloignées de notre thématique et ne seront pas plus développées.

Échelle mésoscopique - interaction outil/pièce

Cette échelle se concentre sur les phénomènes de formation du copeau. La zone de cisaillement primaire (voir 3.2.2) y est étudiée, ainsi que la zone de cisaillement secondaire, là où le copeau se forme. L'analyse mésoscopique permet de comprendre les mécanismes de rupture du matériau, la formation des copeaux, les contraintes et déformations locales.

Échelle macroscopique - usinage global

Les paramètres de coupe tels que la vitesse de coupe, l'avance et la profondeur de passe sont définis à cette échelle pour assurer un usinage efficace et précis. C'est à ce niveau que les recommandations des paramètres de coupe proposés par les constructeurs d'outils sont établies. Cette échelle concerne aussi la géométrie globale de la pièce usinée, elle permet de déterminer la qualité de la surface usinée, la dimension des défauts de forme et la précision dimensionnelle de la pièce.

3.2.2 Modèle de Merchant

La modélisation de la coupe permet, à partir des conditions de coupe, du matériau usiné et des propriétés de l'outil, de prévoir la géométrie du copeau, les efforts de coupe et l'échauffement de la pièce et de l'outil.

Merchant [85] a initié le modèle d'étude de la coupe géométriquement le plus simple (car plan) nommée coupe orthogonale. Dans ce cas, l'arête de l'outil est perpendiculaire à la direction du mouvement relatif de l'outil par rapport à la pièce (figure 3.2).

Ce processus élémentaire de coupe est celui où un outil en forme de coin avec une arête rectiligne est forcé de se déplacer par rapport à la pièce usinée de façon à enlever une couche de matière sous forme de copeaux (figure 3.3).

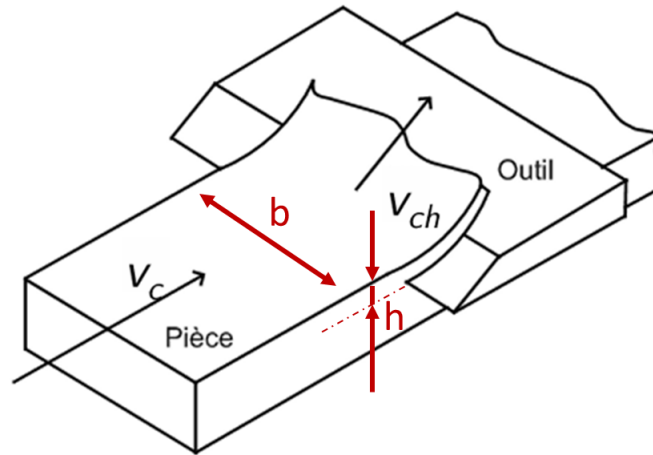


FIGURE 3.2 – Coupe orthogonale [37]

La formation du copeau s'effectue par un cisaillement du métal dans une zone de part et d'autre d'un plan faisant un angle φ avec la surface usinée nommé plan de cisaillement primaire (figure 3.3). La détermination de ce plan peut se faire expérimentalement en calculant le rapport entre l'épaisseur du copeau et la profondeur de coupe ($\frac{h}{h'}$ sur la figure 3.3).

3.2.3 Échelle mésoscopique

De nombreuses conférences et revues promeuvent les avancées scientifiques dans le domaine de l'usinage. Notamment le CIRP (Collège International pour la Recherche en Productique) qui organise des conférences internationales comme CMMO (Conference on Modelling of Machining Operations) produisant d'importantes notes de synthèse sur la modélisation des opérations d'usinage [131], [11].

Le but global des recherches est que l'échelle microscopique/mésoscopique puisse permettre des prévisions macroscopiques. Les progrès se réalisent dans quatre directions détaillées ci-dessous. La figure 3.7 illustre ce propos et montre les articulations entre les différents modèles et les variables d'observation des industriels.

Modélisation de la formation du copeau

La plupart des recherches se focalisent sur la prévision des variables physiques fondamentales. Avoir un modèle de formation du copeau assez universel et précis reste aujourd'hui un défi. Les techniques employées sont

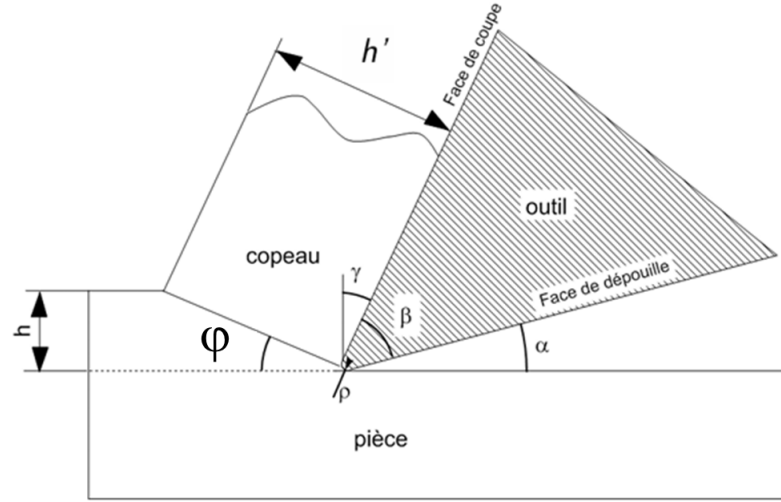


FIGURE 3.3 – Paramètres de description d’une coupe orthogonale [37]

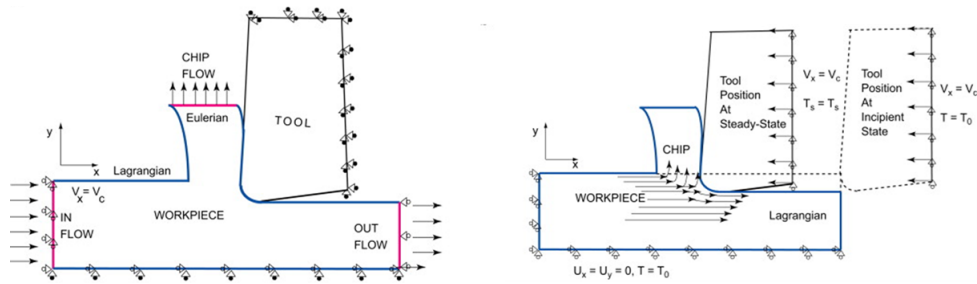


FIGURE 3.4 – Simulation EF d’une formulation avec conditions aux limites eulérienne et lagrangienne (gauche) et purement lagrangienne (droite) [9]

analytiques (modélisation de la déformation plastique du matériau par des lignes de glissement), numériques (méthodes EF avec formulation Lagrangienne et/ou Eulérienne notamment), empiriques (études statistiques sur un ensemble d’essais contrôlés) ou hybrides. La figure 3.4 illustre une approche EF. La table 3.1 synthétise les avantages et les inconvénients des différentes approches.

Identification des valeurs des paramètres du modèle

Les modèles prédictifs nécessitent d’établir la valeur de différentes constantes physiques comme les constantes d’élasticité, les coefficients de frottement, ... Déterminer ces constantes est un travail difficile et délicat car, en usinage, les déformations sont énormes (jusqu’à 700%), les vitesses de déformation

également (de l'ordre de $1 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$), les modifications de température aussi (600° s^{-1}), À titre d'exemple, le modèle empirique de Johnson-Cook (équation 3.1) est largement utilisé pour décrire la déformation plastique qui a lieu dans la zone de cisaillement primaire.

$$\sigma = (A + B \cdot \varepsilon^n) \cdot \left(1 + C \cdot \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) \cdot (1 - T^m) \quad (3.1)$$

Avec A , la limite d'élasticité à température ambiante (MPa) ; B , le coefficient d'écrouissage (MPa) ; n , exposant décrivant l'écrouissage ; C , le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation ; ε , la déformation plastique équivalente ; $\dot{\varepsilon}$, la vitesse de déformation plastique (s^{-1}) ; $\dot{\varepsilon}_0$, la vitesse de déformation de référence (s^{-1}) ; T , température normalisée variant de 0 à 1 ; m le coefficient de sensibilité thermique ; σ contrainte d'écoulement équivalente (MPa).

Cette contrainte d'écoulement tient compte de l'écrouissage dû à la déformation plastique, de sa sensibilité à la vitesse de déformation et des effets thermiques. Elle permet de calculer des valeurs plus précises de pressions spécifiques de coupe.

Prédiction de variables fondamentales

Une fois ces paramètres fixés, les modèles doivent être capables de prévoir les variables fondamentales (OUTPUT - Stage 1 sur la figure 3.7) comme l'usure de l'outil, les forces de coupe, les champs de température, la répartition de la chaleur, etc. La figure 3.5 illustre un champ de température simulé par EF pour la coupe d'un acier [10].

Développement de modèles prédictifs de performance

Le développement de ces modèles prédictifs de performances (OUTPUT - Stage I vers Stage II) doit permettre de prévoir la formation et l'évacuation du copeau, l'intégrité de surface, la microstructure après usinage, les bavures, le temps de vie des outils, les vibrations de la machine et les déformations de la pièce. Par exemple, la figure 3.6 montre une modélisation de l'usure de l'outil, liée à la prévision de son temps de vie. Pour que ces modèles de performance soient intégrés au processus de planification de fabrication d'une pièce, il est nécessaire de faire correspondre les variables liées au procédé qui viennent du monde académique (module d'élasticité, chaleur spécifique, ...) aux critères de performance qui sont utilisés par l'industrie (tolérances, intégrité de surface, stabilité vibratoire de la MO, ...).

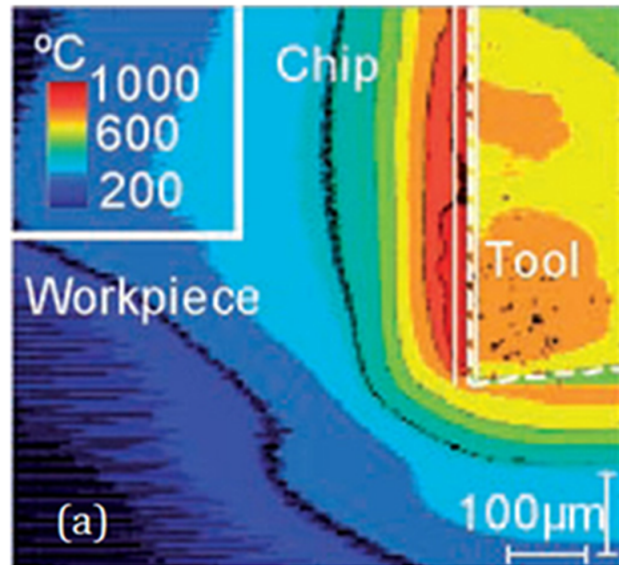


FIGURE 3.5 – Simulation EF du champ de température généré lors de l'usinage d'un acier [10]

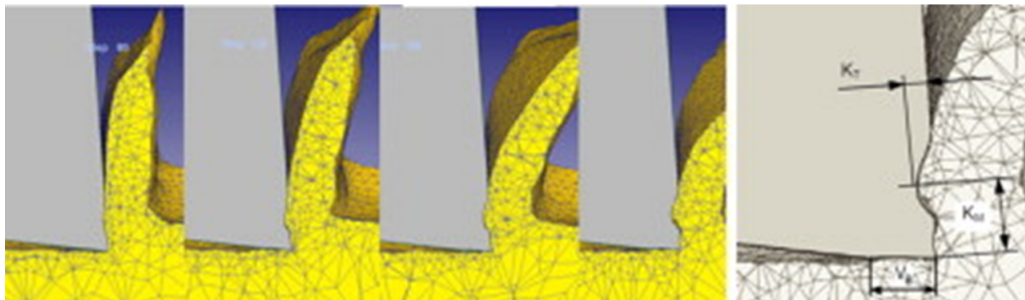


FIGURE 3.6 – Simulation EF de l'usure d'un outil [12]

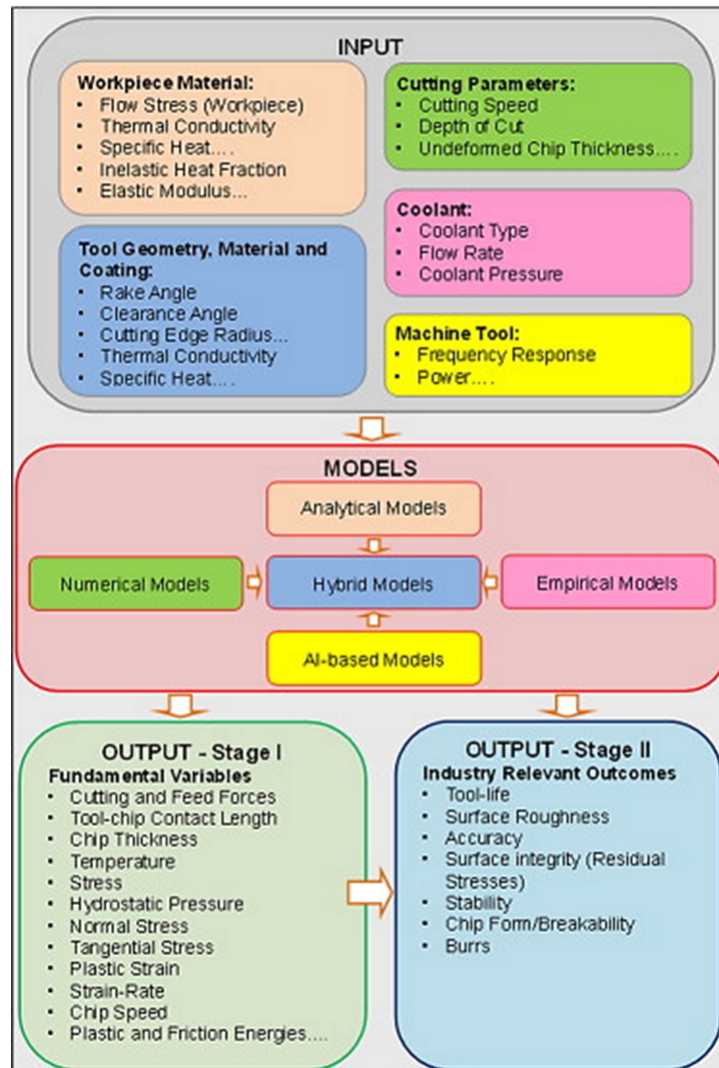


FIGURE 3.7 – Synthèse des approches en modélisation de l'usinage [11]

TABLE 3.1 – Capacités et limitations des méthodes de modélisations [11]

	Analytical	Numerical	Empirical	Hybrid
Principle	Slip-line theory or minimum energy principle	Continuum mechanics using FEM, FDM & meshless FEM	Curve fitting of experimental data	Combines the strengths of other approaches
Capabilities	Predicts cutting forces, chip geometry, tool-chip contact length, average stresses, strains, strain-rates and temperatures	Predicts forces, chip geometry, stresses, strain, strain-rates and temperatures	Applicable to most machining operations for measurable process variables only	Provides meta-models for a family of models to be integrated
Limitations	Usually limited to 2-D analysis with single and multiple cutting edge, but some 3-D models exist	Material model, friction as input, computational limitations: e.g., meshing	Valid only for the range of experimentation	Limited to the strength of the base model: i.e., analytical, numerical, empirical, etc.
Advantages	Ability to develop fast practical tools	Opportunities to connect to industry-relevant parameters	Practical, fast and direct estimation of industry-relevant parameters	Improves the capabilities and accuracies of the base models
Disadvantages	Unique to each machining problem	Long computation time	Extensive experimentation, time-consuming and costly	Need for extensive data from experiments and/or simulations

3.2.4 Échelle macroscopique

Sont étudiées à cette échelle :

- Les vibrations induites par la coupe, par exemple [104], [81], [148], [135], [59], [42] ;
- L'évacuation des copeaux et son impact sur la qualité de la surface usinée, par exemple [22] ;
- Les contraintes résiduelles dues à la coupe [21] ;
- La modélisation des forces de coupe en fonction des conditions de coupe, par exemple [133] ;

Dans les hypothèses les plus simples, les efforts de coupe sont modélisés de manière purement mécaniste, c'est-à-dire sans prendre en compte les effets thermiques. Le comportement mécanique est considéré sans élasticité, avec une plasticité sans écrouissage, et caractérisé par la seule donnée de contrainte maximale de cisaillement admissible [38]. Dans ce cas, il y a une proportionnalité entre l'effort local et la section du copeau S_{cop} . Dans une modélisation macroscopique d'une coupe réelle, l'outil est discrétisé par un plan orthogonal à son axe et un modèle physique est attaché localement. L'effort global est calculé en sommant les efforts élémentaires [6].

Sans concerner de manière pure le phénomène de coupe, c'est aussi à ce stade que sont étudiées :

- La création et l'optimisation des trajectoires, par exemple [101] ;
- L'influence des paramètres comme le choix d'une fraise sur la productivité, par exemple [137] ;
- L'évaluation économique d'une stratégie d'usinage, par exemple [65].

Des optimisations plus globales sont également menées, par exemple [153], qui prend en compte le temps d'usinage, les efforts de coupe, le taux d'enlèvement de matière et la précision dimensionnelle dans l'usinage d'ébauche d'un laiton (*CuZn38As*), sur 3 géométries de trajectoire.

Il faut aussi citer des études visant à augmenter la qualité des pièces produites par une quantification des déformations de la machine-outil elle-même

et sur les erreurs de trajectoire dues au contrôleur numérique, par exemple [128] et [116].

3.3 Amélioration des trajectoires classiques

D'un point de vue cinématique, pour diminuer le temps d'usinage, deux choses sont importantes :

- Diminuer la longueur des trajets dans la matière et hors matière.
- Fluidifier la trajectoire, c'est-à-dire permettre à la vitesse d'avance de la fraise d'être, à chaque instant, la plus proche possible de la vitesse d'avance programmée.

La réduction de longueur de la trajectoire est hors des considérations de ce travail mais est décrite dans les sections qui suivent (3.3.1 et 3.3.2).

Comme décrit plus longuement en 3.5, pour fluidifier la trajectoire, il faut éviter les arrêts et redémarrages de la fraise, les angles vifs, ... il est impératif que la trajectoire commandée respecte les capacités d'accélération de la machine (i.e. sa dynamique). Les méthodes classiques (Zig-Zag et Contour Parallel) ne respectent pas ces conditions. Il faut alors modifier localement la trajectoire de manière à en augmenter le niveau de continuité (C^1 ou C^2).

3.3.1 Amélioration des trajectoires Zig-Zag

Comme évoqué plus haut, une trajectoire Zig-Zag est facile à programmer et peut être efficace d'un point de vue cinématique, pour autant que la cavité soit de géométrie simple. L'orientation principale de la trajectoire Zig-Zag peut avoir un impact lourd sur la longueur de celle-ci et sur le nombre de retraits de la fraise. La littérature concernant l'évidement de cavités 2.5D en trajectoire Zig-Zag s'est donc naturellement d'abord attachée à :

- rechercher une orientation idéale / optimale de la direction principale d'usinage,
- rechercher des trajectoires pour des cavités de géométrie de plus en plus complexes : bords irréguliers et/ou îlots,
- optimiser le choix et le nombre d'outils.

Ainsi, Held [48] a mis au point un logiciel (ZigPocket) permettant d'automatiser la recherche d'une trajectoire en Zig-Zag. Ce logiciel garantit un usinage complet de la cavité et un respect de ses bords. Il calcule aussi une direction d'usinage réduisant le nombre de retraits d'outil (sans garantir un minimum) et fixe une plage de diamètre de fraise permettant un usinage correct de la cavité. Il fait remarquer qu'il est envisageable de ne pas relever la fraise pour aller usiner une zone voisine mais qu'il est possible d'aller rejoindre cette zone en passant au travers de zones déjà usinées (figure 3.8).

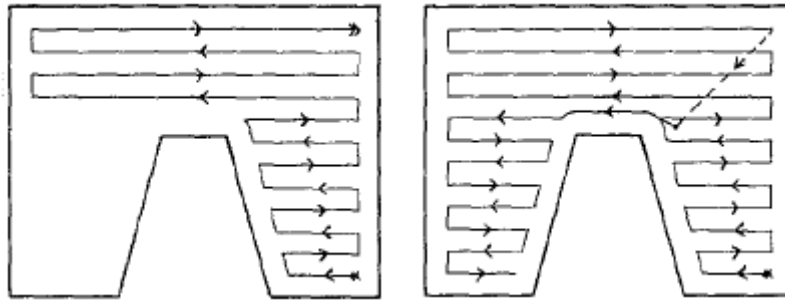


FIGURE 3.8 – Allongement de trajectoire pour éviter les préforages [48].

Tang [124], quant à lui, envisage un algorithme minimisant les retraits de l'outil pour des cavités avec un îlot. Ramaswami [102] propose une méthode multi-outils minimisant (par différents essais) le temps d'usinage pour des cavités polygonales non convexes, avec ou sans îlots, en ébauche et finition. Kim [70, 71] modifie localement la trajectoire Zig-Zag de manière à maintenir les efforts de coupe les plus constants possibles, ce qui permet de réduire les vibrations.

Notons que toutes les optimisations se font sur une minimisation de la longueur de la trajectoire ou sur un temps d'usinage estimé simplement comme $t = \frac{L}{V_f}$ avec $V_f = \text{constante}$. Il n'y a donc jamais une réelle prise en compte de la dynamique de la machine. La prise en compte de la dynamique machine sur les trajectoires classiques a notamment été réalisée par Bouard [19], Pateloup [98] ou Choy [28] grâce à une adaptation locale du trajet de la fraise. Elle est détaillée au paragraphe 3.3.3.

3.3.2 Amélioration des trajectoires Contour Parallel

Pour mettre en œuvre cette méthode, il est indispensable de trouver les différents parcours fermés que va parcourir la fraise. Ils sont appelés "courbes offset" et correspondent à un décalage de la courbe matérialisant une des frontières de la cavité. Ce décalage est au maximum égal au diamètre de la fraise corrigé de son engagement. La difficulté de cette approche réside surtout dans la recherche de ces courbes offset et les travaux académiques se sont naturellement penchés dessus. Même si, à ce jour, cette recherche semble bien gérée par les logiciels de FAO, trois approches sont détaillées ci-dessous.

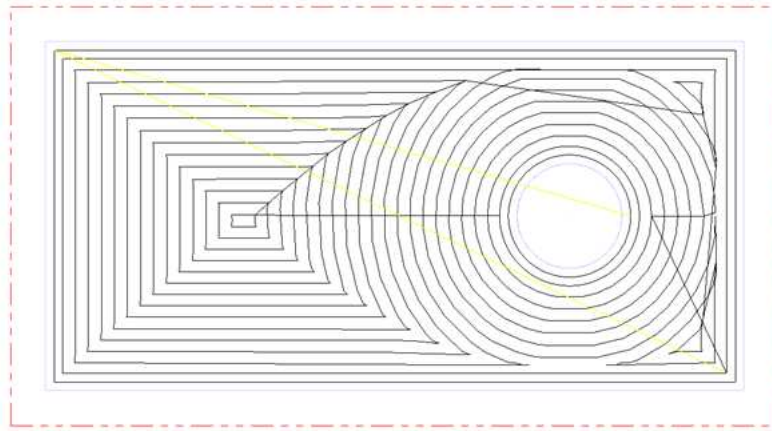


FIGURE 3.9 – Recherche des courbes offset en présence d'un îlot

Elles permettront d'éclairer de nouvelles méthodes de génération de trajectoires (3.4.2).

- Pixel Based [25],
- Pair Wise [24],
- Diagrammes de Voronoï [46].

Notons que la recherche de ces contours se fait toujours de l'extérieur vers l'intérieur pour la périphérie de la cavité et de l'intérieur vers l'extérieur pour les contours d'îlots. La figure 3.9 illustre ce propos. Une fois ces courbes offset calculées, elles sont reliées par des petits segments pour créer une trajectoire continue dans chaque plan d'usinage ($Z = \text{constante}$) de la cavité [92], [93].

Les trois sections qui suivent résument les méthodes de calcul classiques des courbes offset.

Pixel Based

Elle consiste à décomposer l'intérieur de la surface délimitée par le bord de la poche en pixels et à réaliser une simulation d'usinage. Les pixels sur lesquels passera la fraise seront alors éteints. La nouvelle courbe offset sera la frontière entre les pixels allumés et éteints. Le principal avantage de cette méthode est qu'elle fonctionne quelle que soit la forme de la courbe frontière, sa précision n'étant liée qu'au degré de pixelisation retenu (figure 3.10 issue de [25]).

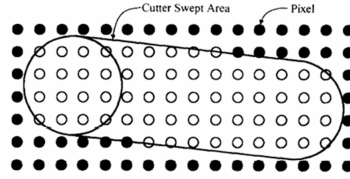


FIGURE 3.10 – Courbe Offset - Pixel Based Approach [25]

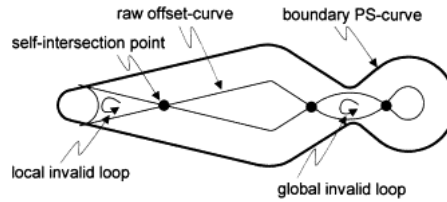


FIGURE 3.11 – Courbes Offset - Paire Wise [24]

Pair Wise

Elle se déroule en différentes étapes, après avoir fixé la distance d'offset :

- calculer chaque segment offset de chaque segment de la courbe définissant le bord de la poche,
- relier ces segments si des discontinuités naissent,
- rechercher les points d'auto-intersection de la courbe offset afin de supprimer les boucles qui apparaissent.

Cette méthode nécessite de discrétiser la courbe frontière afin de la décomposer en segments (Figure 3.11 issue de [24]).

Diagrammes de Voronoï

L'idée de base revient à Persson [99]. Elle a, ensuite, été adaptée par Held et al. durant les années 1990 et 2000 [47, 50, 90, 119]. La figure 3.12 illustre la procédure de construction. Ici, contrairement à Pair Wise, la distance offset ne doit pas être connue pour construire le diagramme de Voronoï. Considérons un segment du contour dont on recherche son segment offset. L'une des deux extrémités de ce segment offset se situe à l'intersection entre la droite supportant ce segment et la bissectrice de l'angle formé par le segment du contour et son segment voisin. L'autre extrémité du segment offset est obtenue de la même manière. Si les éléments du contour sont des lignes ou des arcs de cercles, la bissectrice sera appelée "bissecteur" et sa forme générale sera une conique [99]. Le lieu géométrique formé par les extrémités des segments offset s'appelle le squelette de Voronoï du contour. Les courbes composant le squelette de Voronoï sont appelées "axes médians" d'une cavité (medial axis).

Lorsque sont ajoutés les segments perpendiculaires au contour pour les sommets entrants, on parle de "diagramme de Voronoï" [69] (figure 3.13).

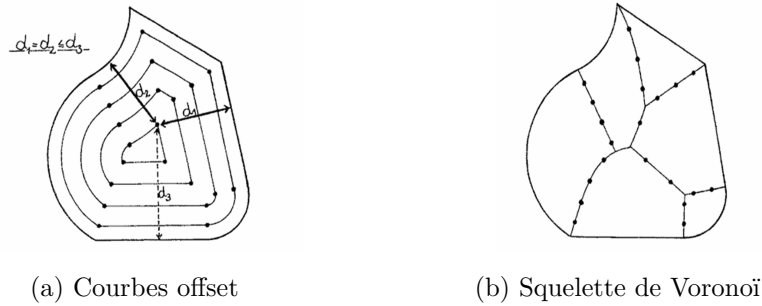


FIGURE 3.12 – Méthode de Voronoï

Les trois techniques détaillées ci-dessus permettent un calcul correct des courbes offset. Mais la longueur d'une trajectoire Contour Parallel n'est pas liée à l'orientation de la cavité comme dans un Zig-Zag. La seule manière de raccourcir cette trajectoire est d'en modifier la profondeur de passe, ce qui augmente le risque de zones non usinées. Comme pour les trajectoires Zig-Zag, des recherches ont été menées [94] pour éviter tous les retraits de l'outil, indépendamment de la géométrie de la cavité; éviter certaines zones non usinées à l'intérieur de la cavité [83], déterminer les goulots qui apparaissent dans des cavités avec bords complexes et îlots [73]; Vosniakos [134] propose, pour des cavités convexes sans îlot, une méthode hybride "Contour Parallel / Zig-Zag" multi-outils. La partie Contour Parallel a pour but de dégager suffisamment les bords et d'ainsi permettre un Zig-Zag efficace. La direction du Zig-Zag est déterminée, par incrémentation de l'angle d'inclinaison, de manière à avoir une trajectoire de longueur minimale. Ce travail a été cité quelques fois mais n'a pas donné lieu à des suites liées à la génération de trajectoires hybrides ou à de l'optimisation "multitrajectoires".

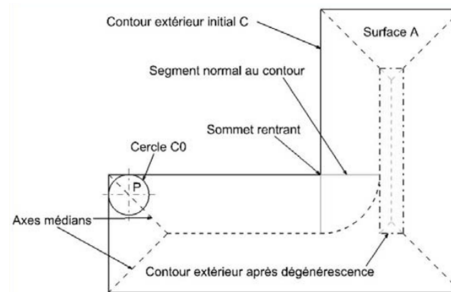


FIGURE 3.13 – Diagramme de Voronoï [97].

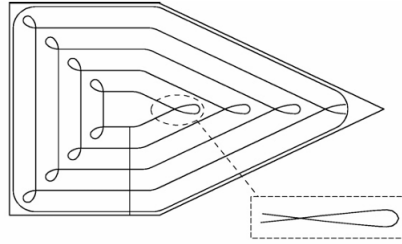


FIGURE 3.14 – Augmentation du degré de continuité d’une courbe offset grâce à des boucles ajoutées dans les angles [152]

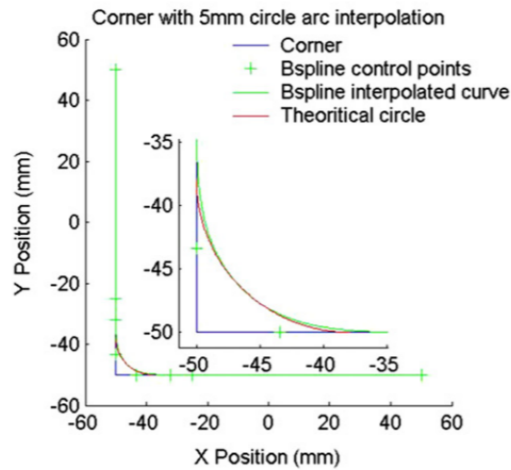


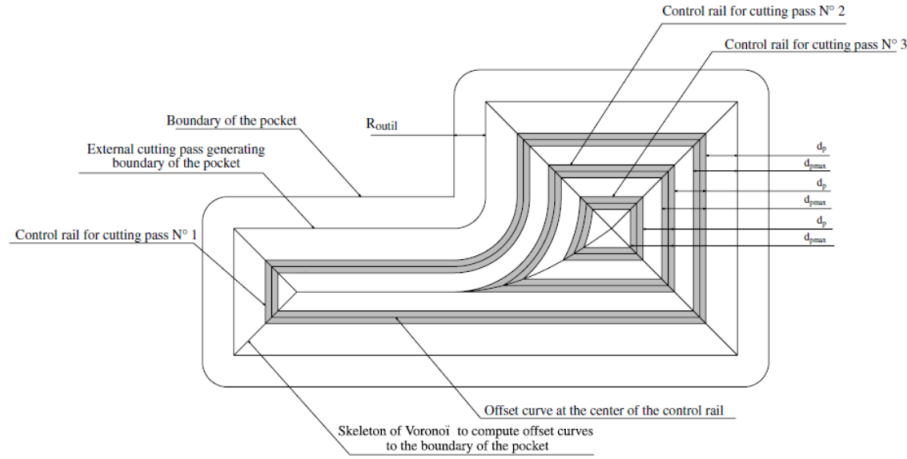
FIGURE 3.15 – Arrondissement des angles en CP par des B-Splines [98]

3.3.3 Lissage des trajectoires classiques

Une fois les courbes offset correctement déterminées (c’est-à-dire pour un diamètre de fraise donné), la seule optimisation possible de la trajectoire est une augmentation de son degré de continuité.

Choy [28] et Zhao [152] réalisent différents types de petites boucles pour passer les angles qui apparaissent sur la trajectoire, ce qui assure une continuité de la vitesse, voire de la courbure.

Pateloup [96] propose de modifier le rayon de courbure d’une trajectoire dans les coins afin de ne pas faire chuter la vitesse d’avance lors de son passage (figure 3.15). Il montre dans [98] que le temps d’usinage diminue lorsque les arcs de cercles et les segments droits d’une trajectoire sont approximés par un ensemble de B-Splines, même si ceci nécessite un contrôleur numérique qui accepte ce format.

FIGURE 3.16 – Approche de Bouard *et al.* par "control rail" [19]

Wang [136] propose d'adapter les trajectoires de manière itérative en vue de minimiser une fonction coût prenant en compte l'engagement de la fraise qui doit être le plus constant possible et la courbure qui doit être petite.

Banerjee [13], dans un processus de finition, optimise conjointement la trajectoire et les paramètres d'usinage, lors du passage d'un coin, de manière à respecter des efforts de coupe.

Bouard [19] parvient à recréer les courbes offset d'une trajectoire Contour Parallel (ou une autre trajectoire) en les obligeant à rester proches de leur position initiale ("Control Rail") mais en minimisant le carré de leur courbure moyenne. Ce choix est posé car cette grandeur est fortement corrélée au temps d'usinage. La nouvelle trajectoire est exprimée sous forme de B-Splines cubiques (cf. figure 3.16). Notons que ces techniques procèdent par optimisations dans lesquelles le section de copeau est évaluée, ce qui contrôle les efforts de coupe et donc la puissance consommée par la broche.

Globalement, l'intérêt de ces techniques réside dans le fait que la longueur totale de la trajectoire n'est que peu modifiée par les actions de lissage tout en permettant à la vitesse instantanée d'être proche de la vitesse de consigne.

3.4 Génération de nouvelles trajectoires

Certains auteurs, cités dans ces sections, ont repris le problème à la base. À savoir : ne pas générer une trajectoire classique et l'optimiser localement, mais inventer une trajectoire naturellement fluide qui ressemblera donc à

une spirale. Cette trajectoire devra être continue en tangence et en courbure et possédera, autant que possible, une courbure locale faible.

- La continuité en tangence permet de ne pas avoir de "saut" du vecteur vitesse et de ne pas nécessiter d'accélération et de force infinie, que la MOCN est, incapable de fournir.
- La continuité en courbure permet un changement d'accélération au cours du temps (appelé jerk) fini. Des travaux comme [16] ont montré que les CN limitent les accélérations mais aussi le jerk. Des trajectoires à jerk limité offriront donc des temps de parcours moindres car CN n'imposera pas de ralentissement de la fraise pour traverser la discontinuité.
- La courbure locale faible offre à la MO la possibilité de créer de l'accélération linéaire et non de l'accélération centripète et donc de retrouver plus rapidement la vitesse d'avance demandée.

Les avantages cinématiques des trajectoires curvilinéaires, souvent nommées "spirales curvilinéaires" ou même "spirales", sont donc les suivants :

- la fraise ne doit ni s'arrêter, ni redémarrer durant l'usinage,
- la vitesse d'avance de la fraise pourra rester proche de la vitesse de consigne tout au long de la trajectoire,
- l'usinage peut toujours être réalisé "en avalant" et toujours, de l'intérieur vers l'extérieur.

Grâce à ses caractéristiques intrinsèques, une telle trajectoire peut mener à une réduction des efforts et des vibrations de la machine-outil, mais aussi à une réduction, pour certaines géométries de cavités, du temps d'usinage par rapport aux méthodes classiques. La littérature concernant la génération de ces trajectoires curvilinéaires peut être classée en deux catégories. Elles seront appelées :

- approches différentielles
- approches géométriques.

3.4.1 Approches différentielles

Le but est de créer des courbes fermées, sans intersection entre elles, à l'intérieur de la cavité. Ces courbes sont obtenues par la résolution d'une équation aux dérivées partielles. Après avoir sélectionné certaines de ces courbes, chaque tour de la spirale est créé par interpolation entre deux courbes successives.

Equation de Poisson - Méthode de Bieterman

Bieterman et Sandström [17, 18] , dès 2001, résolvent l'équation de Poisson (équation 3.2) sur un plan de la cavité. Le laplacien présent dans l'équation assure des courbes solutions qui sont sans angle vif, avec des rayons

de courbure grands et ne prenant la forme de la cavité que progressivement, en approchant sa périphérie. Cette approche offre une trajectoire fluide sur une grande partie de sa longueur. Par contre, l'engagement de l'outil variera de manière importante (voir 4.21).

$$-\Delta u(x, y) = 1 \quad , \quad \partial\Omega = 0 \quad (3.2)$$

Banerjee [14] reprend cette proposition et, moyennant une erreur de corde acceptée, transforme la suite de points de la spirale en une succession de segments et d'arcs de cercles de manière à la rendre C^1 et compatible avec l'interpolation linéaire d'une CN classique. Son travail est expliqué en 3.7.4. Dharmendra [30] met en place cette méthode et montre la croissance drastique de la longueur de la trajectoire sur une ellipse d'aire constante mais de demi-grand axe qui augmente mais ne va pas plus loin.

Comme l'approche de Bieterman constitue le point de départ de cette thèse, elle est détaillée en 3.6.

Level set propagation

Xiong [143] propose de construire une spirale curvilinéaire en générant les courbes de structure à partir d'un modèle de propagation du bord de la cavité ("level set propagation", équation 3.3). Cette méthode est utilisée pour des cavités sans îlot et avec un seul îlot de forme complexe. Les auteurs proposent une méthode mixte qui utilise les axes médians (voir 3.4.2) lorsque des goulots sont présents (zones des doigts d'une cavité extrudée en forme de main). La méthode impose des reprises d'usinage sur la cavité à un îlot proposée (figure 3.18).

$$\frac{\partial\phi(x, y, t)}{\partial t} = V_n(x, y) \cdot \|\vec{\nabla}\phi(x, y, t)\| \quad (3.3)$$

Avec $\phi(x, y, t)$, l'équation implicite de la surface; $\phi(x, y, 0)$, le bord de la cavité, $V_n(x, y)$, la valeur de la vitesse de propagation normale au profil propagé.

3.4.2 Approches géométriques

Mapping

L'idée n'est pas de construire une spirale sur une partie du plan délimitée par un contour fermé mais d'abord de déformer (= mapping) cette partition du plan pour en faire un disque. Ensuite, de générer une spirale sur le disque et, enfin, d'appliquer la déformation inverse. La figure 3.19 illustre cette procédure de travail. Le nœud de cette méthode est le mapping lui-même, mais ce travail est souvent réalisé en infographie et bien documenté. J. Xu [145] utilise cette méthode sur une cavité 2.5D sans îlot et sur une cavité

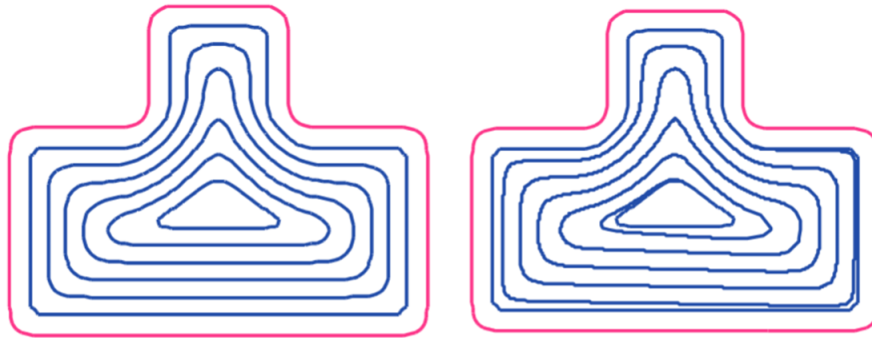


FIGURE 3.17 – Trajectoire curvilinéaire proposée par Xiong [143] - Courbes de structure (gauche) et spirale (droite)

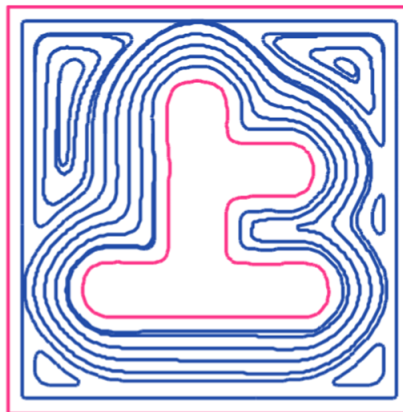


FIGURE 3.18 – Trajectoire curvilinéaire pour une cavité avec îlot proposée par Xiong [143]

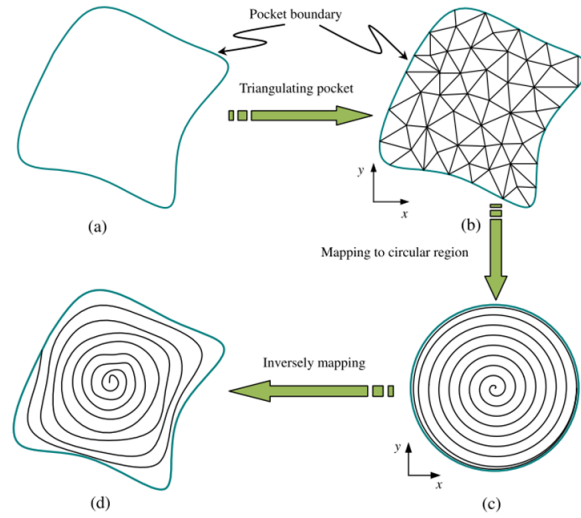


FIGURE 3.19 – Schéma de construction d'une spirale par mapping [145]

avec un goulot (figure 3.20). Il partitionne aussi manuellement cette cavité. Sun [122] réalise un mapping sur une surface non plane.

Pour effectuer le mapping, un maillage de la surface est à réaliser (par exemple, une méthode de triangulation de Delaunay). Le mapping proprement dit est envisagé comme une déformation des différents triangles qui minimise l'énergie potentielle élastique du disque. Cette méthode peut mener à des spirales laissant des zones non usinées. En effet, le mapping inverse peut augmenter de manière très importante la distance radiale entre deux tours de la spirale. Il est à noter que, vu la discrétisation créée par le maillage, le mapping ne respectera pas le niveau de continuité de la courbe initiale.

Morphing

Romero-Carillo [106] construit une spirale C^2 par déformation linéaire d'une spirale d'Archimède.

Deux courbes sont modélisées par une B-spline. La première correspond au bord offset de la cavité et la seconde, placée au "centre" de la cavité, est (approximativement) un cercle. Un nombre de tours de spirale est ensuite défini et une interpolation linéaire radiale est faite pour chaque tour de spirale.

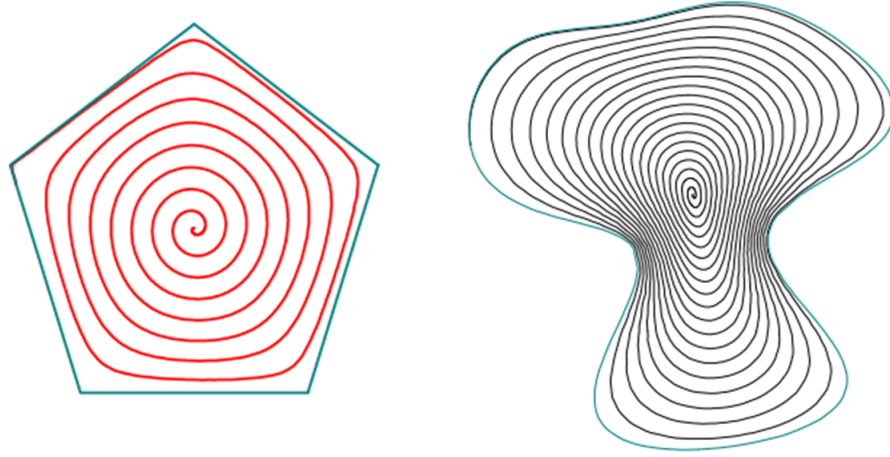


FIGURE 3.20 – Spirales curvilinéaires obtenues par mapping [145]

Cette méthode possède l'avantage de maintenir l'engagement de l'outil constant mais n'est opérationnelle, ni pour des cavités non convexes, ni pour des cavités avec îlot(s). La figure 3.21 illustre la trajectoire proposée. Notons que certains positionnements ou certaines formes de la courbe interne peuvent mener à une spirale avec des "auto-intersections". Cette méthode est donc clairement réservée à des cavités convexes aux contours réguliers et sans îlot.

Méthodes des axes médians

Ces méthodes sont basées sur le diagramme de Voronoï des cavités. Held [52, 53] construit une trajectoire spirale continue en tangence (i.e. C^1), sans auto intersection, dont le point de départ est choisi par l'utilisateur et dont la profondeur de passe maximale est fixée (voir figure 3.22). Il la réalise à partir d'un algorithme élégant mais complexe dans la gestion de tous les cas particuliers qui se présentent : une impulsion se propage le long des axes médians du diagramme de Voronoï de la cavité à partir d'un point fixé arbitrairement. Lorsqu'elle arrive en un point, ce dernier devient le centre d'un disque qui se met à grandir (front d'ondes). L'enveloppe de ces disques, à un moment τ donné, constitue un morceau de spirale. Un choix judicieux des τ permet à Held de constituer une spirale complète, composée de segments. Un travail est ensuite mené pour la rendre de classe C^1 . Dans [51], il rend sa méthode plus fiable, la simplifie, la rend fonctionnelle sur des cavités avec îlots et approche la trajectoire par des B-splines cubiques (donc C^2). Huang [57] augmente la profondeur de passe radiale moyenne et réduit ainsi la

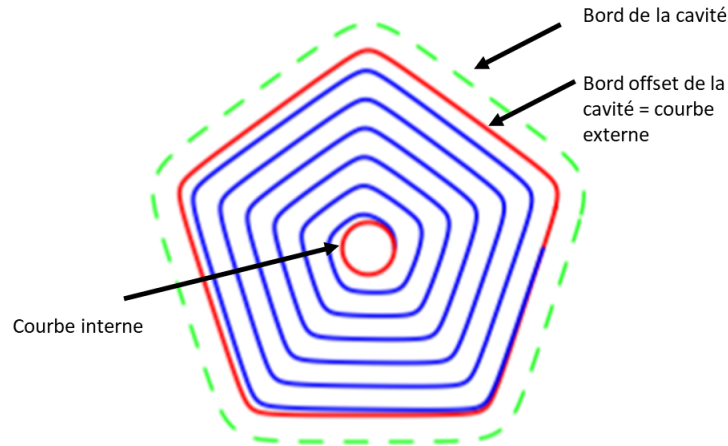


FIGURE 3.21 – Spirale construite par Morphing [105]

longueur de la spirale, ce qui accroît l'efficacité générale de l'usinage. Le lien est ici fait entre fluidité et longueur de trajectoire. Abrahamsen [2] améliore encore l'algorithme de construction de Held et permet à la spirale de mieux changer de forme entre l'îlot et le bord de la cavité. K. Xu [146] solutionne les singularités qui apparaissent dans la construction du diagramme de Voronoï d'une cavité. En 2020, Huang [58], retravaille sa méthode (via un morphing) pour réduire la courbure le long de la trajectoire.

3.4.3 Synthèse

Le tableau 3.2 liste les méthodes de génération de trajectoires, leurs possibilités et limitations.

À ce stade, la méthode de Bieterman semble intéressante car :

- Elle est basée sur la résolution d'une PDE qui est gérée par de nombreux logiciels communs dans les entreprises et à l'UMONS (Solidworks, Abaqus, Matlab).
- Elle n'est pas liée à la complexité du bord car l'approche est purement numérique et pas géométrique, comme la méthode des axes médians. Notons que si la cavité est non globalement convexe, des problèmes peuvent se poser (3.6.5).
- Elle propose une trajectoire naturellement et macroscopiquement fluide, contrairement aux trajectoires classiques.
- Elle n'a jamais été développée pour générer des trajectoires spirales sur des cavités avec un ou plusieurs îlots.

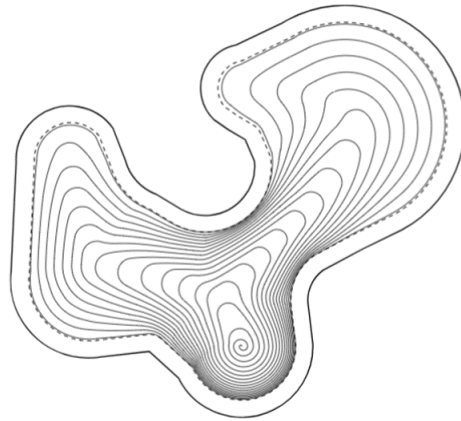


FIGURE 3.22 – Exemple de trajectoire curvilinéaire proposée par Held [52]

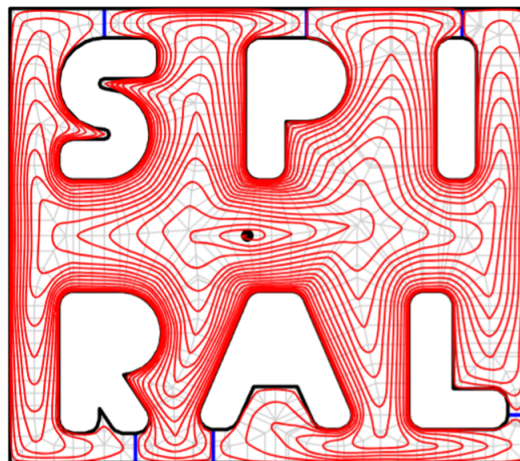


FIGURE 3.23 – Exemple de trajectoire curvilinéaire proposée par Held [53]

TABLE 3.2 – Synthèse sur l'état de l'art en génération de trajectoires d'évidement de cavités 2.5D

	Approches				
	Différentielles		Géométriques		
	Biet	Xiong	Map	Morph	MedAx
Mise en oeuvre	+	+	+	+	++
Bord	C	C	C	P	C
Convexité	Glob	Non	Glob	Conv	Non
Ilots	0	1	0	0	> 1
Continuité	C^0/C^2	C^0	C^0/C^2	C^2	C^2

Légende

+ = faisable, ++ = difficile ;

C = complexe, P= polygonal ;

Glob = globalement convexe, Non = non convexe

3.5 Lissage et fluidité

Les modes d'interpolation $G01$, $G02$ et $G03$ ont pour impacts principaux une augmentation du temps d'usinage et une dégradation de l'état de surface de la pièce fraisée. Le lissage de la trajectoire entend agir sur ces problématiques. Il a pour but général d'atténuer ou de faire disparaître les angles qui existent entre différents segments interpolés par la CN. Une trajectoire lissée est qualifiée de plus fluide.

La notion de fluidité est présente dans toutes les tentatives d'amélioration des trajectoires classiques (voir 3.3.1 et 3.3.2), comme dans les nouvelles méthodes de génération de spirales. Il n'y a pas de quantification clairement établie de la fluidité. Elle se traduit géométriquement par des trajectoires de fraise qui ont un degré de continuité élevé.

- La continuité C^1 garantit une continuité en tangence, donc un vecteur vitesse qui évolue de manière continue en direction et sens,
- la continuité C^2 garantit une continuité de la courbure, donc une direction du vecteur accélération centripète qui évolue de manière continue.

Certains auteurs, comme Pateloup [98] et Bouard [19], utilisent cependant la moyenne du carré de la courbure dans une fonction objectif d'optimisation et la minimise. La fluidité signifie donc que la trajectoire ne nécessite pas de saut du vecteur vitesse ou du vecteur accélération pour être parcourue. Ces sauts sont impossibles à tenir pour une MOCN, qui doit imposer un

ralentissement de la vitesse d'avance de la fraise pour rester dans les limites technologiques de cette dernière. Une trajectoire d'apparence globale fluide (i.e. macroscopiquement) sera douce dans ses changements de direction.

Il faudra être attentif également à ce qui se produit à un niveau local (i.e. microscopiquement) de cette dernière. En effet, au sens strict, en mode d'interpolation linéaire, les segments ne sont pas raccordés en tangence, la continuité est donc C^0 .

On comprend également qu'un arrêt local de la fraise, quelle que soit la géométrie, n'est pas favorable à un parcours rapide d'une trajectoire. En effet, il faut une distance et donc un temps pour que la fraise puisse réacquies sa vitesse d'avance programmée. Ceci est d'autant plus marqué pour des vitesses d'avance élevées et des machines possédant des capacités d'accélération faibles (dites peu dynamiques). La trajectoire lissée doit répondre aux attentes suivantes [33] :

- reproduire (assez) fidèlement la trajectoire d'outil souhaitée,
- présenter des profils cinématiques lisses,
- éviter l'excitation des modes propres de la structure mécanique.

La littérature scientifique propose, soit un travail de lissage sur la globalité de la trajectoire, soit d'agir localement sur les angles entre segments. La figure 3.24 propose une vue globale des méthodes résumées ci-dessous.

3.5.1 Lissage global

Dans ce cas, l'ensemble des points de la trajectoire est relié par une courbe unique (ou un ensemble de courbes raccordées). Ce lissage est à favoriser si la trajectoire possède de nombreux petits segments, ce qui est le cas des spirales de Bieterman qui seront construites. Ce lissage est mené soit géométriquement, soit en termes cinématiques.

Dans le premier cas, l'idée est d'approximer la totalité de la trajectoire et les choix à poser sont l'erreur de trajectoire autorisée et le type de courbes utilisées (B-Splines, NURBS, ...). C'est dans ce cadre que des travaux sont menés dans la génération de nouveaux formats de trajectoires par les FAO et la lecture de ces derniers par la CN. Parfois, la trajectoire issue d'un logiciel de FAO est recalculée en temps réel et le niveau d'action est la CN elle-même. Il faut rappeler que toute interpolation de type spline nécessite une CN qui accepte ce format et que celles-ci sont encore peu présentes dans l'industrie.

