

Faculté Polytechnique



Dessin technique, métrologie
dimensionnelle et CAO

Edouard RIVIÈRE-LORPHÈVRE
Service de Génie Mécanique



Ces notes de cours sont exclusivement destinées aux étudiants de la Faculté Polytechnique de Mons. Elles ne peuvent donc être ni reproduites, ni diffusées, sous quelque forme que ce soit, en dehors de ce cercle restreint.

Dernière mise à jour: mai 2022

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Introduction générale	1
1.2	Contenu du cours	2
	Références	2
I	Dessin technique	3
2	Introduction au dessin technique	4
2.1	Introduction	4
2.2	Normalisation	6
2.3	Représentation d'une machine	7
2.3.1	Croquis	7
2.3.2	Schéma cinématique	8
2.3.3	Dessin d'ensemble	11
	Références	12
3	Principes de représentation	13
3.1	Introduction	13
3.2	Eléments de base	13
3.2.1	Unités	13
3.2.2	Format de papier	14
3.2.3	Cartouche	14
3.3	Méthode de projection	16
3.3.1	Echelle	19
3.3.1.1	Vue de détail	19
3.3.2	Choix des vues à représenter	20
3.3.3	Les corps ronds	22
3.4	Types de traits	25
3.4.1	Arêtes cachées	26

3.4.2	Traits d'axes et repères	27
3.4.3	Vue interrompue	27
3.4.4	Arêtes fictives	28
3.5	Notion de coupe et de section	29
3.5.1	Forme du plan de coupe	30
3.5.2	Pièces exclues de la coupe	32
3.5.3	Demi vue, demi coupe	32
3.5.4	Sections	33
3.6	Représentation simplifiée de composants mécaniques	34
3.6.1	Pièces filetées	35
3.6.2	Rondelles et entretoises	38
3.6.3	Clavettes	38
3.6.4	Goupilles	38
3.6.5	Roulements	39
3.6.6	Engrenages	40
3.7	Plans d'assemblages mécaniques	41
3.7.1	Introduction	41
3.7.2	Nomenclature	43
	Références	43
4	Bases de la cotation	45
4.1	Introduction	45
4.2	Cotes nominales	46
4.3	Conventions de représentation	47
4.4	Disposition des cotes	49
4.5	Conseils généraux pour la cotation	52
4.6	Cotation des éléments coniques	53
4.7	Cotation des formes quelconques	55
	Références	56
5	Tolérances dimensionnelles	57
5.1	Introduction	57
5.2	Normes ISO GPS	57
5.2.1	Tolérances sur la taille d'une entité	60
5.2.2	Tolérances angulaires	61
5.3	Indication de tolérances sur le plan	62
5.4	Système ISO d'ajustements	62
5.4.1	Intervalle de tolérance ISO	63

5.4.2	Position de l'intervalle de tolérance ISO	65
5.4.3	Notion d'ajustement	69
5.5	Tolérances générales	71
5.6	Cotation fonctionnelle	72
5.6.1	Chaînes de cotes tolérancées	74
5.6.2	Assemblages unidimensionnels	76
5.6.2.1	Exemple 1	76
5.6.2.2	Exemple 2	78
5.6.3	Toléranciation statistique	79
	Références	81
6	Tolérances géométriques	83
6.1	Introduction	83
6.2	Modélisation de la géométrie d'une pièce	85
6.2.1	Géométrie nominale	85
6.2.2	Géométries considérées pour les tolérances géométriques	85
6.3	Indication des tolérances	87
6.4	Définition des tolérances géométriques	90
6.4.1	Tolérances de forme	91
6.4.1.1	Rectitude	91
6.4.1.2	Planéité	91
6.4.1.3	Circularité	92
6.4.1.4	Cylindricité	92
6.4.1.5	Forme d'une ligne	92
6.4.1.6	Forme d'une surface	93
6.4.2	Tolérance d'orientation	93
6.4.2.1	Parallélisme	94
6.4.2.2	Perpendicularité	94
6.4.2.3	Inclinaison	95
6.4.3	Tolérances de position	95
6.4.3.1	Localisation	95
6.4.3.2	Symétrie	96
6.4.3.3	Concentricité - coaxialité	96
6.4.3.4	Position d'un profil	96
6.4.3.5	Position d'une surface	96
6.4.4	Battement	97
6.4.4.1	Battement radial	97