Le travail cinématique, quant à lui, ne va pas arrondir directement l'angle mais va adoucir les profils de vitesse des axes, ce qui se traduira par une erreur de suivi de la trajectoire (figure 3.25).

3.5.2 Lissage local

Dans ce cas, ce sont les coins uniquement qui sont approximés. Là encore, il y a une approche géométrique et une cinématique. Géométriquement, le but n'est pas seulement d'augmenter le niveau de continuité de la transition mais aussi de maîtriser finement l'erreur de trajectoire. Un type de courbe de transition est choisi pour franchir la discontinuité en maîtrisant l'erreur et ensuite un profil de vitesse est calculé. C'est dans ce contexte que des transitions d'angle avec courbes asymétriques apparaissent (les courbes ne sont plus symétriques par rapport à la bissectrice de l'angle). La plupart des travaux proposent des transitions d'angle avec des courbes qui passent par l'intérieur (arrondi inscrit - figure 3.26). Des propositions sont initiées avec passage par l'extérieur de l'angle ou arrondi circonscrit (figure 3.27).

Cinématiquement, le travail est mené dans l'autre sens : un profil de vitesse est calculé de manière à maintenir une erreur de trajectoire sous un certain seuil. Ici aussi, des profils de vitesse asymétriques sont envisagés.

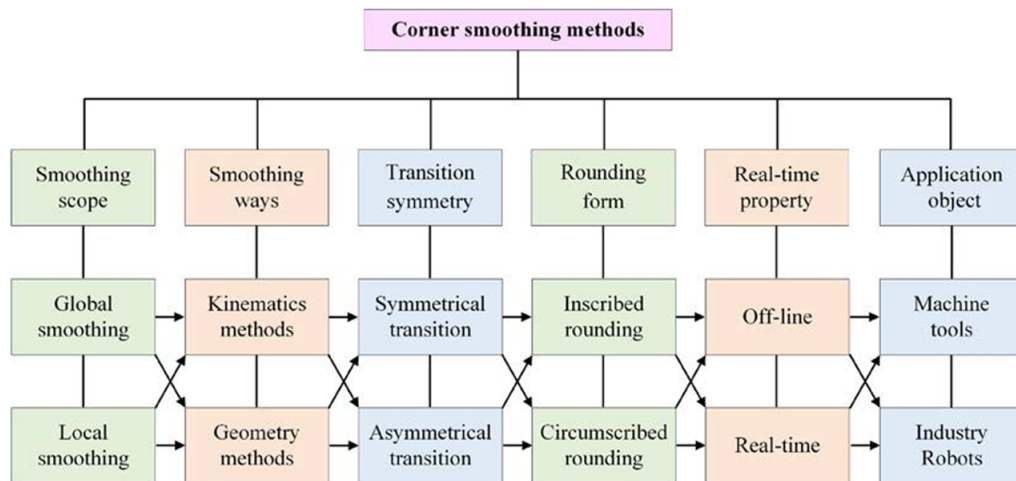


FIGURE 3.24 – Synthèse relative aux processus de lissage de trajectoires [147]

Le point 3.3.3 montre comment ces méthodes sont intégrées pour lisser des trajectoires classiques. Comme les développements menés ici se concentrent sur un aspect macroscopique, que les trajectoires en spirale sont constituées de nombreux petits segments, le choix est posé de réaliser un lissage global. Les courbes choisies seront des splines quartiques qui assureront un niveau de continuité C^2 entre deux jonctions.

Les recherches bibliographiques font souvent état de la fluidité via des niveaux de continuité mais ne proposent pas de quantification de cette notion. Parfois, lorsque des trajectoires sont arrondies localement, des comparaisons

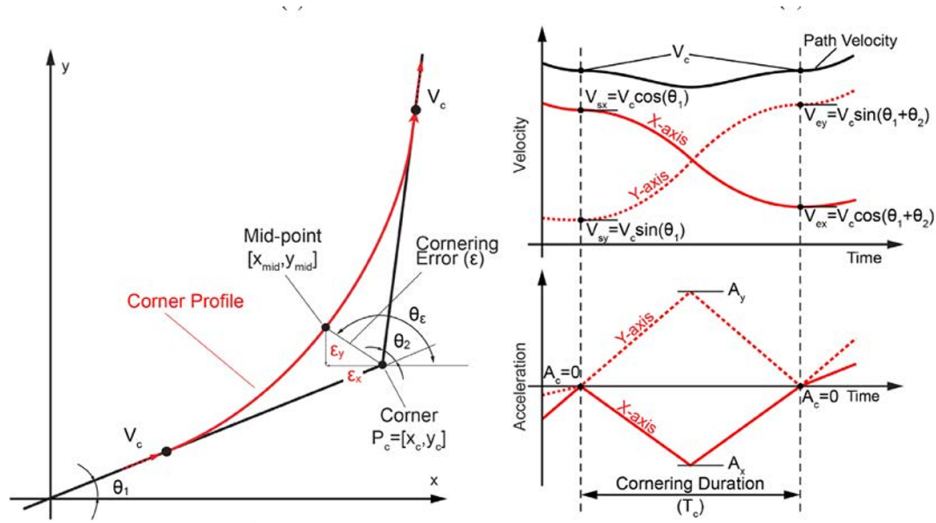


FIGURE 3.25 – Arrondissement global des angles - approche cinématique [123]

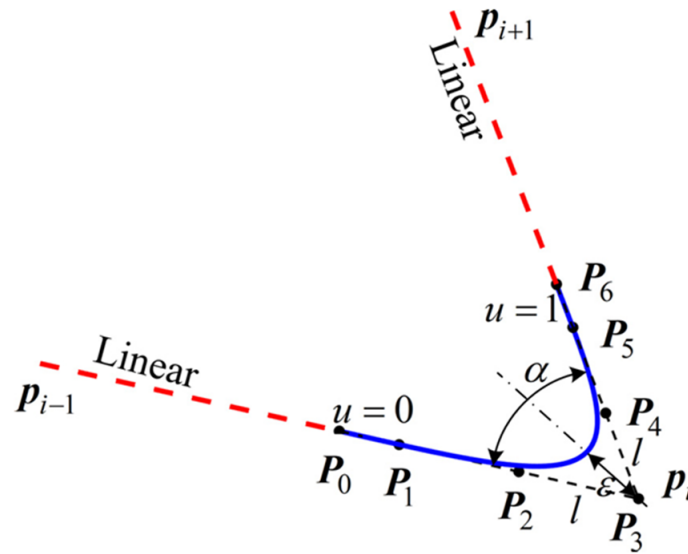


FIGURE 3.26 – Arrondissement local et inscrit des angles [142]

de vitesse moyenne ou de temps d'usinage sont relevés (comme [19]), ce qui donne une idée de la fluidité mais qui ne permet pas une transposition des résultats. C'est un manque que cette thèse essaie de combler en introduisant un indicateur nommé "efficacité dynamique" (6.1).

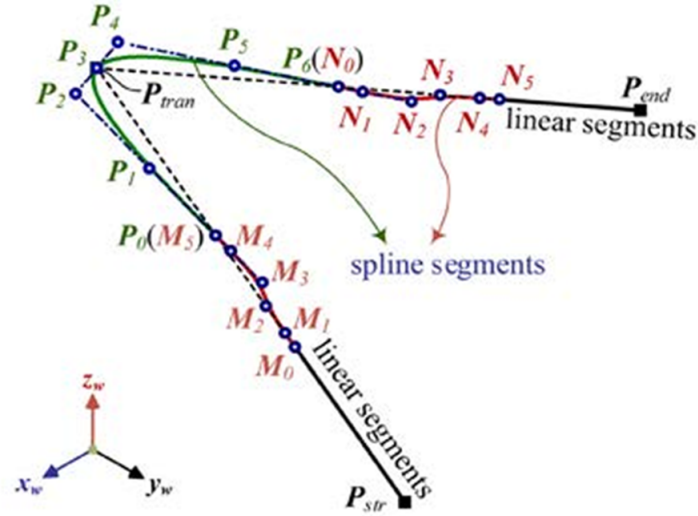


FIGURE 3.27 – Arrondissement local et circonscrit des angles [56]

3.6 Détails sur l'approche différentielle de Bieterman et Sandström

Comme cette méthode constitue la base de ce travail, elle a d'abord été implémentée, en l'état, avant d'être généralisée. Les lignes qui suivent détaillent sa mise en place, les illustrations sont celles qui résultent du travail mené. La généralisation quant à elle, nommée HQ est expliquée en 4.

La procédure de Bieterman et Sandström se résume de la sorte :

1. Génération de courbes fermées sans intersection entre-elles à l'intérieur de la cavité en résolvant l'équation de Poisson. Ici, ces courbes sont nommées "courbes candidates".
2. Sélection, parmi ces courbes candidates, des "courbes de structure".
3. Construction de chaque tour de spirale par interpolation linéaire angulaire entre deux courbes de structure consécutives.

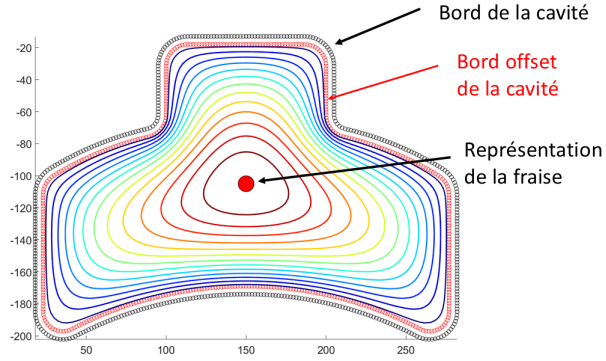


FIGURE 3.28 – Quelques courbes candidates de la cavité BIG

3.6.1 Génération des courbes candidates

L'équation de Poisson est résolue numériquement et les courbes solutions sont des courbes de niveau d'un champ scalaire (figure 3.28).

3.6.2 Sélection des courbes de structure

Les courbes de structure sont, parmi les courbes candidates, celles qui sont placées à bonne distance les unes des autres.

Pour évaluer la distance, Bieterman et Sandström utilisent une distance radiale. Un vecteur tournant (nommé Vecteur de Fresnel, noté VF) qui a pour origine le centre de la cavité (i.e. le lieu où une courbe candidate se ramène à un point) et qui a une longueur lui permettant de sortir du rectangle circonscrit à la cavité. Si la cavité est suffisamment régulière (voir fin de cette section), ce vecteur aura, pour une direction donnée, un seul point d'intersection avec une courbe candidate. La distance entre deux courbes ($D_{radiale}$) est donc donnée par :

$$D_{radiale} = MAX [\rho_{ext}(\theta_i) - \rho_{in}(\theta_i)] ; \theta_i \in [0^\circ; 360^\circ] , i \in \mathbb{N} \quad (3.4)$$

Avec ρ_{ext} , la distance radiale entre le centre et la courbe candidate extérieure, pour une orientation θ_i donnée du vecteur de Fresnel et ρ_{in} , la distance radiale entre le centre et une courbe candidate intérieure, pour une orientation θ_i donnée du vecteur de Fresnel. Le schéma 3.29 illustre ce propos. Les courbes de structure sont sélectionnées, de l'extérieur vers l'intérieur de la cavité, de manière à ce que :

$$\phi_f \cdot eng \geq D_{radiale} \quad (3.5)$$

ϕ_f représente le diamètre de la fraise (mm), eng représente l'engagement radial de la fraise (%) et $D_{radiale}$ la distance radiale entre deux courbes

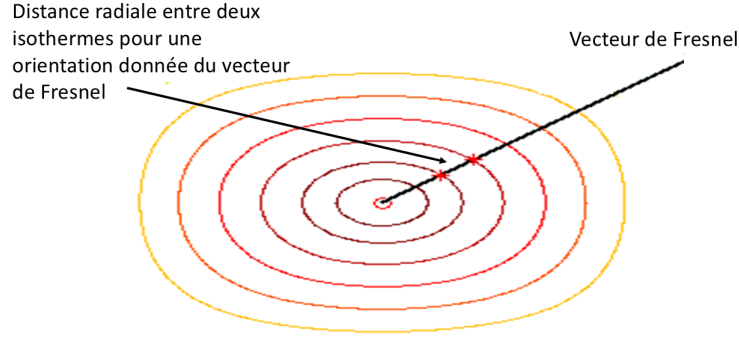


FIGURE 3.29 – Évaluation de la distance entre isothermes par un Vecteur de Fresnel

candidates (mm).

Cette manière de faire nécessite d'avoir un point d'intersection unique entre le vecteur de Fresnel et l'isotherme candidate (dans chaque direction) et impose donc d'avoir une forme de cavité régulière ou "globalement convexe", c'est-à-dire sans grande protubérance en périphérie mais aussi un champ solution de l'équation aux dérivées partielles sans extrema locaux. Ceci constitue une faiblesse de la méthode proposée. La méthode de reparamétrisation par splines d'Hermite quartiques (HQ) développée plus loin (4.5.3) lèvera cet écueil.

3.6.3 Construction de la spirale par interpolation

Le travail qui précède, de recherche d'intersection entre le vecteur de Fresnel et une courbe candidate, revient finalement à chercher l'équation polaire (discrète) d'une courbe ($\rho(\theta_i)$). Pour construire la spirale, une interpolation linéaire angulaire entre deux courbes de structure est utilisée (équation 3.6, figure 3.30).

$$\rho_s(\theta_i) = \rho_{int}(\theta_i) + \frac{\theta_i}{360^\circ} \cdot [\rho_{ext}(\theta_i) - \rho_{int}(\theta_i)] ; \theta_i \in [0, 360^\circ[, i \in \mathbb{N} \quad (3.6)$$

Avec $\rho_s(\theta_i)$ l'équation polaire discrète d'un tour de spirale; $\rho_{ext}(\theta_i)$, l'équation polaire discrète de la courbe de structure extérieure; $\rho_{int}(\theta_i)$, l'équation polaire discrète de la courbe de structure intérieure.

Comme les isothermes se resserrent à proximité des protubérances "entrantes" du contour externe, Bieterman et Sandström envisagent un lissage radial de la spirale par une moyenne mobile sur 3 points. Celui-ci permet

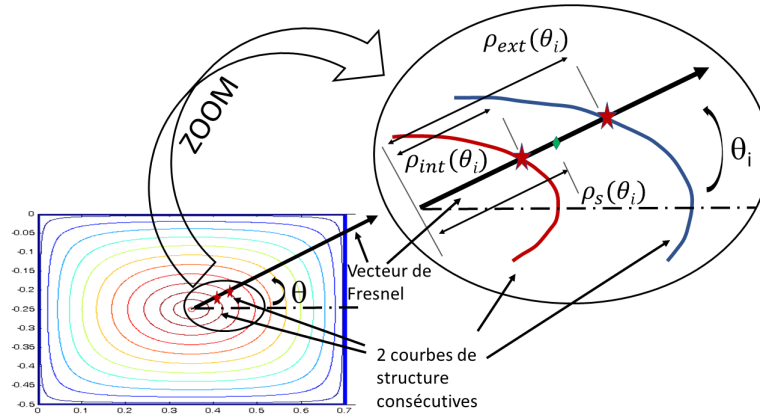


FIGURE 3.30 – Interpolation linéaire angulaire entre 2 courbes de structure [78]

d'augmenter la prise de passe à proximité des bords entrants et rend la section de copeau plus constante mais a tendance à "propager" les angles de la cavité sur des spires plus internes de la trajectoire, ce qui va partiellement à l'encontre des avantages de cette méthode.

Les nombreux points constitutifs de la spirale peuvent être directement envoyés dans la commande numérique en mode d'interpolation linéaire (G01). Néanmoins, l'article [18] mentionne l'utilisation d'une représentation spline de la spirale mais la référence est une note interne à Boeing et n'est pas accessible. Il est envisageable que ce soit une représentation de la spirale par morceaux de splines cubiques dont la fonction est directement accessible dans Matlab. Il y a cependant nécessité d'utiliser une CN capable de réaliser une interpolation par splines.

3.6.4 Optimisation de la vitesse

Un algorithme d'optimisation est ensuite utilisé de manière à maximiser la vitesse (tout en respectant les capacités d'accélération de la machine) et le taux d'enlèvement de matière. Cette procédure est expliquée au point 3.7.5. Ceci constitue le principal grief de la méthode : l'engagement de l'outil est variable et, pour maintenir un taux d'enlèvement de matière important, la vitesse d'avance est adaptée, ce qui est hors des procédures habituelles où les paramètres d'usinage sont toujours fixés a priori.

3.6.5 Limites et opportunités d'une méthode type Bieterman

La méthode de Bieterman n'est fonctionnelle que pour des cavités globalement convexes, c'est-à-dire sans grandes protubérances. Cette limitation provient de l'utilisation de Vecteurs de Fresnel. En effet, si la périphérie

d'une cavité est très découpée, certaines courbes candidates ou courbes de structure risquent d'"osciller" davantage. Elles risquent donc de posséder, dans une direction donnée, plusieurs intersections avec le Vecteur de Fresnel. L'évaluation de la distance entre deux isothermes sera difficile et la sélection du point unique d'intersection nécessaire à la construction de la spirale sera pratiquement impossible à gérer algorithmiquement. Il est donc nécessaire, si l'on souhaite utiliser cette technique pour des cavités plus diverses (i.e. non globalement convexes), de sortir de la représentation polaire des courbes solutions de la PDE.

Pour des raisons identiques, la méthode de Bieterman ne peut fonctionner que pour des cavités à un seul îlot, à la condition que la spirale tourne autour de celui-ci (voir 4.9.3).

Enfin, résoudre une PDE pour trouver des courbes de structure offre l'idée de modifier les conditions aux limites pour changer la forme de ces courbes et ainsi construire une spirale qui s'adapte mieux à une cavité donnée. Attacher un modèle physique à la PDE permettrait de rendre ce travail plus intuitif. Il serait alors envisageable d'aller plus loin que [18] et [14] et de permettre à la spirale de ne pas tourner autour de l'îlot, voire de généraliser la construction de trajectoires à des cavités à plusieurs îlots.

De même, l'utilisation d'une moyenne mobile pour le lissage tangentiel, même si elle est (très) efficace, comme le montre le travail réalisé pour [79], engendre une erreur de corde non maîtrisée entre la trajectoire originelle et la trajectoire programmée, ce qui peut engendrer un "sur-usinage" de certaines zones (surtout si des îlots sont présents).

Le chapitre suivant montrera quel modèle physique a été attaché et comment les difficultés évoquées ci-dessus ont été levées. Ceci constitue un apport original de ce travail matérialisé par la méthode nommée HQ.

3.6.6 Synthèse

La figure 3.31 résume la méthode de Bieterman et Sandström [18].

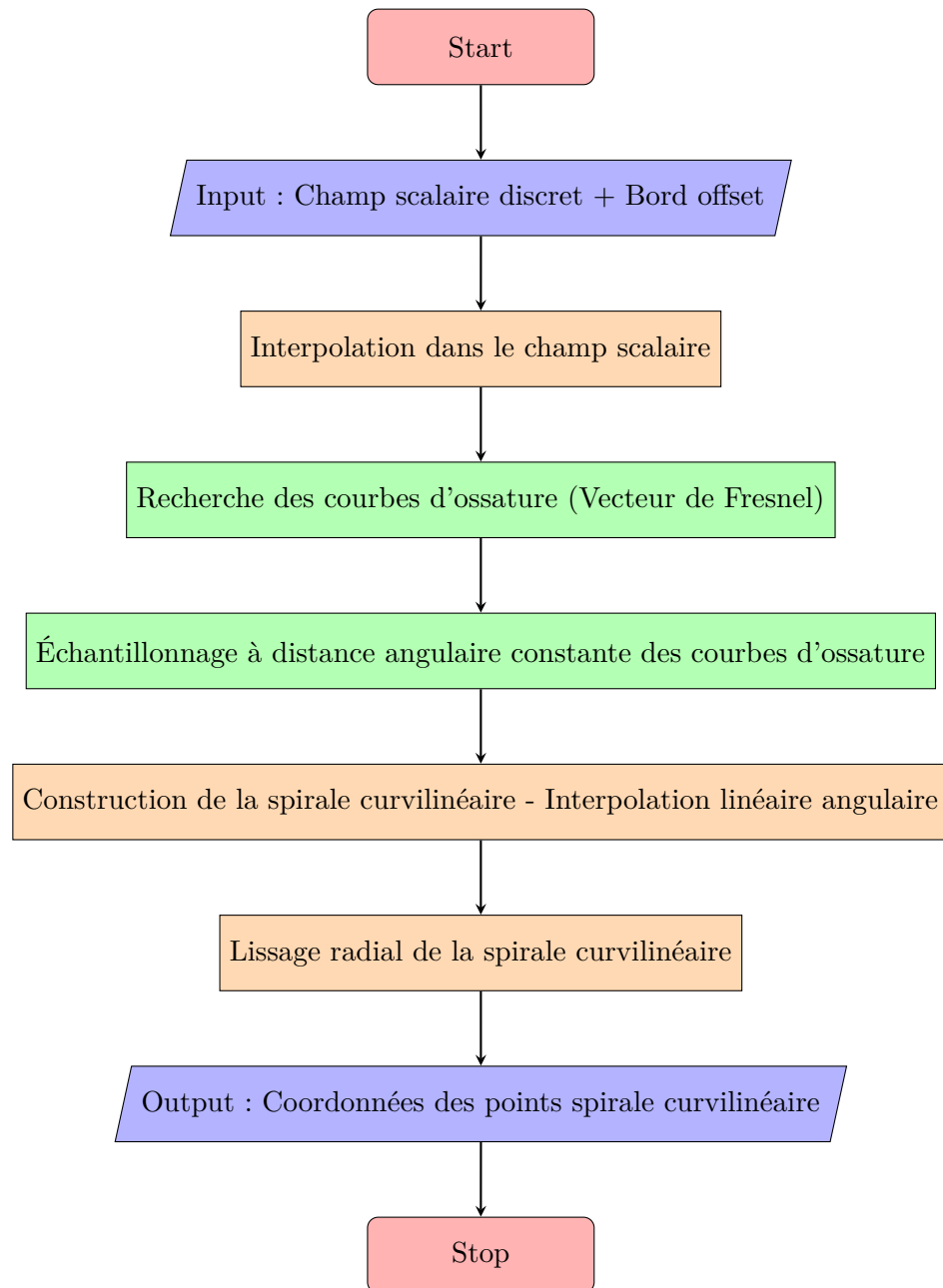


FIGURE 3.31 – Schéma-bloc de la méthode de génération d'une trajectoire de Bieterman

3.7 Modélisation du temps d'usinage et optimisation de la vitesse de la fraise

Le temps d'usinage est très souvent évalué, notamment dans le logiciel de FAO qu'est Mastercam, comme le quotient de la distance totale à parcourir par la vitesse d'avance programmée de la fraise. Cette manière de travailler ne tient compte, ni des capacités finies d'accélération de la MO, ni du comportement de la CN. Pour pouvoir jauger, avant les essais, si une trajectoire est rapide ou pas, il peut être utile d'avoir un modèle permettant de simuler correctement le temps nécessaire à l'ébauche d'une cavité.

La modélisation cinématique du temps de parcours d'une trajectoire se fait en deux étapes :

- Modélisation de la vitesse le long d'un segment.
- Modélisation du passage de la discontinuité entre deux segments.

Les sections qui suivent vont présenter un état de l'art relatif à cette problématique de modélisation du temps d'usinage.

3.7.1 Dépendance linéaire entre vitesse et position

Dans cette approche, les hypothèses de travail sont :

- La vitesse dépend linéairement de la position le long du segment.
- Le passage de la discontinuité entre deux segments se fait à vitesse plus faible. Elle est d'autant plus faible que l'angle d'ouverture entre deux segments successifs est petit. Ceci va dans le sens de la remarque faite sur la fluidité au paragraphe 3.5.

Kim et Choi [68] avancent que, compte tenu des différentes caractéristiques des MOCN, celles-ci doivent posséder différents modèles de vitesse. Ils partent sur une dépendance linéaire entre la vitesse et la position - équation (3.7), x_0 est la position au début du segment et k est une constante propre à la MOCN estimée à 50 s^{-1} . La figure 3.32 montre l'allure de $V = f(s)$.

$$V(x) = V_0 + k(x - x_0) \quad (3.7)$$

Sur un segment, deux ou trois phases au maximum se produisent :

- Une phase d'accélération en début de segment.
- Une phase de déplacement à vitesse constante correspondant à la vitesse d'avance programmée. Cette phase peut être inexistante.
- Une phase de décélération en fin de segment qui permet d'atteindre une vitesse autorisant le passage de la discontinuité en tangence vers le segment suivant. La vitesse en fin de segment sera d'autant plus petite que le segment suivant sera dans une direction différente du précédent.
 - pour $\theta = 0^\circ$, la vitesse à la fin du segment vaut 0.
 - pour $\theta = 180^\circ$, la vitesse à la fin du segment ne change pas.

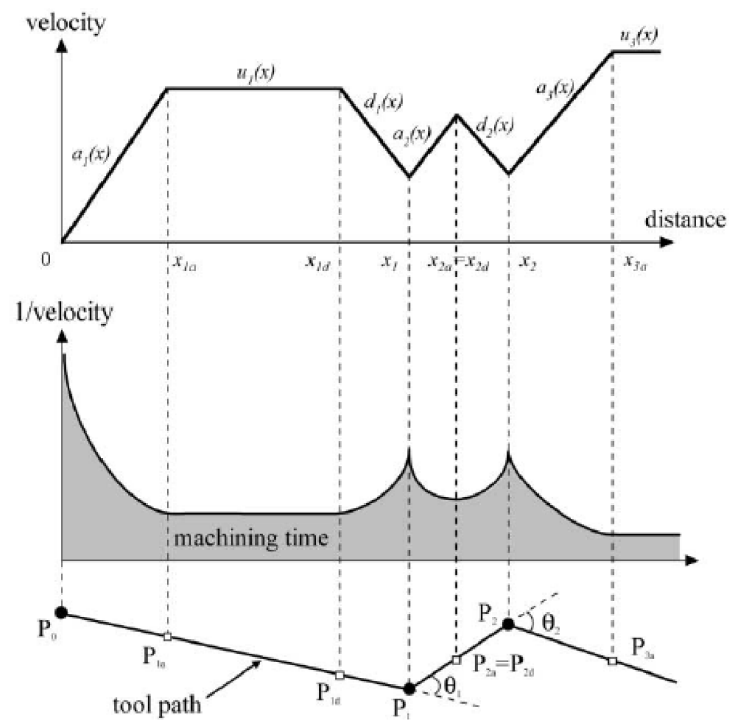


FIGURE 3.32 – Vitesse en fonction de la position selon Kim et Choi [68].

Le temps d'usinage est calculé en intégrant la fonction $f(x) = \frac{1}{V(x)}$ en fonction de x .

D'après l'équation (3.7), $k = \frac{\Delta V}{\Delta x}$, ce qui donne, pour la MOCN considérée par les auteurs, $\frac{150}{3} = 50 \text{ s}^{-1}$.

Cette méthode a le mérite d'être simple et d'être cohérente par rapport à l'intuition : plus le changement de direction est important entre les segments, plus la fraise doit ralentir pour franchir cette discontinuité. Elle ne considère pas ce qui se passe sur le parcours d'un arc de cercle.

3.7.2 Prise en compte du jerk

Dans cette approche, Pateloup [96] et Tournier [130] avancent que :

- Le long d'un segment, la modélisation de la vitesse doit tenir compte du jerk, qui est la dérivée de l'accélération par rapport au temps.
- La transition entre segments peut se faire à vitesse non nulle en envisageant la notion de la tolérance d'interpolation de trajectoire (**tit** ou *tol*).

Comme toute machine-outil est caractérisée par :

- Une vitesse maximale de déplacement de la fraise selon chaque axe liée à la tension maximale qui peut s'appliquer sur celui-ci ($V_{max} \Leftrightarrow U_{max-moteur}$).
- Une accélération maximale de déplacement de la fraise selon chaque axe liée à l'intensité maximale du courant pouvant circuler dans le moteur ($A_{max} \Leftrightarrow I_{max-moteur}$).

Si on souhaite modéliser correctement le comportement cinématique de la MO, ne pas dégrader cette dernière et réaliser correctement la pièce demandée, il y a lieu de maîtriser le jerk.

Le jerk n'est cependant pas une grandeur propre à la machine comme la vitesse ou l'accélération mais est une valeur à fixer comme un compromis pour ne pas exciter de vibrations de l'axe motorisé (jerk trop grand) ou pour ne pas excéder un dépassement en position trop grand [33]. Il peut être évalué par l'équation (3.8).

$$J_{so} \approx \frac{4\pi^2}{0.15} e^{\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} - 0.316} \cdot f_{d-min}^3 \cdot \Delta_{sm} \quad (3.8)$$

J_{so} représente le jerk constant ; ξ le coefficient d'amortissement (souvent entre 0.1 et 0.2) ; f la première fréquence propre de la MO, souvent entre 10 Hz et 50 Hz et Δ_{sm} , le dépassement acceptable ou autorisé, typiquement 10 μm .

Dans une idée d'optimisation du temps d'usinage, pour une trajectoire macroscopique donnée, le jerk acceptable est à choisir méticuleusement comme un compromis entre la vitesse et la précision.

Modélisation de la vitesse le long d'un segment

L'évolution de la vitesse le long d'un segment est modélisée en 7 phases qui sont décrites ci-dessous et qui sont à mettre en parallèle avec le graphique de la figure 3.33.

1. La vitesse augmente et l'accélération augmente. Le jerk est à sa valeur maximale.
2. La vitesse continue d'augmenter mais l'accélération est constante car sa valeur maximale est atteinte. Le jerk est donc nul.
3. La vitesse continue d'augmenter mais l'accélération diminue. Le jerk est à sa valeur minimale.
4. La vitesse maximale est atteinte, l'accélération est nulle et le jerk aussi.
5. La vitesse diminue, l'accélération est de plus en plus négative et le jerk est négatif.
6. La vitesse continue de diminuer, l'accélération est à sa valeur la plus négative et le jerk est nul.
7. La vitesse continue de diminuer pour arriver à 0, l'accélération est de moins en moins négative pour arriver à 0. Le jerk est à sa valeur maximale.

Remarquons que, pour un jerk, une accélération et une vitesse d'avance donnés, ces 7 étapes ne sont présentes que si la longueur du segment le permet.

Raccord entre segments

Si les différents points de la trajectoire sont reliés par des segments de droite (interpolateur linéaire), la trajectoire est discontinue en tangence. Dans le cas où la vitesse n'est pas nulle en fin de segment, l'accélération est infinie. La fraise doit, d'un point de vue mathématique, s'arrêter à la fin de chaque segment de droite et franchir les discontinuités en tangence à vitesse nulle, ce qui augmente le temps d'usinage. Pour éviter ce passage de segments à vitesse nulle, une solution est de permettre une erreur entre le trajet programmé et la trajectoire réelle, appelée le dépassement de trajectoire. Dans ce cas, le planificateur de trajectoire modifie le trajet en réalisant un arc de cercle pour joindre les deux segments (figure 3.34). Cette erreur de trajectoire s'appelle aussi la tolérance d'interpolation de trajectoire (*tit* ou *tol*). Le rayon du cercle inséré (R) est donné par l'équation (3.9) :

$$R = tol \cdot \frac{\cos \frac{\beta}{2}}{1 - \cos \frac{\beta}{2}} \quad (3.9)$$

Connaissant le rayon de ce cercle, il est possible de calculer la vitesse de franchissement de la discontinuité en tangence ($V_{f rdt}$, équation 3.10). Notons, pour un *tit* de moins de 0,1 mm, la vitesse de franchissement d'une

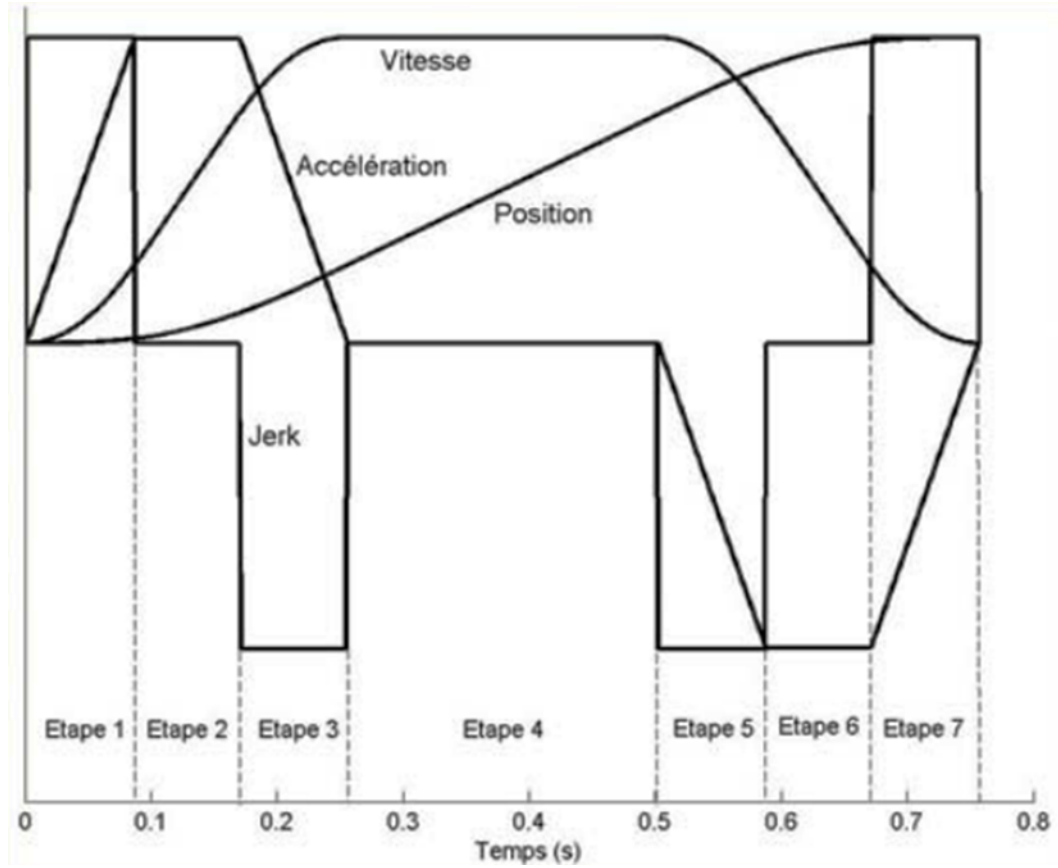


FIGURE 3.33 – Jerk, accélération, vitesse et position au cours du temps [97].

discontinuité en tangence d'ouverture inférieure à 120° reste proche de 0 m/s.

$$V_{frdt} = \sqrt{A_{c-max} \cdot R_{frdt}} \quad (3.10)$$

Ajoutons encore que, même avec ce raccord en tangence des deux segments, il reste une discontinuité en courbure de la trajectoire. Ainsi, mathématiquement, la vitesse doit aussi être nulle pour que le jerk ne soit pas infini.

Autres raccords

Les vitesses maximales sont également modélisées dans les différentes variantes :

— jonction arc-segment : $V_{max} = \sqrt{R \cdot J \cdot \delta t}$;

— jonction arc-arc : $V_{max} = \sqrt{\frac{R_1 \cdot R_2}{|R_1 - R_2|} J \cdot \delta t}$

R_i , étant les rayons des cercles ; J le jerk et δt , une variation élémentaire de temps.

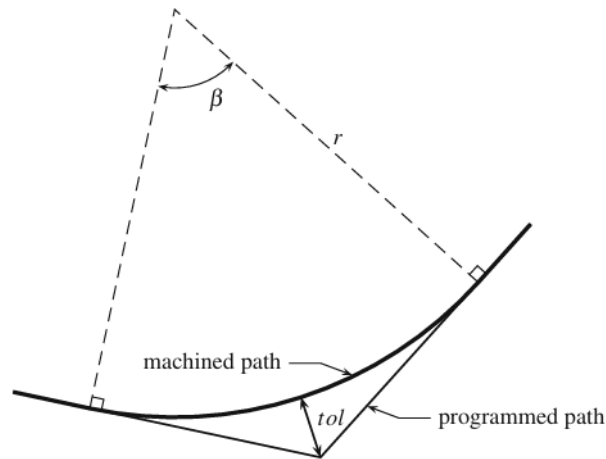


FIGURE 3.34 – Tolérance d'interpolation [100].

3.7.3 Anticipation par la CN de la vitesse d'avance commandée

Tounsi [129] identifie les profils d'accélération (décélération) et fait ainsi remarquer que la CN anticipe les vitesses d'avance commandées (figure 3.35).

Pour différents échelons de vitesse, il observe que le profil d'accélération est le même et se compose de 2 phases (figure 3.36). Un temps pour que l'accélération atteigne sa valeur maximale (PHASE 1) et un temps pour que l'accélération passe progressivement à 0 (PHASE 2).

- Durant la phase 1, la valeur maximale de l'accélération est proportionnelle à la variation de vitesse. Par contre, le temps nécessaire pour y arriver est sensiblement le même (2×10^{-2} s).
- Durant la phase 2, le temps nécessaire pour que l'accélération passe de sa valeur maximale à 0 est toujours sensiblement le même (14×10^{-2} s).
- Le temps total pour la phase d'accélération-décélération est donc d'environ $1,6 \times 10^{-1}$ s. Il calcule précisément 0,177 s.

3.7.4 Intégration des approches

Banerjee [14] travaille explicitement sur une trajectoire type Bieterman (donc une suite de points) et la transforme, compte tenu d'une erreur de trajectoire acceptable, en une succession de segments et de biarcs (i.e. jonction de 2 arcs). Ceci permet une continuité en tangente de la trajectoire. Il utilise ensuite les résultats de Tounsi [129] pour modéliser les phases d'accélération et de décélération et les résultats de Pateloup [96] et Tournier [130] pour déterminer les vitesses maximales dans les jonctions.

Cette approche propose donc des trajectoires C^1 et avance l'idée d'erreur de trajectoire acceptable.

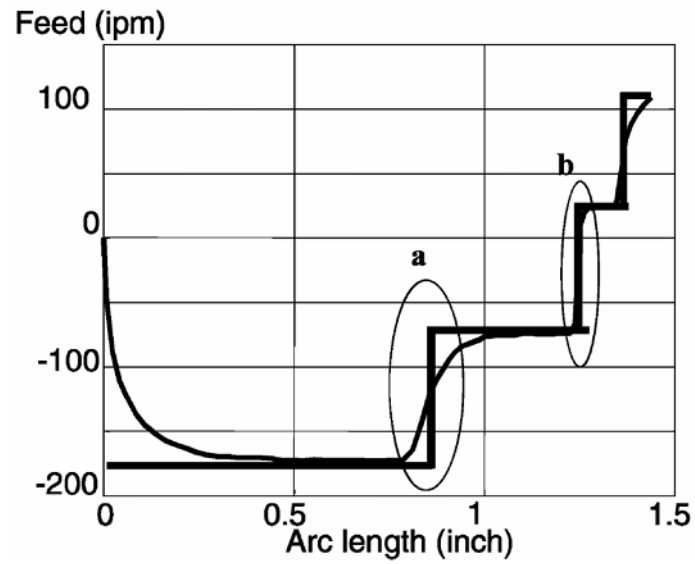


FIGURE 3.35 – Le contrôleur numérique anticipe la vitesse demandée (vitesse commandée en trait épais, vitesse réelle en trait fin - [129])

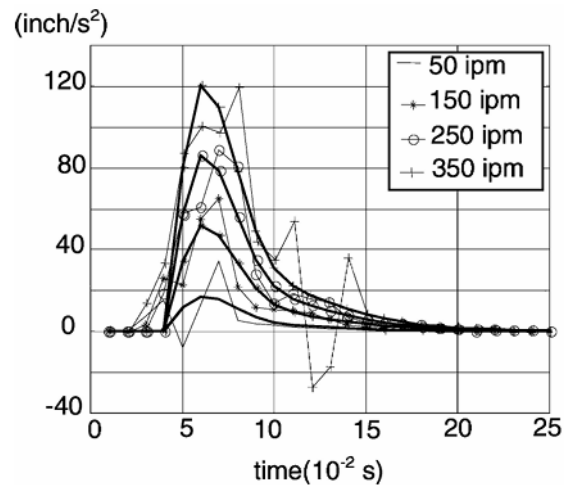
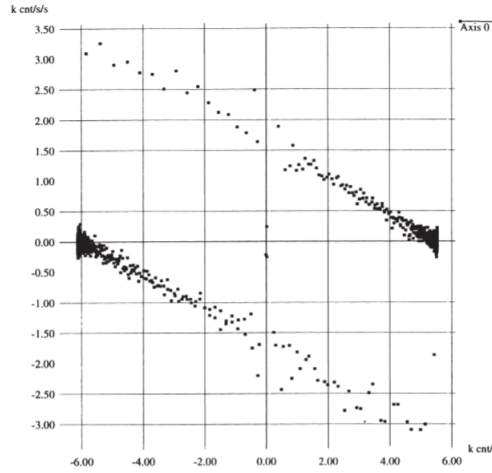


FIGURE 3.36 – Profils d'accélération pour différents sauts de vitesse [129].

FIGURE 3.37 – $A = f(V)$ Résultats expérimentaux [103].

3.7.5 Zone d'indépendance entre accélération et vitesse

Cette méthode, développée par Renton [103], part de la constatation que la vitesse d'avance réelle de la fraise ne correspond pas à celle qui est programmée car elle n'est pas dans les capacités de la machine ou, a contrario, que la vitesse d'avance pourrait, en certains points de la trajectoire, être supérieure à celle qui est programmée. Il faut donc optimiser cette vitesse d'avance pour qu'elle soit, en chaque point de la trajectoire, la plus élevée possible, tout en respectant les contraintes d'accélération liées aux capacités de la MOCN. Le profil de vitesse généré permet indirectement de prévoir le temps d'usinage.

Renton établit d'abord une enveloppe de « travail » de la MOCN sous forme d'un graphique $A = f(V)$. La figure 3.37 montre les résultats expérimentaux obtenus. La figure 3.38 montre l'enveloppe de travail de la MOCN obtenue théoriquement et, au centre, un rectangle représentant une zone vérifiant les possibilités de la machine mais dans laquelle l'accélération est indépendante de la vitesse. Ce sont ces limites qui seront appliquées le long du trajet d'usinage.

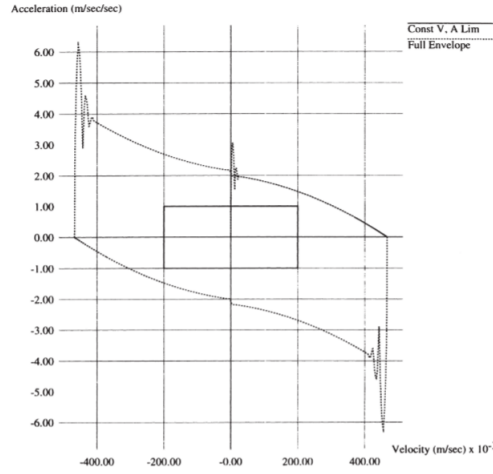
Algorithme d'optimisation à 2 passages

La trajectoire $y = f(x)$ et la vitesse d'avance $V = f(x, y)$ et l'accélération sont alors paramétrisées classiquement en 2D comme suit :

$$x(u), x'(u), x''(u) \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$y(u), y'(u), y''(u) \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$\vec{V}(V_x, V_y) = \left(\frac{dx}{du} \cdot \frac{du}{dt} ; \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} \right)$$

FIGURE 3.38 – $A = f(V)$ Résultats théoriques et rectangle de travail [103].

$$\vec{A}(A_x, A_y) = \left(\frac{d^2x}{du^2} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{dx}{du} \cdot \frac{d^2u}{dt^2} ; \frac{d^2y}{du^2} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{dy}{du} \cdot \frac{d^2u}{dt^2} \right) \quad (3.11)$$

À partir de ces équations et en considérant qu'en début et en fin de trajectoire, la fraise s'arrête, il est possible de calculer, de proche en proche, la position, la vitesse et l'accélération de la fraise à chaque instant. Cette boucle est parcourue une fois de $u = 0$ à $u = 1$ et puis une fois de $u = 1$ à $u = 0$ (ce qui donne le nom à l'algorithme) avec comme contrainte que $\frac{du}{dt}$ en un point est plus petit dans le premier parcours.

Dong [31, 32, 64] utilise cette idée et publie une suite d'articles relatifs à l'optimisation de la vitesse d'avance. Dans ces articles :

- Il élabore un modèle dynamique simplifié des axes de la machine en vue de générer la fonction $A = f(V)$ de chaque axe. Il introduit ensuite un modèle permettant d'atténuer les vibrations de la machine et enfin, il introduit un modèle permettant d'évaluer les erreurs de contour comme fonction de V et de A . De là, il présente un algorithme pour générer un profil de vitesse optimum.
- Il généralise son algorithme d'optimisation et prouve le caractère optimal de la solution.
- Il prend en compte le jerk.

3.7.6 VPOp - Velocity Profile Optimization

Durant cette thèse, nous avons eu la possibilité d'utiliser un logiciel développé par Xavier Beudaert : Velocity Profile Optimization (VPOp) et déposé en licence par l'École Normale Supérieure de Paris-Saclay. Ce dernier permet l'interpolation temporelle du mouvement de la fraise en respectant les contraintes cinématiques de la MOCN (positions, vitesses, accélérations,

jerks) le long d'un trajet fixé. Puisque les contraintes sont respectées, le temps d'usinage réel est proche du temps simulé par le logiciel [15]. Vu la possibilité d'utilisation offerte, les qualités du logiciel et la coopération possible, c'est la voie qui a été choisie pour modéliser le temps d'usinage.

Modèle développé dans VPOp

Les trois équations de base du modèle 3.12, 3.13, 3.14 permettent de faire le lien entre la géométrie et le temps. \mathbf{q} est un vecteur qui contient les axes de la MO, s , l'abscisse curviligne. Ce formalisme découple les lois de mouvement (\dot{s} , \ddot{s} , \dddot{s}) de la géométrie (\mathbf{q}_s , \mathbf{q}_{ss} , \mathbf{q}_{sss}).

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{d\mathbf{q}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \mathbf{q}_s \dot{s} \quad (3.12)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_{ss} \dot{s}^2 + \mathbf{q}_s \ddot{s} \quad (3.13)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_{sss} \dot{s}^3 + 3\mathbf{q}_{ss} \dot{s} \ddot{s} + \mathbf{q}_s \dddot{s} \quad (3.14)$$

Avec ces équations, on peut d'ores et déjà comprendre la nécessité de lisser les discontinuités issues de la discrétisation G1 des trajets. En effet, un trajet discontinu en tangence aura une dérivée géométrique seconde \mathbf{q}_{ss} infinie sur la discontinuité (équation 3.13). Il faudra absolument que la vitesse d'avance \dot{s} soit nulle. Il en est de même pour la courbure (équation 3.14).

Lorsque les segments successifs présentent un angle très ouvert, une faible modification géométrique du trajet permet d'avoir un trajet continu et donc de passer à une vitesse élevée.

L'interpolation temporelle a pour but de trouver la loi de mouvement qui respecte les contraintes cinématiques le long du trajet. Ces contraintes sont exprimées dans les équations 3.15, 3.16, 3.17. V_{max}^i les composantes de la vitesse maximale, de même pour l'accélération (A) et le jerk (J).

$$|\dot{q}_j^i| \leq V_{max}^i \quad (3.15)$$

$$|\ddot{q}_j^i| \leq A_{max}^i \quad (3.16)$$

$$|\dddot{q}_j^i| \leq J_{max}^i \quad (3.17)$$

Après avoir discrétisé les contraintes, qui s'expriment alors sous forme polynomiale, et approximer les dérivées géométriques, il faut trouver le trajet qui les respecte. C'est-à-dire trouver le point suivant atteignable connaissant les caractéristiques cinématiques et les points précédents. L'idée d'intersection des contraintes guide l'algorithme et est exposée à la figure 3.39.

Le logiciel a, bien sûr, été validé et nous avons pu réaliser, grâce à lui, des comparaisons de temps d'usinage. Cependant, l'algorithme ne semble pas bien converger sur des trajectoires complètes (i.e. de plus de 3000 points). L'article [79] publié a nécessité de réduire le nombre de points des trajectoires

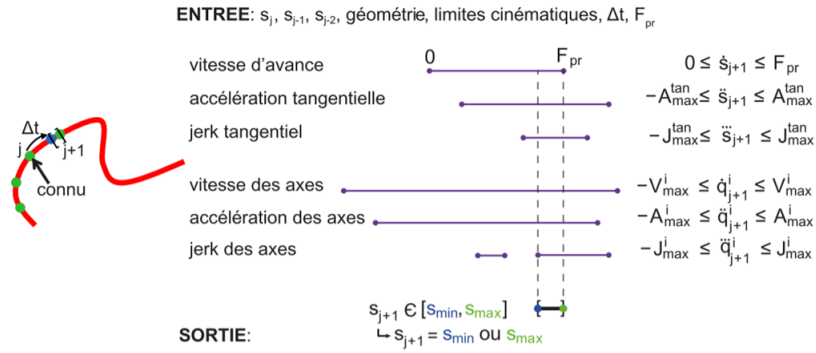
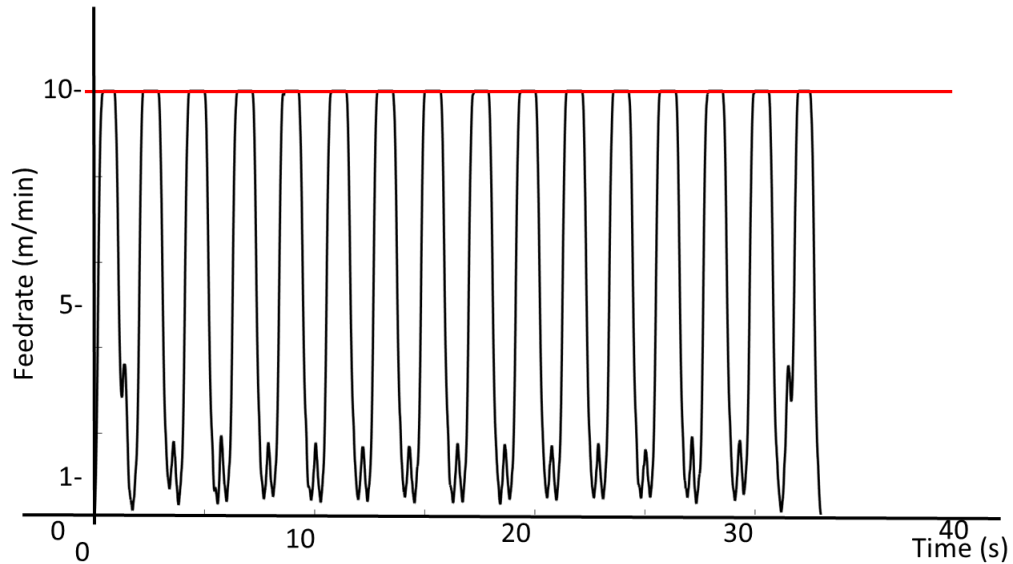


FIGURE 3.39 – Intersection des contraintes [16]

générées pour faciliter sa convergence. Pour un autre article [78], il a été choisi de ne travailler que sur des morceaux de trajectoires (1 tour de spirale par exemple). La figure 3.40 illustre le profil typique de vitesse obtenu avec VPOp sur une trajectoire ZZ d'une cavité rectangulaire.


 FIGURE 3.40 – Profil de vitesse obtenu avec VPOp, cavité rectangulaire, $V_f = 10\,000 \text{ mm min}^{-1}$

3.8 Optimisation macroscopique du fraisage

Macroscopiquement, les principaux facteurs influençant le prix de revient des pièces mécaniques usinées en CNC sont [144] :

- l'équipement et son amortissement,
- la matière première,
- le temps d'usinage,
- l'énergie consommée,
- la conception,
- le volume de pièces produites.

Vu le contexte économique de réduction des coûts évoqué ci-dessus (voir 1.1), l'aspect très général des facteurs de coût et leurs interdépendances, la nécessaire minimisation du prix de revient d'une pièce est une tâche très difficile.

Les travaux académiques d'optimisation visent surtout à minimiser le coût de l'opération d'usinage en soi et/ou à minimiser sa consommation énergétique.

- Le coût d'une opération d'usinage est exprimé comme :

$$C_p = \alpha.(T_0 + T_m + T_r \cdot \frac{T_c}{T}) \quad (3.18)$$

Avec C_p le coût de fabrication ; T_0 , la durée de manipulation ; T_m , le temps d'usinage ; T_r , le temps de remplacement de l'outil ; T_c , la durée de coupe ; T , la durée de vie de l'outil ; α , le coût horaire de la main-d'œuvre. Pour tenir compte du coût de l'outil en lui-même, on exprime :

$$T_r = T_d + \frac{\beta}{\alpha} \quad (3.19)$$

Avec β , le coût de l'outil.

- La consommation énergétique de fabrication d'une pièce est liée à de nombreux facteurs : les caractéristiques de la MOCN, les paramètres d'usinage, la trajectoire de l'outil, l'outil lui-même, l'environnement général de la fabrication, etc. [140]. La consommation énergétique de l'opération d'usinage est toujours décomposée en différents postes comme, par exemple [139] :

$$E_p = E_c + E_{basic} + E_a + E_d + E_t + E_s + E_o \quad (3.20)$$

$$E_L = E_u + E_a \quad (3.21)$$

Avec E_p , l'énergie totale consommée pour mettre en forme une pièce ; E_c , l'énergie de coupe ; E_{basic} , l'énergie consommée "au repos" par la MOCN ; E_a , des énergies additionnelles (frottements, ...) ; E_d , l'énergie consommée lors d'un changement d'outil ; E_t , l'énergie consommée par les mouvements de la table de la MOCN ; E_s , l'énergie stockée de la MOCN ; E_o , les consommations des systèmes auxiliaires (éclairage,

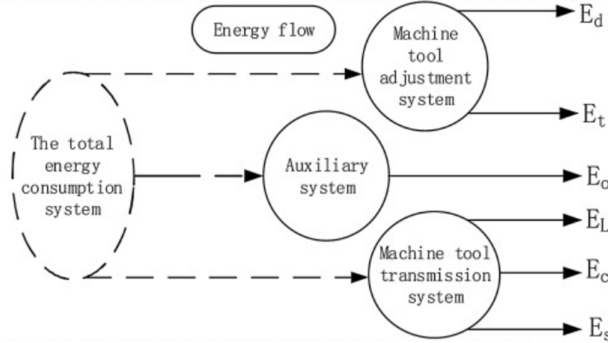


FIGURE 3.41 – Postes de consommation énergétique lors d'une opération d'usinage [140]

refroidissement, ...). Le schéma 3.41 résume notre propos. Notons que des sous-postes sont parfois créés et regroupés de manière différente. L'équation 3.20 devient ainsi l'équation 3.24, [8].

$$E_p = E_c + E_{basic} + (E_a + E_d + E_t + E_s + E_o) \quad (3.22)$$

$$= E_c + E_{basic} + E_{aux} \quad (3.23)$$

$$= E_{air} + E_c \quad (3.24)$$

Avec E_{aux} , l'énergie des systèmes auxiliaires au sens large ; E_{air} , l'énergie consommée par la MOCN lors d'un fraisage en "l'air", c'est-à-dire sans coupe dans la matière.

Dans les différents travaux de recherche, les équations 3.18 et 3.20 deviennent des fonctions objectifs dont les variables d'entrée sont les paramètres d'usinage :

- la vitesse de coupe,
- l'avance à la dent,
- la fréquence de rotation de la broche

Les optimisations se font sous des contraintes :

- de vitesses de rotation de la broche (minimale et maximale),
- de vitesses d'avance,
- d'effort de coupe,
- de puissance de la machine qui limite les profondeurs de passe axiale et radiale (a_p et a_e),
- de couple maximum acceptable,
- de durée de vie des outils.

Lors de ces optimisations, certains choix doivent être posés comme le type de matériau usiné, le type de fraise et ses caractéristiques, l'opération d'usinage

étudiée, etc.

Les études qui ne portent "que" sur le coût de l'opération d'usinage doivent surtout tenir compte d'un compromis entre l'usure de l'outil et le temps d'usinage. En effet, l'usure de l'outil augmente avec la vitesse de rotation de la broche et l'avance à la dent, alors que ces mêmes paramètres augmentent le temps d'usinage [67].

Les travaux portant sur la consommation énergétique doivent cibler les postes les plus consommateurs et modéliser leur évolution en fonction d'une stratégie d'usinage donnée ([36], [138]). Des hypothèses visant à restreindre la grande variabilité du phénomène étudié doivent toujours être posées.

Le souhait de ne réduire que la consommation énergétique de l'opération d'usinage n'a pas de sens car elle décuple le temps d'usinage et donc le prix de revient de la pièce, c'est pourquoi des optimisations multi-objectifs sont réalisées [140].

Comme le souhait est de positionner cette thèse "au pied" de la MOCN, parmi les formes d'énergie listées en 3.20, seules E_c , E_d , E_t et E_o sont directement accessibles. Elles peuvent être liées mathématiquement au temps de coupe via une puissance consommée :

$$E = \int_0^t P(t) dt \quad (3.25)$$

- $E_c = P_c.t_c$ avec P_c , la puissance (moyenne) de coupe et t_c , le temps de coupe.
- $E_t = P_t.t_c$ avec P_t , la puissance (moyenne) consommée pour le mouvement des axes et/ou de la table et t_c , le temps de coupe. Notons que P_t dépend lui-même de la trajectoire d'usinage.
- $E_o = P_o.t_c$ avec P_o , la puissance (moyenne) consommée par l'ensemble des auxiliaires (exemple $P_{cooling} = 1\,500\text{ W}$) et t_c , le temps de coupe.

Des relevés de consommation énergétique et de puissance sur une MOCN ont été menés (par exemple, Altintas sur une machine DMU65 [8]) :

- La puissance totale est de 15 kW.
 - La puissance consommée "en l'air" est de 10 kW soit 66 %, voir figure 3.42.
 - E_d peut être négligé face à E_c , même si les changements d'outils sont multiples. Pour un usinage de matériaux réputés "tendres" comme les alliages d'aluminium à usages aéronautique ou aérospatial, cette hypothèse est encore plus fondée.
 - E_t dépend elle-même de la trajectoire d'usinage mais, selon [8], le lien semble fort entre la longueur de la trajectoire, le temps d'usinage et l'énergie consommée.
- . Il faut comprendre que, compte tenu d'une hypothèse sur l'usinage de matériaux "tendres", le temps de coupe sera celui qui influencera le plus la consommation énergétique.

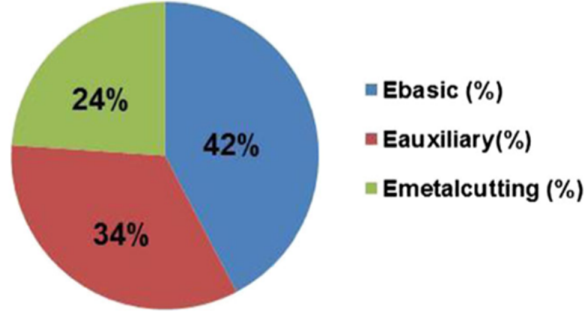


FIGURE 3.42 – Proportion des postes énergétiques lors d'une opération d'usinage [8]

En analysant le temps d'usinage modélisé par l'équation 3.18 :

- Il est possible d'égaliser T_m et T_c car le temps de fabrication est sensiblement égal au temps de coupe si les changements d'outils ne sont pas trop nombreux et qu'il n'y a pas de trajets hors matière pour la fraise.
- Grâce aux équations 2.3 et 2.1, il est possible d'écrire l'équation 3.26, avec L , la longueur de la trajectoire (3.26)

$$T_c = \frac{L}{V_f} = \frac{L}{f_z \cdot n \cdot Z_{eff}} = \frac{\pi D \cdot L}{1000 \cdot V_c f_z \cdot z} \quad (3.26)$$

- Grâce à une loi de Taylor, il est possible de prévoir le temps de vie d'un outil [43]. Avec V_c , la vitesse de coupe ; n et C , deux paramètres empiriques. n dépend surtout du matériau constituant la fraise alors que C est lié au matériau de la fraise, au matériau usiné et aux conditions de coupe. On écrit :

$$T = \left(\frac{C}{V_c} \right)^{1/n} \quad (3.27)$$

En affinant encore la description de C , il est possible de faire apparaître les paramètres de coupe. On écrit :

$$T = \left(\frac{C_\nu \cdot D^o}{\nu_c \cdot f_z^k \cdot \left(\frac{a_e}{D}\right)^q \cdot a_p^u \cdot HB^g} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.28)$$

Avec C_ν , o , k , q , u , g des coefficients déterminés expérimentalement. HB , la

dureté (Brinell) du matériau. L'équation 3.18 donne alors :

$$C_p = \alpha \cdot \left(T_0 + \frac{\pi D \cdot L}{1000 \cdot V_c \cdot f_z \cdot z} \cdot \left(1 + \frac{(T_d + \frac{\beta}{\alpha})}{\left(\frac{C_v \cdot D^o}{\nu_c \cdot f_z^k \cdot (\frac{\alpha_c}{D})^q \cdot a_p^u \cdot HB^g} \right)^{\frac{1}{n}}} \right) \right) \quad (3.29)$$

C'est une telle équation qui permet de déterminer les paramètres de coupe minimisant le coût d'une opération d'usinage.

Dans cette thèse, les paramètres de coupe sont considérés fixés. La seule variable accessible est T_c (équation 3.18). Pour réduire le temps d'usinage, un travail est à mener sur la trajectoire de l'outil. En effet, le temps de coupe ne vaut $\frac{L}{V_f}$ que si la vitesse d'avance est constante et de nombreux travaux (voir 3.7) montrent que ce n'est pas le cas à cause des capacités d'accélération limitées de la MOCN. Mathématiquement, il est possible d'écrire l'équation 3.30 à partir de l'équation 3.18.

$$C_p = \alpha \cdot \left(T_0 + T_c \cdot \left(1 + \frac{T_d + \frac{\alpha}{\beta}}{T} \right) \right) \quad (3.30)$$

Ce qui permet de voir que C_p chute avec T_c si T_d est petit et T grand, c'est-à-dire pour un matériau usiné tendre avec une fraise adaptée et des conditions de coupe qui respectent l'outil.

Pour terminer, citons les articles [63] et [66] qui montrent que le temps d'usinage est un paramètre de travail important, tout comme l'automatisation de la génération de trajectoire, d'autant plus sur l'aluminium à usage aéronautique ou aérospatial.

3.9 Problématiques similaires à la recherche de trajectoire d'usinage

Dans cette section, la rentabilisation des trajectoires est incluse dans un domaine plus large et les différentes activités dans lesquelles un travail similaire à l'évidement d'une cavité peut se rencontrer seront recensées. Une analyse des méthodes mises en œuvre est réalisée et des transpositions éventuelles sont envisagées.

D'un point de vue formel, l'évidement de cavités 2.5D est celui du «Coverage Salesman Problem» (CSP). Il constitue une variante du problème du «Traveling Salesman Problem» (TSP). Le problème du voyageur de commerce, est un problème mathématique qui consiste, étant donné un ensemble de villes séparées par des distances données, à trouver le plus court chemin qui passe une seule fois par toutes ces villes pour revenir au point de départ. Dans le CSP, les villes deviennent des clients qui acceptent de se

déplacer d'une certaine distance pour rencontrer le vendeur. Le problème revient donc à trouver le plus court chemin qui permettra au vendeur de rencontrer tous les clients. Dans le cadre de l'usinage, la distance que le client accepte de faire est le diamètre de la fraise et le chemin du vendeur, la trajectoire de l'outil. Remarquons qu'en fraisage, il y a un "continuum de villes" pour le voyageur de commerce, c'est pourquoi le fraisage se rapproche davantage du problème du veilleur de nuit avec visibilité limitée (d-sweeper problem). Dans ce cas, compte tenu de la profondeur de vision du veilleur (dans ce travail, elle est équivalente au diamètre de la fraise), il faut trouver le chemin le plus court qui permette de visualiser la totalité d'une surface [87].

Cette catégorie de problèmes intervient dans tous les domaines où une surface doit être recouverte par une autre surface plus petite et mobile. Citons les exemples suivants [89] :

- les nettoyages des sols et peintures de surfaces
- les tontes, ensemencements et récoltes dans le domaine agricole,
- le déminage de surfaces,
- la recherche sous-marine (exploration des fonds marins),
- le contrôle de qualité (déplacement d'un capteur sur une surface),
- les opérations de sauvetage (search and rescue),
- l'observation par drone ([72]) ou par satellite d'une zone,
- ...

Remarquons de suite que toutes ces thématiques n'envisagent qu'un seul indicateur de qualité : la distance parcourue. Le temps nécessaire à l'exploration ou tout autre indicateur n'est pas envisagé. En effet, dans tous ces problèmes, la vitesse de "l'outil" est supposée constante. Distance minimale et temps minimum sont donc directement liés.

La section qui suit s'attache à présenter les algorithmes de décomposition d'une surface dans le cadre du CSP.

3.9.1 CSP et algorithme de décomposition d'une surface

La résolution du CSP passe toujours par une décomposition de l'espace à couvrir, soit exacte, soit approchée, soit semi-exacte. En fonction de la connaissance ou non de la géométrie du problème, l'algorithme de décomposition sera soit online ou offline.

Les algorithmes de résolution utilisent une décomposition de l'espace de travail (target space) en sous-régions appelées "cellules". Ces cellules devront ensuite être « balayées » par le robot. Choset [26] et Galceran [41] ont proposé un résumé des différentes méthodes de résolution. Le premier a aussi réalisé une taxonomie des différents algorithmes existants. Ils dépendent du type de décomposition de l'espace choisi et sont classés en 3 catégories :

- « exact decomposition »

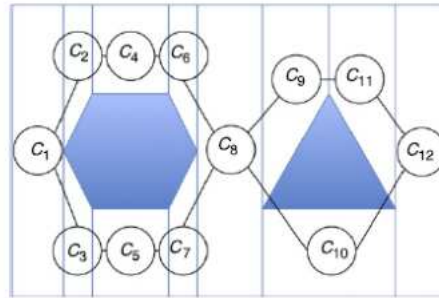


FIGURE 3.43 – Exemple d’une décomposition de l’espace libre en cellules [41].

- « approximate decomposition »
- « semi-approximate decomposition »

Ces algorithmes peuvent être « online » ou « offline » selon le type d’environnement : changeant ou pas. Dans le cadre de l’usinage, l’environnement reste stationnaire et la méthode offline est évidemment la plus adéquate. Notons qu’une manière aisée de traiter le CSP est la « randomisation » de la trajectoire. Si elle est assez longue, toute la surface sera « balayée ». Elle ne convient évidemment pas pour l’usinage.

Détaillons maintenant les trois grands types d’algorithmes.

Exact Decomposition

L’espace libre, qui correspond à l’espace de travail dont on retire les îlots, est subdivisé en cellules. L’union de ces cellules remplit exactement l’espace libre. La figure 3.43 illustre une surface de travail rectangulaire présentant un îlot hexagonal et un autre triangulaire. Les cellules, ici trapézoïdales, doivent pouvoir être couvertes individuellement par des mouvements simples du « robot », par exemple un Zig-Zag (voir 2.5.2). Une fois cette décomposition réalisée, l’espace de travail peut être matérialisé par un graphe d’adjacence (figure 3.43). Chaque nœud (C_1 à C_{12}) du graphe représente une cellule et chaque trait, une adjacence entre deux cellules.

Il faut ensuite trouver un chemin à travers ce graphe d’adjacence et enfin réaliser la couverture de chaque cellule dans l’ordre du trajet déterminé. Deux méthodes de décomposition de la surface libre en cellules existent classiquement, l’une en trapèzes, l’autre appelée « boustrophedon » (boeuf qui tourne, en grec ancien). Ces deux méthodes fonctionnent avec des îlots polygonaux et sont « off-line ».

Décomposition en trapèzes Elle est réalisée en balayant la surface de travail avec une ligne. Les cellules se déterminent à chaque fois que le nombre d’intersections de cette ligne avec les bords de la surface libre est modifié.

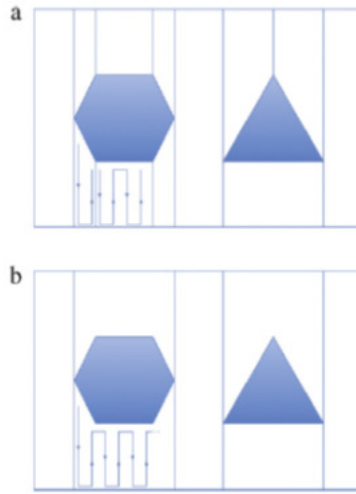


FIGURE 3.44 – Décomposition type boustrophedon de l'espace libre [41]

Décomposition boustrophédon [27] Elle vise une amélioration de la méthode trapézoïdale en fusionnant plusieurs cellules, ce qui permet de raccourcir la longueur du trajet (figure 3.44). Ceci vient du fait que la décomposition en trapèzes génère uniquement des cellules convexes alors que des cellules non convexes peuvent aussi être couvertes par des mouvements simples.

Décomposition de Morse Acar [3] a montré que la méthode du boustrophédon est un cas particulier de la méthode de Morse. Son intérêt réside dans la possibilité de traiter des îlots non polygonaux. Cette dernière, très générale, réalise une décomposition de l'espace libre à partir d'une recherche de points critiques. Ces points critiques, pour une courbe à une variable, sont des extrema locaux ou des points d'inflexion. Concrètement, la décomposition en cellules se réalise comme suit : une ligne (= sweep line), définie par une fonction de Morse, balaie la surface de travail. Dans l'exemple donné (figure 3.45), pour un espace de travail W , la fonction de Morse (h), est définie comme :

$$h(x, y) = x \quad (3.31)$$

Lorsque cette ligne touche le point critique, la première cellule est définie et deux nouvelles cellules commencent à être déterminées (figure 3.46). La théorie de Morse garantit que la connectivité des cellules ne change pas entre deux points critiques. Dans l'exemple proposé, il faut remarquer qu'au niveau du premier point critique, la connectivité passe de 1 à 2 et qu'au niveau du second, elle passe de 2 à 1. Une fois cette décomposition réalisée, il faudra trouver un chemin reliant les différentes cellules et ensuite couvrir chacune

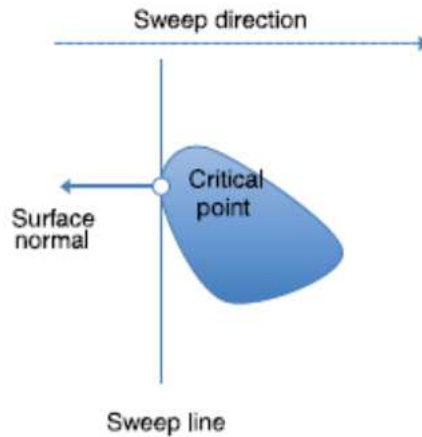


FIGURE 3.45 – Sweep line [41].

d'elles. Comme précédemment, la fusion de cellules est « rentable » en termes de longueur de trajectoire.

Un des intérêts de la méthode de Morse réside dans le fait que des choix différents de balayage peuvent être effectués via d'autres fonctions de Morse. La figure 3.47 montre la décomposition de l'espace de travail à partir d'un balayage circulaire ($h(x, y) = x^2 + y^2$, traits gras) et la trajectoire du robot s'y rapportant (traits fins). Le choix de la fonction de Morse permet donc de tenir compte de contraintes cinématiques du « robot ».

Approximate Decomposition

Cette méthode de décomposition, très utilisée, a été proposée pour la première fois par Moravec et Elfes [86]. Elle est basée sur une décomposition en quadrillage de l'espace de travail (figure 3.48). Dans cette décomposition, chaque cellule de la grille est associée une valeur spécifiant si un obstacle est présent, ou non, en son sein (en bleu clair sur la figure 3.48). Les cellules sont souvent carrées, même si certaines variantes existent. Cette méthode est qualifiée d'« approximate » par Choset car les cellules issues de la décomposition ne font qu'approcher la forme de l'espace de travail et des obstacles. La qualité de la couverture dépendra donc de la finesse de la grille. Ici, plus la grille sera fine, plus la méthode mobilise des ressources informatiques, même si l'environnement est peu complexe. Une fois la grille réalisée, il est nécessaire de la parcourir. Trois algorithmes classiques existent : « Wavefront », « Spanning trees », « Neural network ».

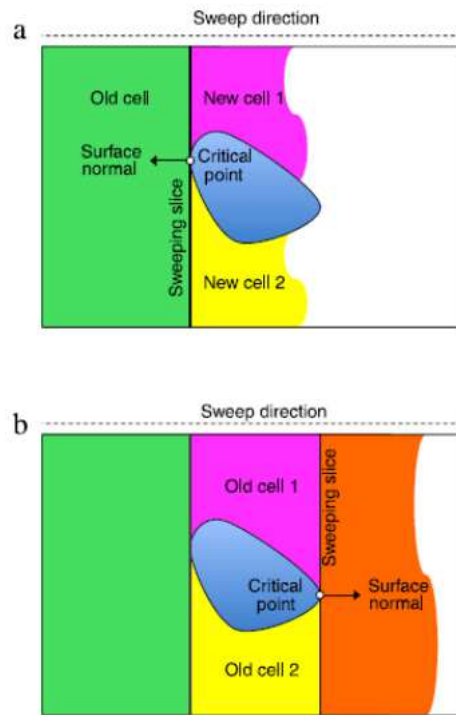


FIGURE 3.46 – Décomposition de Morse de l'espace libre [41].

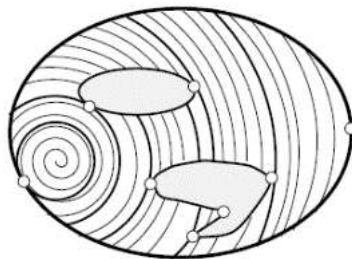


FIGURE 3.47 – Autre décomposition de Morse [3].

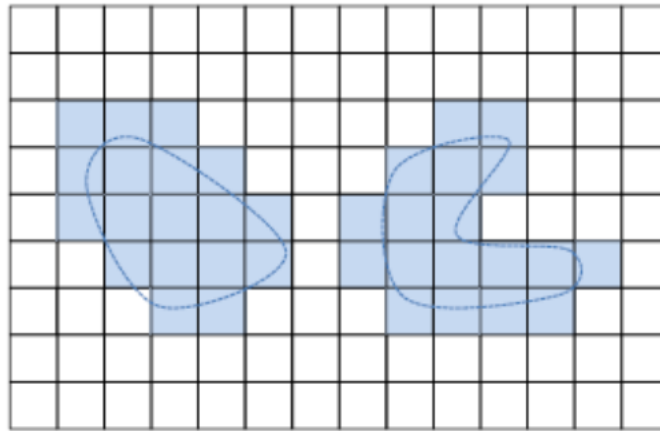


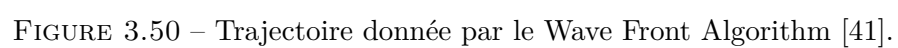
FIGURE 3.48 – Décomposition en grille [41].

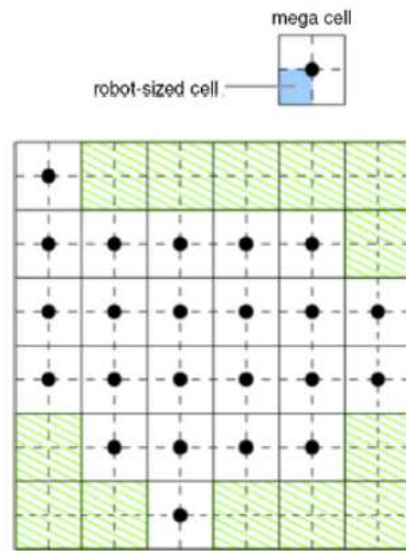
Wavefront - Front d'onde Réalisé par Zelinsky et al. [149]. La couverture est opérée après avoir déterminé une cellule «départ» et une cellule «but». À la cellule «but» est fixée la valeur 0, l'algorithme recherche les cellules jouxtant celle-ci et leur assigne la valeur de 1. À toutes les cellules non marquées contiguës aux cellules marquées 1 est fixée la valeur 2. Et ainsi de suite ... (figure 3.49). Pour réaliser la couverture, on part de la cellule «start» et on recherche les voisins de plus haut label encore non visités. Cet algorithme est proche d'une méthode de gradient, la fonction du potentiel étant le label de la cellule. La trajectoire ainsi obtenue est représentée à la figure 3.50.

Spanning trees Gabrielly et Rimón [40] ont proposé un autre algorithme pouvant fonctionner off-line et on-line. L'espace de travail est décomposé en cellules de deux tailles : les grandes appelées « mega cell » composées de 4 plus petites correspondant à la taille d'exploration du robot (figure 3.51 - haut).

L'espace libre est alors maillé de ces cellules. La trajectoire du robot est déterminée en deux temps, le premier permettant de dessiner le « spanning tree », le second permettant de le parcourir. Lors de la première étape, une cellule de départ est choisie (colonne B et ligne 3 du quadrillage de notre exemple). La mega cell suivante est choisie comme étant une mega cell non encore visitée, recherchée dans le sens anti-horlogique par rapport à l'élément de trajectoire venant d'être déterminé. Cette construction continue jusqu'à ce qu'aucune mega cell ne possède de voisines non visitées. Il y a alors un retour en arrière jusqu'à trouver une mega cell possédant encore des voisines non visitées (figure 3.52). Une fois cette opération terminée, il reste à parcourir l'arbre dessiné à travers les petites cellules dans le sens horlogique (figure 3.53).

FIGURE 3.49 – Wave Front Algorithm [41].





(a) Approximate cell decomposition in mega cells and robot-sized cells.

FIGURE 3.51 – Spanning Tree Algorithm - étape 1 [41].

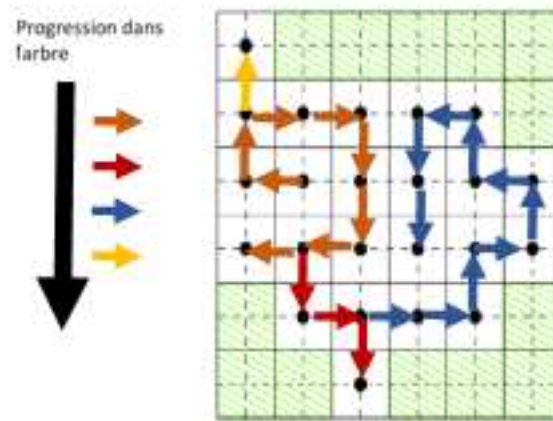


FIGURE 3.52 – Spanning Tree Algorithm - étape 2 [41].

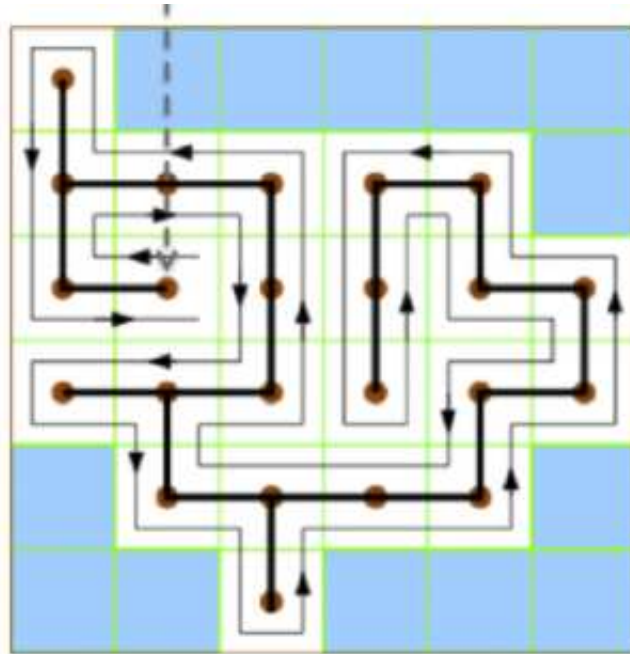


FIGURE 3.53 – Spanning Tree Algorithm - étape 3 [41].

Neural network - réseau de neurones Il semble que cette approche n'ait été utilisée que pour des trajectoires on-line. Elle consiste d'abord à mailler la surface de travail, la diagonale d'une maille étant, au maximum, égale à la dimension radiale du robot. Un neurone est ensuite attribué à chaque cellule et relié à 8 voisins. Une fonction donnant la dynamique de chaque neurone est ensuite choisie.

Semi-approximate Decomposition

Dans ce genre de décomposition, la taille des cellules est fixée dans une des deux dimensions de l'espace mais pas dans l'autre.

3.9.2 CSP en robotique mobile

Cao *et al.* [20] précisent les caractéristiques du CSP dans le domaine de la robotique mobile. Elles sont listées ci-dessous et les convergences et divergences avec une opération d'évidement de cavité sont envisagées.

1. Le robot doit couvrir l'entièreté de la surface.
2. La surface doit être parcourue sans recouvrement. Ce critère n'est pas strict car le recouvrement, même s'il fait baisser la productivité, est acceptable en fraisage.

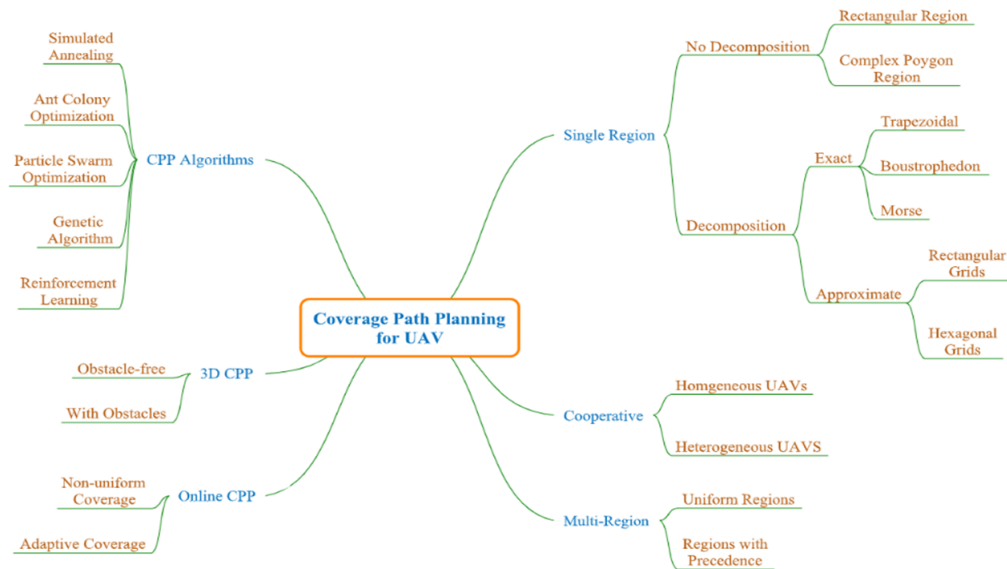


FIGURE 3.54 – Taxonomie du CSP pour drones [72]

3. Le robot doit éviter tous les obstacles, ce qui est à rapprocher de l'intégrité à maintenir pour les bords de la cavité à usiner et de ses îlots.
4. Les morceaux constitutifs de la trajectoire doivent être simples (segments ou arcs de cercles), pour faciliter le contrôle. En usinage, les contrôleurs numériques actuels, même s'ils ne sont pas encore très répandus dans l'industrie, acceptent des courbes plus complexes (splines), ce qui autorise la génération de trajectoires de géométries plus évoluées.
5. Une trajectoire optimale est souhaitée sous certaines contraintes. Elles peuvent être vues comme des contraintes dynamiques (vitesse ou accélération maximale) des axes pour la MOCN.
6. La géométrie de la surface à couvrir est-elle connue d'avance ou pas ?
La trajectoire doit-elle être déterminée "off line" ou "on line" ?

Cao *et al.* [20] précisent d'ailleurs qu'il n'est pas toujours possible de satisfaire ces différents critères simultanément et qu'il faut parfois les prioriser. K. et N. Kumar [72] proposent une synthèse des variantes du CSP et méthodes utilisées pour le résoudre dans le cadre de l'observation par drones (Figure 3.54).

3.9.3 CSP dans la récolte en domaine agricole [80, 89]

La volonté principale de ces recherches est de diminuer la distance parcourue. Même s'il y a un lien, notre volonté est de diminuer le temps de travail.

Oksanen [88] a classifié les champs en Finlande selon certains indicateurs de formes, issus de la géométrie discrète, développés par Roisin [107].

Classification des champs

- Indice de convexité : un polygone est convexe si le segment qui relie deux points quelconques de ce polygone est entièrement contenu dans ce dernier. L'enveloppe convexe ("convex hull" en anglais noté CH) d'un ensemble de points est le plus petit polygone qui contient tous les segments reliant deux des points de cet ensemble. La convexité d'un polygone est définie comme

$$I_{Cv} = \frac{S_{Poly}}{S_{CH}} \in [0; 1] \quad (3.32)$$

Avec I_{Cv} , l'indice de convexité ; S_{Poly} , l'aire du polygone ; S_{CH} , l'aire de l'enveloppe convexe. Cet indice ne tient compte que de la périphérie de la cavité.

- Indice de compacité : ce terme rend compte de la propension d'un polygone à ressembler à un cercle.

$$I_{Cp} = 4\pi \frac{A}{P^2} \in [0; 1] \quad (3.33)$$

Avec I_{Cp} , l'indice de compacité ; A , la surface du polygone ; P , le périmètre du polygone. Si le polygone est un cercle, $I_{Cp} = 1$

- Indice de rectangularité : ce terme rend compte de la proximité géométrique entre un polygone et un rectangle.

$$I_R = \frac{A_P}{A_{MBR}} \in [0; 1] \quad (3.34)$$

Avec I_R , l'indice de rectangularité ; A_P , l'aire du polygone ; A_{MBR} , l'aire du rectangle circonscrit le plus petit (MBR = Minimum Bounding Rectangle)

- Moments : Ils ne sont pas à proprement parler des indices mais interviennent dans le calcul d'autres indices. Le moment d'ordre p et q d'un polygone se calcule comme :

$$m_{p,q} = \int \int x^p . y^q \, dx \, dy \quad (3.35)$$

Avec x et y , les coordonnées des points à l'intérieur du polygone. Si les coordonnées sont calculées à partir du centre de masse, les moments sont notés $\mu_{p,q}$.

- L'indice de triangularité : il est défini à partir des moments :

$$T_M = \left(1 + \sum_{i+j \leq 4} \left((m'_{i,j} - m_{i,j})^2 \right)' \right)^{-1} \in]0; 1] \quad (3.36)$$

- L'indice d'ellipticité :

$$E_i \equiv \begin{cases} I_E = 16\pi^2 \cdot I_1 \text{ si } I_1 \leq \frac{1}{16\pi^2} \\ I_E = \frac{1}{16\pi^2} \cdot I_1 \text{ autres cas} \end{cases} \quad (3.37)$$

Avec

$$I_1 = \frac{\mu_{2,0}\mu_{0,2} - \mu_{1,1}^2}{\mu_{0,0}^4} \quad (3.38)$$

- Ratio des moments principaux. Si le polygone n'est pas circulaire, les moments d'inertie calculés à partir du centre de masse prennent différentes valeurs. Celui qui a la plus grande valeur s'appelle le premier axe principal. Le second est perpendiculaire au premier. Le rapport de ces valeurs est un bon indicateur de compacité des formes.

Réaliser ce travail pour les différentes cavités rencontrées dans un domaine est intéressant. Il propose aussi une décomposition des champs en trapèzes, avec prise en compte de zones à ne pas « couvrir », ce qui est équivalent aux îlots des cavités à usiner. Il recherche également un angle de balayage idéal (comme ce qui se fait en trajectoire Zig-Zag pour l'usinage 3.3.1). Dans le domaine de l'agriculture, les tracteurs, même s'ils avancent lentement, ne peuvent suivre que des trajectoires avec un grand rayon de courbure, ce qui pourrait se rapprocher de l'usinage où, comme les capacités d'accélération centripète de la MOCN sont limitées, les rayons de courbure de la trajectoire doivent être grands (3.4.1). Deux idées intéressantes dans ce domaine sont la décomposition des surfaces et les indicateurs de forme.

3.9.4 CSP en déminage

Tout comme le fraisage, le déminage avec un robot doit satisfaire les contraintes qui suivent.

- Couvrir une surface sans laisser de zones inexplorées. Transposé au fraisage, cela signifie réaliser un évidement complet .
- La surface peut posséder des zones à ne pas explorer, ce qui correspond à des îlots dans la cavité.
- L'opération nécessite un temps de recherche le plus petit possible (autonomie du robot, impératifs militaires). Ceci est à rapprocher, en fraisage, à une minimisation du temps d'usinage pour des raisons économiques.
- Pour augmenter l'autonomie du robot, la recherche doit se faire avec une vitesse la plus constante possible, ce qui est à lier à la notion de fluidité d'une trajectoire 3.5.

Lee [74] propose un algorithme créant une trajectoire en forme de spirale fluide. Elle est construite à partir d'une fine grille couvrant la surface. Cette trajectoire tient compte de la dynamique du robot. Les raccords entre les différents morceaux du trajet se font via des courbes de Bézier de degré 5. En déminage, la géométrie de la surface à couvrir n'est, a priori, pas connue, la recherche de trajectoire se fait donc "on line". En usinage, la recherche de la trajectoire se fait systématiquement "off line". Lee [74] avance aussi différents indicateurs de performance qui s'avèrent pertinents dans notre cas (équations 3.39, 3.40, 3.41, 3.42).

$$Couverture = \frac{Aire\ couverte}{Aire\ totale} \cdot 100 \quad (/) \quad (3.39)$$

$$Temps\ normalisé\ de\ couverture = \frac{Temps\ de\ parcours}{Surface\ à\ couvrir} \quad (s/m^2) \quad (3.40)$$

$$Vitesse\ moyenne = \frac{Longueur}{Temps\ de\ parcours} \quad (m/s) \quad (3.41)$$

$$Rendement\ énergétique = \frac{Aire\ couverte}{Energie\ consommée} \quad (m^2/J) \quad (3.42)$$

3.9.5 Synthèse partielle

Les recherches bibliographiques réalisées pour les sections qui précèdent donnent quelques critères d'attention pour la recherche d'une trajectoire de fraisage 2.5D. Ils sont listés dans le tableau 3.3.

TABLE 3.3 – Synthèse sur les critères d'attention en recherche de trajectoires d'usinage

	Agriculture	Déminage	Tonte	Fraisage
Trajectoire calculée on line	non	oui	non	non
Manoeuvrabilité de l'outil	non	oui	non	oui
Vitesse de l'outil	petite	petite	grande	grande
Complexité des contours	oui	oui	oui	oui
Complexité mathématique de la trajectoire	non	oui	non	oui
Îlots possibles	oui	oui	oui	oui

Ce tableau nous montre que le fraisage ne se rapproche totalement d'aucune problématique, même si des points communs existent. L'idée de partitionner la surface à parcourir est également présente. Quelques critères quantitatifs sont à retenir :

- Les indices de convexité et de forme proposés pour les champs pourraient être utilisés pour catégoriser les cavités. Il ne semble pas y avoir de trace de ce genre d'actions en usinage.
- Les critères de performance utilisés en déminage (équations 3.39, 3.40, 3.41) pourraient qualifier les trajectoires d'usinage.

3.10 Synthèse

Cet état de l'art, tant technique que scientifique, nous montre que :

- Les logiciels de FAO sont loin d'avoir intégré les développements scientifiques de ces vingt dernières années.
- La recherche de trajectoires efficaces pour l'évidement de cavités 2.5D intéresse encore les ingénieurs et scientifiques, même si les publications de ces dernières années semblent moins nombreuses, du moins dans le traitement macroscopique.
- La méthode des axes médians est actuellement la plus suivie, alors que les méthodes différentielles ne sont plus que citées sans donner lieu à de nouveaux développements.
- Les méthodes qui produisent des spirales pour des cavités avec îlots imposent des reprises d'usinage, une grande augmentation de longueur ou une partition artificielle de la cavité.

Ces recherches bibliographiques nous montrent qu'une méthode différentielle comme celle de Bieterman et Sandström n'a pas vraiment été exploitée. Leur article [18] cité à de nombreuses reprises n'a fait l'objet de développement qu'à deux reprises ([14] et [30]).

Cette méthode semble pourtant avoir du potentiel pour générer des trajectoires en spirales sur des cavités avec un ou des îlots, sans reprises et avec un partitionnement "naturel".

Les difficultés sont d'adapter la forme des courbes de structure et de sortir de leur représentation polaire (Vecteur de Fresnel). Les techniques de lissage relevées ici pourraient permettre de tirer un meilleur profit des trajectoires générées.

Même si Patel [95] a réalisé une description des trajectoires classiques, produites par Mastercam X6, pour une cavité carrée ou circulaire avec un îlot soit carré, soit circulaire, dans différentes positions. Son étude est purement qualitative et il ne s'attache qu'à juger si l'usinage d'ébauche est complet et si la forme de l'îlot est respectée. Les analyses menées dans ce travail doivent

être plus quantitatives.

De plus, il n'existe pas de méthodologie de comparaison entre différentes trajectoires. Pour une cavité donnée et des conditions d'usinage données, les bureaux des méthodes n'ont pas d'outils objectifs d'aide à la décision, si ce n'est leur connaissance du terrain. Amener des indicateurs quantitatifs de comparaison des trajectoires est également un des buts de cette thèse.

Le travail de généralisation de la méthode de Bieterman qui suit et l'évaluation des trajectoires se fait à un niveau macroscopique. Le processus de coupe est négligé dans notre étude, c'est pourquoi nous ne tiendrons pas compte, comme certains auteurs l'ont fait, des possibilités d'optimisation de la vitesse d'avance liées à la variation de l'engagement de la fraise.

Généralisation de la Méthode de Bieterman

Les trois chapitres qui suivent présentent les développements propres à cette thèse.

Le chapitre 4 s'attache à créer une méthode de production de trajectoires curvilinéaires nommée HQ qui généralise la méthode initiée par Bieterman et Sandström. Il décrit ce qui a été apporté comme améliorations pour gommer certaines limitations :

- impossibilité de gérer des poches non convexes et des îlots décentrés,
- augmenter le niveau de continuité de la trajectoire tout en contrôlant son positionnement.

Enfin, ce chapitre montre, sur 5 cavités, que la méthode HQ est fonctionnelle.

Le chapitre 5 pose les bases du plan expérimental qui a été mené. Ensuite, il présente les différents indicateurs qui seront utilisés pour comparer les trajectoires classiques avec HQ. Tous ceux-ci offrant l'avantage d'être calculables avant les essais sur MOCN. Pour terminer, il montre l'impact positif du lissage de HQ sur une trajectoire de Bieterman.

Le chapitre 6 propose un concept macroscopique neuf de mesure de la fluidité d'une trajectoire : l'efficacité dynamique. Ce concept est ensuite modélisé à partir de quelques grandeurs très facilement accessibles avant tout essai sur MOCN, ce qui permet d'évaluer rapidement le temps d'usinage. Il synthétise enfin, les résultats d'usinage en l'air en utilisant un ensemble d'indicateurs expérimentaux comme le temps d'usinage et montre que HQ génère, parmi les trajectoires testées, celles qui sont les plus fluides.

4.1 Génération de courbes fermées sans intersection

La méthode détaillée dans les sections 4.1, 4.2, 4.3 a fait l'objet de différentes présentations lors des séminaires et conférences Manufacturing 21 (en 2014 à Clermont-Ferrand [75] et en 2016 à Tours [76]). Un exposé a également été proposé, tout comme une publication dans les actes de la conférence ESAFORM en 2019 [79].

Le point de départ de la méthode de Bieterman est de résoudre l'équation de Poisson. Plutôt que de la résoudre numériquement, par exemple grâce à la toolbox PDE de MatLab, dans ce travail, nous avons choisi d'attacher un modèle physique menant à cette dernière, ce qui a comme avantage principal de donner une intuition sur la forme générale des courbes solutions. Résoudre l'équation de Poisson revient à rechercher le champ de température stationnaires d'une surface définie par un contour (plan) fermé lorsqu'elle est uniformément chauffée et maintenue à 0 K sur ce contour. En effet, l'équation de la chaleur s'exprime comme :

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + q, \quad \partial\Omega = 0 \quad (4.1)$$

avec ρ , la masse du matériau par unité de surface (en kg/m²) ; c , la chaleur spécifique du matériau (en J/(kg K)) ; $T(x, y)$, le champ de température sur la surface (en K) ; τ , le temps (en s) ; λ , la conductivité thermique du matériau (en W/K) ; q , la puissance thermique de chauffe par unité de surface (en W/m²) ; $\partial\Omega$, la condition aux limites.

Lorsque le régime est stationnaire, l'équation 4.1 s'écrit :

$$0 = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \cdot \vec{\nabla} T) + q, \quad \partial\Omega = 0 \quad (4.2)$$

Pour un matériau isotrope, λ est constant et l'équation devient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} T = \Delta T = -\frac{q}{\lambda}, \quad \partial\Omega = 0 \quad (4.3)$$

Lorsque q et λ valent 1, l'équation 4.3 correspond bien à l'équation de Poisson (4.4).

$$\Delta T(x, y) = -1, \quad \partial\Omega = 0 \quad (4.4)$$

Les courbes fermées sans intersection entre-elles recherchées par Bieterman et Sandström en résolvant l'équation de Poisson sont des isothermes. Le modèle physique attaché permet également de pouvoir directement employer le modèle CAO de la cavité dans un logiciel de calculs aux éléments finis (EF). Dans cette thèse, Solidworks et son module EF intégré sont utilisés pour dessiner la cavité et calculer le champ de température. Il convient de préciser que la condition aux limites de 0 K ne s'applique pas directement au bord physique de la cavité, mais à un contour décalé (offset) généré à

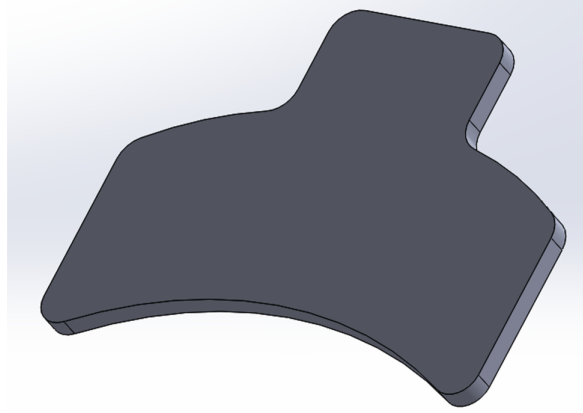


FIGURE 4.1 – Modèle CAO - cavité nommée BIG

partir de celui-ci. Cette opération d'offset est désormais bien maîtrisée par les logiciels de CAO. Puisque nous pilotons le centre d'une fraise cylindrique, ce décalage du bord vaut :

$$D_{\text{offset}} = \frac{\phi_f \cdot \text{eng}}{2} \quad (4.5)$$

Avec D_{offset} , la distance entre la courbe offset et le bord de la cavité (en mm) ; ϕ_f , le diamètre de la fraise (en mm) et eng, l'engagement radial de la fraise (en %). Cet offset nous permet de parcourir l'isotherme 0 K et de générer ainsi le bord de la cavité.

La première hypothèse de la démarche à poser est de fixer la valeur du diamètre de la fraise. Si une optimisation de ce diamètre devait être menée, la totalité de la procédure serait à recommencer. Remarquons que cette hypothèse doit intervenir également très tôt dans le processus de calcul des trajectoires classiques par les logiciels de FAO.

La figure 4.1 montre le modèle CAO d'une cavité (nommée BIG) avec offset. Il faut donc représenter en CAO, la forme de la matière à usiner, et non la cavité elle-même ou travailler avec une soustraction booléenne entre le brut et la cavité. La figure 4.2 montre le champ de température calculé, grâce au module EF de Solidworks (cavité BIG).

Il est à noter que lorsque la cavité présentera des îlots, l'utilisateur devra être particulièrement attentif au choix qu'il aura à poser quant à la température des îlots (voir 4.9.3, 4.9.4, 4.9.5 pour plus de détails) car c'est lui qui définira la morphologie générale des isothermes et donc de la spirale. Ce choix aura également un impact sur le nombre d'isothermes candidates à extraire.

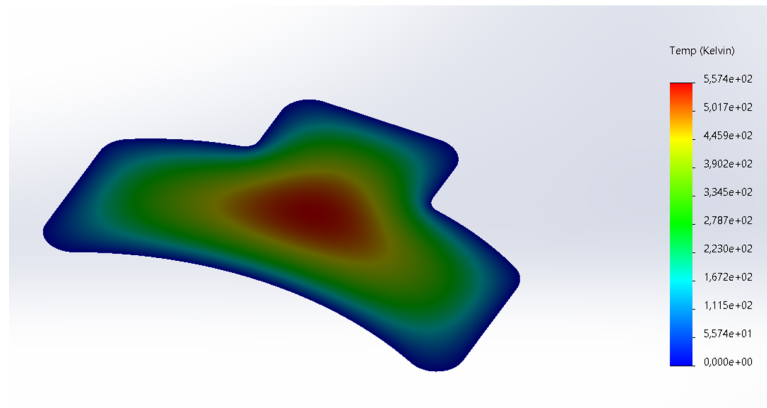


FIGURE 4.2 – Champ de température calculé - cavité nommée BIG

4.2 Sélection des courbes de structure par VF

Les courbes de structure, nommées également courbes d'ossature, seront sélectionnées parmi un ensemble d'isothermes candidates. La première tâche consiste à importer le champ (discret) $T(x_i, y_j)$, $i, j \in \mathbb{N}$ de Solidworks vers MatLab. Les fonctions d'interpolation de MatLab permettent de faire correspondre une température à chaque valeur de x et y (continus) à l'intérieur de la surface qui définit la cavité. La fonction utilisée est "scatteredInterpolant" qui interpole linéairement après une triangulation type Delaunay. Grâce à la fonction "contour", il est possible de trouver les coordonnées de points ayant une température donnée, c'est-à-dire de créer les isothermes candidates. Ces isothermes sont discrètes et orientées mais ne sont pas synchronisées :

- Orientées car chaque point du vecteur constituant l'isotherme est placé de manière à pouvoir parcourir la courbe dans le sens horlogique.
- Non synchronisées car le point de départ d'une isotherme n'est pas le point le plus proche du point de départ de l'isotherme suivante.

Une synchronisation des isothermes devra être réalisée (cf. 4.5.1).

Ces isothermes extraites sont nommées isothermes candidates, puisque les courbes de structure recherchées seront parmi elles (figure 4.3).

La sélection des isothermes de structure parmi les isothermes candidates peut se faire par Vecteur de Fresnel, comme expliqué en 3.6.2 mais cette méthode empêche toute généralisation à des cavités plus complexes. Les figures 4.4 et 4.5 montrent les isothermes de structure pour des diamètres de fraise de 10 mm et 20 mm.

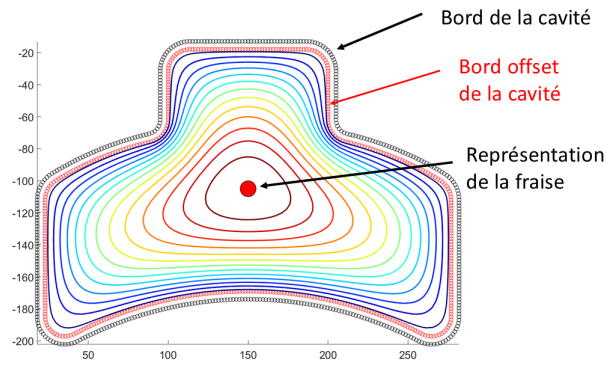
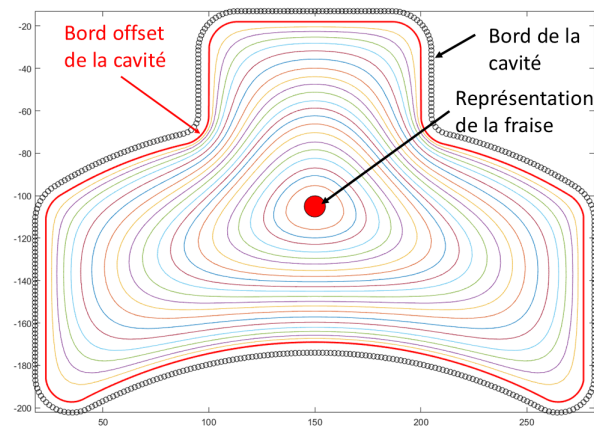
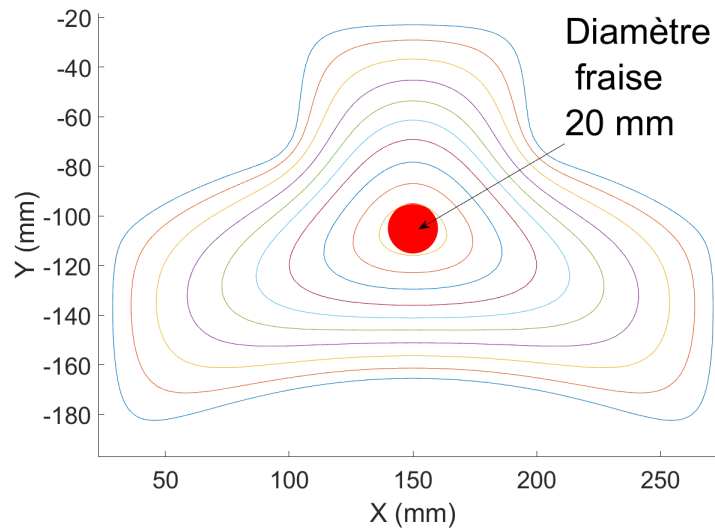


FIGURE 4.3 – Quelques isothermes candidates de la cavité BIG

FIGURE 4.4 – Isothermes de structure de la cavité BIG - $\phi_f = 10$ mm

FIGURE 4.5 – Isothermes de structure de la cavité BIG - $\phi_f = 20$ mm

Il est à noter que la densité d'isothermes doit être adaptée à la cavité pour pouvoir en capter le gradient (surtout dans la zone interne des cavités avec îlots où le choix de cette dernière crée un gradient important dans cette zone). Des résultats satisfaisants ont été obtenus avec 100 isothermes pour des cavités sans îlot et 350 pour des cavités avec îlots. Ce choix est posé par l'utilisateur. C'est la faible densité d'isothermes affichées dans certaines zones qui doit attirer son attention.

4.3 Construction de la spirale par interpolation

En travaillant avec des Vecteurs de Fresnel, comme Bieterman et Sandström, nous obtenons une spirale similaire, comme le montre la figure 4.6. Cependant, dans le travail mené pour [79] et qui visait à comparer des temps d'usinage simulés avec VPOp pour différentes trajectoires d'évidement de la cavité REG, il est apparu que :

- la vitesse d'avance le long de la trajectoire BT restait faible (figures 4.7 et 4.8)
- l'algorithme de VPOp avait des difficultés à converger.

La cause ciblée est une forme de bruit numérique issu de l'interpolation du champ de température. Ce bruit se retrouve dans le fichier Gcode et tant VPOp que la fraiseuse tente de suivre une trajectoire présentant de nombreuses discontinuités en tangence, ce qui amène macroscopiquement une réduction de la vitesse d'avance de la fraise.