6.4.4.2	Battement axial	97
6.5	Références	98
6.5.1	Références partielles	99
6.5.2	Eléments de référence	100
6.5.2.1	Plan	100
6.5.2.2	Plan médian	100
6.5.2.3	Axe d'un cylindre	100
6.5.2.4	Centre d'une sphère	101
6.5.2.5	Section d'un cylindre	101
6.6	Indications particulières	101
6.6.1	Principe du maximum de matière	101
6.6.1.1	Etat virtuel et calibre virtuel	102
6.6.1.2	Diagramme de tolérance dynamique	103
6.6.2	Principe de réciprocité	104
6.6.3	Exigence d'enveloppe	105
6.6.4	Principe du minimum de matière	105
6.6.5	Tolérance projetée	105
6.7	Groupement de surfaces	107
6.7.1	Zone commune	107
6.7.2	Indication 'tout autour'	108
6.8	Tolérances d'éléments particuliers	109
6.8.1	Toléranciation des arêtes	109
6.8.2	Condition à l'état libre	111
6.9	Tolérances générales	111
6.9.1	Interprétation de tolérances dimensionnelles selon ISO GPS	112
6.10	Exemple d'imposition et d'interprétation de tolérances géométriques	113
6.10.1	Introduction	113
6.10.2	Rectitude	113
6.10.2.1	Premier exemple	113
6.10.2.2	Deuxième exemple	114
6.10.3	Planéité	114
6.10.4	Circularité	115
6.10.5	Cylindricité	115
6.10.6	Profil d'une ligne	116
6.10.7	Profil d'une surface	116
6.10.8	Parallélisme	117
6.10.8.1	Premier exemple	117

6.10.8.2	Deuxième exemple	117
6.10.9	Perpendicularité	118
6.10.9.1	Premier exemple	118
6.10.9.2	Deuxième exemple	118
6.10.10	Orientation	119
6.10.11	Localisation	119
6.10.12	Coaxialité	120
6.10.13	Symétrie	120
6.10.14	Battement simple	121
6.10.15	Battement total	121
6.11	Exemples d'inscription sur les dessins	122
	Références	125
7	Etats de surface	126
7.1	Introduction	126
7.1.1	Principe général de caractérisation	127
7.2	Caractérisation des états de surface par mesure de profil	128
7.2.1	Mesure de profil	128
7.2.2	Filtres	129
7.2.3	Profils	130
7.2.4	Lignes	130
7.2.5	Indicateurs de rugosité	131
7.2.5.1	Paramètres d'amplitude de saillie et creux	131
7.2.5.2	Paramètres d'amplitude moyenne des ordonnées	132
7.2.5.3	Courbes et paramètres associés	133
7.3	Mesure des états de surface	135
7.3.1	Comparaison viso-tactile	135
7.3.2	Profilomètres d'états de surface à contact	135
7.3.2.1	Capteurs	135
7.3.2.2	Référence de captage	136
7.3.2.3	Filtrage du profil	137
7.3.2.4	Procédure de mesure	137
7.3.2.5	Vérification et étalonnage	137
7.3.3	Méthodes sans contact	138
7.4	Indications des états de surface sur les dessins	139
7.5	Aspect technologique de la rugosité	141
7.5.1	Lien rugosité - fabrication	141

7.5.2	Correspondance $R_a - R_t$	145
7.5.3	Etats de surface et fonctions mécaniques	146
	Références	146
8	Représentation de courbes et surfaces en CAO	148
8.1	Introduction	148
8.2	Rappels de géométrie analytique spatiale	149
8.2.1	Représentation de surfaces	149
8.2.1.1	Représentation cartésienne	149
8.2.1.2	Représentation paramétrique/vectorielle	150
8.2.1.3	Emploi en dessin assisté par ordinateur	151
8.2.2	Représentation de courbes	152
8.2.2.1	Continuité de courbes	153
8.3	Représentation de courbes complexes	154
8.3.1	Introduction	154
8.3.2	Courbes de degré fixé	154
8.3.2.1	Introduction	154
8.3.2.2	Spline d'Hermite	154
8.3.2.3	Généralisation	155
8.3.3	Méthodes sans contrôle du degré de la courbe	157
8.3.3.1	Introduction	157
8.3.3.2	Interpolation polynomiale	157
8.3.3.3	Courbes de Bézier	158
8.3.3.3.1	Algorithme de Casteljau	160
8.3.4	Courbes B-Splines	161
8.3.5	Formes rationnelles	164
8.3.5.1	Introduction	164
8.3.5.2	Cas du cercle	165
8.3.5.3	Effet du poids	166
8.4	Représentation de surfaces	167
8.4.1	Patch de Coons	167
8.4.2	Produit tensoriel	169
8.5	Typologie de surfaces en CAO	170
8.5.1	Surface cylindrique	170
8.5.2	Surface réglée	171
8.5.3	Surface de révolution	172
8.5.4	Surface de révolution généralisée (swung surface)	173