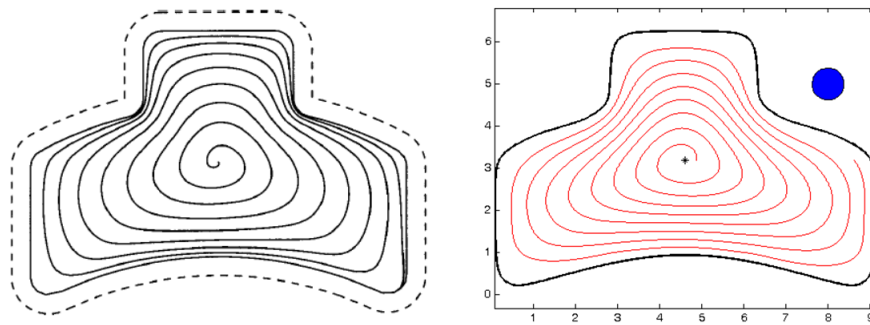


FIGURE 4.6 – Comparaison entre la spirale obtenue par Bieterman [18] et la spirale obtenue via le modèle thermique (sans lissage)

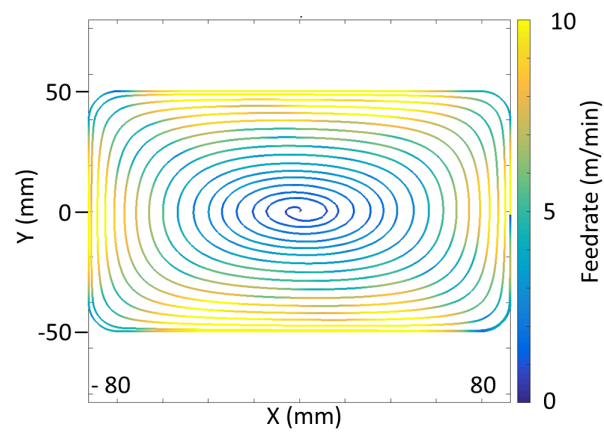


FIGURE 4.7 – Vitesse simulée (VPOp) sur la cavité REG sans lissage tangentiel

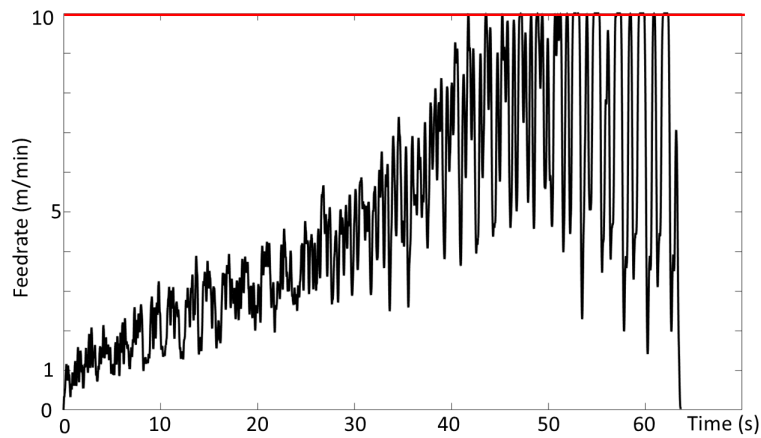


FIGURE 4.8 – Profil de vitesse simulé (VPOp) sur la cavité REG sans lissage tangentiel

4.3.1 Lissage tangentiel

Pour éviter cela, un lissage tangentiel de la spirale par moyenne mobile (fenêtre de 3 points, 5 passages) a été réalisé. Les figures 4.9 et 4.10 montrent le profil de vitesse le long de la trajectoire de Bieterman. Cette technique a fait passer le temps d'usinage simulé de 63 s à 37 s pour une longueur de trajectoire identique.

4.4 Synthèse, limites et opportunités d'une méthode type Bieterman

Comme évoqué brièvement en 3.6.5, le modèle physique qui supporte la PDE fait germer l'idée de modifier la forme des courbes de structures (en changeant la température des bords offset ou même en changeant la puissance thermique produite par certaines zones) de manière à construire une spirale s'adaptant mieux à une cavité donnée. Il est alors envisageable d'aller plus loin que [18] et [14] et de généraliser la construction de trajectoires à des cavités avec îlots. Le paragraphe 4.9.3 expose avec détails comment une modification de la température d'un îlot peut affecter la forme des isothermes et donc l'aspect de la spirale qui pourra être générée.

Mais ce genre d'utilisation nécessite de ne plus utiliser les vecteurs de Fresnel et donc de réaliser une paramétrisation non polaire des isothermes. De même, l'utilisation d'une moyenne mobile utilisée (voir 4.3.1) pour le lissage tangentiel, même si elle est (très) efficace, comme le montre le travail réalisé pour [79], engendre une erreur de corde non maîtrisée entre la trajectoire originelle et la trajectoire programmée, ce qui peut occasionner un "sur-usinage" de certaines zones (surtout si des îlots sont présents).

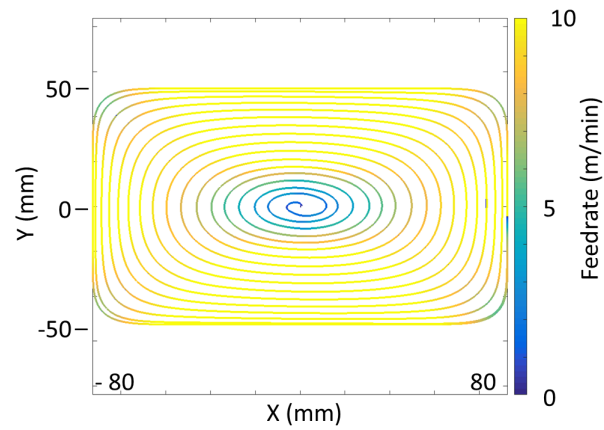


FIGURE 4.9 – Vitesse simulée (VPOp) sur la cavité REG avec lissage tangentiel

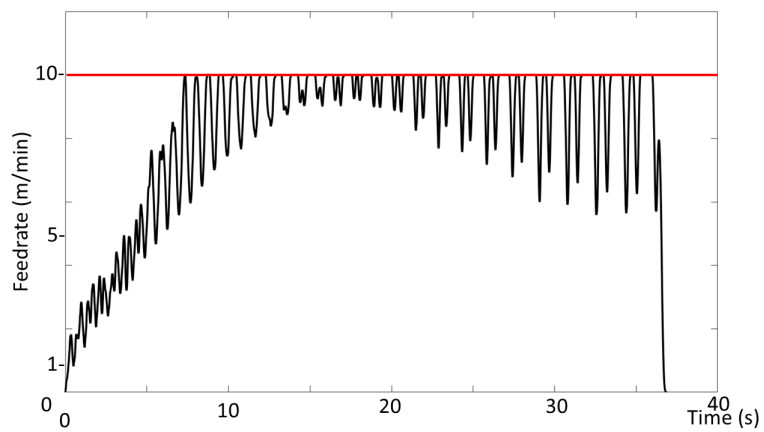


FIGURE 4.10 – Profil de vitesse simulé (VPOp) sur la cavité REG avec lissage tangentiel

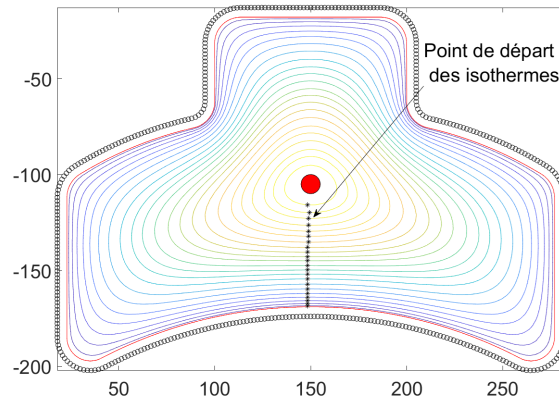


FIGURE 4.11 – Synchronisation des courbes de structure

La section qui suit (4.5) montre comment ces deux verrous ont été levés. Ceci constitue un apport original de ce travail.

4.5 Lissage et reparamétrisation des isothermes

Les paragraphes qui suivent expliquent comment la reparamétrisation des isothermes et le lissage de la trajectoire peuvent être menés en une seule opération mais ce travail ne pourra être utilisé que si les isothermes sont synchronisées.

4.5.1 Synchronisation des isothermes

Cette tâche, indispensable, est réalisée en choisissant manuellement le point de départ (A) de l'isotherme la plus externe (A est choisi dans une zone de très faible courbure, soit où la norme du gradient des températures est très faible). Le point de départ d'une isotherme plus interne, A' , est le point de l'isotherme le plus proche de A . De cette manière, si une valeur de courbure faible est choisie a priori, il n'y aura pas d'impact lourd sur la décomposition des isothermes (voir 4.5.3). Il faut cependant veiller à ce que le signe de la courbure soit correctement posé. Comme les isothermes sont créées pour tourner dans le sens trigonométrique, la courbure sera positive si, au point de départ, elles tournent localement dans le sens trigonométrique également. Des essais ont été menés avec un point de départ de la décomposition dans une zone de forte courbure, le lissage ainsi produit était de moins bonne qualité : les raccords entre les premiers patches de la décomposition étaient plus anguleux, les splines plus oscillantes. Le lissage est, dans ce cas, très dépendant de la valeur initiale posée pour la courbure. Le résultat de la synchronisation est visible sur la figure 4.11.

4.5.2 Interpolation par Splines d'Hermite

Une spline d'Hermite est une fonction d'interpolation polynomiale (de variable u) entre deux points (P_0 et P_1). Elle passe obligatoirement par ceux-ci et respecte une orientation de tangente en ces deux points également, \vec{T}_0 et \vec{T}_1 sont les deux vecteurs tangents.

Dans une base orthonormée Oxy , nous avons donc :

$$\begin{cases} \vec{P} & (x(u); y(u)) \\ \vec{P}_0 & (x_0; y_0) \\ \vec{P}_1 & (x_1; y_1) \\ \vec{T}_0 & k_0 \cdot (\cos(\theta_0); \sin(\theta_0)) \\ \vec{T}_1 & k_1 \cdot (\cos(\theta_1); \sin(\theta_1)) \end{cases} \quad k_0, k_1 \in \mathbb{R}^+ \quad (4.6)$$

Splines d'Hermite cubiques

Si la fonction d'interpolation, de paramètre $u \in [0; 1]$, est de degré 3, on parle de splines d'Hermite cubiques (**HC**). Dans ce cas, 4 degrés de liberté sont possibles. Le passage par le point de départ et d'arrivée en "consomme" deux et l'orientation de la tangente au début et à la fin, deux autres. Le respect de ces contraintes (équations 4.6) se traduit par :

$$\begin{cases} x(u) = a_0(u).x_0 + a_1(u).x_1 + b_0(u).\cos(\theta_0) + b_1(u).\cos(\theta_1) \\ y(u) = a_0(u).y_0 + a_1(u).y_1 + b_0(u).\sin(\theta_0) + b_1(u).\sin(\theta_1) \end{cases} \quad (4.7)$$

avec

$$\begin{cases} a_0(u) = 2u^3 - 3u^2 + 1 \\ a_1(u) = -2u^3 + 3u^2 \\ b_0(u) = k_0.(u^3 - 2u^2 + u) \\ b_1(u) = k_1.(u^3 - u^2) \end{cases} \quad u \in [0; 1] ; k_0, k_1 \in \mathbb{R}^+ \quad (4.8)$$

Les équations 4.8 s'appellent "fonctions de mélange". Ce modèle HC laisse 2 paramètres libres (k_0 et k_1) qui agissent sur la norme des deux vecteurs tangents et se mesurent donc en unités de longueur, ici en mm.

Splines d'Hermite quartiques (HQ)

Un modèle d'interpolation polynomial par splines d'Hermite de degré 4 a été proposé par [141] et généralise le modèle HC. Ce sont des splines d'Hermite quartiques (**SHQ**). Les conditions d'interpolation (4.6) restent les mêmes mais deux paramètres de forme (α et β , adimensionnés) sont ajoutés. L'interpolation s'écrit alors, avec e pour "extended" :

$$\begin{cases} x(u) = ea_0(u).x_0 + ea_1(u).x_1 + eb_0(u).\cos(\theta_0) + eb_1(u).\cos(\theta_1) \\ y(u) = ea_0(u).y_0 + ea_1(u).y_1 + eb_0(u).\sin(\theta_0) + eb_1(u).\sin(\theta_1) \end{cases} \quad (4.9)$$

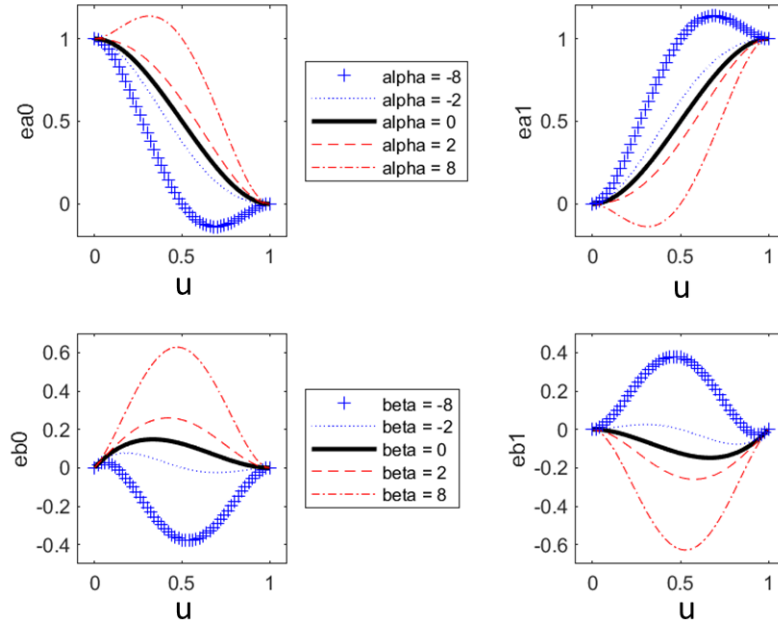


FIGURE 4.12 – Représentation des fonctions de mélange pour le modèle HQ [78]

avec

$$\begin{cases} ea_0(u) = 1 + (\alpha - 3).u^2 + 2(1 - \alpha).u^3 + \alpha.u^4 \\ ea_1(u) = (3 - \alpha).u^2 + 2(\alpha - 1).u^3 - \alpha.u^4 \\ eb_0(u) = k_0. \left(u + (\beta - 2).u^2 + (1 - 2\beta).u^3 + \beta.u^4 \right) \\ eb_1(u) = k_1. \left(-(\beta + 1).u^2 + (2\beta + 1).u^3 - \beta.u^4 \right) \end{cases} \quad u \in [0, 1] \quad (4.10)$$

Les équations de 4.10 s'appellent aussi "fonctions de mélange". La figure 4.12 représente les 4 fonctions de mélange du modèle HQ. Si α et $\beta = 0$ dans 4.10, on retrouve bien les équations 4.8 du modèle HC, ce qui prouve la généralisation.

Cette fois, il y a 5 degrés de liberté et 4 paramètres : k_0 , k_1 , α et β . Les conditions de passage et de tangence en consomment 4, comme expliqué ci-dessus. Le cinquième sera utilisé pour imposer la courbure initiale (C_0) de la spline HQ (voir 4.12).

4.5.3 Décomposition d'une isotherme par splines d'Hermite

Les fonctions d'interpolation (HC ou HQ) peuvent servir à ajuster et à lisser une partie des points constitutifs d'une courbe discrète (ie. un *patch*), de manière optimisée. En effet, les systèmes d'équations 4.7 ou 4.9 nous

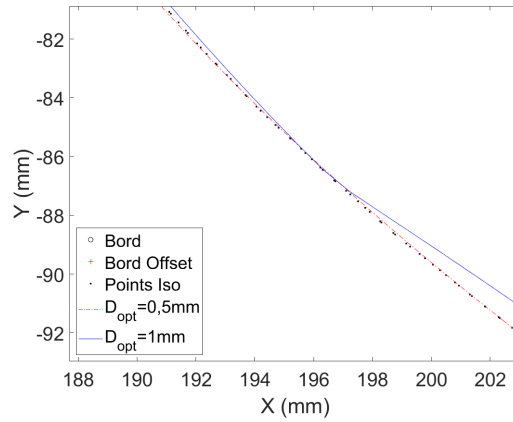


FIGURE 4.13 – Cavité BIG - Iso Ossature 10 - Ajustement HQ avec 2 valeurs de D_{opt}

laissent des paramètres à fixer. Il est donc possible de rechercher la valeur de ces paramètres qui minimisent la distance entre un ensemble de points et la spline (notée D_{opt}). Si nous fixons une valeur maximale admissible pour cette distance (notée D_{max}), il est possible d'augmenter le nombre de points constituant le patch tout en respectant la contrainte $D_{\text{opt}} \leq D_{\text{max}}$.

Grâce à cette technique, une isotherme (discrète) peut être décomposée en un ensemble de splines d'Hermite (continues), toutes assez proches des points constitutifs et raccordées en tangence et en courbure.

La figure 4.13 montre le résultat de l'ajustement HQ sur l'isotherme de structure 10 de la cavité BIG pour $D_{\text{opt}} = 0,5 \text{ mm}$ et $D_{\text{opt}} = 1,0 \text{ mm}$. Il est intéressant de remarquer que si D_{opt} est plus grand, une structure plus anguleuse de spline apparaît. Une trop grande valeur de D_{opt} n'est donc pas souhaitable car elle va à l'encontre de la fluidité. Si D_{opt} est trop petit, le nombre de patches devient important, les splines collent davantage aux points de l'isotherme et le lissage n'a pas lieu. La fluidité de la trajectoire en est alors affectée. Une valeur de $D_{\text{opt}} = 0,5 \text{ mm}$ semble être un bon compromis mais est paramétrée. Cette valeur a été utilisée pour toutes les trajectoires générées présentes dans ce manuscrit, sauf pour la figure 4.13.

Décomposition HC

Dans ce cas, il y a 2 paramètres. Grâce aux propriétés intrinsèques des splines d'Hermite (cf 4.5.2), deux patches sont raccordés de manière continue et ont une orientation de tangente commune. Une isotherme est ainsi approchée par des patches raccordés C^1 .

D'un point de vue algorithmique, la fonction objectif de l'optimisation

s'exprime comme (équation 4.11) :

$$F(k_0, k_1) = \max_j \{ \min_i [\delta(S_i; P_j)] \} \quad (4.11)$$

Avec S_i , un point échantillonné de la spline ; P_j , un point du patch ; δ , la distance euclidienne entre deux points.

La méthode d'optimisation, basée sur une descente de gradient, a permis d'obtenir des résultats satisfaisants sur un ensemble de cas tests d'entraînement. Le temps de calcul est de l'ordre de la minute. Pour augmenter les chances de ne pas obtenir un minimum local, différentes valeurs initiales de k_0 et k_1 sont testées aléatoirement et le meilleur résultat de l'optimisation est retenu. Ce travail par splines d'Hermite cubiques a permis de préparer le travail expliqué dans le point 4.5.3. Il a donné lieu à un article et à une présentation lors de la conférence Manufacturing 21 de Paris-Saclay en 2022 [77].

Décomposition HQ

La décomposition des isothermes par splines d'Hermite quartiques et l'évaluation numérique des trajectoires générées a fait l'objet d'une publication [78]. Ce modèle offre 5 degrés de liberté et 4 paramètres. Il va servir à contraindre davantage le raccord entre les splines de 2 patchs consécutifs et créer un niveau de continuité C^2 .

Comme annoncé ci-dessus, les patchs sont déjà raccordés en tangence. Pour les raccorder en courbure, il faut relier un des 4 paramètres, β dans ce cas, à la courbure initiale de la spline (C_0) sur le patch. En effet, la courbure initiale est liée aux 4 paramètres k_0, k_1, α, β (équation 4.12) et la relation mathématique peut être inversée analytiquement (équation 4.13) :

$$C_0 = C \Big|_{u=0} = \frac{\frac{dx}{du} \cdot \frac{d^2x}{du^2} - \frac{dy}{du} \cdot \frac{d^2y}{du^2}}{\left(\frac{dx}{du}^2 + \frac{dy}{du}^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \Big|_{u=0} = f_0(k_0, k_1, \alpha, \beta) \quad (4.12)$$

$$\beta = f_0^{-1}(C_0, k_0, k_1, \alpha) \quad (4.13)$$

Si C_0 , k_0 , k_1 et α sont fixés, β peut être calculé et la spline est entièrement définie sur le patch. Ainsi, la courbure finale peut être calculée et sert à fixer la courbure initiale du patch suivant. Cette procédure permet de raccorder les patchs en courbure après avoir fixé la courbure du tout premier patch de l'isotherme.

L'organigramme de la figure 4.14 illustre l'algorithme détaillé ci-dessous et la figure 4.15 montre le résultat obtenu. Algorithmiquement, un premier patch de 3 points consécutifs est considéré, sa courbure initiale C_0 est fixée a priori à $C_0 = +0,001 \text{ mm}^{-1}$ ou à $C_0 = -0,001 \text{ mm}^{-1}$ en fonction du sens de la courbure macroscopique de l'isotherme mais est paramétrable. Ce chiffre correspond à un rayon de courbure très grand (1 m), fixé pour une partie de l'isotherme qui est très "plate". Des essais numériques ont montré que si la

courbure était mal fixée dans une zone de forte courbure, les jonctions des premiers patchs des décompositions étaient anguleuses alors que ce n'était pas le cas dans une zone de faible courbure. La valeur choisie, à un facteur 10 près (dans les deux sens), n'a pas de réel impact sur la décomposition.

Les paramètres k_0, k_1, α sont optimisés pour minimiser la distance entre la spline et les points. La distance est calculée de la même manière que pour HC (équation 4.11). Une fois l'optimisation réalisée, k_0, k_1, α sont connus et, en utilisant l'expression analytique de f_0^{-1} , β est calculé. De là, la spline est entièrement déterminée.

Tant que la distance issue de l'optimisation est sous un seuil imposé, le patch est allongé d'un point et la procédure décrite ci-dessus recommence. Si ce n'est pas le cas, le patch est raccourci d'un point et les paramètres sont recalculés.

Différents essais ont montré que la fonction objectif (équation 4.11) semble présenter de nombreux minima locaux. Une optimisation par algorithme génétique (GA) est donc recommandée, contrairement à une méthode de descente de gradient (GM). Mais le temps d'exécution d'un algorithme génétique multiplié par le nombre de répétitions de ce dernier rend le temps de calcul beaucoup trop long (plusieurs heures pour une seule isotherme). Pour réduire ce temps, une méthode mixte est utilisée.

1. Lors de l'allongement du patch, une méthode de descente de gradient (GM sur la figure 4.14) est utilisée.
2. Lorsque le nombre maximum de points du patch est atteint, une optimisation par algorithme génétique est utilisée (GA sur la figure 4.14)

Procéder de la sorte :

- Permet de réduire le temps de calcul et d'atteindre un minimum plus global. La distance entre le patch et la spline est typiquement réduite de 50% par rapport à la méthode du gradient. Mais le nombre de patchs reconstituant une isotherme n'est pas à son minimum strict.
- Permet également d'éviter des "zig-zag" très plats de la spline entre les points du patch. Ceux-ci ont pour origine une tendance des coefficients k_0, k_1, α à devenir excessivement grands lors de l'optimisation par GM.

Il est aussi à noter que, pour certains patchs des isothermes des poches RI4 et SLI, l'algorithme génétique donne de moins bons résultats que la méthode du gradient. Si tel est le cas, l'algorithme HQ prévoit de raccourcir le patch de cinq points à la fois et d'exécuter l'optimisation par GA.

Des exemples de valeurs typiques des coefficients k_1, k_2, α et β sont donnés pour la cavité SLIG au points 4.9.5.

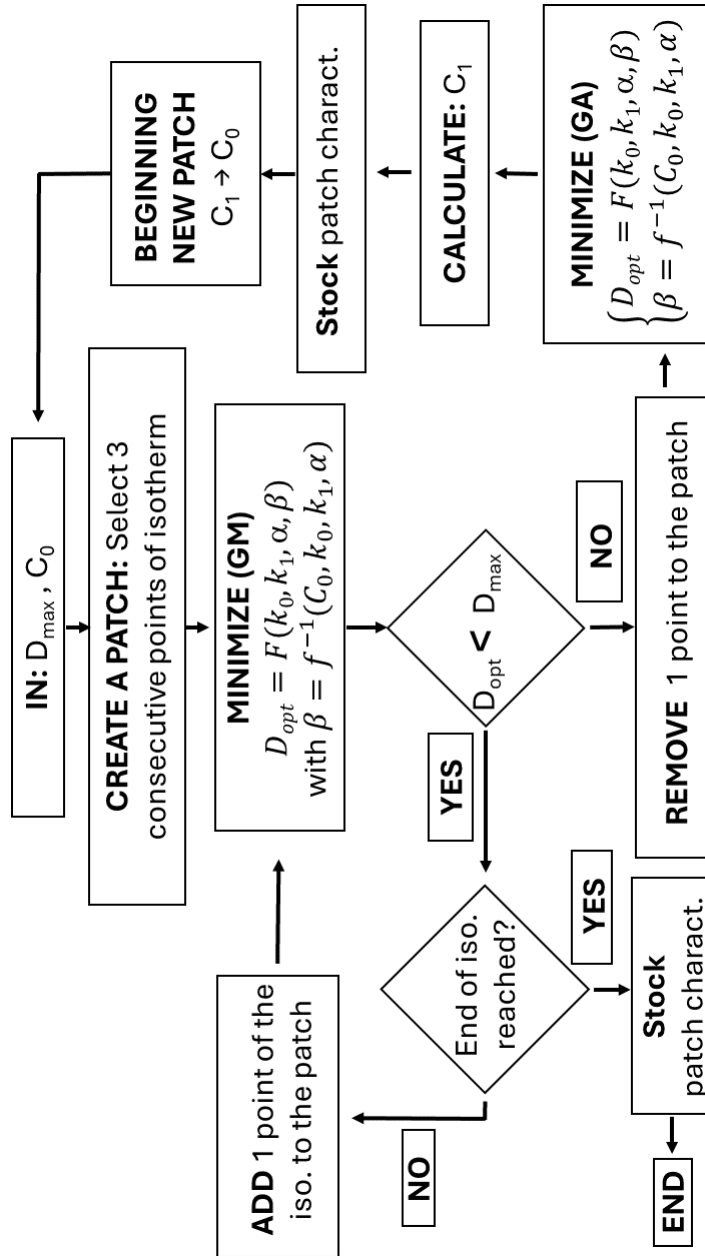


FIGURE 4.14 – Algorithme de décomposition HQ d’une isotherme en patches raccordés C^2 [78]

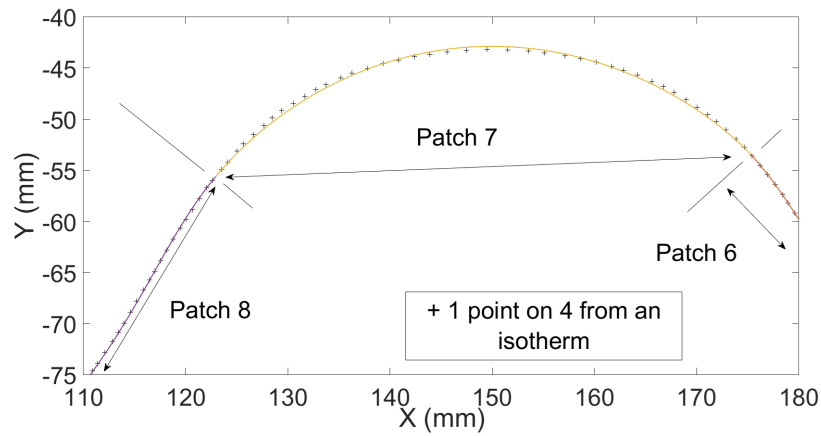


FIGURE 4.15 – Ajustement local d’une isotherme par la méthode HQ [78]

4.5.4 Remarque

Une attention particulière a dû être portée au calcul de la pente des vecteurs tangents afin d’assurer la cohérence du tracé de la spline. En effet, l’expression de ces vecteurs dans une forme habituelle $(1; \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)})$ entraîne parfois des simplifications de signes au sein de la fraction, induisant ainsi une orientation incorrecte du parcours (zone entourée sur la figure 4.16).

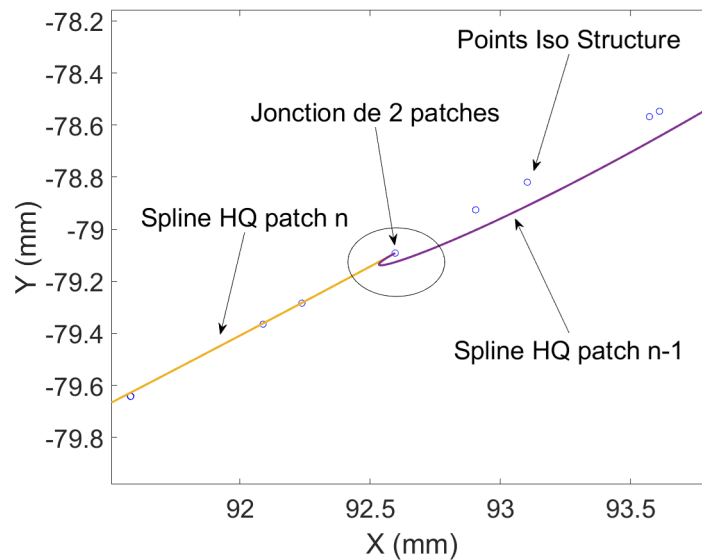


FIGURE 4.16 – Problème de raccord en tangence entre 2 patchs consécutifs

4.6 Sélection des isothermes de structure

La sélection des isothermes de structure se réalise à partir d'un calcul de distance entre les isothermes candidates. Deux choix sont envisageables :

- Décomposer (HQ) toutes les isothermes candidates et évaluer la distance entre chacune pour sélectionner les isothermes de structure.
- Évaluer la distance entre chaque isotherme candidate pour sélectionner les isothermes de structure et ensuite, réaliser la décomposition HQ des isothermes de structure uniquement.

C'est cette dernière manière de faire qui a été choisie, elle permet de réduire drastiquement (facteur 5) le temps de calcul, puisqu'il y a environ 20 isothermes de structure pour une à quelques centaines candidates. La sélection des isothermes de structure se fait de l'extérieur vers l'intérieur de la cavité. La première isotherme candidate est forcément la première isotherme de structure. Pour sélectionner la deuxième, on calcule :

$$D_{\text{iso}} = \text{MAX}_j \left[\text{MIN}_i \left[\sqrt{(P_{jx} - Q_{ix})^2 + (P_{jy} - Q_{iy})^2} \right] \right] \quad (4.14)$$

Avec P_j , un point d'une isotherme d'ossature et Q_i , un point d'une isotherme candidate plus interne ; D_{iso} , la distance calculée entre l'isotherme de structure et l'isotherme candidate. En notant D_{max} la distance maximale entre 2 isothermes d'ossature et valant $D_{\text{max}} = \phi_f \cdot \text{eng}$:

- si $D_{\text{iso}} \leq D_{\text{max}}$, alors on sélectionne une isotherme candidate plus interne et on recommence la procédure.
- si $D_{\text{iso}} \geq D_{\text{max}}$, on sélectionne l'isotherme candidate précédente comme isotherme d'ossature et la procédure recommence jusque l'isotherme candidate la plus interne.

La figure 4.17 illustre les courbes d'ossature sélectionnées parmi les candidates.

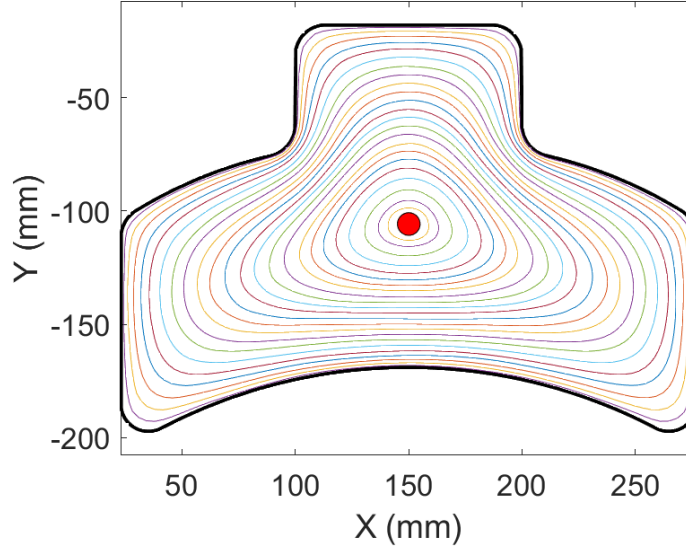


FIGURE 4.17 – Ossature de la spirale curvilinéaire

4.7 Échantillonnage des isothermes de structure

À ce stade, les isothermes d'ossature sont sélectionnées et lissées. Il faut encore les échantillonner pour construire la spirale curvilinéaire. Puisque nous connaissons l'expression de chaque patch, nous pouvons les rectifier analytiquement (équation 4.15) et calculer la longueur totale d'une isotherme d'ossature (L_{isoOss} - équation 4.16).

$$s_{\text{patch}_i} = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx_i(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy_i(u)}{du}\right)^2} du \quad (4.15)$$

Avec s_{patch_i} , la longueur du $i^{\text{ème}}$ patch d'une isotherme d'ossature (en mm).

$$L_{\text{isoOss}} = \sum_{i=1}^n s_{\text{patch}_i} \quad (4.16)$$

Il est maintenant possible d'échantillonner chaque courbe de structure (d'indice i) avec un nombre de points choisis (d'indice j), tous à même distance curviligne les uns des autres $(x_{\text{Oss}_i}(j); y_{\text{Oss}_i}(j))$. Chaque isotherme de structure est échantillonnée avec environ 1000 points mais cette valeur est paramétrable en fonction de la longueur des isothermes et donc de la taille de la cavité. Puisque, sur chaque courbe de structure, il y a le même nombre de points, nous dirons qu'ils sont à la même abscisse curviligne normalisée. La figure 4.18 illustre le résultat obtenu.

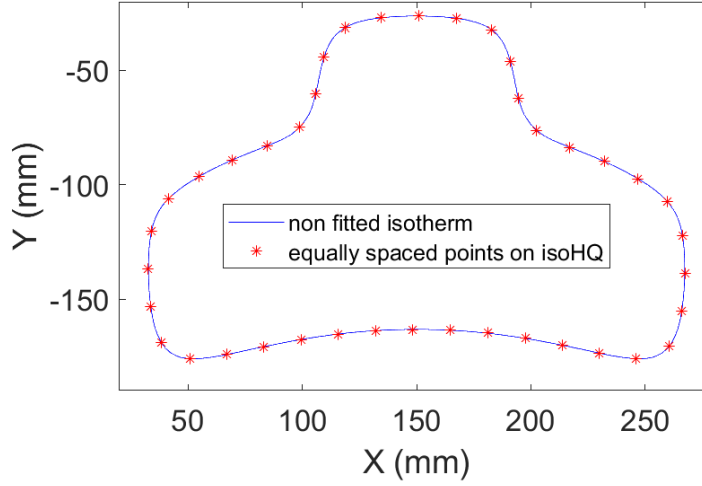


FIGURE 4.18 – Quelques points échantillonnés à distance curvilinéaire constante sur une isotherme

4.8 Construction de la spirale curvilinéaire

Pour construire la spirale curvilinéaire, il reste à sélectionner les points de deux isothermes d'ossature consécutives de même abscisse curviligne normalisée et de réaliser une interpolation (équation 4.17, figure 4.20) :

$$\begin{cases} xs_i(j) = x_{Oss_i}(j) + \frac{j}{n} \{x_{Oss_{i+1}}(j) - x_{Oss_i}(j)\} \\ ys_i(j) = y_{Oss_i}(j) + \frac{j}{n} \{y_{Oss_{i+1}}(j) - y_{Oss_i}(j)\} \end{cases} \quad i, j, n \in \mathbb{N} \quad (4.17)$$

Avec $xs_i(j)$ et $ys_i(j)$ les coordonnées du point j du tour de spirale i ; n , le nombre total de points le long d'une courbe d'ossature. Les équations 4.17 sont à mettre en parallèle avec l'équation 3.6.

Comme le gradient de température est assez important au centre de la cavité, il y a un risque de ne pas usiner toute la matière durant le premier tour de spirale. C'est pourquoi, du centre à la première isotherme d'ossature, deux tours de spirale sont réalisés.

4.9 Validation de la méthode HQ

Comme la littérature ne propose pas de Benchmark pour tester des trajectoires d'usinage, nous en avons créé un, à partir des cavités proposées dans la littérature et de l'observation des cavités industrielles des domaines aéronautique et aérospatial. Des géométries réalistes qui intègrent des concavités et/ou des îlots ont été conçues. Ces éléments ont tendance à pousser

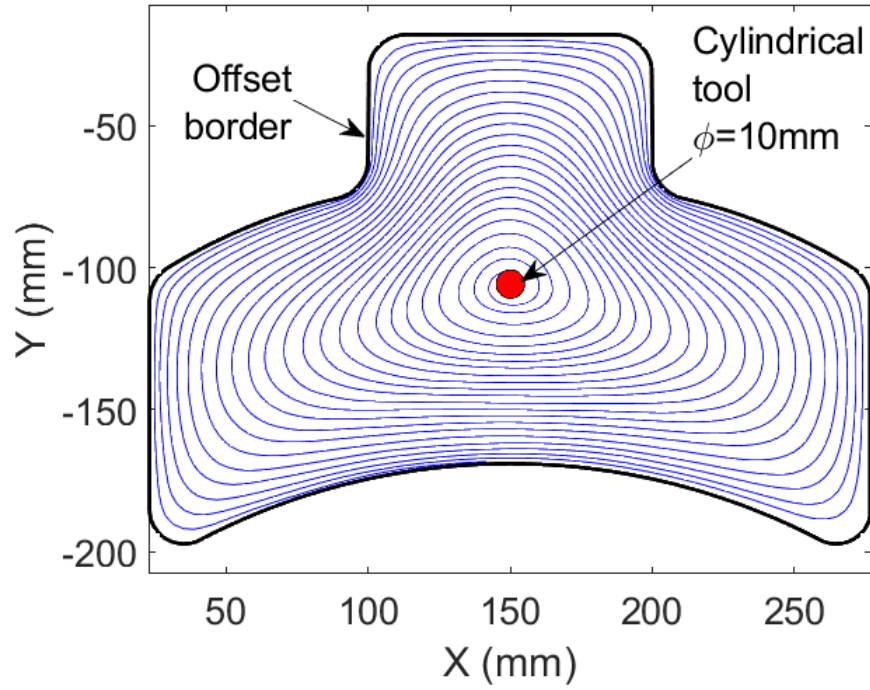


FIGURE 4.19 – Spirale construite avec la méthode HQ

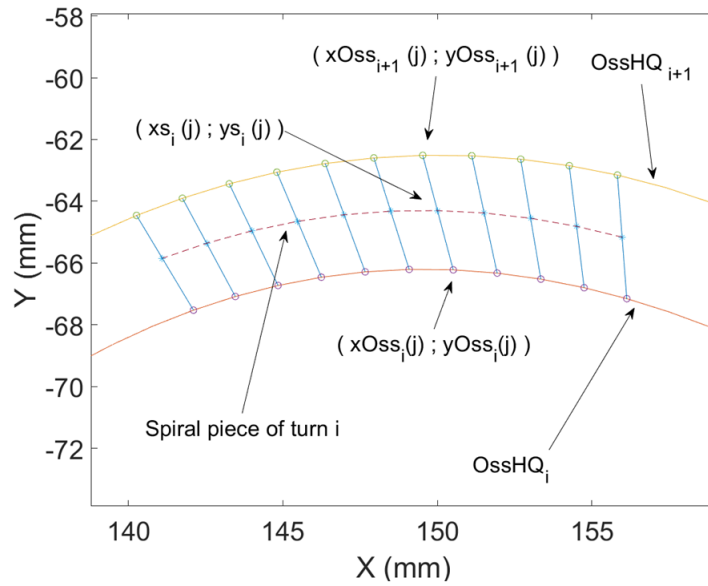


FIGURE 4.20 – Construction des points de la spirale par interpolation entre points de même abscisse curviligne normalisée [78]

les méthodes classiques de génération dans leurs retranchements. Les cavités créées et leurs propriétés particulières sont développées ci-dessous.

- Une cavité proposée par Bieterman [18] nommée **BI**.
- Une cavité en forme de fer à cheval nommée **HU**. Elle ressemble à celles utilisées par [82] et [57].
- Une cavité rectangulaire avec un îlot décentré dans la direction de la longueur du rectangle nommée **RI**.
- Une cavité rectangulaire à 4 îlots nommée **RI4**.
- Une cavité en losange avec 5 îlots nommée **LI**.

4.9.1 Cavité BI

Cette cavité est celle sur laquelle toutes nos investigations ont été menées. Elle est globalement convexe et possède, à la fois, de très grands et très petits rayons de courbure, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre sens. Le grand modèle (nommé BIG) de la cavité est représenté à la figure 2.9, son rectangle circonscrit est d'environ $264 \times 190 \text{ mm}^2$. Sa surface est de $34\,778 \text{ mm}^2$.

Une fois tous les écueils de programmation passés, la trajectoire HQ est générée sans aucune difficulté particulière. La figure 4.21 montre la spirale obtenue.

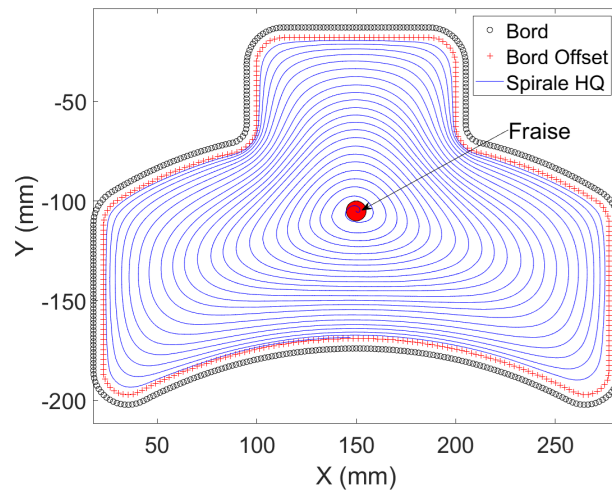


FIGURE 4.21 – Trajectoire HQ sur la cavité BIG

4.9.2 Cavité HU

Cette cavité est non globalement convexe. Elle constituera une preuve que la méthode HQ est fonctionnelle là où la méthode de Bieterman ne l'est pas. Le grand modèle (nommé HUG) de la cavité est représenté à la figure 4.22, son rectangle circonscrit est de $200 \times 150 \text{ mm}^2$. Sa surface est de

24 857 mm².

Il est à remarquer que le champ de température possède 2 maxima, et un minimum local entre les 2. Un des maxima doit être choisi comme point de départ de la spirale. Il n'y a pas de zone non usinée en début de spirale mais si tel devait être le cas, il suffirait de faire réaliser à la fraise davantage de tours avant d'aller rejoindre la première isotherme d'ossature. La figure 4.23 montre la spirale obtenue.

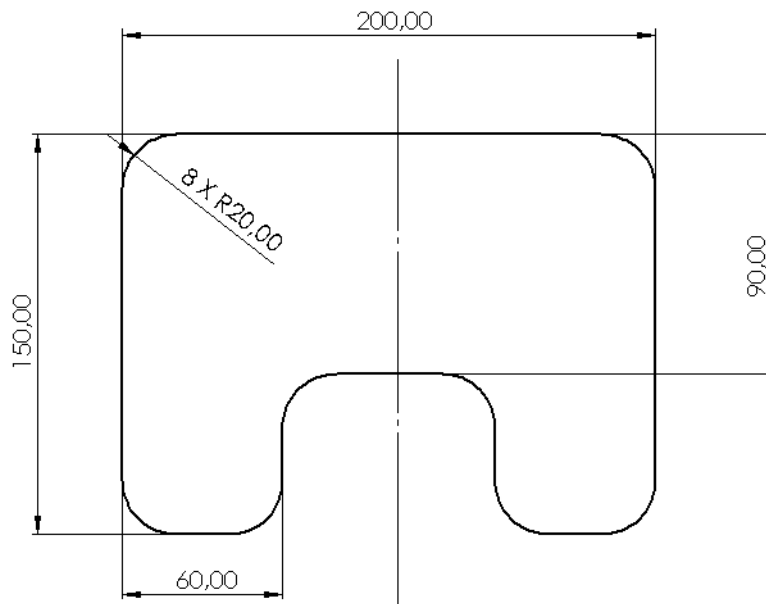


FIGURE 4.22 – Plan de la cavité nommée HUG

4.9.3 Cavité RI

Elle est convexe. Le grand modèle (nommé RIG) de la cavité est représenté à la figure 4.24, son rectangle circonscrit est de 200 x 120 mm². Sa surface est de 22 950 mm². La présence de l'îlot ne rend pas la méthode de Bieterman impossible à utiliser. Il suffit de mettre une température d'îlot assez haute pour que les isothermes tournent autour de ce dernier (comme le montre la figure 4.25). Dans ce cas, la longueur de la trajectoire est importante car les isothermes sont très serrées à droite et la fraise n'usine que très peu à chaque passage dans cette zone. Cette cavité permet de tester l'idée de modification de la forme des isothermes par une adaptation de la température de l'îlot. En abaissant la température de l'îlot, le point de température maximale (qui correspond au centre de la spirale) se décale dans la partie gauche de la cavité. Il est alors possible de créer une spirale qui ne tourne pas autour de l'îlot, comme le font les trajectoires *morph spiral* générées par les logiciels

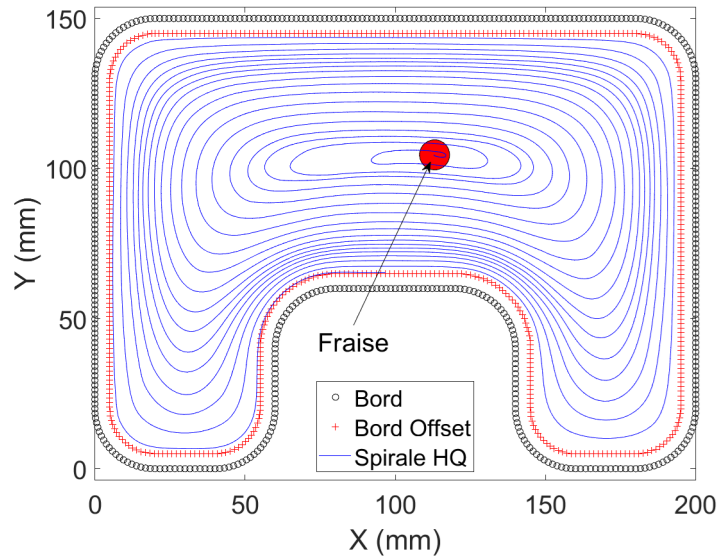


FIGURE 4.23 – Trajectoire HQ sur la cavité HUG

commerciaux, mais une spirale qui usine une zone interne, qui transite et puis qui usine une zone externe. La figure 4.26 montre le type d'isothermes de cette configuration. La figure 4.28 montre la spirale HQ obtenue. Il est à noter que pour réaliser un usinage qui ne laisse pas de matière au sein de la cavité, la dernière isotherme interne doit être complètement parcourue, tout comme la première isotherme externe et puis une spirale entre isothermes peut reprendre. Dans ce cas, nombre d'isothermes candidates : 150, $T_{\text{ilôt}} = 500 \text{ K}$ et $T_{\text{max}} = 640 \text{ K}$. Il faut aussi remarquer que si la température de l'îlot devient trop basse, des minima locaux de température apparaissent et la spirale devient impossible à générer (figure 4.27).

Ce qui précède montre que le choix posé par l'utilisateur dans le logiciel EF quant à la température de l'îlot est important car il conditionne la forme générale de la spirale. Elle doit être assez basse pour que T_{max} ne soit pas trop proche de l'îlot et assez haute pour que le gradient reste monotone (pour que des minima locaux de température n'apparaissent pas).

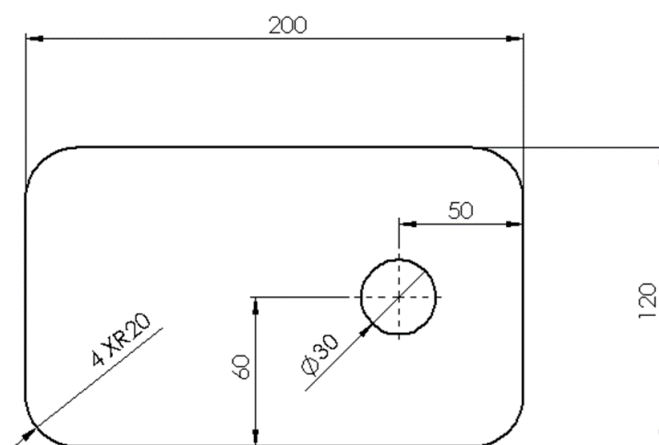


FIGURE 4.24 – Plan de la cavité nommée RIG

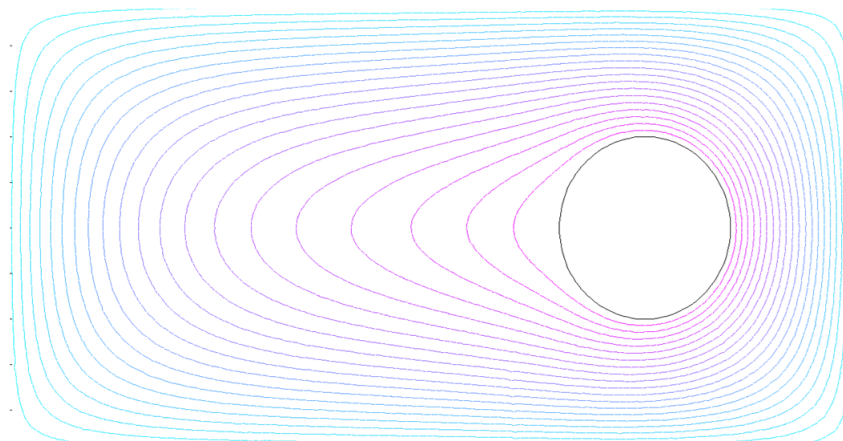


FIGURE 4.25 – Cavité RIG - Principe des isothermes tournant autour de l'îlot

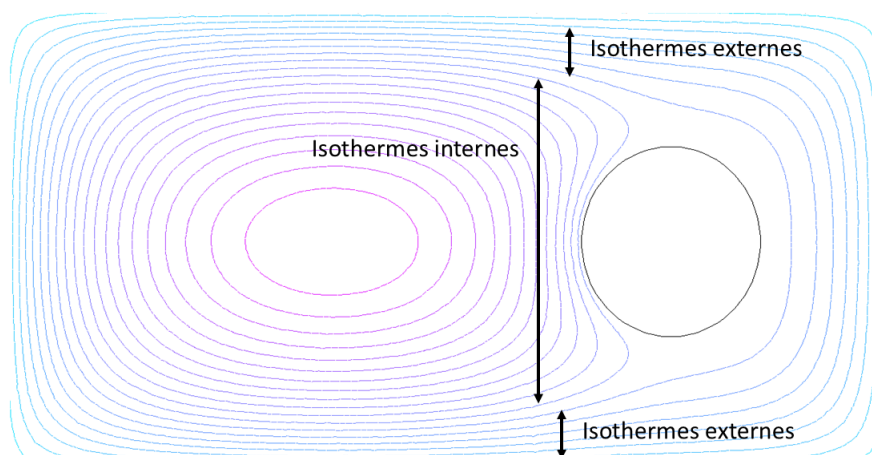


FIGURE 4.26 – Cavité RI - Principe des isothermes séparant la cavité en 2 zones

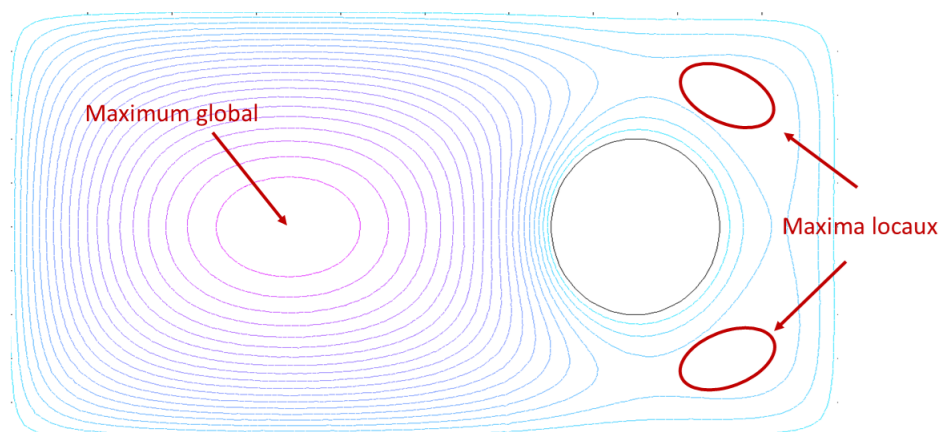


FIGURE 4.27 – Cavité RI - Apparition de maxima locaux de température

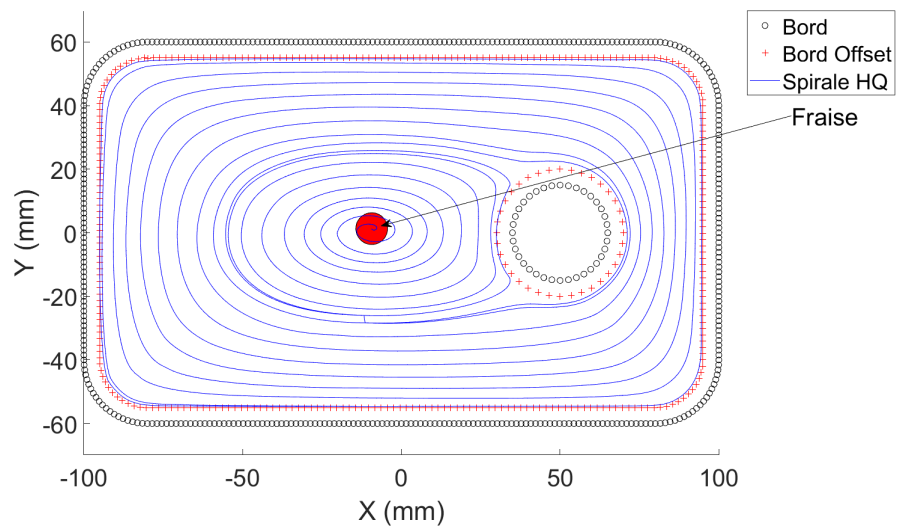


FIGURE 4.28 – Trajectoire HQ générée sur la cavité RIG en se servant des 2 zones définies par les isothermes

4.9.4 Cavité RI4

D'un point de vue pratique, elle peut être vue comme une cavité destinée à recevoir une carte électronique. Les alésages nécessaires aux fixations de la carte seraient sur ces îlots. Le grand modèle (nommé RI4G) de la cavité est représenté à la figure 4.29, son rectangle circonscrit est de $200 \times 120 \text{ mm}^2$. Sa surface est de $23\,342 \text{ mm}^2$. Ici encore, la température des îlots doit être choisie judicieusement. Si elle est trop basse, les isothermes candidates sont très creusées vers la périphérie de la cavité et présentent des oscillations incompatibles avec une vitesse d'avance élevée (figures A.1 et A.2). Si elle est trop élevée, les isothermes sont très creusées vers le centre de la cavité (figures A.3 et A.4), ce qui constitue le même genre de défaut. Le choix de la température des îlots doit permettre d'avoir un champ décroissant du centre géométrique de la cavité vers l'extérieur. Il est aussi nécessaire que les isothermes candidates soient un peu creusées entre les îlots, de manière à laisser un minimum de matière résiduelle en périphérie de ces derniers sans pour autant présenter de grandes oscillations. On pourrait dire que le choix de température des îlots doit être tel que les isothermes externes créées restent globalement à l'extérieur du polygone qui relie les centres des îlots. De la même manière, les isothermes internes devraient rester à l'intérieur de ce polygone. Les structures des isothermes associées à différentes températures d'îlots sont annexées en A. La figure 4.30 montre la spirale obtenue lorsque l'utilisateur choisit d'extraire 200 isothermes candidates et fixe $T_{\text{îlot}} = 160 \text{ K}$.

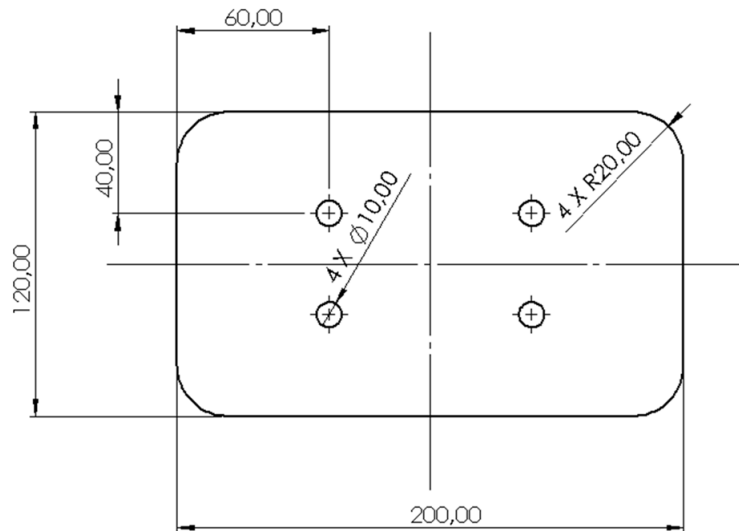


FIGURE 4.29 – Plan de la cavité nommée RI4G

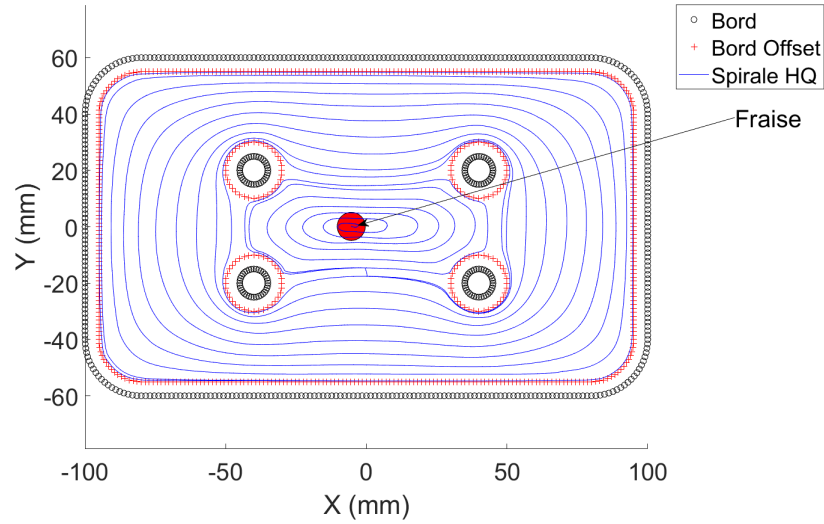


FIGURE 4.30 – Trajectoire HQ sur la cavité RI4G

4.9.5 Cavité LI

Elle vise, tout en étant industriellement réaliste, à pousser les méthodes ZZ et CP dans leurs limites :

- Le losange est sur sa pointe. Ceci impose, dans cette disposition, de nombreux petits segments en ZZ. En effet, Mastercam n'optimise pas l'orientation de la direction principale de cette trajectoire. La direction privilégiée du ZZ aurait dû être de 45° ;
- les îlots se recouvrent partiellement sur une même horizontale, ce qui crée des trajets non usinants pour reprendre l'usinage de certaines zones ;
- les côtés non convexes engendrent beaucoup d'angles dans les trajectoires CP.

Le grand modèle (nommé LIG) de la cavité est représenté à la figure 4.31, son rectangle circonscrit est d'environ $200 \times 200 \text{ mm}^2$. Sa surface est de $36\,315 \text{ mm}^2$. La figure 4.32 montre la spirale obtenue. La spirale s'obtient de la même manière que pour RI4G. Il faut juste veiller à ce que le point de départ des isothermes de structure synchronisées soit sur une zone de faible courbure. Pour cette trajectoire, le nombre d'isothermes candidates a été fixé à 350 et $T_{\text{îlots}} = 550 \text{ K}$. Ce nombre plus élevé permet d'avoir un nombre suffisant d'isothermes extraites dans la partie interne de la cavité.

À titre d'exemple, les tableaux 4.1, 4.2 et 4.3 reprennent les valeurs des coefficients k_0 , k_1 , α et β de l'optimisation HQ pour 3 isothermes de structure (Iso15, en coeur de cavité ; Iso10, intermédiaire et proche des îlots et Iso1, en périphérie). La figure 4.33 positionne les 3 isothermes de structure fittées

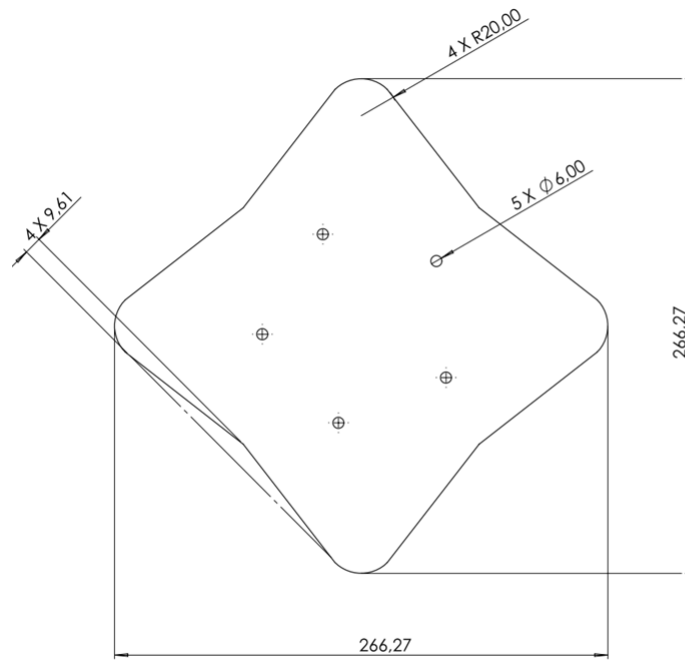


FIGURE 4.31 – Plan de la cavité nommée LIG

HQ et les différents patches constitutifs. Les différentes valeurs confirment que, après optimisation par algorithme génétique, D_{opt} est d'environ 50% de D_{seuil} . De plus, k_0 et k_1 sont positifs et ont une valeur allant du mm à quelques dizaines de mm ; α et β sont signés et valent quelques unités (sans dimension).

TABLE 4.1 – Coefficients de l'optimisation HQ - Cavité LIG - Isotherme de structure 15

Numéro patch	D_{opt} (mm)	k_0 (mm)	k_1 (mm)	α (/)	β (/)
1	0,2381	62,9	87,8	-0,824	0,0199
2	0,1961	0,766	0,977	0,196	0,977
3	0,3046	1,18	86,0	-1,48	4,77
4	0,1823	20,9	54,9	-0,0763	-0,0828

4.9.6 Synthèse

Les cinq sous-sections qui précèdent ont montré que la méthode HQ permet de générer des trajectoires sur différents types de cavités : convexe

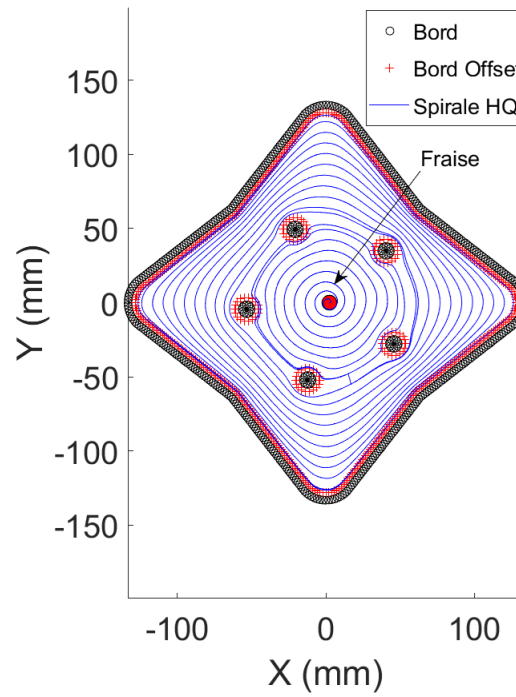


FIGURE 4.32 – Trajectoire HQ sur la cavité LIG

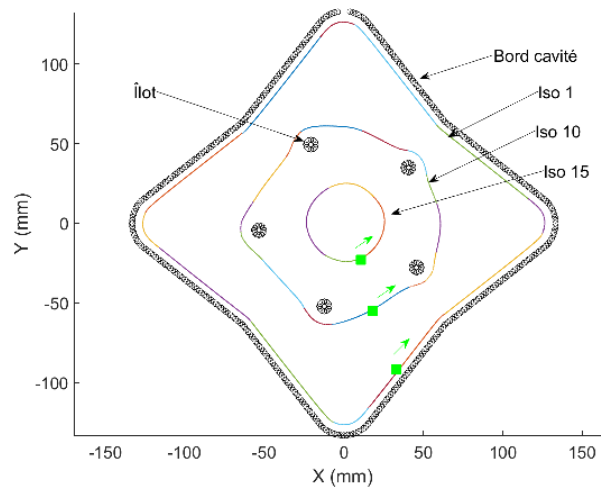


FIGURE 4.33 – Positions des 3 isothermes de structure fittées HQ

ou non, avec ou sans îlots. Cavités qui ne pouvaient pas être traitées par BT.

TABLE 4.2 – Coefficients de l'optimisation HQ - Cavité LIG - Isotherme de structure 10

Numéro patch	D_{opt} (mm)	k_0 (mm)	k_1 (mm)	α (/)	β (/)
1	0,189	1,25	62,3	1,47	-1,83
2	0,183	12,7	54,6	1,92	-0,888
3	0,308	14,1	75,8	-4,99	1,24
4	0,173	2,33	81,7	-0,987	-0,06
5	0,171	10,4	36,5	0,445	-1,15
6	0,215	3,65	55,4	-0,424	-0,0113
7	0,203	27,8	89,7	-2,89	4,99
8	0,222	97,1	83,6	1,06	-0,838
9	0,290	30,7	77,6	-4,19	3,46
10	0,195	53,5	81,7	-3,15	2,16
11	0,186	8,36	41,8	-2,40	0,362
12	0,228	8,63	77,7	-4,28	2,99
13	0,208	11,31	57,4	-2,99	-0,307
14	0,205	33,0	27,2	-0,169	1,03
15	0,175	2,73	94,4	2,34	0,175

TABLE 4.3 – Coefficients de l'optimisation HQ - Cavité LIG - Isotherme de structure 1

Numéro patch	D_{opt} (mm)	k_0 (mm)	k_1 (mm)	α (/)	β (/)
1	0,208	44,35	57,0	-3,12	0,265
2	0,206	24,2	30,7	-2,95	0,397
3	0,204	4,42	87,1	-2,58	1,32
4	0,231	87,1	38,2	-3,04	-0,426
5	0,230	21,9	37,3	-2,52	-0,0456
6	0,243	21,2	96,8	-1,12	0,629
7	0,3466	14,8	19,4	-4,17	4,4
8	0,205	4,37	33,4	-3,01	0,362
9	0,204	4,93	79,1	-2,64	1,54
10	0,202	95,32	41,1	-2,91	1,30
11	0,208	1,86	29,1	-3,20	0,779
12	0,208	13,5	65,4	-1,64	1,62
13	0,199	29,8	83,5	1,83	2,09

4.10 Conclusion

La méthode HQ développée permet de s'affranchir de l'utilisation des Vecteurs de Fresnel, de lisser la trajectoire tout en gardant son contrôle. Elle permet ainsi la création de trajectoires curvilinéaires pour tous types de cavités convexes ou non, avec ou sans îlots. HQ lève donc les limitations de la méthode de Bieterman.

L'organigramme de la figure 4.34 synthétise les différentes étapes de la méthode HQ. Cet organigramme est à lier à celui de la figure 3.31 qui synthétisait la méthode de Bieterman. Les parties colorées en vert (texte gras et bords épais) constituent les apports et les différences de HQ par rapport à BT.

Une fois le diamètre de fraise et l'engagement choisis, la décomposition HQ demande de poser quelques choix :

- La température des îlots qui sculpte les isothermes et donc la spirale : elle doit permettre aux isothermes candidates "d'investir" la zone entre les îlots, de manière à ne pas laisser trop de matière autour d'eux.
- Le nombre d'isothermes candidates qui permet de capter la forme du champ de température. Il doit y en avoir assez dans la zone interne de la cavité, c'est à dire entre le centre et les îlots, là où le gradient de température est le plus important. Dans le cas contraire, l'algorithme ne pourra pas trouver une isotherme de structure à bonne distance de la précédente.
- Le point de départ des isothermes lors de la synchronisation de ces dernières qui permet de fixer facilement la courbure initiale du premier patch HQ. Il doit être dans une zone de faible courbure, avec un sens de courbure clairement établi. Il sera ainsi situé sur une ligne qui relie le centre de la cavité et qui passe par une zone milieu entre deux îlots.
- L'erreur de corde acceptée entre la spline et les points des isothermes issues du champ de température qui évite des courbures importantes aux transitions entre patches. Une valeur de 0,5 mm s'est toujours avérée efficace.

Il est à remarquer que le choix de température des îlots est très intuitif lorsque les isothermes du champ de température générées sont représentées. Les autres paramètres ne sont pas très déterminants lorsqu'ils restent dans la gamme des valeurs proposées. Les deux chapitres qui suivent compareront les trajectoires HQ avec les trajectoires classiques. Le chapitre 5 utilisera des indicateurs accessibles avant tout essai expérimental, tandis que le chapitre 6 utilisera des indicateurs issus de mesures faites lors d'essais en l'air.

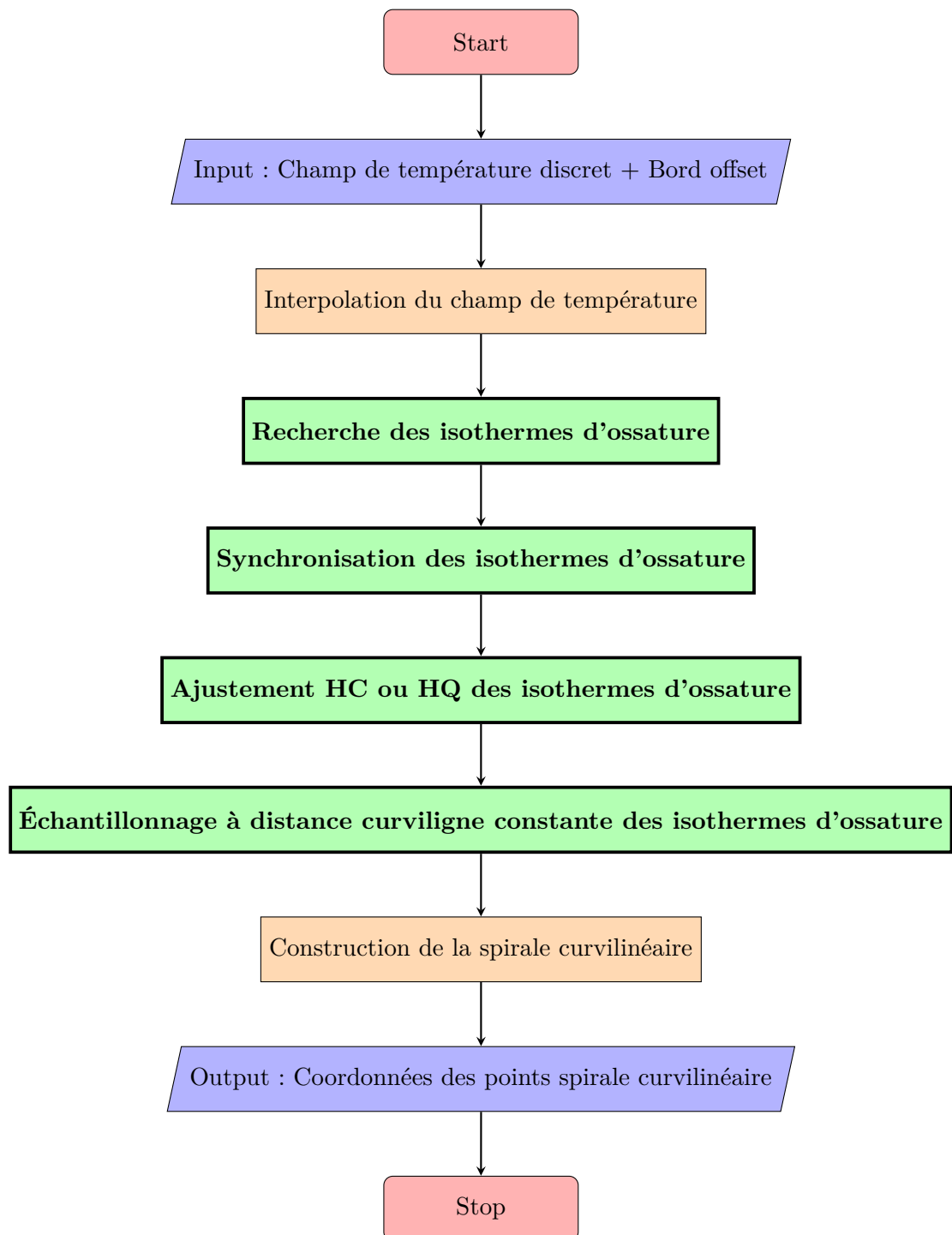


FIGURE 4.34 – Schéma-bloc de la méthode de génération d'une trajectoire curvilinéaire

Pré-évaluation des trajectoires HQ

Ce chapitre a pour but de présenter le plan expérimental, de définir les indicateurs retenus et de réaliser, à partir de ces indicateurs, une première évaluation des trajectoires avant tout essai sur MOCN.

5.1 Cas d'étude et fraiseuse utilisée

5.1.1 Géométrie des cavités

La géométrie des cavités étudiées est présentée au point 4.9. Elles se veulent réalistes d'un point de vue industriel.

5.1.2 Tailles des cavités et des fraises

Chaque taille de cavité sera obtenue à partir de la taille "grande" avec un facteur d'homothétie :

- Grande (**G**) : taille de référence.
- Moyenne (**M**) : facteur d'homothétie de 0,4.
- Petite (**P**) : facteur d'homothétie de 0,16.

Il y a donc 5 géométries en 3 tailles, donc 15 cavités.

La nomenclature est :

BIG, BIM, BIP, HUG, HUM, HUP, RIG, RIM, RIP, RI4G, RI4M, RI4P, LIG, LIM, LIP.

Le facteur 0,4 choisi provient d'un premier travail publié [79] où des simulations à l'aide de VPOp avaient suggéré, que pour une vitesse d'avance de 10 000 mm²/min et une cavité rectangulaire de 200 x 100 mm², une inversion de tendance entre le temps d'une trajectoire ZZ et le temps d'une trajectoire HQ était observée (figure 5.1). La fraise de diamètre $\phi_f = 10$ mm dans le cas des cavités "grandes" subira le même facteur d'homothétie. Le recouvrement

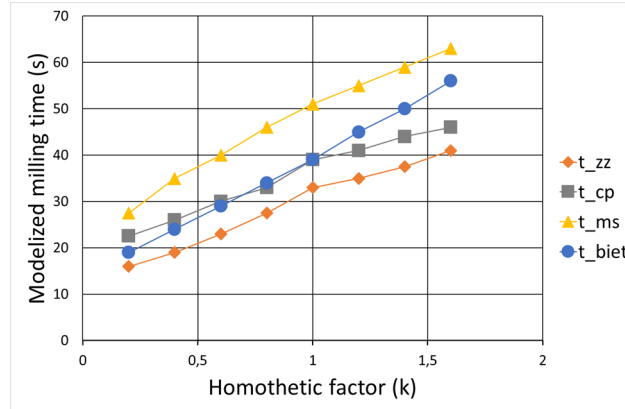


FIGURE 5.1 – Temps d’usinage simulés avec VPOP pour différentes tailles de cavités REG et différentes trajectoires [79]

est de 25%, soit un engagement de 75%. Le choix du diamètre de la fraise est tel qu’il permet un usinage correct des congés et donc un évidement maximum de la cavité sans changement d’outil. En effet, selon les recommandations de Sandvik, le rayon des congés (R_c) doit être supérieur ou égal au demi-diamètre de la fraise (ϕ_f) : $R_c \geq \frac{\phi_f}{2}$.

Les homothéties réalisées ne modifient pas la forme de la cavité, ni celle de la trajectoire. Elles ont, par contre, un impact sur la courbure locale de la trajectoire et des courbes définissant la cavité. Si C est la courbure locale avant homothétie et k , le facteur d’homothétie, la courbure locale après homothétie (C') est donnée par l’équation 5.1.

$$C' = \frac{C}{k} \quad (5.1)$$

C’est le facteur d’homothétie sur la taille de la cavité qui va permettre, avec une même machine, de tester des dynamiques différentes. Le tableau 5.1 synthétise les tailles des rectangles circonscrits aux différents formats de cavités.

5.1.3 Trajectoires

Les trajectoires testées seront :

- Zig-Zag (**ZZ**), issue de *Mastercam X2* ;
- Contour Parallel (**CP**), issue de *Mastercam X2* ;
- Morph Spiral (**MS**), issue de *Mastercam X2* ;
- Hermite Quartique (**HQ**), développée dans ce travail.

TABLE 5.1 – Tailles indicatives des cavités et fraises associées

Cavité	Format G (mm ²)	Format M (mm ²)	Format P (mm ²)
BI	264 x 190	106 x 76	42 x 30
HU	200 x 150	80 x 60	32 x 24
RI	200 x 120	80 x 48	32 x 19
RI4G	200 x 120	80 x 48	32 x 19
LI	200 x 200	80 x 80	32 x 32
ϕ_f	G=10 mm	M=4 mm	P=1,6 mm

5.1.4 Vitesses d'avance

Les trajectoires seront testées avec 3 vitesses d'avance (aussi appelées vitesses de consigne) :

- Petite (**V1**) : 2 500 mm/min
- Moyenne (**V2**) : 5 000 mm/min
- Grande (**V3**) : 10 000 mm/min

5.1.5 Nomenclature associée

Une nomenclature tenant compte de ces différents paramètres est établie comme suit :

Nom Cavité + Taille + Trajectoire + Vitesse
Exemple = BIG-ZZ-V1

5.1.6 Fraiseuse et commande numérique utilisées

La fraiseuse utilisée est celle du service de Génie Mécanique de la Faculté Polytechnique de l'UMONS. Il s'agit d'une Mikron VCE 600 Pro à table mobile. La commande numérique est une Heidenhain, modèle *TNC620*. Celle-ci n'interpole qu'en segments et arcs de cercle et ne possède donc pas d'interpolation au format splines. Les caractéristiques qui nous intéressent sont synthétisées dans le tableau 5.2.

5.1.7 Synthèse du plan expérimental

Le tableau ci-dessous (5.3) résume le corps du plan expérimental, mais d'autres essais ont également été menés, comme :

- La comparaison des temps d'usinage entre les trajectoires de Bieterman et les trajectoires HQ.
- L'évaluation de l'impact du nombre de points de la trajectoire sur le temps d'usinage.

TABLE 5.2 – Caractéristiques de la MOCN utilisée

Caractéristiques	Valeurs catalogue
V_{fx} max	40 000 mm/min
V_{fy} max	40 000 mm/min
Accélération maximale	non renseignée au catalogue mesurée à 3 m/s^2
Jerk maximum	non renseigné au catalogue mesuré à 150 m/s^3
Masse table	non renseignée au catalogue estimée à 600 kg

- L'impact du tour de "finition" pour HQ sur le temps d'usinage.
- L'influence du mode pièce lourde ou débridé de la MOCN sur les accélérations.

TABLE 5.3 – Synthèse du plan expérimental

Noms Poches	Tailles	V_f en mm/min	Trajectoires	Mesures
BI	$G = 1,0$	2 500	ZZ	t
HU	$M = 0,4$	5 000	CP	$V(t)$
RI	$P = 0.16$	10 000	MS	$A(t)$
RI4			HQ	
LI				

5.2 Aperçu des trajectoires HQ générées

Les trajectoires HQ générées sur les différentes cavités sont représentées sur les figures référencées ci-dessous.

- La figure 4.21 représente la trajectoire HQ générée sur la cavité BIG.
- La figure 4.23 représente la trajectoire HQ générée sur la cavité HUG.
- La figure 4.28 représente la trajectoire HQ générée sur la cavité RIG.
- La figure 4.30 représente la trajectoire HQ générée sur la cavité RI4G.
- La figure 4.32 représente la trajectoire HQ générée sur la cavité LIG.

Notons que, comme par hypothèse, nous sommes en trajectoire d'ébauche, pour les trajectoires HQ, le dernier tour de la spirale se fait entre les deux dernières isothermes d'ossature. Si une finition était souhaitée, il serait nécessaire de parcourir la dernière isotherme d'ossature (contournage).

Pour garantir l'intégrité des îlots et un minimum de matière résiduelle autour de ceux-ci, la dernière isotherme de structure interne aux îlots est parcourue,

tout comme la première isotherme externe aux îlots l'est également. Ceci augmente la longueur de la trajectoire. Il est à noter que la transition entre la zone interne et externe aux îlots se fait par un simple segment.

Des essais en matière, pour HQ et ZZ, ont également été menés. Ils ont été réalisés sur les cavités de modèle moyen, dans les conditions du plan expérimental, à la vitesse d'avance de $5\,000\text{ mm min}^{-1}$, avec une profondeur de passe axiale de 0,1 mm. Des photographies sont en annexe D.

5.3 Indicateurs pré-expérimentaux choisis

Les indicateurs choisis, et listés ci-dessous, ont l'avantage d'être accessibles avant tout essai. Ils peuvent déjà éclairer le choix d'une trajectoire au niveau du bureau des méthodes.

5.3.1 Indice de convexité de la cavité

Il a été défini en 3.9.3 et permet une première quantification de la géométrie d'une cavité. Mais cet indice n'est défini que pour le contour externe de la cavité. Dans le cas des cavités étudiées, le rectangle circonscrit est identique au polygone convexe. La présence d'îlot(s) modifie l'indice via une variation de la surface de la cavité. Les tailles des cavités, étant donné leur rapport homothétique, n'auront pas d'impact sur l'indice de convexité qui sera donc identique pour les formats G, M et P d'une même cavité. Le tableau 5.4 synthétise les valeurs calculées. L'indice de convexité des cavités avec îlot(s) est placé entre parenthèses.

TABLE 5.4 – Indice de convexité

Cavité	I_{Cv}
BI	0,696
HU	0,829
RI	(0,956)
RI4	(0,973)
LI	(0,908)

5.3.2 Longueur minimale de trajectoire

Elle correspond à la longueur d'une trajectoire fictive qui éviderait complètement la cavité en une longueur minimale. Elle est évaluée comme suit :

$$L_{min} = \frac{S_{couche}}{\phi_f \cdot eng} \quad (5.2)$$

Avec L_{min} , la longueur minimale de la trajectoire en mm ; S_{couche} , l'aire de la surface d'une couche usinée en mm², que nous nommons "surface de la cavité" ; ϕ_f , le diamètre de la fraise en mm ; eng , l'engagement de la fraise en %. L_{min} est donc une borne inférieure à toute trajectoire d'usinage réelle. Le tableau 5.5 donne les aires des différentes cavités. Les longueurs minimales de trajectoires sont reprises dans le tableau 5.6.

TABLE 5.5 – Aire des différentes cavités

Aire (mm ²)	G	M	P
BI	34 778,4	5 564,5	890,3
HU	24 856,6	3 977,1	636,3
RI	22 949,8	3 672,0	587,5
RI4	23 342,5	3 734,8	597,6
LI	36 315,3	5 810,4	929,7

5.3.3 Temps d'usinage minimum

Le temps d'usinage minimum t_{min} en s est le temps que mettrait la fraise à parcourir la trajectoire d'évidement fictive la plus courte possible, à la vitesse d'avance (constante) demandée. Ce temps est surtout, pour une cavité et pour une vitesse d'avance données, une borne inférieure au temps d'usinage de toute trajectoire et de toute dynamique de MOCN. Il nous permet donc de savoir si, après essai, une trajectoire est réellement améliorable en termes de temps d'usinage.

Ce temps minimum est directement lié à la longueur minimale de trajectoire de la cavité (L_{min} , cf. 5.3.2). Les t_{min} sont repris dans le tableau B.2.

On a ainsi :

$$t_{min} = \frac{L_{min}}{V_f} \quad (5.3)$$

Avec V_f , la vitesse d'avance de consigne en mm/min.

5.3.4 Longueur des trajectoires et analyse

Ces longueurs sont directement accessibles dans le logiciel Mastercam ou par rectification numérique des polygones définies dans les fichiers de points constituant la trajectoire. Vu les longueurs excessives des trajectoires HQ pour la cavité LI, elles ne seront pas testées expérimentalement.

- Les trajectoires ZZ ont des longueurs très proches de L_{min} (+5% maximum, 7^{ème} colonne du tableau 5.6), même si des déplacements non-usinants de la fraise existent (cf. 5.3.7). Notons que des zones

non-usinées subsistent sur les bords de la cavité ou des îlots, ce qui implique que, parfois, $L_{ZZ} < L_{min}$.

- Les longueurs des trajectoires ZZ sont sensiblement les mêmes que les longueurs des trajectoires CP (-6% à +5%, tableau 5.6, 8^{ème} colonne).

TABLE 5.6 – Longueurs des trajectoires et écarts relatifs

Cavité	L_{min}	L_{ZZ}	L_{CP}	L_{HQ}	L_{MS}	ε_r	ε_r	ε_r	ε_r
	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	L_{ZZ} vs L_{min}	L_{CP} vs L_{ZZ}	L_{HQ} vs L_{min}	L_{HQ} vs L_{MS}
						(%)	(%)	(%)	(%)
BIG	4628	4580	4585	8668	8872	-1,1	0,1	87,3	-2,3
BIM	1851	1860	1846	3467	3561	0,5	-0,8	87,3	-2,6
BIP	740	756	750	1387	1436	2,1	-0,8	87,3	-3,4
HUG	3314	3282	3443	6948	8757	-1,0	5,0	110	-20,7
HUM	1326	1348	1370	2779	3516	1,7	1,6	110	-21
HUP	530	539	548	1112	1600	1,6	1,7	110	-30,5
RIG	3060	3019	3076	5158	6835	-1,3	1,9	68,6	-24,5
RIM	1224	1208	1231	2063	2735	-1,3	2,0	69	-24,6
RIP	490	484	494	825	1095	-1,1	2,1	69	-24,6
RI4G	3112	3116	3134	5120	6620	0,1	0,6	64,5	-22,7
RI4M	1245	1250	1257	2048	2651	0,4	0,56	64,5	-22,7
RI4P	498	502	501	819	1059	0,8	-0,2	64,5	-22,6
LIG	4842	4970	4795	6906	9978	2,6	-3,5	42,6	-30,8
LIM	2037	1988	1919	2763	3991	-2,4	-3,5	35,6	-30,8
LIP	775	815	768	1105	1596	5,2	-5,8	42,7	-30,8

- Les trajectoires HQ sont beaucoup plus longues que L_{min} (+43% à +110%) et donc plus longues que L_{ZZ} (+35% à +111%). Voir les tableaux 5.6), 9^{ème} colonne.

- Les trajectoires HQ sont toujours plus courtes que les trajectoires MS (-2% à -31%), 10^{ème} colonne du tableau 5.6.

Nous pouvons conclure que :

$$L_{min} \approx L_{ZZ} \approx L_{CP} \ll L_{HQ} < L_{MS} \quad (5.4)$$

5.3.5 Temps d'usinage théorique

Le temps d'usinage théorique (équation 5.5) est le temps d'usinage, comme si toute la trajectoire (réelle), pouvait être parcourue à la vitesse d'avance (constante) demandée :

$$t_{th} = \frac{L_{traj}}{V_f} \quad (5.5)$$

L_{traj} représente la longueur de la trajectoire en mm. Plus la trajectoire est fluide, plus le temps d'usinage réel se rapproche de t_{th} .

5.3.6 Matière résiduelle et couverture

La matière résiduelle dont nous parlons est celle laissée par la phase d'ébauche. Dans le cas de Mastercam X2, et donc pour les trajectoires ZZ, CP et MS, elle est obtenue via une option de la fonction fraisage de poche (ébauche ou finition). Mastercam X2 offre la possibilité d'enlever la matière résiduelle de la phase d'ébauche en réalisant une "reprise d'ébauche".

Pour les trajectoires HQ, nous envisageons comme ébauche, le parcours de la spirale jusqu'à l'isotherme d'ossature la plus externe à la cavité.

Analyse qualitative

- Les trajectoires d'ébauche en ZZ laissent de nombreuses zones non usinées sur 2 bords opposés de la cavité. Elles sont laissées aux extrémités des segments de la direction de référence de l'usinage. Les zones d'entrée et sortie de fraise laissent une quantité de matière plus importante à réusiner. ZZ ne laisse jamais de matière au cœur de la cavité mais bien autour des îlots (figures 5.2 et 5.3).

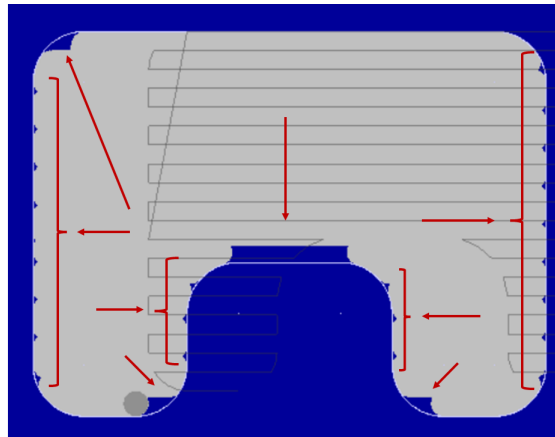


FIGURE 5.2 – Matière résiduelle laissée par une trajectoire ZZ (cavité HUG)

- Les trajectoires CP laissent de la matière autour des îlots mais n'en laissent jamais sur les bords. Pour toutes les cavités étudiées, et pour les paramètres d'usinage choisis, de la matière résiduelle est présente au sein même de la cavité. Ceci constitue un risque inhérent à ces trajectoires qui est annoncé par la bibliographie [49] et confirmé par les essais réalisés (figure 5.4).
- Les trajectoires MS ne laissent pas de matière en périphérie de cavité. Si un seul îlot est présent, comme la trajectoire tourne autour de ce dernier, elle n'y laisse pas de matière résiduelle. Mais si plusieurs îlots sont présents, il reste de la matière sur les bords de certains îlots (figure 5.5), et parfois en cœur de cavité (LI-MS, figure 5.6).

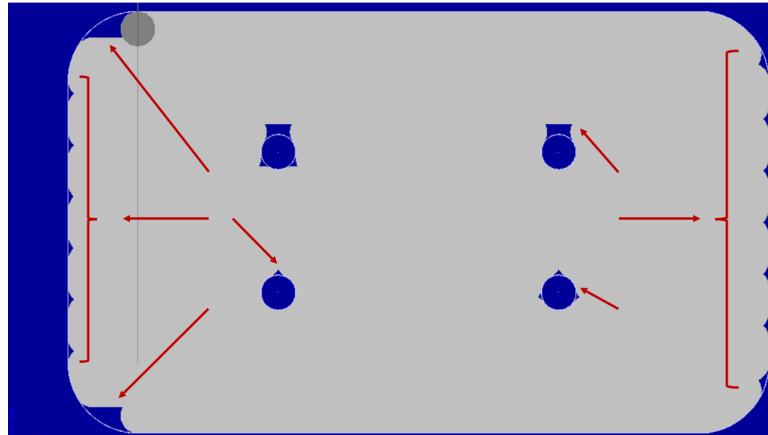


FIGURE 5.3 – Matière résiduelle laissée par une trajectoire ZZ (cavité RI4G)

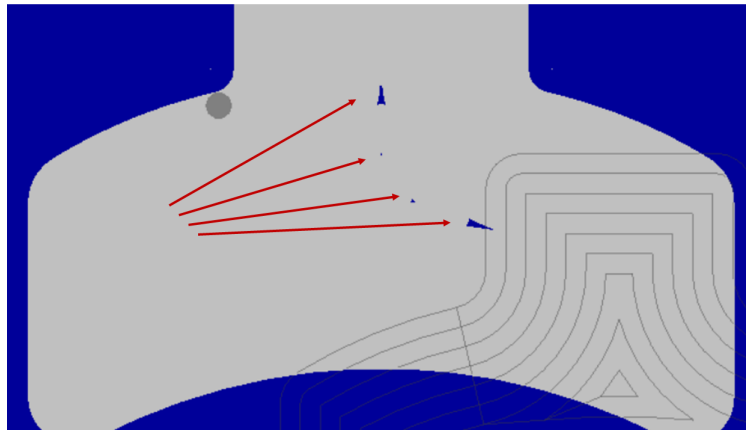


FIGURE 5.4 – Matière résiduelle laissée par une trajectoire CP (cavité BIG)

- Les trajectoires HQ laissent de la matière sur les bords, en vertu de la nature même d'une spirale, mais également autour des îlots (figure 5.7). Si ce n'est au centre de la cavité, les trajectoires HQ ne présentent aucun risque de matière non usinée au cœur des cavités. Pour remédier à cet écueil, la première isotherme d'ossature est systématiquement rejointe avec 2 tours de spirale.

Lorsqu'une trajectoire laisse de la matière sur les bords, elle est présente en de nombreux endroits. Étant donné que les surfaces à reprendre ont une profondeur radiale inférieure au diamètre de la fraise (corrigé de l'engagement), réaliser une passe de contournage en périphérie de cavité est une solution efficace. C'est cette option qui est envisagée. Dans le cas des trajectoires HQ, la passe de contournage correspond à un suivi de l'isotherme de structure la plus externe (figure 5.10 pour la cavité RIG).

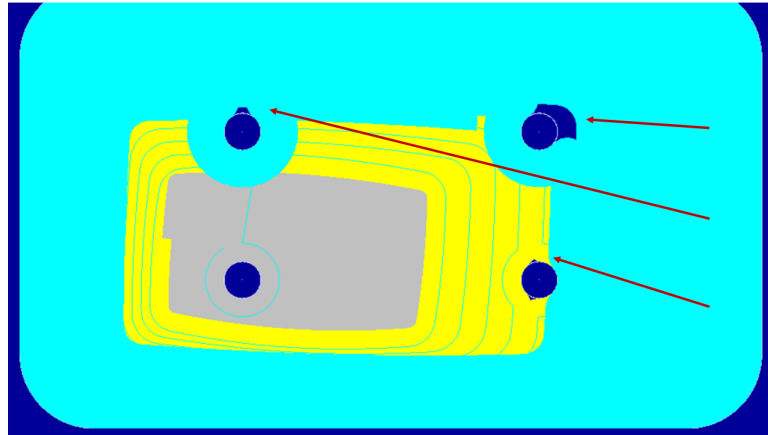


FIGURE 5.5 – Matière résiduelle laissée par une trajectoire MS (cavité RI4G)

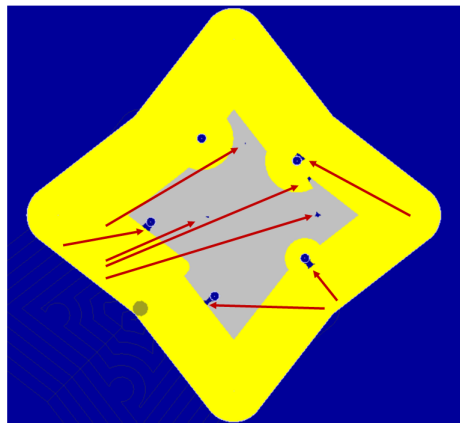


FIGURE 5.6 – Matière résiduelle laissée par une trajectoire MS (cavité LI4G)

Lorsqu'une trajectoire laisse de la matière autour d'un îlot, pour les mêmes raisons, la reprise se réalise par une passe de contournage de l'îlot. Pour HQ, il faut ajouter un parcours des isothermes qui sont à la température des îlots offsetés.

Il est à noter que pour la cavité BI, Mastercam génère des trajectoires similaires pour BIM et BIP mais pas pour BIG.

- La figure 5.8 représente la matière résiduelle laissée par la trajectoire HQ sur la cavité BIG.
- La figure 5.9 représente la matière résiduelle laissée par la trajectoire HQ sur la cavité HUG.
- La figure 5.11 représente un zoom sur la matière résiduelle laissée par la trajectoire HQ autour des îlots de la cavité LIG.

Deux tableaux qualitatifs (tableaux 5.7 et 5.8) synthétisent, pour les différentes cavités et les différentes trajectoires, les zones de localisation de la

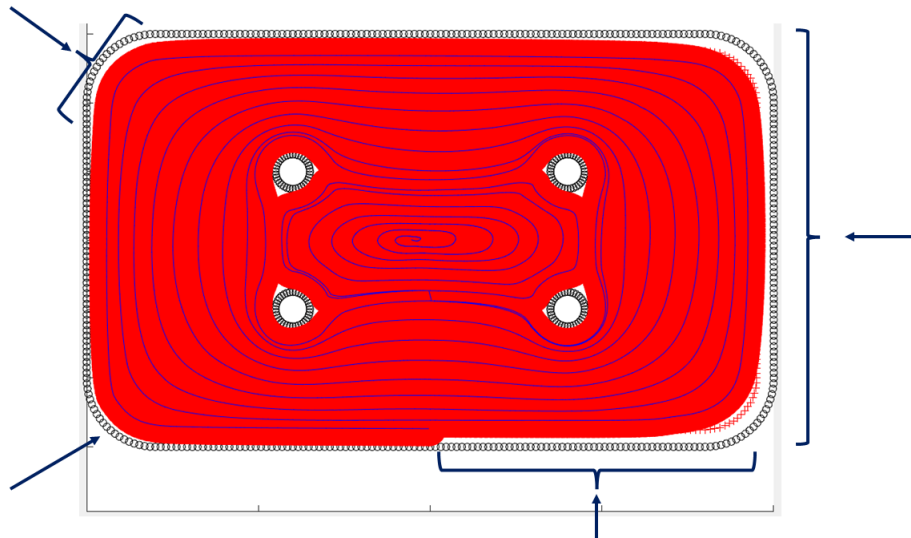


FIGURE 5.7 – Matière résiduelle laissée par une trajectoire HQ (cavité RI4G)

matière résiduelle.

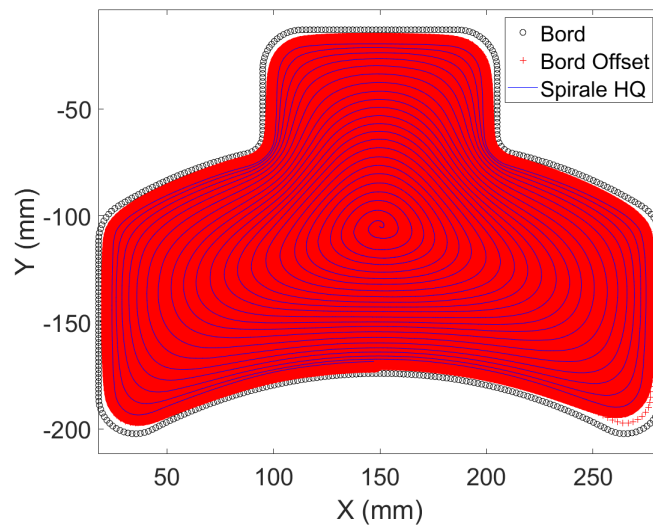


FIGURE 5.8 – Matière résiduelle laissée par une trajectoire HQ (cavité BIG)

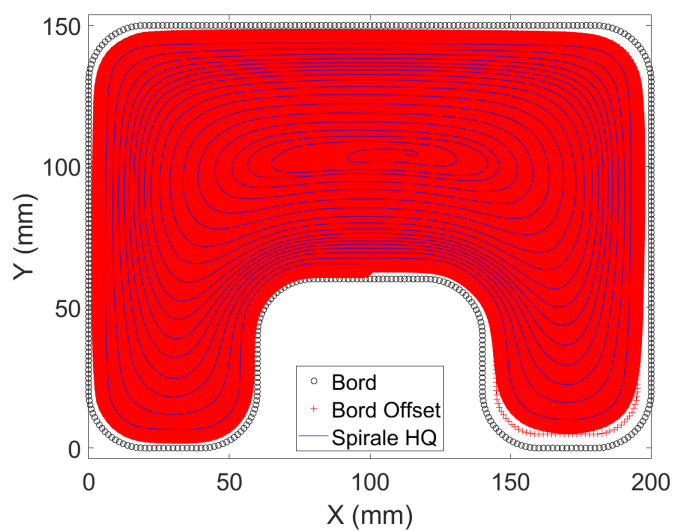


FIGURE 5.9 – Cavité HUG : Vérification de l'usinage

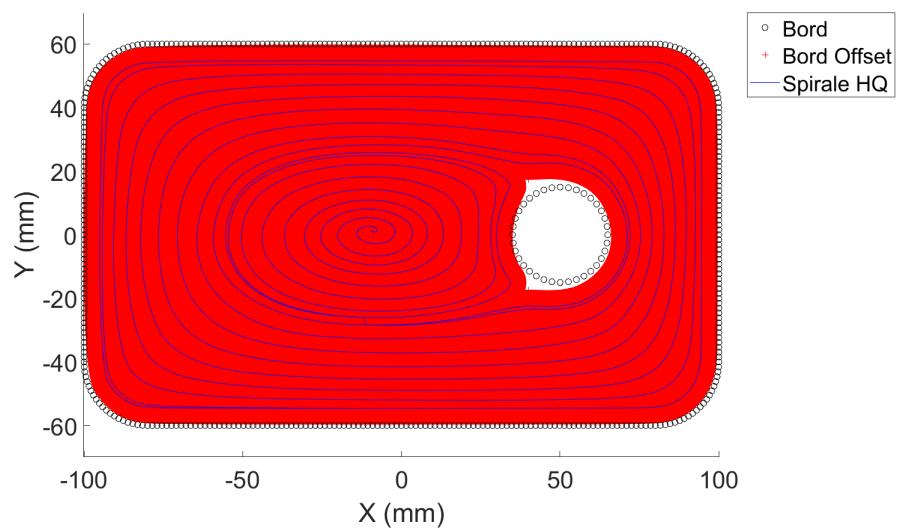


FIGURE 5.10 – Cavité RIG : Vérification de l'usinage

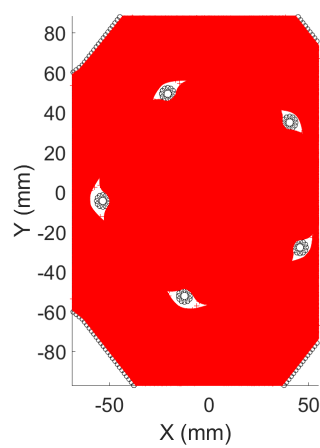


FIGURE 5.11 – Cavité LIG : Vérification de l'usinage autour des îlots

TABLE 5.7 – Cavités sans îlot - Localisation de la matière résiduelle

	Bord	Coeur
BI-ZZ	✗	
BI-CP		✗
BI-MS		
BI-HQ	✗	
HU-ZZ	✗	
HU-CP		✗
HU-MS		
HU-HQ	✗	

TABLE 5.8 – Cavité avec îlot(s) - Localisation de la matière résiduelle

	Bord	Coeur	Îlot(s)
RI-ZZ	✗		✗
RI-CP		✗	✗
RI-MS			
RI-HQ	✗		✗
RI4-ZZ	✗		✗
RI4-CP		✗	✗
RI4-MS			✗
RI4-HQ	✗		✗
LI-ZZ	✗		✗
LI-CP		✗	✗
LI-MS		✗	✗
LI-HQ	✗		✗

Aspects quantitatifs

Pour évaluer la matière restante après la phase d'ébauche, l'indicateur choisi est la couverture (tableau 5.9) dont la définition est au point 3.9.4, équation 3.39. Les surfaces résiduelles ont été estimées à partir des fichiers FAO.

Conclusion

Les trajectoires CP laissent de la matière en cœur de poche, ce qui est problématique. HQ laisse davantage de matière que ZZ et MS. En effet, la valeur de la couverture de HQ est plus faible. Cependant, enlever la matière

TABLE 5.9 – Couverture de la surface totale

Couverture (%)	ZZ	CP	MS	HQ
BI	97,9 / 98,7	99,9	100,0	96,9
HU	98,1	99,9	100,0	95
RI	99,0	99,7	100,0	94,1
RI4	99,1	99,6	99,8	97,3
LI	98,2	99,7	99,7	97,5

résiduelle laissée par HQ ne nécessite pas plus de travail que pour ZZ car, pour chacune, il est nécessaire de parcourir une fois la périphérie de la cavité.

5.3.7 Déplacements non usinants de la fraise et analyse

Par déplacements non usinants de la fraise, il est entendu "trajets" parcourus par la fraise pour passer d'une zone usinée à une zone à usiner de la cavité. Ces trajets sont parfois effectués avec la fraise "en hauteur de sécurité" pour éviter tout risque de collision entre la fraise et la matière à une vitesse non appropriée. Ceci implique de nouvelles plongées de la fraise.

Par défaut, Mastercam X2 réalise ces déplacements au sein même de la cavité, à la vitesse d'avance. Ces déplacements non usinants sont induits soit par la présence d'îlot(s), soit par la présence de différentes "zones" dans la cavité. Ces zones sont créées par des changements de sens de la courbure du bord de la cavité. La cavité LI, à cause de ses îlots, est celle qui nécessite le plus de déplacements non usinants pour une trajectoire ZZ, ce qui confirme l'écart de la valeur de L_{ZZ} par rapport à L_{min} (figure 5.12, flèches noires). Les cavités HU et même BI, illustrent les déplacements non usinants dus aux changements de signe de la courbure du bord de la cavité (figures 5.13 et 5.14). L'avantage des trajectoires en spirale, comme MS ou HQ, est qu'elles ne nécessitent aucun de ces déplacements. CP pourrait en imposer pour reprendre les zones de cœur non usinées.

5.3.8 Valeurs statistiques de courbure

Dans la volonté d'évaluer une trajectoire avant tout essai sur MOCN, il est souhaitable de quantifier l'aspect fluide. Pour rappel, une trajectoire est d'autant plus fluide que :

- Son degré de continuité est élevé puisque toute modification d'orientation du vecteur vitesse de la fraise impose une accélération qui doit être tenable par la MOCN.
- Ses rayons de courbure sont faibles. Intuitivement, si la courbure (C) est importante, l'accélération centripète ($a_{cp} = \frac{v^2}{R} = v^2 \cdot C$) nécessaire pour suivre la trajectoire est grande et la fraise doit ralentir pour rester

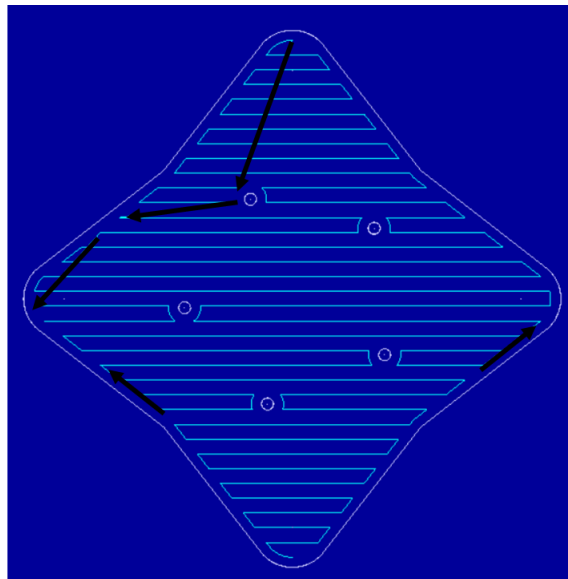


FIGURE 5.12 – Déplacements non usinants (flèches noires) nécessaires à une trajectoire ZZ (cavité LIG)

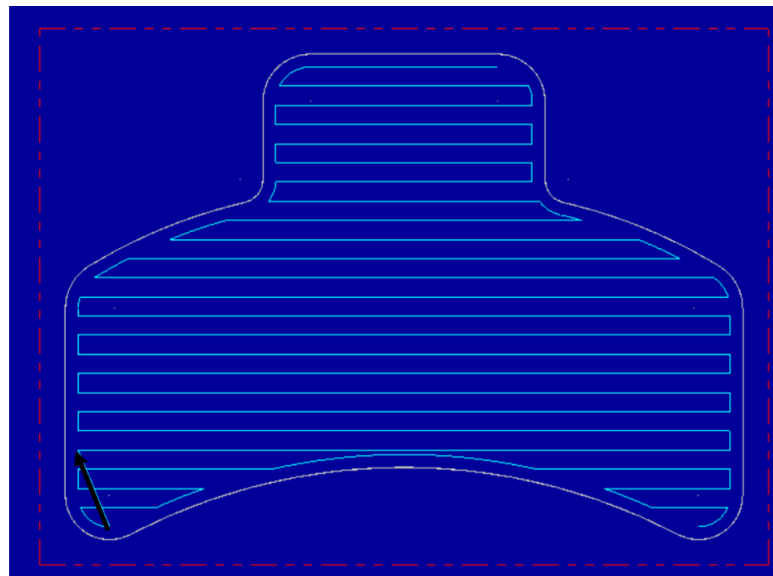


FIGURE 5.13 – Déplacements non usinants (flèche noire) nécessaires à une trajectoire ZZ (cavité BIG)

dans les possibilités dynamiques de la MOCN.

De ces considérations, a germé l'idée que la courbure pourrait être une manière d'évaluer la fluidité d'une trajectoire. Les travaux menés sur l'évaluation numérique, à l'aide de VPOp, des trajectoires HQ par rapport aux trajectoires

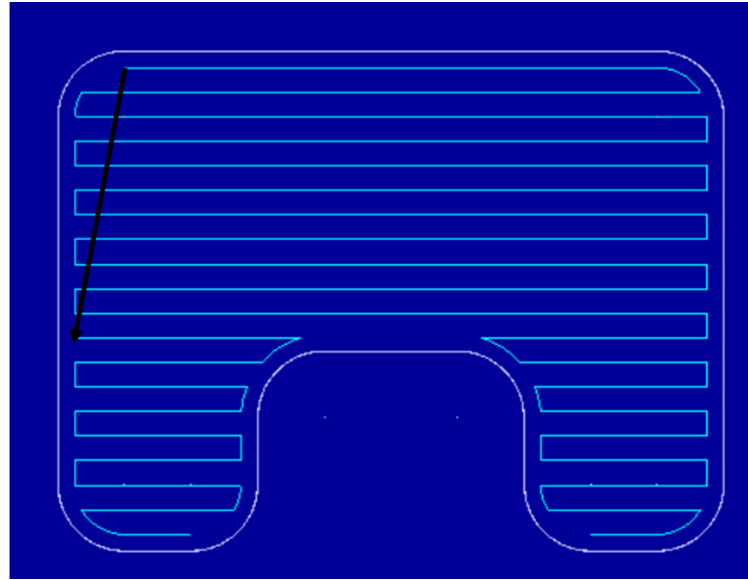


FIGURE 5.14 – Déplacements non usinants (flèche noire) nécessaires à une trajectoire ZZ (cavité HUG)

BT, a donné lieu à la publication d'un article [78]. Dans ce dernier, il est montré que les valeurs d'indicateurs statistiques de courbure sont directement corrélées aux temps d'usinage simulés (voir 5.4.1 et 5.4.2). Ces indicateurs ont le grand avantage d'être accessibles avant les essais, contrairement à un autre indicateur que nous proposerons qui est l'efficacité dynamique de la trajectoire Efd (cf. 6.1).

Il est cependant nécessaire de s'assurer que ces indicateurs de courbure permettent aussi de comparer des trajectoires de géométrie clairement différentes (ZZ, CP, MS, HQ). Si tel est le cas, ils pourraient offrir la possibilité, à un bureau des méthodes, d'évaluer les trajectoires a priori.

Sont retenus les indicateurs de courbure suivants :

- La courbure absolue moyenne $\overline{|C|}$ en mm^{-1} .
- Les quantiles 95 et 99 de la distribution de $\overline{|C|}$, notées $Cut95$ et $Cut99$ en mm^{-1} .
- La valeur efficace de $\overline{|C|}$, notée C_{rms} en mm^{-1} .

Pour calculer ces indicateurs pour toutes les trajectoires, il est nécessaire de convertir les fichiers CN issus de Mastercam en fichiers de points (un programme MatLab de conversion a été développé). Un "fit" par splines cubiques des points constitutifs est ensuite réalisé et la courbure aux points de la trajectoire calculée analytiquement. Il est à remarquer que les résultats dépendent du nombre de points constitutifs des trajectoires. Dans l'article, le nombre de points est identique car les (morceaux des) trajectoires ont la même longueur. Ici, comme les trajectoires ont des longueurs clairement différentes,

une densité linéaire (ρ_L) moyenne constante est choisie. 1 point/mm donne des résultats probants. Des tentatives ont aussi été menées avec des densités à 0,1 et 0,5 point/mm fournissant des résultats sensiblement les mêmes. Les tableaux 5.10, 5.11 5.12, 5.13, 5.14 synthétisent les résultats.

TABLE 5.10 – Indicateurs de courbure pour la cavité BI, toutes tailles et toutes trajectoires

Essai	ρ_L (point/mm)	$ \overline{C} $ (mm ⁻¹)	Cut95 (mm ⁻¹)	Cut99 (mm ⁻¹)	C_{rms} (mm ⁻¹)
BIGZZ	1,0	0,06	0,07	2,98	0,41
BIMZZ	1,1	0,23	0,67	3,40	2,29
BIPZZ	1,1	0,57	2,82	4,32	4,86
BIGCP	1,0	0,09	0,085	2,95	0,98
BIMCP	1,1	0,20	0,57	3,76	0,868
BIPCP	1,1	0,47	3,12	5,39	1,278
BIGMS	1,4	0,41	2,67	3,33	4,23
BIMMS	1,5	0,34	16754	2,12	1,16
BIPMS	1,0	0,37	1,55	4,06	1,05
BIGHQ	1,0	0,06	0,14	0,97	0,25
BIMHQ	1,0	0,096	0,26	1,48	0,33
BIPHQ	1,0	0,21	0,60	1,89	0,69

TABLE 5.11 – Indicateurs de courbure pour la cavité RI, toutes tailles et toutes trajectoires

Essai	ρ_L (point/mm)	$ \overline{C} $ (mm ⁻¹)	Cut95 (mm ⁻¹)	Cut99 (mm ⁻¹)	C_{rms} (mm ⁻¹)
RIGZZ	1,0	0,10	0,08	3,39	0,91
RIMZZ	1,1	0,26	2,28	4,189	1,65
RIPZZ	1,0	0,67	4,13	5,96	3,46
RIGCP	1,0	0,08	0,09	3,35	0,50
RIMCP	1,0	0,20	0,98	3,695	0,94
RIPCP	1,1	0,53	3,40	5,735	1,70
RIGMS	1,5	0,27	1,70	2,06	3,06
RIMMS	2,2	0,28	1,71	2,09	0,66
RIPMS	1,0	0,15	0,65	0,78	0,27
RIGHQ	1,0	0,03	0,09	0,26	0,17
RIMHQ	1,0	0,10	0,25	1,08	0,56
RIPHQ	1,0	0,33	0,89	5,15	1,39

TABLE 5.12 – Indicateurs de courbure pour la cavité HU, toutes tailles et toutes trajectoires

Essai	ρ_L (point/mm)	$ \overline{C} $ (mm ⁻¹)	Cut95 (mm ⁻¹)	Cut99 (mm ⁻¹)	C_{rms} (mm ⁻¹)
HUGZZ	1,0	0,17	0,08	3,48	2,25
HUMZZ	1,0	0,30	3,26	3,47	1,76
HUPZZ	1,1	0,69	4,14	4,97	2,91
HUGCP	1,0	0,08	0,09	3,35	0,57
HUMCP	1,0	0,17	0,88	3,35	0,66
HUPCP	1,1	0,49	3,29	4,91	1,20
HUGMS	1,0	0,13	0,73	1,70	0,41
HUMMS	1,0	0,18	0,64	1,47	1,78
HUPMS	1,0	0,44	1,85	3,98	1,35
HUGHQ	1,0	0,03	0,11	0,22	0,15
HUMHQ	1,0	0,18	0,28	1,58	2,44
HUPHQ	1,0	0,43	0,78	4,23	3,76

TABLE 5.13 – Indicateurs de courbure pour la cavité RI4, toutes tailles et toutes trajectoires

Essai	ρ_L (point/mm)	$ \overline{C} $ (mm ⁻¹)	Cut95 (mm ⁻¹)	Cut99 (mm ⁻¹)	C_{rms} (mm ⁻¹)
RI4GZZ	1,0	0,13	0,10	3,47	0,97
RI4MZZ	1,0	0,39	2,93	3,39	2,73
RI4PZZ	1,1	0,61	4,01	4,78	1,85
RI4GCP	1,0	0,18	0,13	3,40	2,78
RI4MCP	1,0	0,23	1,53	3,78	0,86
RI4PCP	1,1	0,71	3,40	5,56	2,46
RI4GMS	1,0	0,12	0,68	1,20	0,80
RI4MMS	1,0	0,10	0,35	0,92	0,50
RI4PMS	1,0	0,28	1,03	1,94	1,21
RI4GHQ	1,0	0,03	0,11	0,32	0,13
RI4MHQ	1,0	0,10	0,29	1,13	0,40
RI4PHQ	1,0	0,33	0,93	4,09	1,33

TABLE 5.14 – Indicateurs de courbure pour la cavité LI, toutes tailles et toutes trajectoires

Essai	ρ_L (point/mm)	$ \overline{C} $ (mm ⁻¹)	Cut95 (mm ⁻¹)	Cut99 (mm ⁻¹)	C_{rms} (mm ⁻¹)
LIGZZ	1	0,12	0,084	4,28	0,71
LIMZZ	1,1	0,38	1,85	5,44	5,54
LIPZZ	1,1	0,70	3,76	10,43	2,52
LIGCP	1	0,15	0,29	3,62	0,79
LIMCP	1,1	0,37	2,75	4,73	1,17
LIPCP	1,1	0,98	4,10	8,00	3,51
LIGHQ	1	0,04	0,09	0,40	0,14
LIMHQ	1	0,10	0,29	1,15	0,42
LIPHQ	1	0,35	1,07	4,22	1,41

Pour une même forme de cavité et pour une même trajectoire, tous les indicateurs statistiques de courbure vont dans le sens d'une augmentation pour des cavités qui décroissent en taille. Ce qui est tout à fait cohérent car les rayons de courbure diminuent avec la taille (et la fluidité aussi). Il faut aussi remarquer que ces indicateurs sont systématiquement meilleurs pour HQ que pour ZZ, CP et MS pour une cavité de forme et de taille données. Ceci tend toujours à confirmer que les trajectoires HQ sont plus fluides. Notons deux exceptions à cette constatation : RIP et RI4P dont la courbure absolue moyenne est meilleure pour MS que pour HQ.

5.4 Impact du lissage HQ sur la fluidité des trajectoires

Tout le contenu de ce point 5.4 est tiré de l'article publié [78].

5.4.1 Cavité BIG

Ce travail a été mené numériquement. Il compare, pour une cavité BIG, la trajectoire de Bieterman sans lissage (BT-raw) avec la trajectoire HQ. Il conclut que l'histogramme des courbures est davantage resserré (figure 5.15) pour HQ par rapport à BT-raw, tout comme différents autres indicateurs statistiques calculés dans ce travail sur une spirale complète (tableau 5.15), ceci implique une fluidité supérieure des trajectoires HQ par rapport à BT-raw qui devrait mener à un temps d'usinage réduit car les trajectoires seront parcourues à une vitesse moyenne supérieure, tout en ayant une longueur similaire. Les simulations menées avec VPOp, vont dans ce sens, comme le montre le tableau 5.16. Vu la difficulté de VPOp à simuler des trajectoires complètes, deux tours de spirale ont été simulés dans 3 zones de la cavité (interne, intermédiaire et externe).

TABLE 5.15 – Cavité BIG - Indicateurs statistiques de courbure pour des spirales BT-raw et HQ complètes

	Courbure absolue moyenne ($\overline{ C }$, mm ⁻¹)	
	BT-raw	HQ
Moyenne	0,078	0,058
Valeur Efficace	0,31	0,25
Cut95	0,24	0,14
Cut99	1,30	0,97

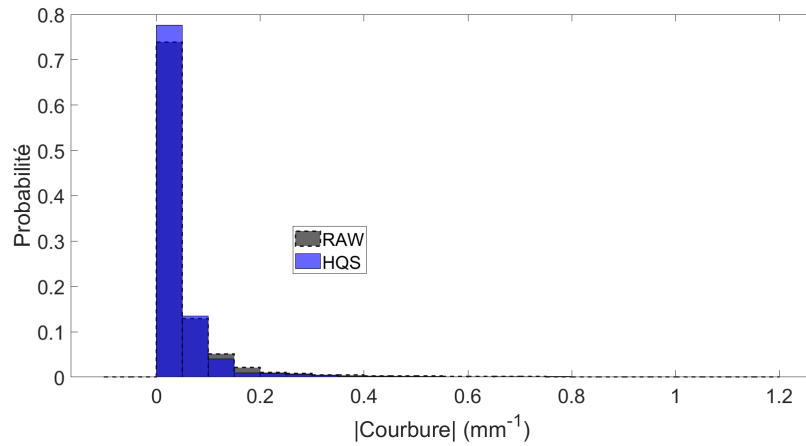


FIGURE 5.15 – Cavité BIG - Histogramme des courbures absolues de HQ vs. BT-raw

TABLE 5.16 – Temps d’usinage simulé avec VPOp pour HQ vs. BT-raw (cavité BIG)

Localisation	Trajectoire	Longueur de trajec- toire (mm)	temps d’usinage (s)	$\Delta t/t$ (%)	$\overline{V_m}$ (mm/min)
Interne	BT-raw	346	19	/	1092
	HQ	328	15.8	-17	1245
Intermediaire	BT-raw	650	22	/	1773
	HQ	635	18.5	-16	2059
Externe	BT-raw	1383	32.3	/	2569
	HQ	1398	29	-10	2892

5.4.2 Cavité HUG

Il a également été montré des résultats numériques similaires à ceux de la cavité BIG, sur la cavité HUG. Mais, étant donné le caractère non globalement convexe de cette dernière, des trajectoires BT ne peuvent être générées. Ainsi, le travail a été réalisé sur les isothermes de structure et non sur des morceaux de trajectoire. La figure 5.16 montre la localisation des isothermes de structure étudiées, la figure 5.17 montre l’histogramme de la courbure absolue de l’isotherme de structure 10, qui se resserre. Le

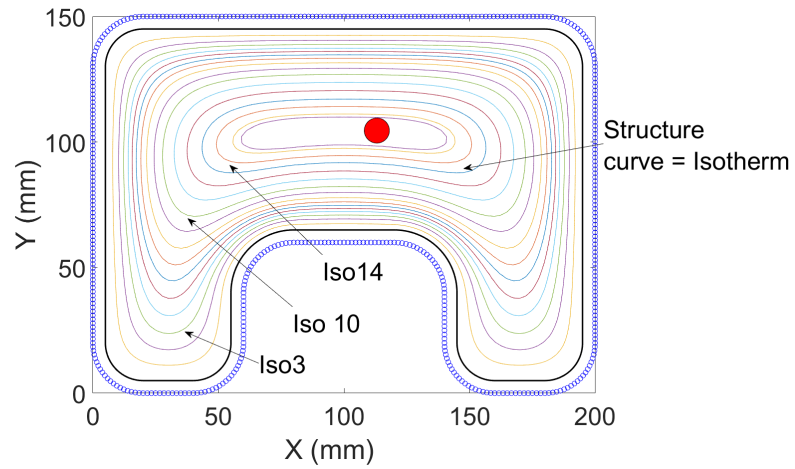


FIGURE 5.16 – Cavité HUG : courbes de structure

TABLE 5.17 – Cavité HUG - Indicateur statistique de fluidité

Courbure absolue ($ \overline{C} $, en mm^{-1})						
Spirale complète						
Cut95	0.12					
Cut99	0.72					
	Iso3		Iso10		Iso14	
	raw	HQ	raw	HQ	raw	HQ
Cut95	0.38	0.07	0.45	0.07	0.44	0.10
Cut99	1.07	0.08	1.05	0.13	1.51	0.12

tableau 5.17 regroupe les indicateurs de fluidité pour BT-raw et HQ. Ils sont inférieurs pour HQ, ce qui confirme encore une augmentation de la fluidité. Les simulations VPOp montrent également une réduction du temps de parcours des isothermes de l'ordre de 20% (5.18).

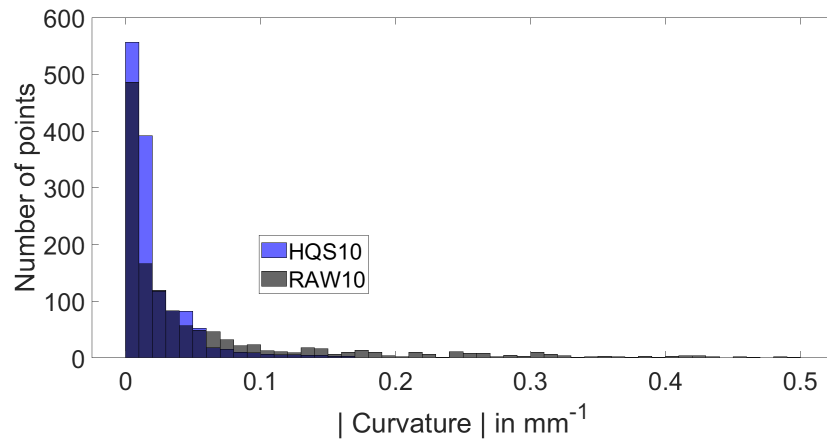


FIGURE 5.17 – Cavité HUG - Histogramme des courbures absolues de l'isotherme de structure 10

TABLE 5.18 – Cavité HUG - Temps d'usinage simulés (VPOp) de 3 isothermes de structure

Localisation isotherme	Méthode de fit	Temps d'usinage simulé (s)	$\Delta t/t$ (%)
Interne (Iso14)	raw	9	/
	HQ	7.3	-19
Intermédiaire (Iso10)	raw	15.2	/
	HQ	12.2	-20
Externe (Iso3)	raw	22.3	/
	HQ	17	-24

5.5 Conclusion

Ce chapitre a d'abord montré, via des indicateurs de courbure, que le lissage HQ améliore la fluidité des trajectoires curvilinéaires.

L'évaluation de quatre trajectoires (ZZ, CP, MS, HQ) sur différentes cavités par des indicateurs pré-expérimentaux montre que :

- ZZ et CP sont les trajectoires les plus courtes et sont très proches des longueurs minimales.
- La matière résiduelle laissée par HQ en périphérie n'est pas plus problématique que celle laissée par ZZ. Elle nécessite aussi un tour de contournage en reprise d'ébauche.
- HQ, comme MS, ne demande jamais de trajets non-usinants, contrairement à ZZ et à CP.
- Sur les cavités étudiées, la courbure absolue moyenne est toujours plus petite pour HQ que pour ZZ et CP. HQ est donc la trajectoire la plus fluide de toutes.

Évaluation expérimentale des trajectoires

Ce chapitre a pour but de valider expérimentalement la méthode de génération de trajectoire HQ et de quantifier les avantages et inconvénients qu'elle offre par rapport à la méthode de Bieterman mais aussi par rapport aux méthodes classiques offertes dans un logiciel commercial comme Mastercam. L'impact de la dynamique machine a été pris en compte en appliquant un facteur d'homothétie sur la géométrie des poches, tout en maintenant les vitesses similaires.

Dans ce chapitre, une nouvelle mesure de la fluidité d'une trajectoire est d'abord définie, elle est nommée "efficacité dynamique". Une modélisation empirique de cette dernière est proposée également. Ces deux développements permettent de prévoir des temps d'usinage et d'envisager un transfert des résultats de cette thèse vers des machines ayant une autre dynamique.

6.1 L'efficacité dynamique comme mesure de la fluidité d'une trajectoire

Ce paragraphe propose un indicateur qui permettra de quantifier expérimentalement l'aspect fluide d'une trajectoire en comparant le temps d'usinage théorique et le temps d'usinage réel. Cet indicateur est nommé efficacité dynamique d'une trajectoire et est noté Efd (équation 6.1). Il sera utilisé, comme d'autres indicateurs plus communs, en 6.3.

$$Efd = \frac{t_{th}}{t_{us}}.100 \quad (6.1)$$

avec t_{th} , le temps d'usinage théorique et t_{us} , le temps d'usinage réel, tous les deux en s.

Cette définition prend effectivement en compte l'aspect fluide car si la trajectoire est fluide, t_{us} se rapproche de t_{th} et Efd tend vers 100%.

L'efficacité dynamique peut, à partir de l'équation 6.1, s'exprimer comme (équation 6.2) :

$$Efd = \frac{\frac{L_{traj}}{V_f}}{\frac{L_{traj}}{\bar{V}_f}}.100 = \frac{\bar{V}_f}{V_f}.100 \quad (6.2)$$

L_{traj} représente la longueur de la trajectoire, \bar{V}_f , la vitesse d'avance moyenne et V_f , la vitesse d'avance programmée. Attention, comme cette définition n'intègre pas les différences de longueurs entre trajectoires, si les efficacités dynamiques de deux trajectoires différentes sont comparées, une trajectoire plus efficace n'est pas nécessairement effectuée en un temps plus petit, elle est juste parcourue à une vitesse moyenne plus proche de la vitesse d'avance. C'est pour cela que nous parlons d'efficacité *dynamique* et pas simplement d'efficacité.

Par contre, cette notion intègre les possibilités d'accélération de la MOCN car plus elles seront importantes, plus la reprise de vitesse sera rapide et ceci impactera favorablement la vitesse moyenne. La géométrie intrinsèque de la cavité est également prise en compte par cet indicateur.

L'efficacité dynamique est donc un concept qui permet de comparer la fluidité de différentes trajectoires à une vitesse d'avance donnée, pour une cavité donnée, sur une MO donnée.

6.2 Modélisation empirique du temps d'usinage grâce à l'efficacité dynamique

Il est établi que le temps d'usinage dépend de nombreux paramètres : taille et forme de la cavité, dynamique de la machine, vitesse d'avance, diamètre et engagement de la fraise, type de trajectoire, ...

Un logiciel comme Mastercam fournit un temps d'usinage qui suppose une trajectoire parcourue à vitesse constante et calcule $t = \frac{L_{traj}}{V_f}$.

Le concept d'efficacité dynamique (voir 6.1) intègre bien le temps d'usinage mais offre l'avantage de découpler certains des paramètres évoqués ci-dessous. En effet :

$$\begin{cases} Efd = \frac{t_{th}}{t_{us}}.100 \\ t_{th} = \frac{L_{traj}}{V_f} \end{cases} \Rightarrow t_{us} = \frac{L_{traj}}{Efd.V_f}.100 \quad (6.3)$$

Ainsi la vitesse d'avance, le diamètre et l'engagement de la fraise sont extraits du temps d'usinage, tout comme les dimensions et la forme de la cavité. Si l'efficacité dynamique de la trajectoire était correctement modélisée, il serait

TABLE 6.1 – Dimensions représentatives des cavités

D_{poche} (mm)	G	M	P
BI	230	92	36,8
HU	175	70	28
RI	160	64	25,6
RI4	160	64	25,6
LI	266	106,4	42,6

possible de prévoir, dans une certaine mesure, le temps d'usinage. Modéliser correctement l'efficacité dynamique, avec des grandeurs macroscopiques, permettrait de prévoir simplement le temps d'usinage. Moins basiquement que Mastercam qui ne tient compte ni de la fluidité d'une trajectoire, ni de la dynamique de la MO. Et plus rapidement que VPOp qui travaille à un niveau microscopique et nécessite donc un grand temps de calcul pour une trajectoire complète. Cette modélisation permettrait également un transfert des résultats expérimentaux d'une MO vers une autre, de dynamique différente.

Les paragraphes qui suivent détaillent trois grandeurs macroscopiques qui permettent de modéliser le temps d'usinage :

- La possibilité dynamique de l'usinage (PDU).
- L'indice de complexité d'une cavité (IC).
- La qualité géométrique de la trajectoire, liée à la courbure (IG).

6.2.1 Possibilité dynamique de l'usinage

La possibilité dynamique de l'usinage, notée PDU , est adimensionnée. Bieterman [18] a utilisé une grandeur similaire sans la nommer explicitement (équation 6.4). Cette grandeur lie la dynamique de la MO, la vitesse d'avance et la taille de la cavité.

$$PDU = \frac{D_{poche}}{D_f} \quad (6.4)$$

D_{poche} est la moyenne arithmétique de la longueur et de la largeur du rectangle circonscrit à la cavité (mm) et $D_f = \frac{V_f^2}{2A}$, la distance de freinage de la fraise (mm), supposée être en MRUA, d'accélération A . Le tableau 6.1 reprend les valeurs de D_{poche} et le tableau 6.2, celles de D_f pour les cavités testées.

6.2.2 Indicateur de complexité de la cavité

L'indicateur de complexité géométrique, noté IC , est un entier adimensionné qui compte le nombre de "zones" créées par la concavité de la périphérie.

TABLE 6.2 – Distance de freinage de la fraise

D_f (mm)	V1	V2	V3
$A = 3 \text{ m/s}^2$	0,2894	1,1574	4,6296

Il est obtenu à partir de la direction de référence du ZZ et correspond à "1 + le nombre de discontinuités" dans l'évolution de la longueur des segments principaux. Ce nombre de zones est additionné au nombre d'îlots. La valeur minimale de IC est de 1. Cet indicateur rend compte de la complexité de la trajectoire imposée par la géométrie du bord et par la présence d'îlots. La figure 6.1 propose un exemple de comptage, le tableau 6.3 reprend la valeur de IC pour chaque cavité.

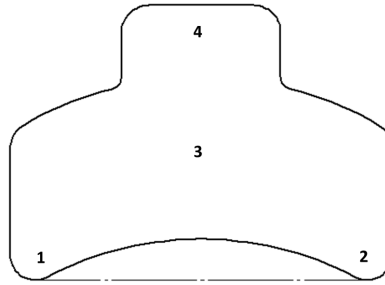
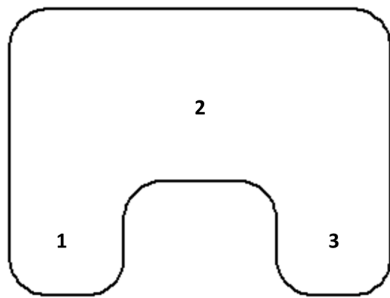
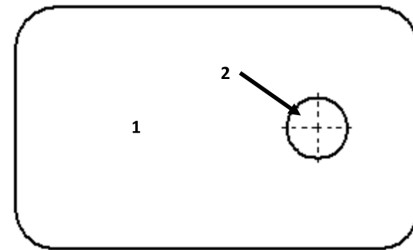


FIGURE 6.1 – Indicateur de complexité : comptage des zones pour BI



(a) Comptage des zones pour HU



(b) Comptage des zones pour RI

 FIGURE 6.2 – Indicateur de complexité (IC)

6.2.3 Indicateur de qualité géométrique de la trajectoire

L'indice de qualité géométrique, noté IG. Il est lié à la courbure de la trajectoire (5.3.8). Dans le cadre de la modélisation du temps d'usinage,

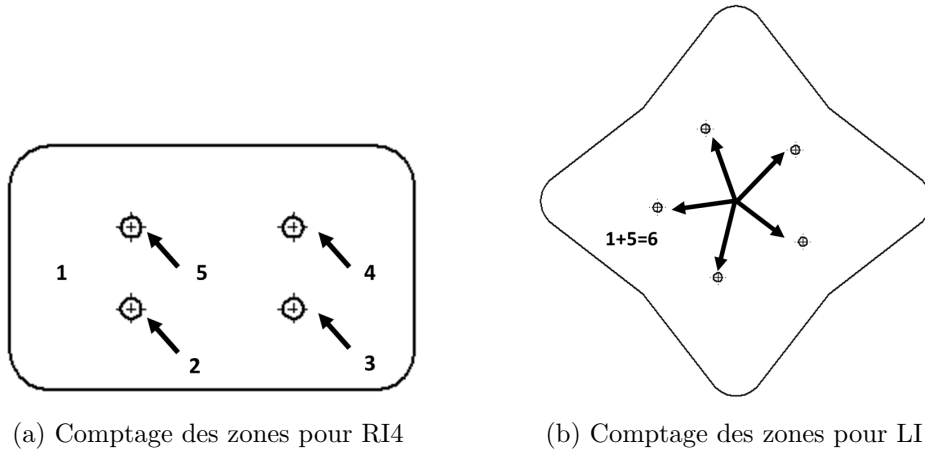

 FIGURE 6.3 – Indicateur de complexité (IC)

TABLE 6.3 – Indicateur de complexité géométrique pour les cavités

Cavité	BI	HU	RI	RI4	LI
IC	4	3	2	5	6

c'est $\overline{|C|}$, la courbure absolue moyenne (mm^{-1}) qui a été retenue. Les tableaux 5.10, 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 donnent les valeurs de $\overline{|C|}$ pour chaque essai.

Les indicateurs PDU , IC , et IG présentent l'avantage d'être déterminables avant des essais sur MOCN.

6.2.4 Modélisation

Les trois grandeurs macroscopiques définies ci-dessus (6.2) ont été assemblées pour créer 2 facteurs $FAC1$ et $FAC2$. Plusieurs fonctions de $\frac{PDU}{IC}$ et $\overline{|C|}$ ont été testées. Celles qui suivent ont donné les meilleures corrélations :

- $FAC1$ est un facteur tenant compte de l'aspect dynamique de la machine par rapport à la cavité (équation 6.5). L'efficacité dynamique augmente avec PDU et chute avec IC .

$$FAC1 = \sqrt{\frac{PDU}{IC}} \quad (6.5)$$

- $FAC2$ est une mesure de la fluidité de la trajectoire, pour une géométrie de cavité donnée (équation 6.6). Plus $\overline{|C|}$ augmente, plus l'efficacité

dynamique chute.

$$FAC2 = \log IG = \log \frac{1\text{mm}^{-1}}{|C|} \quad (6.6)$$

$FAC1$ et $FAC2$ sont bien sûr déterminables avant chaque essai et sont intégrés dans un modèle linéaire (équation 6.7).

$$Efd = K_0 + K_1.FAC1 + K_2.FAC2 + K_3.FAC1 . FAC2 \quad (6.7)$$

Les K_i sont 4 constantes fixées expérimentalement.

La procédure qui suit décrit comment les K_i sont déterminés et comment le modèle est validé. L'idée générale est une méthode de type "tirages aléatoires" à partir des mesures expérimentales d'efficacité dynamique.

6.2.5 Détermination des K_i

Une fois les essais menés, les temps d'usinage sont connus et les efficacités dynamiques peuvent être calculées (équation 6.1). Pour les n essais, on peut écrire le système 6.8.

$$\begin{cases} Efd_1 = K_0 + K_1.FAC1_1 + K_2.FAC2_1 + K_3.FAC1_1 . FAC2_1 \\ Efd_2 = K_0 + K_1.FAC1_2 + K_2.FAC2_2 + K_3.FAC1_2 . FAC2_2 \\ \vdots \\ Efd_i = K_0 + K_1.FAC1_i + K_2.FAC2_i + K_3.FAC1_i . FAC2_i \\ \vdots \\ Efd_n = K_0 + K_1.FAC1_n + K_2.FAC2_n + K_3.FAC1_n . FAC2_n \end{cases} \quad (6.8)$$

Les facteurs $FAC1_i$ et $FAC2_i$ sont calculables pour chaque essai à partir des valeurs de PDU_i , IC_i et IG_i des essais. Les 4 inconnues sont K_0 , K_1 , K_2 et K_3 .

Le système 6.8 peut s'écrire matriciellement (équation 6.9).

$$\mathbf{Ef} = \mathbf{R.K} \quad (6.9)$$

Il est surdéterminé et peut être inversé par un pseudo inverse de Moore-Penrose pour trouver les K_i (équation 6.10).

$$\mathbf{Ef} = \mathbf{R.K} \Rightarrow \mathbf{K} = (\mathbf{R}^T.\mathbf{R})^{-1}.\mathbf{R}^T.\mathbf{Ef} \quad (6.10)$$

Il est possible que, pour un essai donné, l'efficacité dynamique prévue par le modèle soit supérieure à 100%, ce qui est impossible physiquement. Dans ce cas, une saturation est imposée et l'efficacité prévue est fixée à 100%.

6.2.6 Procédure de validation

Pour valider le modèle, 60% des essais sont extraits aléatoirement de manière à déterminer les coefficients K_i (procédure ci-dessus 6.2.5). Les 40% restants vont permettre de comparer l'efficacité et le temps d'usinage prévus par le modèle, pour un essai, avec le résultat expérimental du même essai. Ainsi, un coefficient de corrélation peut être calculé entre les prévisions du modèle et les résultats expérimentaux.

Comme le coefficient de corrélation dépend des essais extraits, une simulation répétera le tirage aléatoire pour calculer un coefficient de corrélation moyen. Le nombre de répétitions du tirage pour une simulation est fixé à 1 000. Cette valeur de 1 000 permet au coefficient de corrélation moyen d'être stabilisé au centième sur trois simulations successives.

6.3 Autres indicateurs expérimentaux

Ces indicateurs sont des indicateurs issus de mesures directes ou de calculs issus de ces mesures.

6.3.1 Mesures effectuées

La commande numérique offre la possibilité de récupérer directement, sous forme de fichiers, différentes informations. La période d'échantillonnage choisie est de $0,6 \mu s$, soit une fréquence de 1,6 MHz. Seront collectés :

- le temps d'usinage "en l'air" d'une couche de la cavité,
- les profils $V_x(t_i)$, $V_y(t_i)$, $A_x(t_i)$, $A_y(t_i)$, $J_x(t_i)$ et $J_y(t_i)$.

6.3.2 Profil de vitesse

La CN nous donne donc directement V_{x_i} et V_{y_i} qui sont obtenus par différences finies entre 2 positions successives et la période d'échantillonnage. La norme du vecteur est calculée et reportée au cours du temps.

6.3.3 Temps d'usinage réel

Le temps d'usinage t_{us} (s), est le premier indicateur pris en compte dans cette étude. Il pourrait être mesuré manuellement, "au pied" de la fraiseuse, mais il le sera via un fichier issu de la commande numérique. Notons que le temps comptabilisé est celui du début à la fin de la trajectoire d'évidement. Le temps de repositionnement de la fraise dans sa position initiale n'est pas pris en compte.

Ce temps d'usinage réel donne un accès à la vitesse moyenne de la fraise lors du parcours d'une trajectoire via la longueur de cette dernière ($\bar{V}_{us} = \frac{L_{traj}}{t_{us}}$).

6.3.4 Effort efficace de trajectoire

De manière à évaluer indirectement et globalement l'effort que la trajectoire impose à la MOCN (F_{traj}), la valeur efficace de l'accélération (A_{rms} en m/s^2), le long de la trajectoire est calculée et transformée en force (= effort) efficace ($F_{rms-traj}$) via la deuxième loi de Newton (équation 6.11). Ce choix de valeur quadratique moyenne se justifie par la volonté de prendre en compte la variabilité du "signal". La masse de la table a été estimée à 600 kg à partir de quelques informations reçues du constructeur. Les valeurs d'accélération au cours du temps $A_x(t_i)$ et $A_y(t_i)$, nécessaires au calcul, sont recueillies via les informations envoyées par la CN.

$$F_{rms-traj} = m \cdot A_{rms} = m \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i^N (A_i)^2} \quad (6.11)$$

Avec $A_i = \sqrt{A_x(t_i)^2 + A_y(t_i)^2}$, l'accélération à l'instant t_i en m/s^2 ; N , le nombre de mesures.

6.4 Profil expérimental de vitesse

Comme expliqué au point 6.3, nous pouvons calculer un profil expérimental de vitesse à partir des informations fournies par la CN. La figure 6.4 représente le profil de vitesse de l'essai HUGZZV3. L'aspect typique du "w"

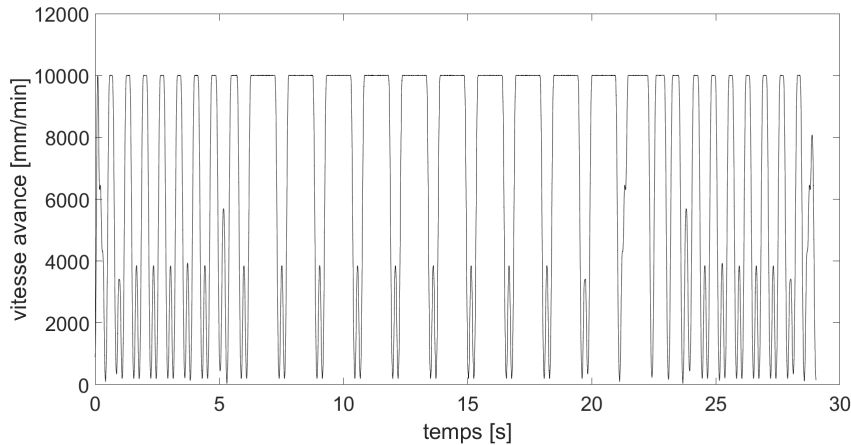


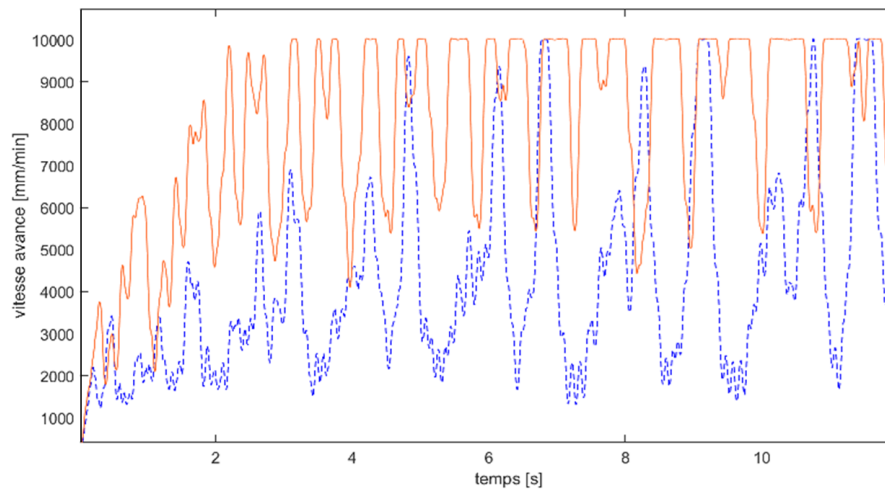
FIGURE 6.4 – Profils de vitesse de l'essai HUGZZV3

prévu par VPOp dans les zones de vitesse minimale est présent expérimentalement (voir figure 3.40). Ces zones correspondent à la chute de vitesse d'avance imposée par le franchissement des 2 angles droits, en bout de segments, avant un redémarrage dans l'autre sens.

TABLE 6.4 – Temps d'usinage mesurés BT-raw vs. HQ

n points trajectoire	Essai	t(BT-raw) (s)	t(HQ) (s)	ε_r (%)
4500	BIGV1	245	209	14,7
4500	BIGV2	145	117	19,7
4500	BIGV3	112	81	27,7
9000	BIGV1	243	208	14,4
9000	BIGV2	135	107	20,7
9000	BIGV3	97	63	35,5

Il est possible de comparer les profils de vitesse de la trajectoire BT-raw avec la trajectoire HQ (figure 6.5). Cet exemple concerne la cavité BIG usinée à la vitesse de consigne de 10 000 mm/min. Expérimentalement, nous constatons un profil de vitesse plus lisse et plus proche de la vitesse de consigne. Dans ce cas précis, pour HQ, la vitesse moyenne de parcours est de 8 308 mm/min et pour BT-raw de 5 362 mm/min.

FIGURE 6.5 – Comparaison des profils de vitesse entre HQ (orange continu) et BT (bleu en tirets). Cavité *BIG* – *V3* - trajectoire à 9000 points

Plus quantitativement et plus globalement, HQ réduit les temps d'usinage par rapport à BT-raw de 15% à 35% sur la poche BIG, pour les 3 vitesses d'avance de la campagne d'essais (figures 6.6 et 6.7).

L'impact du nombre de points constituant la trajectoire sur le temps d'usinage a également été testé. Ce nombre impacte la longueur des "microsegments" en mode d'interpolation *G01*. Les améliorations sur les trajectoires à 4 500 et 9 000 points vont dans le même sens d'amélioration (tableau 6.4).

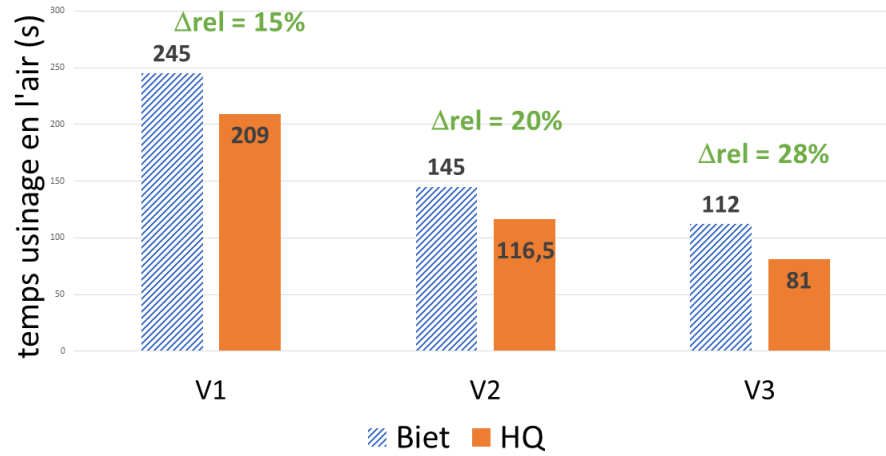


FIGURE 6.6 – Comparaison des temps d’usinage entre la méthode HQ et la méthode BT-raw - spirale construite avec 4500 points

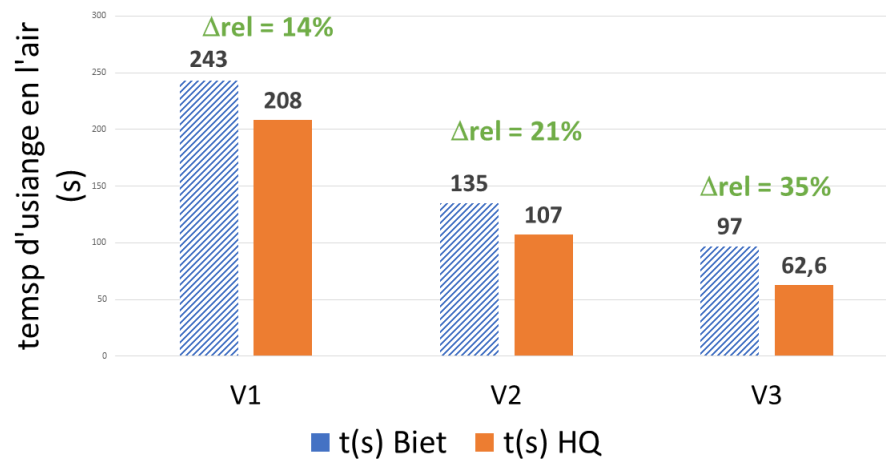


FIGURE 6.7 – Comparaison des temps d’usinage entre la méthode HQ et la méthode BT-raw - spirale construite avec 9000 points

6.5 Efficacités dynamiques des trajectoires : analyse

Le plan expérimental a testé toutes les combinaisons du tableau 5.3, à l'exception de la trajectoire MS pour la cavité SLI qui a été exclue d'office pour son excédent de longueur.

Le tableau annexé B.1 reprend toutes les mesures expérimentales. Ces dernières montrent que, à une exception près, les trajectoires HQ ont toujours la meilleure efficacité dynamique, comme l'atteste le graphique 6.8. L'exception se produit pour le test RIPV1 et, dans ce cas, MS est meilleure que HQ avec un écart relatif de seulement 1,7%. L'écart relatif d'efficacité dynamique entre

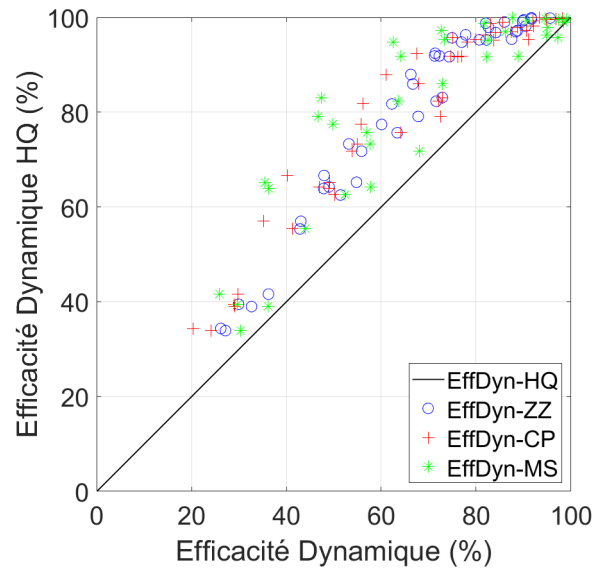


FIGURE 6.8 – Efficacité dynamique de HQ en fonction de l'efficacité dynamique des autres trajectoires, toutes cavités, toutes tailles et toutes vitesses

les trajectoires classiques et HQ augmente (en valeur absolue) lorsque la taille de la cavité diminue et que la vitesse d'avance augmente. Ceci confirme une attente du plan expérimental : au plus la dynamique "pèse" dans l'usinage, au plus HQ devient intéressant en termes d'efficacité dynamique.

Plus quantitativement, les résultats expérimentaux montrent que :

- L'efficacité dynamique des trajectoires ZZ est toujours moins bonne que celle des trajectoires HQ (-2,8% à -28,1%).
- L'efficacité dynamique des trajectoires CP est toujours moins bonne que celle des trajectoires HQ (-1,7% à -41,0%).
- L'efficacité dynamique de MS est moins bonne que HQ (+1,7% à -45,6%).

6.6 Temps d'usinage : analyse

Les interprétations qui suivent sont issues du tableau B.2 présent en annexe.

- Globalement, les temps d'usinage en ZZ sont inférieurs ou comparables à ceux de CP, comme l'atteste la figure 6.9. Les écarts relatifs nous indiquent que dans les cas où CP est avantageux en durée sur ZZ, il ne l'est que de peu (-6% max).
- Les temps d'usinage de MS sont toujours plus grand que HQ (figure 6.10). Les écarts relatifs entre les temps d'usinage de MS et de HQ vont de 10% à 123%.
- Comme le montre la figure 6.11, les temps d'usinage de HQ sont plus longs que pour ZZ, à une exception près (+2,5% à -50,7%). De manière attendue, l'écart se réduit à mesure que la taille de la cavité diminue et que la vitesse d'avance augmente. L'intérêt temporel de HQ sur ZZ se marque pour la cavité LI à vitesse moyenne ou haute.

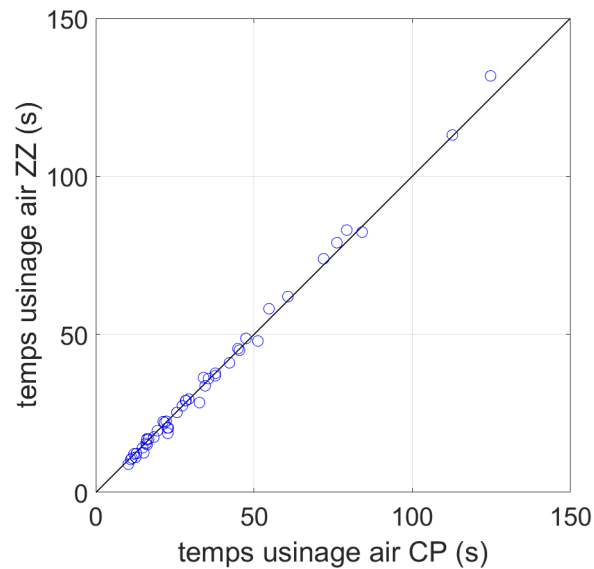


FIGURE 6.9 – Temps d'usinage en l'air de ZZ en fonction du temps d'usinage en l'air de CP

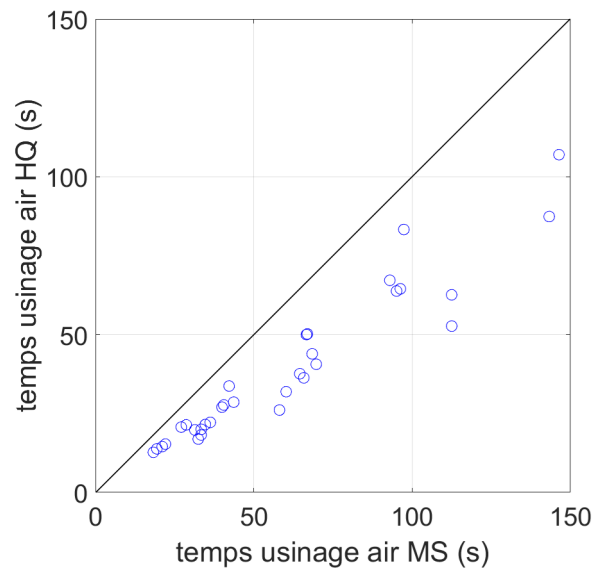


FIGURE 6.10 – Temps d'usinage en l'air de HQ en fonction du temps d'usinage en l'air de MS

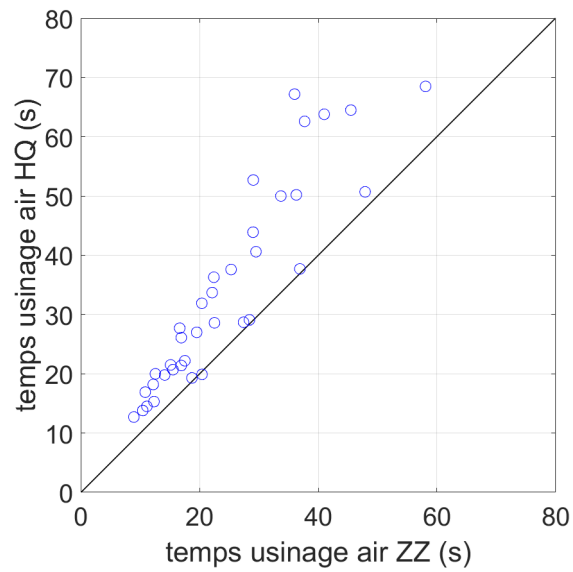


FIGURE 6.11 – Temps d'usinage en l'air de HQ en fonction du temps d'usinage en l'air de ZZ

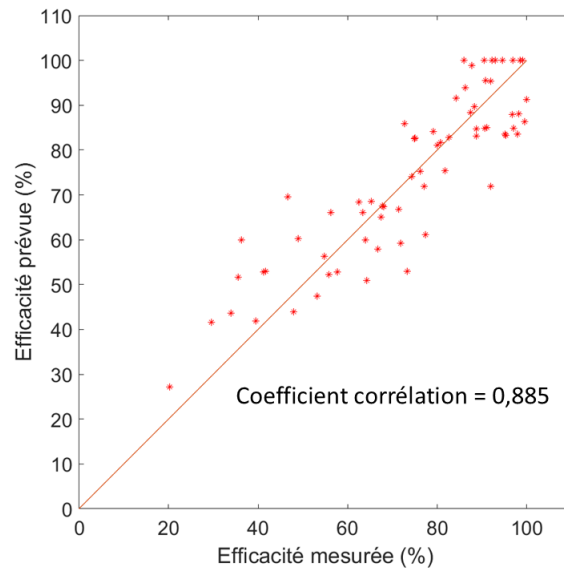


FIGURE 6.12 – Répartition des efficacités dynamiques prévues et mesurées autour de la première bissectrice

6.7 Validation du modèle de prévision du temps d'usinage

Le modèle développé au point 6.2 donne une corrélation moyenne de 0,88 entre l'efficacité dynamique prévue par le modèle et l'efficacité dynamique calculée à partir des essais (les essais testés sont bien sûr indépendants du modèle). Le graphique de la figure 6.12 montre l'efficacité prévue en fonction de l'efficacité réelle lors d'un tirage dont la corrélation moyenne est de 0,88.

Grâce à l'équation 6.3, il est possible de calculer le temps d'usinage via l'efficacité dynamique.

La figure 6.13 montre la correspondance entre les temps d'usinage mesurés lors des essais, ceux prévus par le modèle et ceux prévus par Mastercam ($V_f = cste$), pour un tirage particulier offrant un coefficient de corrélation égal à la moyenne de 0,88. Pour ce tirage :

- Les 4 coefficients adimensionnés du modèle ont pour valeur :
 - $K_0 = 14,2$
 - $K_1 = 10,2$
 - $K_2 = 45,3$
 - $K_3 = -6,61$
- L'erreur relative moyenne sur les temps d'usinage du modèle par rapport à l'expérience est de 11% alors que l'erreur relative moyenne sur les temps d'usinage de Mastercam par rapport à l'expérience est de 26%.

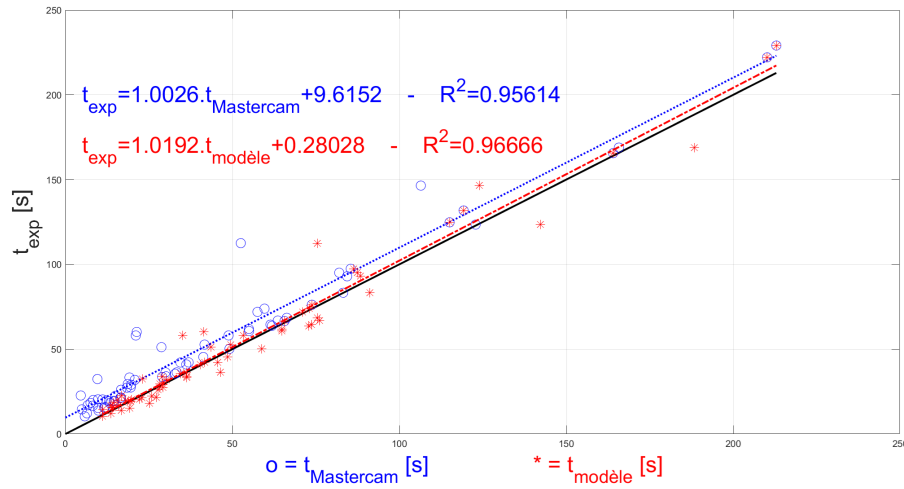


FIGURE 6.13 – Comparaison entre les temps d’usinage (mesurés, modélisés et prévus par Mastercam), pour un tirage particulier

- Le modèle proposé prévoit un temps d’usinage plus proche du temps réel que Mastercam 57 fois sur 68, soit dans 84% des cas.
- Dans les cas de prévisions moins bonnes que Mastercam (11 cas sur 68), il s’agit, dans 10 cas sur 68, de trajectoires HQ et, 1 fois sur 68, d’une trajectoire MS. Le modèle sous-estime donc l’efficacité dynamique des trajectoires HQ par rapport à l’expérience ($Efd_{exp} > Efd_{mod}$), tableau 6.5).
- Si le modèle sous-estime l’efficacité dynamique d’une trajectoire HQ par rapport à l’expérience, le temps d’usinage de HQ est forcément surestimé. Dans ces cas, l’erreur relative, entre le temps prévu et le temps réel, est de 15% en moyenne avec un minimum de 4% et un maximum de 20% (tableau 6.6).

TABLE 6.5 – Relevé des cas où $Efd_{exp} > Efd_{mod}$, pour un tirage particulier

Cavité	Taille	Trajectoire	V_f (mm/min)	Efd_{exp} %	Efd_{mod} %
BI	M	HQ	2500	99,9	91,3
BI	P	HQ	5000	77,4	61,1
RI	G	HQ	5000	97,0	84,9
HU	M	HQ	5000	91,9	71,8
HU	P	HQ	5000	73,3	52,9
RI4	G	HQ	2500	99,5	86,4
RI4	G	HQ	5000	95,3	83,3
RI4	M	MS	2500	95,1	83,5
RI4	M	HQ	2500	97,9	83,5
LI	G	HQ	2500	98,2	88,0
LI	M	HQ	2500	96,8	87,9

TABLE 6.6 – Cas où $Efd_{exp} > Efd_{mod}$, comparaison des temps (t_{exp} , t_{mod} et $t_{Mastercam}$), pour un tirage particulier

Cavité	Taille	Trajectoire	V_f mm/min	t_{exp} s	t_{mod} s	$t_{Mastercam}$ s
BI	M	HQ	2500	83,3	91,1	83,2
BI	P	HQ	5000	21,5	27,3	16,6
RI	G	HQ	5000	63,8	72,9	61,9
HU	M	HQ	5000	36,3	46,4	33,4
HU	P	HQ	5000	18,2	25,2	13,3
RI4	G	HQ	2500	123,5	142,2	122,9
RI4	G	HQ	5000	64,5	73,8	61,4
RI4	M	MS	2500	66,9	76,2	63,6
RI4	M	HQ	2500	50,2	58,8	49,2
LI	G	HQ	2500	168,9	188,3	165,8
LI	M	HQ	2500	68,5	75,4	66,3

6.8 Effort efficace de trajectoire : analyse

De manière générale et attendue, l'effort efficace de trajectoire ($F_{rms-traj}$) augmente lorsque la taille de la cavité diminue et que la vitesse augmente ; c'est-à-dire lorsque la dynamique de la machine pèse davantage. Ils vont globalement de 50 N à 500 N.

6.8.1 Effort de trajectoire : point de vue de la présence ou non d'îlots

Les résultats expérimentaux sont analysés plus finement ci-dessous mais ils montrent que pour les cavités sans îlots ou à plusieurs îlots, les efforts de trajectoires générés par HQ sont clairement moindres ou comparables à ceux d'un ZZ.

- Pour les 2 cavités sans îlots testées (tableau 6.7), les efforts générés par HQ sont clairement moindres ou comparables à ceux de ZZ (-7% à +122%) et à ceux de CP. Deux exceptions sur 18 essais sont à noter : HUPV2 et BIPV2 à environ -15%.
- Pour les 2 cavités à plusieurs îlots (tableau 6.8), les efforts générés par HQ sont clairement moindres ou comparables à ceux de ZZ (-4.5% à +92%) et à ceux de CP (-6% à 101%).
- Pour la cavité à 1 îlot, les résultats sont moins nets : les efforts de HQ sont plus faibles ou équivalents à ceux de ZZ pour le format grand à toutes les vitesses et moins bons dans les autres configurations. Ils sont plus faibles ou équivalents à ceux de CP à l'exception de RIMV3
- Les efforts en HQ sont plus faibles qu'en MS pour les cavités grandes à toutes les vitesses. Les résultats sont moins nets dans les autres cas.

6.8.2 Effort de trajectoire : point de vue des tailles des cavités et des vitesses d'avance

En termes d'efforts de trajectoire, HQ est toujours meilleure que ZZ et CP sur toutes les cavités au format grand et à toutes les vitesses. Ce résultat est également valable pour les cavités moyennes aux vitesses faibles ou moyennes et pour les cavités petites à vitesse haute. Une analyse plus fine indique que :

- Pour toutes les cavités en format grand et pour chaque vitesse d'avance, l'effort de trajectoire HQ est inférieur à l'effort ZZ (de +6% à +123%). Une seule exception RIGV3 (-7%).
- Pour toutes les cavités en format grand et pour chaque vitesse d'avance, l'effort de trajectoire HQ est inférieur à l'effort CP (+2% à +100%). Sans exception.

TABLE 6.7 – Comparaison des efforts de trajectoire. Cavités sans îlot, toutes tailles et toutes vitesses

Essai	$F_{rms}(ZZ)$ (N)	$F_{rms}(CP)$ (N)	$F_{rms}(MS)$ (N)	$F_{rms}(HQ)$ (N)	ε_r CP vs ZZ (%)	ε_r CP vs HQ (%)	ε_r ZZ vs HQ (%)	ε_r MS vs HQ (%)
BIGV1	96	95	111	54	-2	74	77	103
BIGV2	201	219	216	141	9	55	43	53
BIGV3	390	455	388	368	17	24	6	5
BIMV1	156	144	130	93	-7	55	67	40
BIMV2	275	308	273	274	12	13	1	0
BIMV3	476	499	404	500	5	0	-5	-19
BIPV1	201	227	207	194	13	17	4	7
BIPV2	339	374	319	400	10	-6	-15	-20
BIPV3	509	311	374	474	-39	-34	7	-21
HUGV1	138	94	105	62	-32	51	122	70
HUGV2	232	231	212	155	0	49	50	37
HUGV3	429	463	370	383	8	21	12	-4
HUMV1	158	143	145	106	-10	35	49	37
HUMV2	291	308	276	278	6	11	4	-1
HUMV3	485	499	396	524	3	-5	-7	-24
HUPV1	192	215	226	200	12	8	-4	13
HUPV2	335	370	332	395	10	-6	-15	-16
HUPV3	475	440	370	483	-7	-9	-2	-23
Min	96	94	105	54	-39	-34	-15	-24
Max	509	499	404	524	17	74	122	103

- Pour toutes les cavités de taille moyenne, et pour des vitesses faibles ou moyennes, les efforts de HQ sont inférieurs à ZZ et CP. Une seule exception RIMV2.
- Pour toutes les cavités au format petit et à vitesse haute, les trajectoires HQ sont meilleures en terme d'effort de trajectoire (+7% à +30%). Une seule exception HUPV3 (-2%). Par contre, les efforts sont sensiblement les mêmes pour HQ que pour CP (à l'exception de BIPV3).

Hypothèse sur la zone transitoire : Sur les trajectoires ZZ et CP, l'effort vient du freinage et de la "reprise" de vitesse autour d'une discontinuité en tangence, alors que pour HQ, l'effort vient principalement d'une force centripète ($F_{cp} = m \cdot \frac{V^2}{R}$) nécessaire à prendre les courbes de la trajectoire. Cette hypothèse est confortée par le fait que l'efficacité dynamique (donc la vitesse moyenne) reste plus élevée pour HQ.

6.8.3 Efforts de coupe

Les efforts de trajectoire mesurés et analysés ci-dessus (6.8) peuvent être une donnée importante à prendre en considération s'ils pèsent de manière significative par rapport aux efforts de coupe. Comme tous les essais ont été réalisés en l'air, ces derniers n'ont pas été mesurés. Ils peuvent cependant être évalués grâce à l'outil en ligne de la société SECO TOOLS [117]. Les résultats sont dans le tableau 6.10. Les hypothèses de travail sont celles

TABLE 6.8 – Comparaison des efforts de trajectoire. Cavités avec îlots, toutes tailles et toutes vitesses - Pas d'essai pour MS sur LI (cf.5.3.4).

Essai	$F_{rms}(ZZ)$ (N)	$F_{rms}(CP)$ (N)	$F_{rms}(MS)$ (N)	$F_{rms}(HQ)$ (N)	ε_r CP vs ZZ (%)	ε_r CP vs HQ (%)	ε_r ZZ vs HQ (%)	ε_r MS vs HQ (%)
RI4GV1	116	115	88	73	-1	58	59	21
RI4GV2	235	261	200	187	11	40	26	7
RI4GV3	430	468	389	396	9	18	9	-2
RI4MV1	153	170	135	123	11	38	24	10
RI4MV2	293	335	278	289	14	16	2	-4
RI4MV3	476	481	438	476	1	1	0	-8
RI4PV1	206	231	219	211	12	10	-2	4
RI4PV2	346	347	337	363	0	-4	-5	-7
RI4PV3	471	415	396	417	-12	-1	13	-5
LIGV1	115	120	-	60	5	101	92	-
LIGV2	238	280	-	164	18	71	46	-
LIGV3	438	506	-	400	15	27	10	-
LIMV1	159	177	-	104	11	69	53	-
LIMV2	298	338	-	276	14	23	8	-
LIMV3	497	499	-	458	0	9	9	-
LIPV1	199	225	-	186	13	21	7	-
LIPV2	346	347	-	350	0	-1	-1	-
LIPV3	497	360	-	382	-27	-6	30	-
Min	115	115	88	60	-27	-6	-5	-8
Max	497	506	438	476	18	101	92	21

TABLE 6.9 – Comparaison des efforts de trajectoire. Cavités avec un îlot, toutes tailles et toutes vitesses

Essai	$F_{rms}(ZZ)$ (N)	$F_{rms}(CP)$ (N)	$F_{rms}(MS)$ (N)	$F_{rms}(HQ)$ (N)	ε_r CP vs ZZ (%)	ε_r CP vs HQ (%)	ε_r ZZ vs HQ (%)	ε_r MS vs HQ (%)
RIGV1	102	95	67	65	-6	47	58	3
RIGV2	205	211	151	161	3	31	27	-6
RIGV3	368	406	356	397	10	2	-7	-10
RIMV1	132	134	97	107	2	25	23	-10
RIMV2	246	260	248	282	6	-8	-13	-12
RIMV3	410	438	464	500	7	-12	-18	-7
RIPV1	179	199	196	200	12	0	-11	-2
RIPV2	318	362	354	384	14	-6	-17	-8
RIPV3	510	459	425	470	-10	-2	8	-10
Min	102	95	67	65	-10	-12	-18	-12
Max	510	459	464	500	14	47	58	3

TABLE 6.10 – Efforts de coupe estimés d’après le site de SECO TOOLS ([117]) dans les hypothèses du plan expérimental 5.1

F_c (N)	V1	V2	V3	ϕ_f (mm)
G	92,5	157	250	10
M	37,6	63,5	107	4
P	5,3	9,0	15,1	1,6

du plan expérimental (5.1) pour une opération de dressage dans un alliage d’aluminium 2024 typiquement utilisé dans l’aéronautique. C’est-à-dire :

- fraisage d’ébauche,
- a_e , profondeur de passe radiale de 75 % du diamètre de la fraise,
- a_p , profondeur de passe axiale de 2 mm.

Le tableau 6.10 synthétise les résultats dans la nomenclature des essais menés.

6.8.4 Efforts de coupe vs efforts de trajectoire

La comparaison des efforts de trajectoire avec les efforts de coupe prévus (tableau 6.11) montre que ces efforts de trajectoire sont comparables aux efforts de coupe pour les grandes cavités, pour chaque vitesse d’avance.

Pour les cavités moyennes, les efforts de coupe sont deux à quatre fois plus petits que les efforts de trajectoire minimum. Pour les cavités petites, ils sont 10 à 35 fois plus petits. Le tableau 6.11 synthétise ce propos.

Les efforts de trajectoire pèsent donc lourd dans les efforts à développer par la MO. Il est donc très intéressant d’utiliser des trajectoires dont le F_{rms} est faible de manière à libérer de la puissance machine.

6.9 Synthèse : seules HQ et ZZ sont concurrentes

Le tableau 6.12 intègre l’analyse des différents indicateurs par type de trajectoire. Il est à noter que, pour des questions de lisibilité, le cas de la cavité à un îlot n’est pas envisagé ici.

TABLE 6.11 – Efforts de trajectoire vs efforts de coupe

Taille cavité et vitesse	$Min(F_{traj})$ (N)	$Max(F_{traj})$ (N)	F_c (N)
GV1	54	138	92
GV2	141	280	157
GV3	356	506	250
MV1	93	177	38
MV2	246	338	64
MV3	396	500	107
PV1	179	231	15
PV2	317	400	9
PV3	312	510	15

TABLE 6.12 – Synthèse des indicateurs

Indicateurs	ZZ	CP	MS	HQ
Trajectoire courte	✓	✓	✗	✗
Temps d'usinage petit	✓	✓	✗	✗
Bonne efficacité dynamique	✗	✗	✓	✓
F_{traj} faible - Cavité sans îlot	✗	✗	✓	✓
F_{traj} faible - Cavité multi îlots	✗	✗	✓	✓
Semi-finition évitée autour des bords	✗	✓	✓	✓
Semi-finition évitée autour des îlots	✗	✗	✗	✗
Pas de matière résiduelle dans la cavité	✓	✗	✓	✓

L'étude quantitative qui précède permet une aide au choix d'une trajectoire. Parmi les trajectoires étudiées (ZZ - CP - MS - BT - HQ), HQ est toujours à préférer à BT. En effet, HQ est adaptée aux cavités non globalement convexes et aux cavités avec îlots. Elle possède en plus une meilleure efficacité dynamique.

De la même manière, HQ est toujours à préférer à MS, car les trajectoires HQ sont plus courtes ou de longueurs équivalentes, plus dynamiquement efficaces et bien meilleures ou équivalentes en termes d'efforts de trajectoire. Les trajectoires ZZ, quant à elles, sont à préférer à CP. Les valeurs des indicateurs étant comparables mais ZZ ne présente aucun risque de matière résiduelle en cœur de cavité.

Au regard des critères considérés, seules les méthodes ZZ et HQ peuvent être considérées comme concurrentes. Le choix d'une trajectoire se réalisera donc entre ZZ et HQ. Le tableau 6.13 synthétise de manière qualitative les éléments qui peuvent orienter le choix entre HQ et ZZ.

TABLE 6.13 – Aide au choix entre ZZ et HQ

Encourager ZZ si ...	Encourager HQ si ...
temps d'usinage primordial	temps d'usinage pas discriminant
reprise d'ébauche des bords acceptée	reprise d'ébauche des bords exclue
cavité grande	cavité petite
bords simples	bords découpés
dynamique machine grande	dynamique machine faible
vitesse d'avance faible	vitesse d'avance grande
efforts de trajectoire non contraignants	efforts de trajectoire contraignants
inconvenients intrinsèques acceptés :	avantages intrinsèques recherchés :
- coupe non-unidirectionnelle	- coupe unidirectionnelle
- $eng > eng_{max}$	- $eng < eng_{max}$
- norme vitesse très variable	- norme vitesse plus constante

6.10 Choix entre ZZ et HQ sur le critère unique du temps d'usinage

6.10.1 Utilisation directe du modèle de temps d'usinage

Comme le modèle de prévision de l'efficacité dynamique développé en 6.2 est validé en 6.7, il peut servir à prévoir le temps d'usinage. De plus, il possède l'avantage de fournir des résultats rapidement, tout en prenant en compte les paramètres macroscopiques impactant le temps d'usinage, tous déterminables facilement avant les essais. Il peut donc être un outil de choix qui permet de trancher entre ZZ et HQ, mais aussi par rapport à MS et CP, sur le critère unique du temps d'usinage. En effet, les coefficients K_i de l'équation 6.7 du modèle, calculés en 6.7, peuvent servir à déterminer, dans les limites de notre plan expérimental, le temps d'usinage.

Ainsi, les figures 6.14 et 6.15 montrent la cohérence entre les prévisions du modèle et les temps mesurés lors des essais en l'air, pour ZZ et pour HQ. Les coefficients de détermination sont de 0,99 pour chaque droite de régression. Il est aussi possible de remarquer que les points du graphique pour ZZ se répartissent plus équitablement autour de la première bissectrice que ceux de HQ. Ceci se confirme par le calcul du biais (équation 6.12) entre les valeurs expérimentales et les valeurs modélisées. Ils sont de $-0,90$ s pour ZZ et de $5,6$ s pour HQ, ce qui montre que le modèle développé surestime les temps des trajectoires HQ.

$$\frac{1}{n} \sum_i^n (t_{mod} - t_{exp}) \quad (6.12)$$

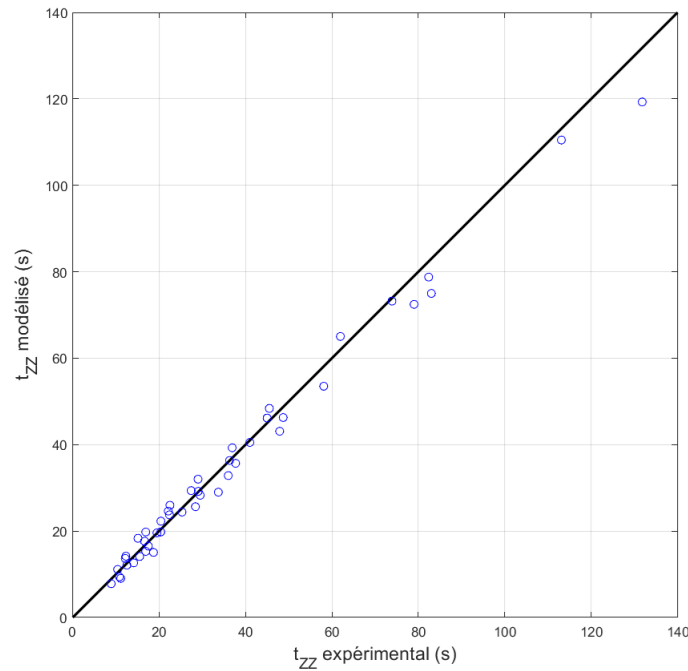


FIGURE 6.14 – Comparaison des temps prévus par le modèle et les temps mesurés - Trajectoires ZZ - $R^2 = 0,99$

6.10.2 Influence des conditions d'usage

Ce travail a aussi confirmé expérimentalement les intuitions classiques reprises au tableau 6.13 en termes de temps d'usage. HQ est d'autant plus intéressant que :

- la cavité est petite,
- la vitesse d'avance est importante,
- la dynamique machine est faible.

L'exploitation du modèle développé peut permettre de quantifier ces critères qualitatifs pour répondre à des questions comme :

- "À partir de quelle taille la cavité est-elle suffisamment petite pour que HQ soit intéressante ?"
- "À partir de quelle valeur la vitesse d'avance est-elle assez grande pour que HQ soit plus intéressante ?"
- "Pour quelle valeur d'accélération de la MOCN les trajectoires HQ sont-elles à préférer ?"

Pour une des cavités étudiées, la dimension représentative (D_{poche}) est connue et il est possible d'appliquer un facteur d'homothétie, sur la cavité et sur la fraise, pour en avoir différentes tailles. L'indice de complexité (IC) est connu et a la même valeur pour toute taille de poche. Pour une accélération des

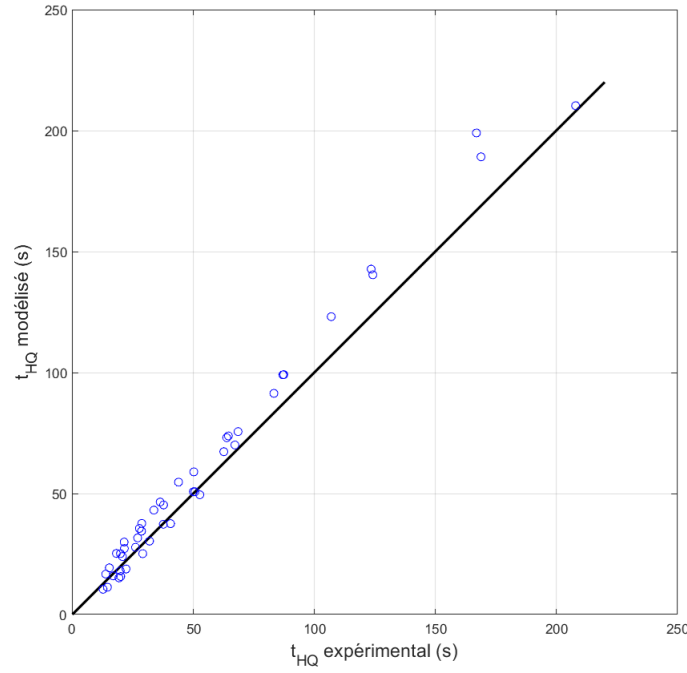


FIGURE 6.15 – Comparaison des temps prévus par le modèle et les temps mesurés - Trajectoires HQ - $R^2 = 0,99$

axes de la machine (A) et une vitesse d'avance donnée (V_f), il est possible de déterminer la distance de freinage de la fraise (D_f) et donc la possibilité dynamique de l'usinage (PDU) et ainsi le premier facteur du modèle FAC1. Notons que ce facteur n'est pas impacté par le type de trajectoire.

Le deuxième facteur FAC2 ne dépendant que de la courbure absolue moyenne, est calculable, pour chaque taille choisie, comme expliqué en 5.3.8. Pour gagner du temps de calcul, cette courbure absolue moyenne peut être obtenue par une régression effectuée sur les uniques valeurs issues du plan expérimental. Ce FAC2, lié à la courbure, est impacté par le type de trajectoire et par la taille de la cavité.

Puisque les 4 paramètres K_i du modèle ont été déterminés, l'efficacité dynamique du modèle est connue en fonction des conditions d'usinage, pour chaque taille du couple cavité/fraise. Une valeur du temps d'usinage peut dès lors être calculée par l'équation 6.3 puisque la longueur de la trajectoire (L_{traj}) subit également le même facteur d'homothétie.

Les deux points qui suivent appliquent cette procédure à la cavité BI et à la cavité LI.

Cavité BI

La procédure ci-dessus a été appliquée à la cavité BI, avec une dynamique machine $A = 3 \text{ m/s}^2$ et $V_f = 10\,000 \text{ mm min}^{-1}$. Les courbures absolues moyennes sont obtenues à partir des fonctions :

— $\overline{|C|} = 50,95 \cdot D_{poche}^{-1,226}$ pour ZZ avec un $R^2 = 0,99$

— $\overline{|C|} = 2,452 \cdot D_{poche}^{-0,698}$ pour HQ avec un $R^2 = 0,98$

Le graphique 6.16 montre que HQ sera plus rapide que ZZ, avec cette dynamique et cette vitesse d'avance, pour des cavités de tailles inférieures à 23 mm. Si la machine devient peu dynamique avec une accélération de $1,0 \text{ m/s}^2$ et à la vitesse d'avance de $10\,000 \text{ mm min}^{-1}$, l'inversion de tendance aura lieu pour une dimension représentative de 30 mm.

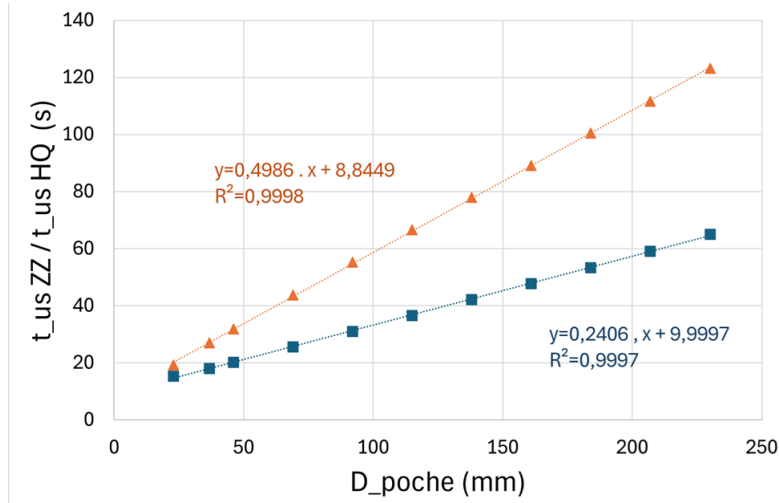


FIGURE 6.16 – Cavité BI : Évolution des temps modélisés en fonction de D_{poche} pour $V_f = 10\,000 \text{ mm min}^{-1}$ et $A = 3 \text{ m s}^{-1}$

Cavité LI

Un travail équivalent a été mené sur la cavité LI, avec une accélération $A = 3 \text{ m/s}^2$ et une vitesse d'avance $V_f = 10\,000 \text{ mm min}^{-1}$. Les courbures absolues moyennes sont obtenues à partir des fonctions :

— $\overline{|C|} = 32,298 \cdot D_{poche}^{-0,994}$ pour ZZ avec un $R^2 = 0,9646$

— $\overline{|C|} = 35,835 \cdot D_{poche}^{-1,241}$ pour HQ avec un $R^2 = 0,9994$

Le graphique 6.17 montre que HQ sera plus rapide que ZZ, pour cette dynamique et cette vitesse d'avance, pour des cavités de tailles inférieures à 43 mm (soit le facteur d'homothétie de 0,16 qui correspond à la cavité LIP).

Les résultats expérimentaux (annexe B.2) nous indiquent que pour la cavité LIP $t_{ZZ} = 18,7\text{s}$ et $t_{HQ} = 19,3\text{s}$, ce qui donne un accord correct entre le modèle et les mesures. Si la dynamique machine est plus faible ($A = 2\text{ m/s}^2$) avec une même vitesse d'avance, le modèle nous donne une bascule des temps pour une cavité de dimension 80 mm.

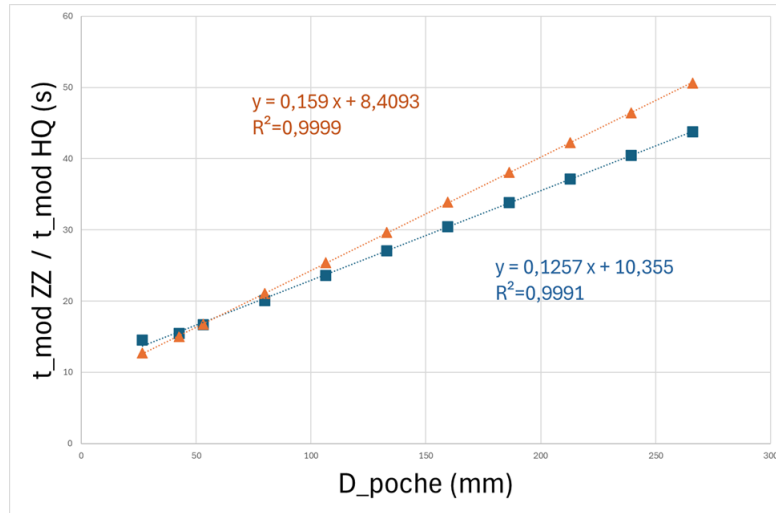


FIGURE 6.17 – Cavité LI : Évolution des temps modélisés en fonction de D_{poches} pour $V_f = 10\,000\text{ mm min}^{-1}$ et $A = 3\text{ m s}^{-1}$

6.11 Conclusion générale

Ce chapitre a montré expérimentalement que les trajectoires HQ étaient, sur tous les critères testés, meilleures que MS. Et que les trajectoires ZZ étaient meilleures que CP. Les avantages et inconvénients de HQ par rapport à ZZ sont :

- ✓ Une efficacité dynamique (donc une fluidité) supérieure, ce qui implique une vitesse plus uniforme et, en moyenne plus proche de la vitesse de consigne.
- ✓ Des efforts de trajectoires plus faibles.
- ✗ Un temps d'usinage globalement plus long que ZZ. Mais un écart de temps qui se réduit à mesure que la trajectoire pousse la MOCN dans ses limites dynamiques.

Quantitativement, même si le modèle de l'efficacité dynamique développé dans ce travail pourrait être amélioré et validé sur d'autres cavités, il permet de prévoir, de manière simple, rapide et relativement fiable le temps d'usinage. Il devient dès lors un instrument pertinent pour choisir, dans une configuration d'usinage donnée, entre les trajectoires ZZ et HQ, sur le seul critère du temps.

Si d'autres critères entrent en jeu, le critère temps peut être intégré dans une matrice d'aide à la décision de type PUGH.

Ce chapitre montre également que le modèle d'efficacité dynamique rend possible une objectivation des heuristiques de préférence de HQ sur ZZ lorsque "la cavité est petite", "la vitesse d'avance est grande" et "la machine peu dynamique".

Les résultats de ce chapitre seront soumis à la revue internationale *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* publiée par Springer. Les cavités étudiées, sensées industriellement et bien décrites, pourront faire l'objet d'une proposition de Benchmark. Les valeurs des indicateurs seront également communiquées de manière à offrir, à la communauté scientifique, une base de comparaison des trajectoires d'usinage et de leurs méthodes de génération. Une première structure de l'article est donnée en annexe C.

Conclusion générale et perspectives

7.1 Conclusion

L'analyse de l'état de l'art nous a montré que le fraisage des cavités 2.5D représente un poste de coût important au sein de l'industrie manufacturière et particulièrement dans les domaines aéronautiques et spatiaux. Dans ces domaines aussi, toute innovation menant à une économie est importante en termes de compétitivité des entreprises. Ces économies sont notamment réalisables via des optimisations ou des automatisations à chaque étape de la production d'une cavité, de son dessin jusqu'à sa fabrication. Même si de nombreuses recherches scientifiques sont menées dans tous les domaines de la production, aux trois niveaux d'échelle, un travail conséquent est réalisé sur la mise au point de stratégies d'usinage plus rentables grâce au :

- choix du ou des outils de coupe,
- choix des paramètres de coupe,
- choix d'un type de trajectoire,
- ...

Des optimisations groupant parfois plusieurs facteurs de choix sont aussi mises en place.

Les recherches bibliographiques font apparaître, depuis plus ou moins 25 ans, une volonté de rentabilisation des trajectoires d'évidement. C'est dans ce cadre que se situe ce travail. Quatre objectifs avaient été fixés et ont mené aux réalisations originales qui suivent.

La *première* réalisation de cette thèse a été de généraliser la méthode de production de trajectoire d'usinage d'ébauche, de type spirale, pour l'évidement de cavités 2.5D proposée par Bieterman et Sandström. Cette méthode,

nommée HQ, rend ainsi l'approche différentielle de ces derniers compatible aux cas des cavités non globalement convexes et/ou avec îlot(s).

La méthode HQ est basée sur la résolution d'une équation aux dérivées partielles attachée à un modèle physique (production d'un champ de température) qui permet de définir les courbes de structure d'une spirale (des isothermes). Ces courbes sont alors reparamétrées en abscisse curviligne, lissées et rééchantillonnées par un ensemble réduit de splines quartiques, toutes raccordées, en tangence et en courbure, et maintenant une erreur de corde sous un certain seuil paramétrable.

La méthode HQ proposée est donc fonctionnelle pour toutes les cavités 2.5D, quelle que soit la géométrie du bord, qu'il y ait ou non des îlots.

Une fois la cavité dessinée dans un logiciel de CAO et le diamètre de la fraise fixé, l'utilisateur doit choisir la forme d'un champ de température qui lui convient en adaptant la température des îlots et en visualisant la géométrie des isothermes dans un programme de calculs aux éléments finis. Il est nécessaire que le gradient du champ de température soit monotone et très judicieux (mais pas impératif) que les isothermes ne soient pas trop creusées dans les espaces inter-îlots. De la sorte :

- Il n'y aura pas de minima locaux qui rendent la sélection des isothermes de structure impossible.
- La spirale construite entre les isothermes ne présentera pas d'oscillations inutiles, néfastes à un maintien d'une vitesse d'avance importante.

Des essais expérimentaux, sur une cavité nommée BIG, ont montré que le lissage HQ réduit le temps d'usinage, par rapport à une trajectoire de Bieterman classique sans lissage de 14 à 35%, tout en maîtrisant la trajectoire, ce qui n'est pas le cas avec des filtres à réponse impulsionnelle finie.

La *deuxième* réalisation a été de suggérer une quantification expérimentale du concept de fluidité d'une trajectoire à travers la notion d'efficacité dynamique. Ce concept permet de comparer des trajectoires avec plus de nuances qu'un niveau de continuité. Grâce à lui, il est possible de confronter la fluidité de différentes trajectoires, à une vitesse d'avance donnée, pour une cavité donnée, sur une MO donnée.

La *troisième* réalisation a été de proposer une méthodologie d'évaluation des trajectoires d'usinage via un ensemble d'indicateurs, tant pré-expérimentaux (indice de convexité, longueur minimale, temps minimum, longueur de trajectoire, temps théorique, matière résiduelle, déplacements non-usinants, statistiques de courbures), qu'expérimentaux (temps d'usinage en l'air, efficacité dynamique, effort efficace de trajectoire).

Une campagne expérimentale, d'environ 280 essais, a permis de tester les trajectoires en l'air usinant 5 géométries de cavité, en 3 tailles, avec 3 vitesses d'avance et 4 trajectoires (Zig-Zag, Contour Parallel, Morph Spiral et HQ).

Cette campagne conclut que, parmi les quatre trajectoires classiques, et par rapport aux indicateurs, seules Zig-Zag et HQ sont réellement concurrentes vis-à-vis des indicateurs. Ces essais ont montré que Zig-zag a tendance à être plus rapide tandis que HQ possède toujours une meilleure efficacité dynamique et donc une vitesse d'avance plus uniforme. Ils montrent également que l'écart de temps entre Zig-Zag et HQ se réduit à mesure que la dynamique de la machine est poussée dans ses limites ou que la taille décroît.

La *quatrième* originalité a été de montrer que l'efficacité dynamique et donc le temps d'usinage peut être prévue de manière très rapide et assez fiable, contrairement aux modèles dynamiques comme VPOp qui nécessitent des temps de calculs de plusieurs heures pour des trajectoires complètes. Le modèle proposé se base sur des valeurs toutes facilement accessibles avant les essais. À savoir :

- les caractéristiques géométriques de la cavité (longueur, largeur, nombre de zones),
- les conditions d'usinage (vitesse d'avance),
- le type de trajectoire (via la courbure absolue moyenne),
- les caractéristiques de la MOCN (par son accélération).

Ces paramètres facilement accessibles et les temps de calculs réduits (quelques secondes) permettent une utilisation directe au niveau du bureau des méthodes. Ce dernier pourra ainsi déterminer le temps d'usinage pour différentes conditions expérimentales et donc trancher entre les trajectoires ZZ et HQ, sur le seul critère du temps d'usinage, sans avoir à mener d'essais.

Ce modèle a permis également d'objectiver les règles qualitatives affirmant que les trajectoires spirales sont d'autant plus avantageuses que les cavités sont petites, que leurs bords sont découpés, qu'elles possèdent des îlots, que les vitesses d'avance importantes et que les MOCN ont de faibles accélérations. Par exemple, pour la cavité LI, qui présente 5 îlots, les temps d'usinage de HQ et de ZZ deviennent très proches dès que la dimension représentative de la cavité est de 160 mm (à la vitesse d'avance de $10\,000\text{ mm min}^{-1}$ et une accélération de 3 m/s^2 , qui est celle de la MO utilisée pour les essais).

7.2 Production scientifique

Les résultats obtenus dans cette thèse ont été valorisés de diverses manières :

- Au travers de séminaires et conférences proposés par Manufacturing 21, groupement de laboratoires de recherche francophones dans le domaine de la fabrication mécanique, où les idées suivantes ont été présentées :
 - Mise en place de la méthode de Bieterman à partir d'un modèle thermique et proposition de partition de la cavité via une action

sur la température de l'îlot (Conférence de Clermont-Ferrand 2014 [75], détails aux points 4.1 - 4.2 - 4.3).

- Optimisation en longueur d'une trajectoire de Bieterman grâce à une modification de la température de l'îlot et comparaison par rapport aux trajectoires classiques (Conférence de Tours 2016 [76], détails au point 4.9.3).
- Lissage global de la trajectoire par splines d'Hermite cubiques et le ré-échantillonnage à densité linéaire de points variable avec erreur de corde maîtrisée (Conférence de Saclay 2022 [77], détails au point 4.5.2).
- Lors d'une présentation pour une conférence internationale (ESA-FORM - International conference on material forming - en 2019), avec un article publié dans les actes de cette conférence [79]. Cet article présentait la notion d'efficacité dynamique et montrait que les trajectoires curvilinéaires, bien que plus longues, pouvaient devenir temporellement intéressantes (5.1.2).
- Par un article, publié dans Applied Sciences (MDPI), décrivant la méthode HQ et montrant le lien entre des indicateurs de courbure et le temps d'usinage simulé avec VPOp [78] (détails aux points 4.5.2 et 4.5.3).

Un second article, exploitant les résultats expérimentaux et proposant un Benchmark de cavités, sera également rédigé et présenté, dans les prochains mois, à une revue internationale.

7.3 Perspectives

La rédaction de cette thèse marque le point final d'un long travail mais ouvre aussi différentes opportunités de recherches. Elles sont classées et exposées ci-dessous.

7.3.1 Développements et amélioration du modèle HQ

- Même si cela a déjà été proposé via d'autres techniques, le lissage HQ pourrait, plutôt que d'être utilisé sur des isothermes, être employé pour lisser une spirale entière ou les angles des trajectoires classiques, par exemple les angles droits dans un Zig-Zag ou les angles des contours offset d'une trajectoire Contour Parallel.
- Il serait intéressant de simuler l'engagement instantané de l'outil, ce qui permettrait d'évaluer les efforts instantanés de coupe et, de là, les lier aux efforts de trajectoire. De la sorte, il serait possible d'observer si (et quand) les efforts de trajectoire sont inférieurs aux efforts de coupe et de poursuivre ainsi les prémisses des réflexions menées dans ce travail. Remarquons que des éléments importants nécessaires au

suivi de ces deux pistes sont déjà présents dans le service de Génie Mécanique, avec DystaMill notamment [60].

- Le modèle d'efficacité dynamique peut certainement être amélioré car il a tendance à sous-estimer l'efficacité dynamique des trajectoires HQ. Expérimentalement, il faudrait s'assurer qu'il est transposable à d'autres dynamiques de machines.

7.3.2 Extension du plan expérimental

- Tous les essais ont été réalisés "en l'air". Mener des essais en matière permettrait d'étudier le comportement vibratoire des trajectoires HQ par rapport aux trajectoires classiques et de comparer les efforts de coupe par rapport à la modélisation évoquée ci-dessus. De plus, Bieterman fait référence à une usure moindre des outils qui parcourent ces trajectoires. Une quantification de ces éléments, notamment pour des matériaux plus difficiles à usiner que les alliages d'aluminium, pourrait être utile pour pouvoir être intégrée à une estimation plus fine des coûts de fraisage.
- Le modèle d'efficacité dynamique et de prévision du temps d'usinage devrait être testé sur des MOCN avec d'autres dynamiques.
- La campagne expérimentale menée offre un ensemble de cavités, qui sont réalistes du point de vue de l'industrie aéronautique ou aérospatiale, et qui sont bien décrites géométriquement ainsi qu'en termes d'indicateurs. Elles offrent donc un Benchmark de comparaison des trajectoires, ce qui, à ce jour, fait toujours défaut dans la littérature scientifique.
- Comme les entreprises sont de plus en plus soucieuses de l'aspect environnemental et donc de leur consommation énergétique, et que les prix de l'énergie sont de plus en plus élevés, les trajectoires HQ pourraient être étudiées en termes de consommation énergétique et comparées aux trajectoires classiques. Une thèse allant dans ce sens a été initiée au sein du Service de Mécanique Rationnelle par le Prof. Rivière-Lorphèvre de l'UMONS et constitue une forme de prolongement de ce travail¹.

7.3.3 Optimisations

- Les différents indicateurs référencés dans ce travail pourraient être intégrés dans une optimisation multicritères, par exemple dans une matrice de PUGH. Les différents critères de choix qui émanent d'un bureau des méthodes pourraient ainsi être objectivés.
- Même si le diamètre de la fraise est un paramètre, tout le plan expérimental a été mené, pour chaque géométrie de cavité, avec un rapport

1. Titre provisoire : "Modélisation et optimisation de la consommation énergétique de robots industriels" par Florian Delooz

constant entre les rayons des congés et le diamètre de fraise. Avec un diamètre de fraise supérieur, la trajectoire serait raccourcie, les segments des trajectoires classiques deviendraient plus courts et la méthode HQ s'en trouverait certainement favorisée en termes de temps d'usinage, mais la matière résiduelle s'en trouverait aussi affectée et la balance gains-pertes devrait être évaluée. Réaliser une telle étude, surtout pour des cavités sans îlot, nécessiterait de mettre en place une automatisation de la procédure du calcul de l'offset et permettrait de commencer un travail plus global d'optimisation dans le choix d'une trajectoire.

- Lors du parcours d'une trajectoire HQ, la fraise est lente lorsque l'engagement est important et inversement. Les trajectoires HQ "adaptent" naturellement la vitesse à l'engagement. Une optimisation de la vitesse d'avance liée à la prise de passe est envisageable. Des pistes similaires ont été initiées par Bieterman [18] et Banerjee [14] mais le sujet semble loin d'être épuisé.
- Une hybridation des trajectoires pourrait être une piste intéressante d'optimisation du temps d'usinage. Les recherches bibliographiques ne font pas état de travaux allant dans ce sens, si ce n'est [134] en 2000 qui travaille sur un évidement alliant Zig-Zag et Contour Parallel. Dans notre cas, une hybridation HQ et Contour Parallel semble intéressante. En effet, il a été établi dans ce travail que les trajectoires HQ se parcourent à plus grande vitesse moyenne. Cependant, l'excédent de longueur imposé concurrence une réduction du temps d'usinage par rapport à une trajectoire Zig-Zag mais cet excédent se crée principalement en périphérie de cavité où l'engagement de la fraise est pratiquement nul dans certaines zones et important dans d'autres. Les trajectoires CP, quant à elles, ont une longueur presque minimale, sont plutôt anguleuses et présentent un risque de matière résiduelle au cœur de la cavité mais pas sur les bords contrairement au Zig-Zag. Une piste judicieuse d'optimisation des trajectoires serait de créer une trajectoire mixte HQ au cœur et CP en périphérie de cavité, éventuellement avec les angles lissés par HQ. Ceci éliminerait les inconvénients respectifs des deux types de trajectoires, tout en alliant leurs avantages. La variable de ce travail serait le lieu où le type de trajectoire est modifié.

7.3.4 Intégration en FAO

Vu la rapidité de calcul du champ de température et le sens physique donné aux courbes de structure de la spirale (isothermes), il est possible d'envisager un modelage à dessein de cette dernière par un simple changement des conditions aux limites de l'équation aux dérivées partielles (par exemple, la température d'un îlot), voire même en insérant des îlots virtuels. Ce type de fonctionnalité pourrait être intégré assez directement dans un logiciel de

FAO. D'autant plus que la tendance actuelle des logiciels va dans le sens d'une intégration CAO/FAO, comme le fait Solidworks.

7.3.5 Ouverture vers d'autres thématiques

De manière plus générale, les trajectoires HQ devraient être envisagées pour tous les problèmes de couverture d'une surface dans lesquels la vitesse doit rester la plus constante possible et notamment lorsque les possibilités d'accélération de la machine sont faibles, la surface à couvrir petite ou très découpée.

En impression 3D, la qualité des pièces produites (en cœur ou en surface) reste un grand défi. La variation de vitesse de la tête d'impression en est une des causes puisqu'elle crée un manque d'uniformité de la matière déposée (même si des boucles de régulation existent). Permettre, grâce à un lissage HQ, d'avoir une vitesse plus constante et donc un dépôt plus uniforme, tout en maîtrisant la trajectoire pourrait être une source d'améliorations techniques.

La vitesse plus constante d'une trajectoire HQ évite, en partie, les phases de freinage et d'accélération, qui sont coûteuses d'un point de vue énergétique. Ces trajectoires HQ peuvent donc aussi être envisagées pour un gain en autonomie de "véhicules" autonomes.

Bibliographie

- [1] *3D PRINT, Usinage 3, 4 et 5 axes*, <https://www.3dprint.fr/petite-serie/usinage-3-4-et-5-axes>, accessed 2023/08/22.
- [2] M. ABRAHAMSEN, Spiral tool paths for high-speed machining of 2D pockets with or without islands, *Journal of Computational Design and Engineering*, t. 6, p. 105-117, 1 jan. 2019, ISSN : 2288-4300. DOI : 10.1016/J.JCDE.2018.01.003.
- [3] E. U. ACAR, H. CHOSET, A. A. RIZZI, P. N. ATKAR et D. HULL, Morse Decompositions for Coverage Tasks, *The International Journal of Robotics Research*, t. 21, p. 331-344, 4 2002. DOI : 10.1177/027836402320556359.
- [4] T. ALTAN et al., Advanced Techniques for Die and Mold Manufacturing, *{CIRP} Annals - Manufacturing Technology*, t. 42, p. 707-716, 2 1993. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62533-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62533-5).
- [5] T. ALTAN, B. LILLY, Y. C. YEN et T. ALTAN, Manufacturing of Dies and Molds, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, t. 50, p. 404-422, 2 2001. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62988-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62988-6).
- [6] Y. ALTINTAS, *Manufacturing Automation : Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design*. Cambridge University Press, 2012, ISBN : 9781139504638. Adresse : <https://books.google.be/books?id=1d0LAQAAQBAJ>.
- [7] Y. ALTINTAS et W. MUNASINGHE, A Hierarchical Open-Architecture CNC System for Machine Tools, *CIRP Annals*, t. 43, n° 1, p. 349-354, 1994, ISSN : 0007-8506. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62229-X](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62229-X).

- [8] R. ALTINTAŞ, M. KAHYA et H. O. UNVER, Modelling and optimization of energy consumption for feature based milling, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, t. 86, oct. 2016. DOI : 10.1007/s00170-016-8441-7.
- [9] P. J. ARRAZOLA et T. ÖZEL, Investigations on the effects of friction modeling in finite element simulation of machining, *International Journal of Mechanical Sciences*, t. 52, n° 1, p. 31-42, 2010, ISSN : 0020-7403. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2009.10.001>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020740309002033>.
- [10] P. ARRAZOLA, I. ARRIOLA, M. DAVIES, A. COOKE et B. DUTTERER, The effect of machinability on thermal fields in orthogonal cutting of AISI 4140 steel, *CIRP Annals*, t. 57, n° 1, p. 65-68, 2008, ISSN : 0007-8506. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2008.03.139>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850608001200>.
- [11] P. ARRAZOLA, T. ÖZEL, D. UMBRELLO, M. DAVIES et I. JAWAHIR, Recent advances in modelling of metal machining processes, *CIRP Annals*, t. 62, n° 2, p. 695-718, 2013, ISSN : 0007-8506. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2013.05.006>.
- [12] A. ATTANASIO, E. CERETTI, S. RIZZUTI, D. UMBRELLO et F. MICARI, 3D finite element analysis of tool wear in machining, *CIRP Annals*, t. 57, n° 1, p. 61-64, 2008, ISSN : 0007-8506. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2008.03.123>.
- [13] A. BANERJEE, H.-Y. FENG et E. V. BORDATCHEV, Process planning for corner machining based on a looping tool path strategy, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, t. 225, p. 1578-1590, 9 sept. 2011, ISSN : 0954-4054. DOI : 10.1177/0954405411401687.
- [14] A. BANERJEE, H.-Y. FENG et E. V. BORDATCHEV, Process planning for Floor machining of 2½D pockets based on a morphed spiral tool path pattern, *Computers & Industrial Engineering*, t. 63, p. 971-979, 4 déc. 2012, ISSN : 03608352. DOI : 10.1016/j.cie.2012.06.008.
- [15] X. BEUDAERT, « Commande numérique ouverte : interpolation optimisée pour l'usinage 5 axes grande vitesse des surfaces complexes, » Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure Cachan, 2013.
- [16] X. BEUDAERT, S. LAVERNHE et C. TOURNIER, Feedrate interpolation with axis jerk constraints on 5-axis {NURBS} and {G1} tool path, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 57, p. 73-82, 0 2012. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2012.02.005>.

- [17] M. B. BIETERMAN, New Approach Cuts Milling Costs, *SIAM News (News Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics)*, t. 34, 7 2001.
- [18] M. B. BIETERMAN et D. R. SANDSTROM, A Curvilinear Tool-Path Method for Pocket Machining, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, t. 125, n° 4, p. 709-715, 2003. DOI : 10.1115/1.1596579.
- [19] M. BOUARD, V. PATELOUP et P. ARMAND, Pocketing toolpath computation using an optimization method, *Computer-Aided Design*, t. 43, p. 1099-1109, 9 2011. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.cad.2011.05.008>.
- [20] Z. L. CAO, Y. HUANG et E. L. HALL, Region filling operations with random obstacle avoidance for mobile robots, *Journal of Robotic Systems*, t. 5, p. 87-102, 2 avr. 1988. DOI : 10.1002/rob.4620050202.
- [21] S. CHAUHAN, R. TREHAN, R. P. SINGH et V. S. SHARMA, Investigation on Surface Integrity in Milling of Inconel X750 : A Comprehensive analysis of Cutting Edges and Machining Parameters, *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, t. 121, p. 106 662, 2024, ISSN : 0263-4368. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.ijrmhm.2024.106662>.
- [22] D. CHEN et al., Research on deep hole drilling of nickel-based superalloy with low-frequency vibration : Chip evacuation characteristic, chip formation and surface morphology, *Journal of Manufacturing Processes*, t. 140, p. 241-261, 2025, ISSN : 1526-6125. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2025.02.058>.
- [23] M. CHERIF, « Modélisation générique des efforts de coupe en fraisage pour la CFAO et la surveillance de l'usinage, » thèse de doct., Nantes, 2003.
- [24] B. CHOI et S. PARK, A pair-wise offset algorithm for 2D point-sequence curve, *Computer-Aided Design*, t. 31, p. 735-745, 12 oct. 1999, ISSN : 00104485. DOI : 10.1016/S0010-4485(99)00060-3. Adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0010448599000603>.
- [25] B. K. CHOI et B. H. KIM, Die-cavity pocketing via cutting simulation, *Computer-Aided Design*, t. 29, p. 837-846, 12 1997, ISSN : 0010-4485. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(97\)00031-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(97)00031-6).
- [26] H. CHOSET, Coverage for robotics - A survey of recent results, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, t. 31, p. 113-126, 1-4 2001, ISSN : 1012-2443. DOI : 10.1023/A:1016639210559. Adresse : <http://dx.doi.org/10.1023/A%3A1016639210559>.
- [27] H. CHOSET et P. PIGNON, « Coverage path planning : The boustrophedon cellular decomposition, » in *Field and service robotics*, Springer, 1998, p. 203-209.

- [28] H. S. CHOY et K. W. CHAN, A corner-looping based tool path for pocket milling, *Computer-Aided Design*, t. 35, p. 155-166, 2 2003. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(02\)00049-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(02)00049-0).
- [29] J.-J. CHUANG et D. C. H. YANG, A laplace-based spiral contouring method for general pocket machining, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, t. 34, p. 714-723, 7-8 sept. 2007. DOI : 10.1007/s00170-006-0648-6.
- [30] D. P. DHARMENDRA et D. I. LALWANI, A Spiral Toolpath for Machining of Elliptical Pockets Using Partial Differential Equation, *Materials Today : Proceedings*, t. 2, p. 3394-3402, 4-5 jan. 2015, ISSN : 2214-7853. DOI : 10.1016/J.MATPR.2015.07.314.
- [31] J. DONG et J. A. STORI, A Generalized Time-Optimal Bidirectional Scan Algorithm for Constrained Feed-Rate Optimization, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, t. 128, p. 379-390, 2 juin 2006. DOI : 10.1115/1.2194078.
- [32] J. DONG, P. M. FERREIRA et J. A. STORI, Feed-rate optimization with jerk constraints for generating minimum-time trajectories, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 47, p. 1941-1955, 2007, ISSN : 0890-6955. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2007.03.006>.
- [33] K. ERKORKMAZ et Y. ALTINTAS, High speed CNC system design. Part I : jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 41, p. 1323-1345, 9 2001, ISSN : 0890-6955. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0890-6955\(01\)00002-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0890-6955(01)00002-5). Adresse : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695501000025>.
- [34] P. FALLBOHMER, C. A. RODRIGUEZ, T. OZEL et T. ALTAN, High-speed machining of cast iron and alloy steels for die and mold manufacturing, *Journal of Materials Processing Technology*, t. 98, p. 104-115, 1 2000. DOI : 10.1016/S0924-0136(99)00311-8.
- [35] R. FAN, F. HE, Y. LIU et J. LIN, A history-based parametric CAD sketch dataset with advanced engineering commands, *Computer-Aided Design*, t. 182, p. 103 848, 2025, ISSN : 0010-4485. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cad.2025.103848>.
- [36] C. FENG, H. GUO, J. ZHANG, Y. HUANG et S. HUANG, *A Systematic Method of Optimization of Machining Parameters Considering Energy Consumption, Machining time and Surface Roughness with Experimental Analysis*, 2021. DOI : 10.21203/rs.3.rs-669643/v1.
- [37] E. FILIPPI, *Technologie des fabrication mécaniques 2*. Mutuelle d'Édition FPMs, 2011.

- [38] E. FILIPPI, *Technologie des fabrication mécaniques 1*. Mutuelle d'Édition FPMs, 2011.
- [39] FORTUNE BUSINESS INSIGHT, *Analyse de la taille des marchés des centres d'usinage*, site consulté le 22 avril 2025. Adresse : <https://www.fortunebusinessinsights.com/fr/industry-reports/machining-centers-market-101770>.
- [40] Y. GABRIELY et E. RIMON, Spanning-tree based coverage of continuous areas by a mobile robot, *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, t. 31, p. 77-98, 1-4 2001, ISSN : 1012-2443. DOI : 10.1023/A:1016610507833.
- [41] E. GALCERAN et M. CARRERAS, A survey on coverage path planning for robotics, *Robotics and Autonomous Systems*, t. 61, p. 1258-1276, 12 2013, ISSN : 0921-8890. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2013.09.004>.
- [42] J. GAO et Y. ALTINTAS, Chatter stability of synchronized elliptical vibration assisted milling, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, t. 28, p. 76-86, 2020, ISSN : 1755-5817. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2019.11.006>.
- [43] M. P. GROOVER, *Fundamentals of Modern Manufacturing*. John Wiley et Son's, 2010.
- [44] R.-G. GUAN et D. TIE, A review on grain refinement of aluminum alloys : progresses, challenges and prospects, *Acta Metallurgica Sinica (English Letters)*, t. 30, p. 409-432, 2017.
- [45] A HATNA, R. J. GRIEVE et P BROOMHEAD, Automatic CNC milling of pockets : geometric and technological issues, *Computer Integrated Manufacturing Systems*, t. 11, p. 309-330, 4 1998. DOI : 10.1016/S0951-5240(98)00030-5.
- [46] M HELD, *On the Computational Geometry of Pocket Machining in Lectures Notes in Computer Sciences*, N. Y. SPRINGER-VERLAG, éd. 1991, t. 500.
- [47] M. HELD, VRONI : An engineering approach to the reliable and efficient computation of Voronoi diagrams of points and line segments, *Computational Geometry*, t. 18, p. 95-123, 2, ISSN : 0925-7721. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0925-7721\(01\)00003-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0925-7721(01)00003-7).
- [48] M. HELD, A geometry-based investigation of the tool path generation for zigzag pocket machining, *The Visual Computer*, t. 7, p. 296-308, 5-6 1991. DOI : 10.1007/BF01905694.
- [49] M. HELD, *On the Computational Geometry of Pocket Machining*. Springer Berlin Heidelberg, 1991, t. 500. DOI : 10.1007/3-540-54103-9.

- [50] M. HELD, Voronoi diagrams and offset curves of curvilinear polygons, *Computer-Aided Design*, t. 30, p. 287-300, 4 1998, Computational Geometry and Computer-Aided Design and Manufacturing, ISSN : 0010-4485. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(97\)00071-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(97)00071-7).
- [51] M. HELD et S. de LORENZO, On the generation of spiral-like paths within planar shapes, *Journal of Computational Design and Engineering*, t. 5, p. 348-357, 3 juill. 2018, ISSN : 22884300. DOI : 10.1016/j.jcde.2017.11.011.
- [52] M. HELD et C. SPIELBERGER, A smooth spiral tool path for high speed machining of 2D pockets, *Computer-Aided Design*, t. 41, p. 539-550, 7 juill. 2009, ISSN : 00104485. DOI : 10.1016/j.cad.2009.04.002.
- [53] M. HELD et C. SPIELBERGER, Improved Spiral High-Speed Machining of Multiply-Connected Pockets, *Computer-Aided Design and Applications*, t. 11, p. 346-357, 3 2014, ISSN : 16864360. DOI : 10.1080/16864360.2014.863508.
- [54] M. HENG et K. ERKORKMAZ, Design of a {NURBS} interpolator with minimal feed fluctuation and continuous feed modulation capability, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 50, p. 281-293, 3 2010, ISSN : 0890-6955. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2009.11.005>. Adresse : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695509002338>.
- [55] HIDKOM, *Isogrid yapida*, site consulté le 01/07/2025. Adresse : <https://www.hidkom.com/uzay-ve-havacilik-sanayisinin-omurgasi-isogrids-ve-orthogrids-yapilar/>.
- [56] J. HUANG, X. DU et L.-M. ZHU, Real-time local smoothing for five-axis linear toolpath considering smoothing error constraints, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 124, p. 67-79, 2018.
- [57] N. HUANG, R. LYNN et T. KURFESS, Aggressive Spiral Toolpaths for Pocket Machining Based on Medial Axis Transformation, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, t. 139, 5 mai 2017, ISSN : 1087-1357. DOI : 10.1115/1.4035720.
- [58] N. HUANG et al., Spiral toolpath generation method for pocket machining, *Computers & Industrial Engineering*, t. 139, p. 106142, jan. 2020. DOI : 10.1016/j.cie.2019.106142.
- [59] H. N. HUYNH, H. ASSADI, E. RIVIÈRE-LORPHEVRE, O. VERLINDEN et K. AHMADI, Modelling the dynamics of industrial robots for milling operations, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, t. 61, p. 101852, 2020, ISSN : 0736-5845. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2019.101852>.

- [60] H. N. HUYNH, E. RIVIÈRE-LORPHEVRE, F. DUCOBU, A. OZCAN et O. VERLINDEN, Dystamill : a framework dedicated to the dynamic simulation of milling operations for stability assessment, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, t. 98, n° 5, p. 2109-2126, sept. 2018, ISSN : 1433-3015. DOI : 10.1007/s00170-018-2357-3. Adresse : <https://doi.org/10.1007/s00170-018-2357-3>.
- [61] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, « Automation systems and integration – Numerical control of machines – Program format and definitions of address words – Part 1 : Data format for positioning, line motion and contouring control systems, » International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, rapp. tech. ISO 6983-1 :2009, 2009, Confirmed in 2020. Adresse : <https://www.iso.org/standard/34608.html>.
- [62] R. W. IVESTER et al., Assessment of machining models : progress report, *Machining science and technology*, t. 4, n° 3, p. 511-538, 2000.
- [63] P. IŽOL, J. BRINDZA, M. VRABEL, M. DEMKO et S. BASILIO, Effect of Optimization Software on Part Shape Accuracy and Production Times during Rough Milling of Aluminum Alloy, *Machines*, t. 10, n° 12, 2022, ISSN : 2075-1702. DOI : 10.3390/machines10121212.
- [64] S. J. A. D. J., Optimal Feed Rate Scheduling for High Speed Contouring, *Journal of Manufacturing Science and Engeneering*, t. 129(1), p. 63-76, 2004.
- [65] S. JIA et al., Integrated multi-objective optimization of rough and finish cutting parameters in plane milling for sustainable machining considering efficiency, energy, and quality, *Journal of Cleaner Production*, t. 471, p. 143 406, 2024, ISSN : 0959-6526. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.143406>.
- [66] W. JIANG et al., A multi-objective modeling and optimization method for high efficiency, low energy, and economy, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, p. 1-16, août 2023. DOI : 10.1007/s00170-023-12088-4.
- [67] J. KARANDIKAR et T. KURFESS, Cost optimization and experimental design in milling using surrogate models and value of information, *Journal of Manufacturing Systems*, t. 37, p. 479-486, oct. 2015, ISSN : 0278-6125. DOI : 10.1016/J.JMSY.2014.10.002.
- [68] B. H. KIM et B. K. CHOI, Machining efficiency comparison direction-parallel tool path with contour-parallel tool path, *Computer-Aided Design*, t. 34, p. 89-95, 2 2002. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(00\)00139-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(00)00139-1).

- [69] D.-S. KIM, Polygon offsetting using a Voronoi diagram and two stacks, *Computer-Aided Design*, t. 30, p. 1069-1076, 14 1998. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(98\)00063-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(98)00063-3).
- [70] H.-C. KIM, Optimum tool path generation for 2.5D direction-parallel milling with incomplete mesh model, *Journal of Mechanical Science and Technology*, t. 24, p. 1019-1027, 5 mai 2010. DOI : [10.1007/s12206-010-0306-7](https://doi.org/10.1007/s12206-010-0306-7).
- [71] H.-C. KIM et M.-Y. YANG, Incomplete mesh-based tool path generation for optimum zigzag milling, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, t. 35, p. 803-813, 7-8 2008. DOI : [10.1007/s00170-006-0757-2](https://doi.org/10.1007/s00170-006-0757-2).
- [72] K. KUMAR et N. KUMAR, Region coverage-aware path planning for unmanned aerial vehicles : A systematic review, *Physical Communication*, t. 59, p. 102073, août 2023, ISSN : 1874-4907. DOI : [10.1016/J.PHYCOM.2023.102073](https://doi.org/10.1016/J.PHYCOM.2023.102073).
- [73] W. LAI, T. FADDIS et R. SOREM, Incremental algorithms for finding the offset distance and minimum passage width in a pocket machining toolpath using the Voronoi technique, *Journal of Materials Processing Technology*, t. 100, p. 30-35, 1-3 2000. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136\(99\)00425-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136(99)00425-2).
- [74] T.-K. LEE, S.-H. BAEK, Y.-H. CHOI et S.-Y. OH, Smooth coverage path planning and control of mobile robots based on high-resolution grid map representation, *Robotics and Autonomous Systems*, t. 59, p. 801-812, 10 2011, ISSN : 0921-8890. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2011.06.002>. Adresse : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921889011000996>.
- [75] C. LEROY, E. RIVIÈRE et E. FILIPPI. « Trajectoires curvilinéaires pour l'usinage de cavités avec îlot : une première approche. » Adresse : <https://www.calameo.com/books/00309430410f9e81c721b>.
- [76] C. LEROY, E. RIVIÈRE et E. FILIPPI. « Généralisation de la méthode de Bieterman aux cavités 2D1/2 avec îlots. » Adresse : <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:126281312>.
- [77] C. LEROY, S. LAVERNHE et E. RIVIÈRE LORPHÈVRE, « Lissage et rééchantillonnage de trajectoires curvilinéaires par splines d'Hermite, » in *Conference Manufacturing21*, Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay [ENS Paris Saclay], Gif Sur Yvette, France, oct. 2022. Adresse : <https://hal.science/hal-04011749>.
- [78] C. LEROY, S. LAVERNHE et E. RIVIÈRE-LORPHÈVRE, Hermite Quartic Splines for Smoothing and Sampling a Roughing Curvilinear Spiral Toolpath, *Applied Sciences*, t. 14, n° 17, 2024, ISSN : 2076-3417. DOI : [10.3390/app14177492](https://doi.org/10.3390/app14177492).

- [79] C. LEROY et al., « Performance simulation of different toolpaths in 2D1/2 pocket milling, » t. 2113, 2019, p. 080 001. DOI : 10.1063/1.5112609. Adresse : <http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.5112609>.
- [80] Y. LI, T. WU, Y. XIAO, L. GONG et C. LIU, Path planning in continuous adjacent farmlands and robust path-tracking control of a rice-seeding robot in paddy field, *Computers and Electronics in Agriculture*, t. 210, p. 107 900, juill. 2023, ISSN : 0168-1699. DOI : 10.1016/J.COMPAG.2023.107900.
- [81] Z. LI et al., Chatter suppression techniques in milling processes : A state of the art review, *Chinese Journal of Aeronautics*, t. 37, n° 7, p. 1-23, 2024, ISSN : 1000-9361. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cja.2023.10.001>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S100093612300345X>.
- [82] X.-Z. LIU, J.-H. YONG, G.-Q. ZHENG et J.-G. SUN, An offset algorithm for polyline curves, *Computers in Industry*, t. 58, p. 240-254, 3 2007. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.compind.2006.06.002>.
- [83] M. S. A. MANSOR, S HINDUJA et O. O. OWODUNNI, Voronoi diagram-based tool path compensations for removing uncut material in 2½D pocket machining, *Computer-Aided Design*, t. 38, p. 194-209, 3 2006. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.cad.2005.09.001>.
- [84] K. MAWUSSI, S. LAVERNHE et C. LARTIGUE, Usinage de poches en UGV - Aide au choix de stratégies, *Revue Internationale de CFAO et d'informatique graphique et d'informatique graphique*, 2003.
- [85] M. E. MERCHANT, Mechanics of the metal cutting process. I. Orthogonal cutting and a type 2 chip, *Journal of applied physics*, t. 16, n° 5, p. 267-275, 1945.
- [86] H. MORAVEC et A. E. ELFES, « High Resolution Maps from Wide Angle Sonar, » 1985, p. 116-121.
- [87] S. NTAPOS, Watchman routes under limited visibility, *Computational Geometry*, t. 1, p. 149-170, 3 mars 1992, ISSN : 0925-7721. DOI : 10.1016/0925-7721(92)90014-J.
- [88] T. OKSANEN, « Path Planning Algorithms for Agricultural Field Machines, » Thèse de doctorat, Helsinki University of Technology, 2007.
- [89] T. OKSANEN et A. VISALA, Coverage path planning algorithms for agricultural field machines, *Journal of Field Robotics*, t. 26, p. 651-668, 8 août 2009. DOI : 10.1002/rob.20300.

- [90] S. L. OMIROU et G. A. DEMOSTHENOUS, A new interpolation algorithm for tracing planar equidistant curves, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, t. 22, p. 306-314, 4 2006, ISSN : 0736-5845. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.rcim.2005.07.002>.
- [91] OMNI Aerospace inc, Aeronautical Part, <https://omniks.com/machined-parts/aircraft-machined-parts-omni-aerospace-featured-image/>, site consulté le 22 avril 2025.
- [92] S. C. PARK et B. K. CHOI, Uncut free pocketing tool-paths generation using pair-wise offset algorithm, *Computer-Aided Design*, t. 33, p. 739-746, 10 2001. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(00\)00109-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(00)00109-3).
- [93] S. C. PARK et Y. C. CHUNG, Offset tool-path linking for pocket machining, *Computer-Aided Design*, t. 34, p. 299-308, 4 2002. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(01\)00088-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(01)00088-4).
- [94] S. C. PARK, Y. C. CHUNG et B. K. CHOI, Contour-parallel offset machining without tool-retractions, *Computer-Aided Design*, t. 35, p. 841-849, 9 août 2003, ISSN : 0010-4485. DOI : [10.1016/S0010-4485\(02\)00111-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(02)00111-2).
- [95] M. M. PATEL, D. D. PATEL, H. R. DODIYA et D. I. LALWANI, ScienceDirect Investigating the effect of shape , orientation and position of an island on spiral tool path, *Materials Today : Proceedings*, t. 5, p. 18 621-18 627, 9 2018. DOI : [10.1016/j.matpr.2018.06.206](http://dx.doi.org/10.1016/j.matpr.2018.06.206).
- [96] V PATELOUP, E DUC et P RAY, Corner optimization for pocket machining, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 44, p. 1343-1353, 2004, ISSN : 0890-6955. DOI : <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2004.04.011>.
- [97] V. PATELOUP, « Amélioration du comportement cinématique des machines outils UGV Application au calcul de trajets d'évidement de poches, » Thèse de doctorat, Université BLAISE PASCAL Clermont II, 2005.
- [98] V. PATELOUP, E. DUC et P. RAY, Bspline approximation of circle arc and straight line for pocket machining, *Computer-Aided Design*, t. 42, p. 817-827, 9 2010. DOI : [10.1016/j.cad.2010.05.003](http://dx.doi.org/10.1016/j.cad.2010.05.003).
- [99] H PERSSON, NC machining of arbitrarily shaped pockets, *Computer-Aided Design*, t. 10, p. 169-174, 3 1978. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/0010-4485\(78\)90141-0](http://dx.doi.org/10.1016/0010-4485(78)90141-0).
- [100] X. PESSOLES, J.-M. REDONNET, S. SEGONDS et M. MOUSSEIGNE, Modelling and optimising the passage of tangency discontinuities in NC linear paths, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, t. 58, p. 631-642, 5-8 2012, ISSN : 0268-3768. DOI : [10.1007/s00170-011-3426-z](http://dx.doi.org/10.1007/s00170-011-3426-z).

- [101] D. POPESCU, F. POPISTER, S. POPESCU, C. NEAMTU et M. GURZAU, Direct Toolpath Generation Based on Graph Theory for Milling Roughing, *Procedia CIRP*, t. 25, p. 75-80, 2014, 8th International Conference on Digital Enterprise Technology - DET 2014 Disruptive Innovation in Manufacturing Engineering towards the 4th Industrial Revolution, ISSN : 2212-8271. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2014.10.013>.
- [102] H. RAMASWAMI, R. SHAW et S. ANAND, Selection of optimal set of cutting tools for machining of polygonal pockets with islands, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, t. 53, p. 963-977, 9-12 2011. DOI : 10.1007/s00170-010-2909-7.
- [103] D. RENTON et M. ELBESTAWI, High speed servo control of multi-axis machine tools, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 40, p. 539-559, 4 mars 2000. DOI : 10.1016/S0890-6955(99)00075-9.
- [104] V. ROGOV, S. GHORBANI, A. POPIKOV et N. POLUSHIN, Improvement of cutting tool performance during machining process by using different shim, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, t. 17, 694-710, mars 2017. DOI : 10.1016/j.acme.2017.01.008.
- [105] P. E. ROMERO, R. DORADO, F. A. DÍAZ et E. M. RUBIO, Influence of Pocket Geometry and Tool Path Strategy in Pocket Milling of UNS A96063 Alloy, *Procedia Engineering*, t. 63, p. 523-531, jan. 2013, ISSN : 1877-7058. DOI : 10.1016/J.PROENG.2013.08.194.
- [106] P. ROMERO-CARRILLO, E. TORRES-JIMENEZ, R. DORADO et F. DÍAZ-GARRIDO, Analytic construction and analysis of spiral pocketing via linear morphing, *Computer-Aided Design*, t. 69, p. 1-10, déc. 2015, ISSN : 0010-4485. DOI : 10.1016/J.CAD.2015.07.008.
- [107] P. ROSIN, Measuring Shape : Ellipticity, Rectangularity, and Triangularity, *Machine Vision and Applications*, t. 14, août 2001. DOI : 10.1007/s00138-002-0118-6.
- [108] SANDVIK COROMANT, *Définition de l'angle d'attaque en fraisage*, site consulté le 23 août 2023. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/knowledge/milling/entering-angle-and-chip-thickness>.
- [109] SANDVIK COROMANT, *Définition des paramètres de fraisage*, site consulté le 23 août 2023. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/knowledge/machining-formulas-definitions/milling-formulas-definitions>.
- [110] SANDVIK COROMANT, *Opérations de fraisage*, consulté le 24/04/2025. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/knowledge/milling>.

- [111] SANDVIK COROMANT, *Opérations de fraisage*, site consulté le 20 juin 2025. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/knowledge/milling/down-milling-vs-up-milling>.
- [112] SANDVIK COROMANT, *Opérations de fraisage*, site consulté le 23 août 2023. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/knowledge/milling/down-milling-vs-up-milling>.
- [113] SANDVIK COROMANT, *Opérations de fraisage*, site consulté le 24 avril 2025. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/en-us/knowledge/milling/milling-holes-cavities-pockets/ramping>.
- [114] SANDVIK COROMANT, *Opérations de fraisage*, site consulté le 24 avril 2025. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/knowledge/milling/milling-holes-cavities-pockets/peck-milling>, accessed 24/04/2025.
- [115] SANDVIK COROMANT, *Sandvik Coromant, Fraisage 2D1/2*, site consulté le 23/09/2023. Adresse : <https://www.sandvik.coromant.com/fr-fr/knowledge/milling/milling-holes-cavities-pockets>.
- [116] K. SCHÜTZER, E. UHLMANN, E. DEL CONTE et J. MEWIS, Improvement of Surface Accuracy and Shop Floor Feed Rate Smoothing Through Open CNC Monitoring System and Cutting Simulation, *Procedia CIRP*, t. 1, p. 90-95, 2012, Fifth CIRP Conference on High Performance Cutting 2012, ISSN : 2212-8271. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2012.04.014>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827112000157>.
- [117] SECO TOOLS, *Évaluation des efforts de coupe*, site consulté le 07/05/2025. Adresse : <https://www.secotools.com/dashboard/Suggest/Suggest>.
- [118] SECO TOOLS, *Fraisage Grande Avance*. Adresse : <https://www.secotools.com/article/614?language=fr>, accessed 24/04/2025.
- [119] S. SETHIA, M. HELD et J. S. B. MITCHELL, *PVD : A Stable Implementation for Computing Voronoi Diagrams of Polygonal Pockets*, A. BUCHSBAUM et J. SNOEYINK, éd. Springer Berlin Heidelberg, 2001, t. 2153, p. 105-116. DOI : 10.1007/3-540-44808-X_8.
- [120] SIEMENS, *Interpolations spline par CN Siemens*. Adresse : <https://mall.industry.siemens.com/mall/fr/WW/Catalog/Products/10368694>.
- [121] SKYWIN, *Chiffres Clés*, site consulté le 18 septembre 2025. Adresse : <https://www.skywin.be/fr/wallonia-aero#no-back>.
- [122] Y. SUN, J. WANG et D. GUO, Guide curve based interpolation scheme of parametric curves for precision CNC machining, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 46, p. 235-242, 3-4 mars 2006. DOI : 10.1016/j.ijmachtools.2005.05.024.

- [123] S. TAJIMA et B. SENCER, Kinematic corner smoothing for high speed machine tools, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 108, p. 27-43, 2016.
- [124] K. TANG, S.-Y. CHOU et L.-L. CHEN, An algorithm for reducing tool retractions in zigzag pocket machining, *Computer-Aided Design*, t. 30, p. 123-129, 2 1998. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485\(97\)00064-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0010-4485(97)00064-X).
- [125] K. TANG et A. JONEJA, Traversing the machining graph of a pocket, *Computer-Aided Design*, t. 35, p. 1023-1040, 11 sept. 2003, ISSN : 0010-4485. DOI : 10.1016/S0010-4485(02)00166-5.
- [126] TECHNIQUE DE L'INGÉNIEUR, *Pression de coupe spécifique*, site consulté le 24/06/2025. Adresse : <https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/mecanique-th7/procedes-d-usinage-42190210/fraisage-bm7082/puissances-et-pression-de-fraisage-bm7082niv10004.html>.
- [127] C. THOMAS, *Project Margo : Leading the Manufacturing Industry Into the Future With Open Source Interoperability*, site consulté le 10/06/2025. Adresse : <https://www.suse.com/c/project-margo-leading-the-manufacturing-industry-into-the-future-with-open-source-interoperability/>.
- [128] B. TOUBHANS, F. VIPREY, G. FROMENTIN, H. KARAOUNI et T. DORLIN, Study of phenomena responsible for part distortions when turning thin Inconel 718 workpieces, *Journal of Manufacturing Processes*, t. 61, p. 46-55, 2021, ISSN : 1526-6125. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2020.11.007>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1526612520307817>.
- [129] N TOUNSI, T BAILEY et M. ELBESTAWI, Identification of acceleration deceleration profile of feed drive systems in CNC machines, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, t. 43, p. 441-451, 5 avr. 2003. DOI : 10.1016/S0890-6955(02)00304-8.
- [130] C. TOURNIER, *Usinage à grande vitesse : Technologie, modélisations, trajectoires*, DUNOD, éd. 2010, ISBN : 978-2-10-051810-4.
- [131] C. VAN LUTTERVELT et al., Present Situation and Future Trends in Modelling of Machining Operations Progress Report of the CIRP Working Group 'Modelling of Machining Operations', *CIRP Annals*, t. 47, n° 2, p. 587-626, 1998, ISSN : 0007-8506. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)63244-2](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)63244-2).

- [132] G. VILLENEUVE et L. A. HOF, SACETraj : An AutoCAD Catmull-Rom Spline Trajectory Interpolator, *SoftwareX*, t. 27, p. 101 794, 2024, ISSN : 2352-7110. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.softx.2024.101794>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352711024001651>.
- [133] G. W. VOGL et al., Cutting force estimation from machine learning and physics-inspired data-driven models utilizing accelerometer measurements, *Procedia CIRP*, t. 126, p. 318-323, 2024, 17th CIRP Conference on Intelligent Computation in Manufacturing Engineering (CIRP ICME '23), ISSN : 2212-8271. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2024.08.361>.
- [134] G. VOSNIAKOS et P. PAPAPANAGIOTOU, Multiple tool path planning for NC machining of convex pockets without islands, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, t. 16, p. 425-435, 6 2000. DOI : [http://dx.doi.org/10.1016/S0736-5845\(00\)00025-9](http://dx.doi.org/10.1016/S0736-5845(00)00025-9).
- [135] M. WAN, X.-B. QIN, J. DAI, W.-H. ZHANG et X.-L. SUN, Parameters optimization for chatter-free milling tool path based on spindle speed variation method, *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, t. 50, p. 65-79, 2024, ISSN : 1755-5817. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2024.02.006>.
- [136] H. WANG, P. JANG et J. STORI, A Metric-Based Approach to Two-Dimensional (2D) Tool-Path Optimization for High-Speed Machining, *Journal of Manufacturing Science and Engineering-transactions of The Asme - J MANUF SCI ENG*, t. 127, fév. 2005. DOI : 10.1115/1.1830492.
- [137] L. WU, C. LI, Y. TANG et Q. YI, Multi-objective Tool Sequence Optimization in 2.5D Pocket CNC Milling for Minimizing Energy Consumption and Machining Cost, *Procedia CIRP*, t. 61, p. 529-534, 2017, The 24th CIRP Conference on Life Cycle Engineering, ISSN : 2212-8271. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.11.188>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827116313488>.
- [138] L. WU, C. LI, Y. TANG et Q. YI, Multi-objective Tool Sequence Optimization in 2.5D Pocket CNC Milling for Minimizing Energy Consumption and Machining Cost, *Procedia CIRP*, t. 61, p. 529-534, jan. 2017, ISSN : 2212-8271. DOI : 10.1016/J.PROCIR.2016.11.188.
- [139] Y. XIAO, Z. JIANG, Q. GU, W. YAN et R. WANG, A novel approach to CNC machining center processing parameters optimization considering energy-saving and low-cost, *Journal of Manufacturing Systems*, t. 59, p. 535-548, avr. 2021, ISSN : 0278-6125. DOI : 10.1016/J.JMSY.2021.03.023.

- [140] Y. XIAO, H. ZHANG, Z. JIANG, Q. GU et W. YAN, Multiobjective optimization of machining center process route : Tradeoffs between energy and cost, *Journal of Cleaner Production*, t. 280, p. 124 171, jan. 2021, ISSN : 0959-6526. DOI : 10.1016/J.JCLEPRO.2020.124171.
- [141] J. XIE et X. LIU, The EH interpolation spline and its approximation, *Abstract and Applied Analysis*, t. 2014, 2014, ISSN : 16870409. DOI : 10.1155/2014/745765.
- [142] Z. XIE, F. XIE, X.-J. LIU et J. WANG, Global G3 continuity toolpath smoothing for a 5-DoF machining robot with parallel kinematics, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, t. 67, p. 102 018, 2021, ISSN : 0736-5845. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2020.102018>.
- [143] Z.-H. XIONG, C.-G. ZHUANG et H DING, Curvilinear tool path generation for pocket machining, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B : Journal of Engineering Manufacture*, t. 225, p. 483-495, 4 2011. DOI : 10.1177/2041297510394085.
- [144] XOMETRY EUROPE, *Coût de l'usinage CNC*, <https://xometry.eu/fr/le-cout-de-lusinage-cnc/>, accessed 2023/09/04, site consulté le 04/09/2023.
- [145] J. XU, Y. SUN et X. ZHANG, A mapping-based spiral cutting strategy for pocket machining, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, t. 67, p. 2489-2500, 9-12 août 2013. DOI : 10.1007/s00170-012-4666-2.
- [146] K. XU, Y. LI et M. YANG, Quasi-Optimal Tool Trajectories for High Speed 2.5D Process Based on Morphological Transformation, *Computer-Aided Design*, t. 129, p. 102 920, déc. 2020, ISSN : 0010-4485. DOI : 10.1016/J.CAD.2020.102920.
- [147] G. YAN, D. ZHANG, J. XU et Y. SUN, Corner smoothing for CNC machining of linear tool path : A review, *Journal of Advanced Manufacturing Science and Technology*, t. 3, n° 2, p. 2 023 001-2 023 001, 2023, ISSN : 2709-2135. DOI : 10.51393/j.jamst.2023001. Adresse : <http://www.jamstjournal.com/en/article/doi/10.51393/j.jamst.2023001>.
- [148] C. YUE, H. GAO, X. LIU, S. Y. LIANG et L. WANG, A review of chatter vibration research in milling, *Chinese Journal of Aeronautics*, t. 32, n° 2, p. 215-242, 2019, ISSN : 1000-9361. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.11.007>.
- [149] A ZELINSKY, R. A. JARVIS, J. C. BYRNE et S YUTA, « Planning Paths of Complete Coverage of an Unstructured Environment by a Mobile Robot, » 1993, p. 533-538.

- [150] B. ZHANG, X. WU, J.-S. CHENG et K. DING, Computing the intersection between a rational parametric curve and a rational parametric surface, *Computer Aided Geometric Design*, t. 109, p. 102 275, 2024, ISSN : 0167-8396. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.cagd.2024.102275>.
- [151] P. ZHANG et al., Influence of milling parameters on the microstructural evolution mechanism of 7075-T6 aluminum alloy, *Vacuum*, t. 222, p. 113 100, 2024, ISSN : 0042-207X. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.vacuum.2024.113100>. Adresse : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0042207X24001465>.
- [152] Z. ZHAO, C. WANG, H. ZHOU et Z. QIN, Pocketing toolpath optimization for sharp corners, *Journal of Materials Processing Technology*, t. 192-193, p. 175-180, 2007, The Seventh Asia Pacific Conference on Materials Processing (7th APCMP 2006), ISSN : 0924-0136. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2007.04.096>.
- [153] N. ZOGHIPOUR, A. F. YARATAN et Y. KAYNAK, Multi objective optimization of rough pocket milling strategies during machining of lead-free brass alloys using Desirability function and Genetic algorithms-based analysis, *Procedia CIRP*, t. 99, p. 145-150, jan. 2021, ISSN : 2212-8271. DOI : [10.1016/J.PROCIR.2021.03.022](https://doi.org/10.1016/J.PROCIR.2021.03.022).

Structures des isothermes et températures des îlots

Les figures qui suivent montrent, à titre d'exemple, sur la cavité RI4G, comment la température des îlots impacte la forme générale des isothermes. Les figures A.1 et A.2 montrent une température d'îlots trop basse : les isothermes internes sortent de la zone interne aux îlots. Les figures A.3 et A.4 montrent une température d'îlots trop haute : les isothermes externes entrent dans la zone des îlots. La figure A.5 montre un choix judicieux. Il faut également observer que, lorsque la température des îlots s'élève, le gradient de température devient important dans la zone interne. Puisque la création des isothermes candidates se fait à incrément de température constant, il risque d'y avoir peu d'isothermes dans cette zone. C'est pourquoi l'utilisateur doit veiller à augmenter le nombre d'isothermes candidates au niveau des paramètres du programme.

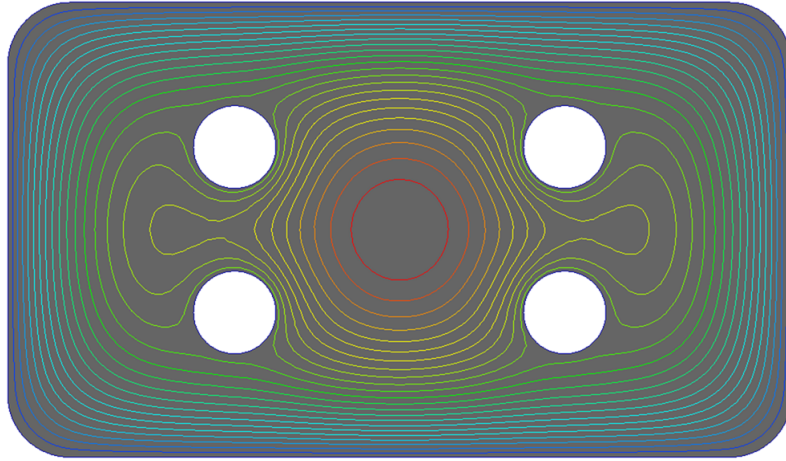


FIGURE A.1 – Température des îlots trop basse ($T_{\text{îlots}} = 50 \text{ K}$)

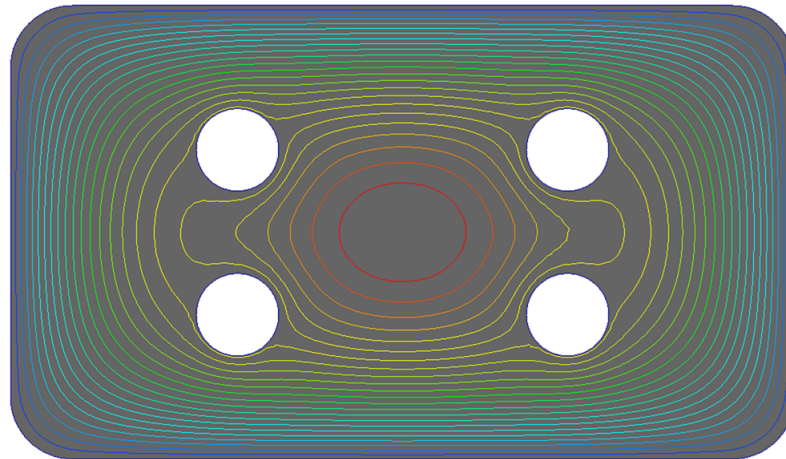


FIGURE A.2 – Température des îlots trop basse ($T_{\text{îlots}} = 80 \text{ K}$)

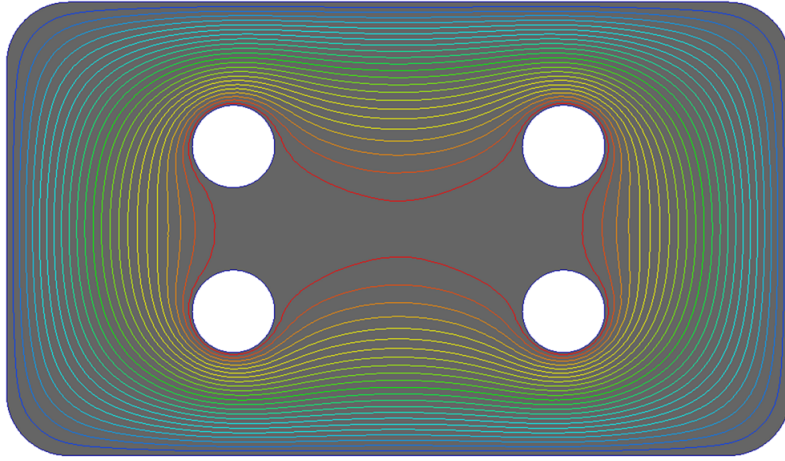


FIGURE A.3 – Température des îlots trop haute ($T_{\text{îlots}} = 220$ K)

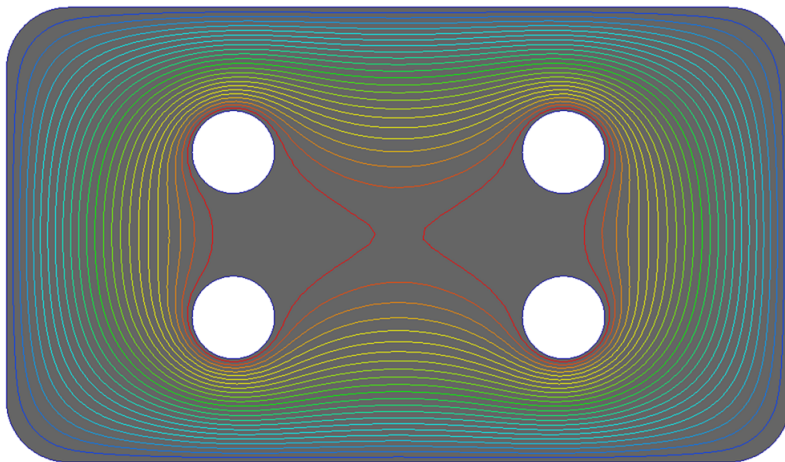


FIGURE A.4 – Température des îlots trop haute ($T_{\text{îlots}} = 250$ K)

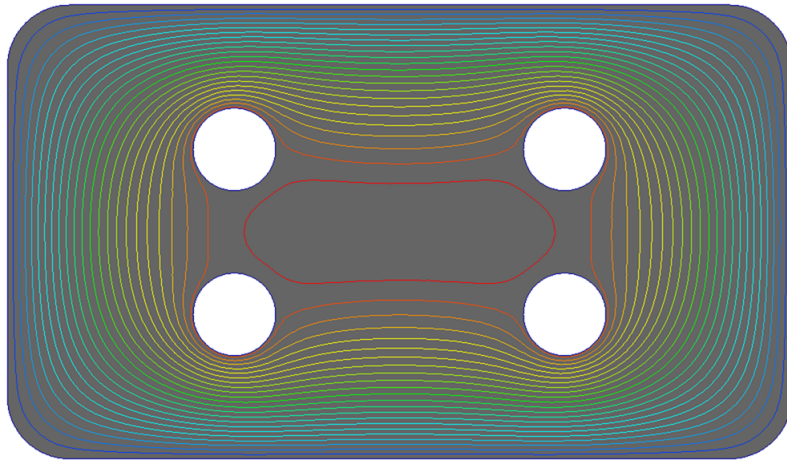


FIGURE A.5 – Température des îlots judicieuse ($T_{\text{îlots}} = 160 \text{ K}$)

Tableaux récapitulatifs des mesures

La table B.1 reprend les valeurs des efficacités dynamiques calculées à partir des temps d'usinage théoriques et expérimentaux, ainsi que les écarts relatifs d'efficacité dynamique entre différentes trajectoires.

Les écarts relatifs de toutes les trajectoires testées par rapport à HQ sont négatifs, à l'exception de RIPV1MS. La table B.2 reprend les valeurs des temps d'usinage mesurés à partir des données extraites de la CN, ainsi que les écarts relatifs des temps d'usinage entre différentes trajectoires.

TABLE B.1 – Comparaison des efficacités dynamiques des trajectoires classiques par rapport à HQ. Toutes cavités, toutes tailles et toutes vitesses

Essai	$Ef_d(ZZ)$	$Ef_d(CP)$	$Ef_d(MS)$	$Ef_d(HQ)$	ε_r ZZ/HQ	ε_r CP/HQ	ε_r MS/HQ
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
BIGV1	97	98	93	100	-2,8	-2,4	-7,1
BIGV2	89	91	73	97	-8,7	-6,7	-25,2
BIGV3	73	73	47	83	-12,3	-12,2	-43,1
BIMV1	92	93	88	100	-8,2	-6,5	-12,2
BIMV2	77	78	62	95	-18,8	-17,4	-34,1
BIMV3	55	49	35	65	-16,0	-24,6	-45,6
BIPV1	82	83	82	99	-16,9	-15,9	-17,2
BIPV2	60	56	50	77	-22,4	-28,1	-35,7
BIPV3	36	30	26	42	-13,0	-28,4	-37,9
HUGV1	96	98	95	100	-4,2	-1,7	-5,2
HUGV2	88	91	73	95	-8,3	-4,5	-23
HUGV3	68	73	47	79	-14,3	-8,3	-41,0
HUMV1	90	92	91	99	-9,5	-7,3	-8,6
HUMV2	72	77	64	92	-21,4	-16,2	-30,2
HUMV3	48	49	36	64	-25,1	-23,3	-43,1
HUPV1	78	82	95	96	-19,2	-14,9	-1,5
HUPV2	53	55	58	73	-27,5	-25,0	-21,3
HUPV3	30	29	30	39	-24,2	-26,5	-24,9
RIGV1	92	97	99	100	-8,0	-2,8	-0,6
RIGV2	88	87	86	97	-8,9	-9,8	-11,1
RIGV3	72	72	64	82	-13,0	-12,4	-22,8
RIMV1	86	86	99	99	-13,1	-13,5	-0,5
RIMV2	74	76	82	92	-19,0	-17,0	-10,3
RIMV3	51	50	52	63	-17,8	-19,6	-16,1
RIPV1	75	75	97	96	-21,7	-21,6	1,7
RIPV2	56	54	68	72	-22,2	-25	-5,1
RIPV3	33	29	36	39	-16,3	-25,5	-7,4
RI4GV1	90	95	97	99	-9,4	-4,7	-2,0
RI4GV2	82	84	82	95	-13,7	-12,1	-13,4
RI4GV3	63	64	57	76	-16,2	-15,2	-24,7
RI4MV1	83	89	95	98	-15,6	-9,4	-2,9
RI4MV2	67	69	73	86	-22,4	-20,9	-15,1
RI4MV3	43	41	44	55	-22,6	-25,5	-20,6
RI4PV1	71	75	89	92	-22,4	-18,7	-3,3
RI4PV2	49	47	58	64	-23,8	-26,9	-10,1
RI4PV3	27	24	30	34	-20,0	-29,1	-10,7
LIGV1	91	92	-	98	-7,8	-6,1	-
LIGV2	81	80	-	95	-15,3	-16,1	-
LIGV3	62	56	-	81	-23,8	-31,3	-
LIMV1	84	84	-	97	-13,1	-13,0	-
LIMV2	66	61	-	88	-24,7	-30,5	-
LIMV3	43	35	-	57	-24,5	-38,2	-
LIPV1	71	68	-	92	-22,8	-26,9	-
LIPV2	48	40	-	67	-28,1	-40,0	-
LIPV3	26	20	-	34	-23,9	-41	-
				Min	-28,1	-41,0	-45,6
				Max	-2,8	-1,7	1,7

TABLE B.2 – Comparaison des temps d'usinage des différentes trajectoires.
Toutes cavités, toutes tailles et toutes vitesses

Essai	t_{min} (s)	$t(ZZ)$ (s)	$t(CP)$ (s)	$t(MS)$ (s)	$t(HQ)$ (s)	ε_r CP/ZZ (%)	ε_r MS/HQ (%)	ε_r ZZ/HQ (%)
BIGV1	111,1	113,1	112,7	229,1	208,0	-0,3	10,1	-45,6
BIGV2	55,5	62,0	60,7	146,5	107,0	-2,0	36,9	-42,1
BIGV3	27,8	37,7	37,7	112,5	62,6	0,1	79,8	-39,8
BIMV1	44,4	48,7	47,4	97,4	83,3	-2,6	16,9	-41,5
BIMV2	22,2	29,0	28,3	68,4	43,9	-2,4	55,9	-33,9
BIMV3	11,1	20,4	22,5	60,2	31,9	10,6	88,7	-36,1
BIPV1	17,8	22,1	21,7	42,2	33,7	-1,9	25,1	-34,4
BIPV2	8,9	15,1	16,2	34,6	21,5	7,0	61,1	-29,8
BIPV3	4,4	12,5	15,1	33,3	20,0	20,5	66,7	-37,4
RIGV1	73,4	79,0	76,2	165,6	124,2	-3,5	33,3	-36,4
RIGV2	36,7	41,0	42,2	95,1	63,8	2,9	49,1	-35,7
RIGV3	18,4	25,3	25,6	64,5	37,6	1,2	71,5	-32,7
RIMV1	29,4	33,7	34,5	66,6	50,0	2,4	33,2	-32,6
RIMV2	14,7	19,5	19,4	39,9	27,0	-0,5	47,8	-27,8
RIMV3	7,3	14,1	14,7	31,3	19,8	4,3	58,1	-28,8
RIPV1	11,8	15,5	15,8	27	20,7	1,9	30,4	-25,1
RIPV2	5,9	10,4	11,0	19,3	13,8	5,8	39,9	-24,6
RIPV3	2,9	8,9	10,2	18,2	12,7	14,6	43,3	-29,9
HUGV1	79,5	82,4	84,2	222,1	167,0	2,1	33,0	-50,7
HUGV2	39,8	45,0	45,4	143,4	87,4	0,8	64,0	-48,5
HUGV3	19,9	29,0	28,5	112,5	52,7	-2,0	113,5	-44,9
HUMV1	31,8	36,0	35,6	93,0	67,2	-1,3	38,3	-46,4
HUMV2	15,9	22,4	21,2	65,8	36,3	-5,2	81,2	-38,3
HUMV3	8,0	16,9	16,7	58,1	26,1	-1,5	122,5	-35,2
HUPV1	12,7	16,6	16,0	40,5	27,7	-3,7	46,1	-40,0
HUPV2	6,4	12,2	12,0	33,3	18,2	-1,2	83,0	-33,1
HUPV3	3,2	10,8	11,4	32,4	16,9	5,1	91,7	-36,0
RI4GV1	74,7	83,0	79,3	163,0	123,5	-4,5	32,0	-32,8
RI4GV2	37,3	45,5	44,9	96,3	64,5	-1,3	49,3	-29,5
RI4GV3	18,7	29,5	29,3	69,7	40,6	-0,7	71,7	-27,4
RI4MV1	29,9	36,3	34,0	66,9	50,2	-6,3	33,3	-27,7
RI4MV2	14,9	22,5	22,2	43,6	28,6	-1,3	52,4	-21,3
RI4MV3	7,5	17,5	18,3	36,2	22,2	4,6	63,1	-21,2
RI4PV1	12,0	16,9	16,1	28,6	21,4	-4,7	33,6	-21,0
RI4PV2	6,0	12,3	12,8	22,0	15,3	4,1	43,8	-19,6
RI4PV3	3,0	11,1	12,5	21	14,5	12,6	44,8	-23,4
LIGV1	116,2	131,8	124,8	-	168,9	-5,3	-	-22,0
LIGV2	58,1	73,9	72,0	-	87,0	-2,6	-	-15,1
LIGV3	29,1	47,9	51,2	-	50,7	6,9	-	-5,5
LIMV1	46,5	58,1	54,7	-	68,5	-5,9	-	-15,2
LIMV2	23,2	36,9	37,7	-	37,7	2,2	-	-2,1
LIMV3	11,6	28,4	32,7	-	29,1	15,1	-	-2,4
LIPV1	18,6	27,4	27,3	-	28,7	-0,4	-	-4,5
LIPV2	9,3	20,4	22,9	-	19,9	12,3	-	2,5
LIPV3	4,6	18,7	22,7	-	19,3	21,4	-	-3,1
						Min		
						Max		
						-6,3	10,0	-50,7
						21,4	122,5	2,5

Benchmarking : Structure d'un article à rédiger

Titre :

Benchmark for Toolpath Evaluation in 2.5D Pocket Milling

- Introduction : Nécessité d'un Benchmark pour comparer entre-elles les trajectoires générées dans les différents laboratoires.
- État de l'art : Revue des différentes méthodes de génération de trajectoires, des géométries des cavités associées et des critères d'évaluation proposés par les auteurs.
- Analyse de la notion de fluidité et proposition du concept d'efficacité dynamique.
- Proposition et justification des 5 cavités testées avec plan des géométries.
- Protocole expérimental et mesures réalisées (temps d'usinage et efficacité dynamique)
- Résultats obtenus pour les méthodes ZZ, CP, MS et HQ.
- Conclusion.
- Bibliographie.

Essais en matière

Les photographies qui suivent sont les résultats des essais en matière menés sur les différentes cavités de format moyen, dans les conditions spécifiées par le plan expérimental ($V_f = 5\,000\text{ mm min}^{-1}$, passe radiale de 0,1 mm).

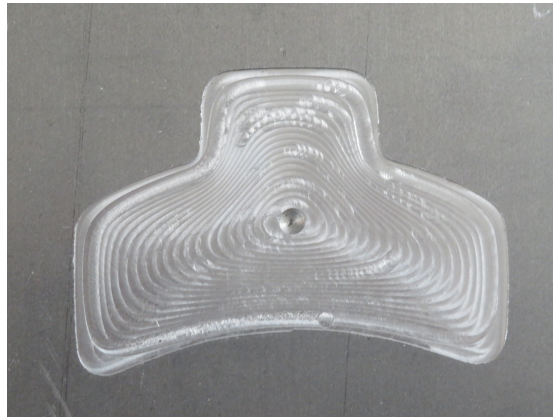


FIGURE D.1 – Cavité BIM - Trajectoire HQ

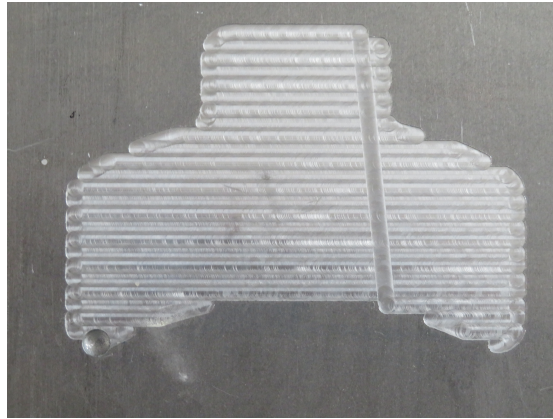


FIGURE D.2 – Cavité BIM - Trajectoire ZZ



FIGURE D.3 – Cavité HUM - Trajectoire HQ

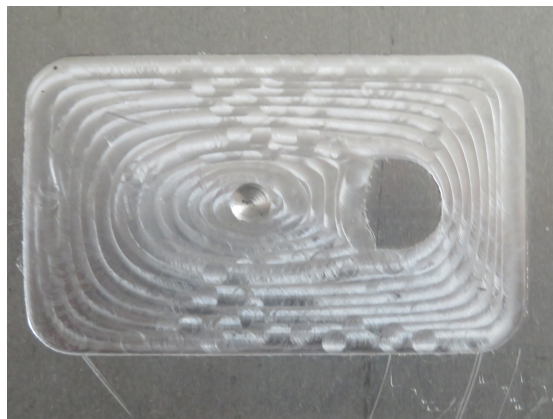


FIGURE D.4 – Cavité RIM - Trajectoire HQ

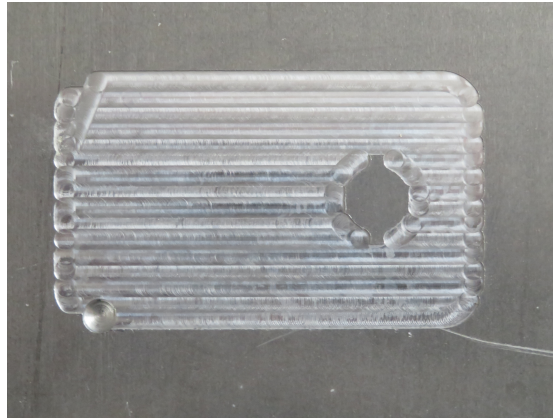


FIGURE D.5 – Cavité RIM - Trajectoire ZZ

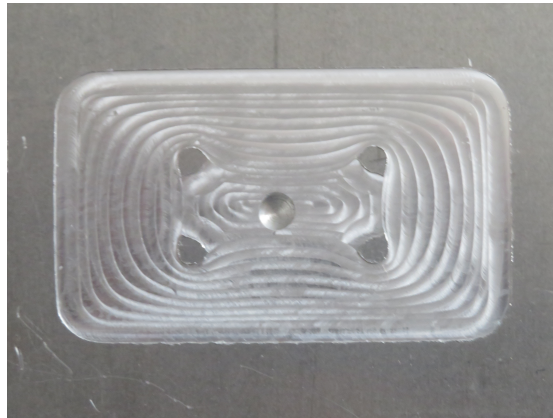


FIGURE D.6 – Cavité RI4M - Trajectoire HQ



FIGURE D.7 – Cavité RI4M - Trajectoire ZZ

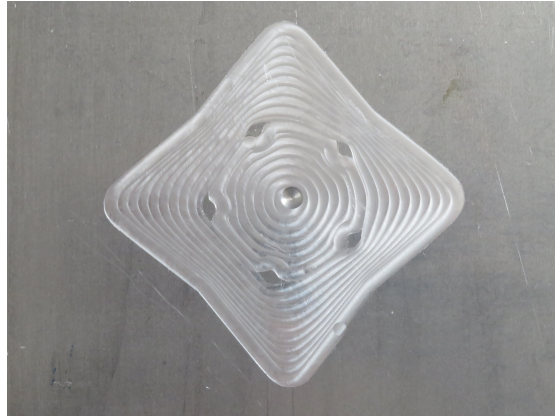


FIGURE D.8 – Cavité LIM - Trajectoire HQ

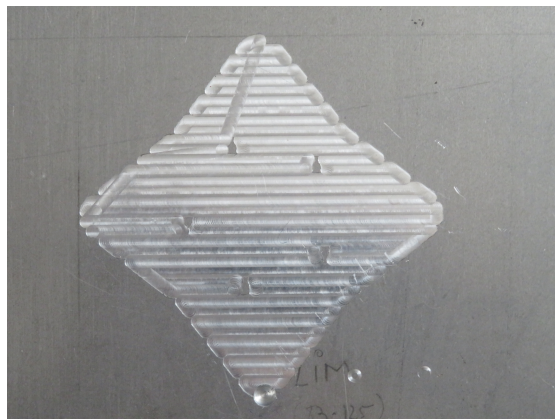


FIGURE D.9 – Cavité LIM - Trajectoire ZZ