8.5.5	Raccordement de courbes (skinned surface)	174
8.5.6	Surface balayée (swept surface)	175
8.6	Représentation volumique	176
8.6.1	Représentation fil de fer	176
8.6.2	Modèles surfaciques	176
8.6.3	Modèles volumiques	177
8.6.3.1	Modèles de partitionnement d'espace	177
8.6.3.2	Modèles par arbres de création	178
8.6.4	Formats standard de fichiers	178
	Références	180

II Métrologie dimensionnelle 181

9 Introduction à la métrologie dimensionnelle 182

9.1	Introduction	182
9.2	Vocabulaire de la mesure	183
9.2.1	Grandeur et unité	183
9.2.2	Mesurages	183
9.2.3	Etalons	183
9.2.4	Caractéristiques des instruments de mesure	183
9.3	Types de métrologie	184
9.4	Notion de capabilité	185
	Références	186

10 Incertitude de mesure 187

10.1	Introduction	187
10.2	Décision de conformité	188
10.3	Types d'erreurs à prendre en compte	189
10.3.1	Erreur systématique	189
10.3.1.1	Effet de la température	190
10.3.2	Erreur aléatoire	190
10.3.2.1	Fonctions de répartition	191
10.3.2.1.1	Loi normale	191
10.3.2.1.2	Loi de Student	191
10.3.2.1.3	Loi uniforme	193
10.3.2.1.4	loi en inverse d'arcsinus	193
10.4	Processus de mesure	194

10.5	Estimation de l'incertitude composée	194
10.5.1	Principe de base	194
10.5.2	Propagation de l'incertitude	195
10.5.3	Estimation des incertitudes élémentaires	195
10.5.3.1	Evaluation de type A	196
10.5.4	Exemple	196
10.5.4.1	Valeur annoncée	197
10.5.4.2	Incrtitudes élémentaires	197
10.5.4.3	Incrtitude composée	197
10.5.4.4	Résultat annoncé	197
	Références	198
11	Instruments de mesure	199
11.1	Introduction	199
11.1.1	Vérification et étalonnage des appareils de mesure	199
11.1.1.1	Exemple : estimation des capacités d'un comparateur	201
11.2	Types d'instruments de mesure	202
11.3	Eléments auxiliaires	202
11.3.1	Marbres	203
11.3.2	Etalons linéaires et angulaires	204
11.3.2.1	Cales étalons	204
11.3.2.2	Etalons angulaires	206
11.3.3	Références	206
11.4	Mesurage par lecture directe	207
11.4.1	Instruments coulissants	207
11.4.1.1	Pied à coulisse	208
11.4.1.2	Jauges de profondeur	209
11.4.1.3	Trusquins	210
11.4.2	Instruments à vis micrométrique	210
11.4.2.1	Micromètres d'extérieur à vis	210
11.4.2.2	Jauges de profondeur à vis	212
11.4.2.3	Alésomètres	212
11.5	Moyens aux limite	214
11.6	Moyens par comparaison	215
11.6.1	Comparateurs à tige radiale	215
11.6.2	Comparateurs mécaniques à levier	216
11.6.3	Micromètres à comparateur	216

11.7	Mesure des angles	217
11.7.1	Généralités	217
11.7.2	Instruments de mesurage angulaire	217
11.7.2.1	Niveaux	217
11.7.2.2	Barres et plateaux sinus	218
11.7.2.3	Théodolites	218
11.7.2.4	Appareils mesureurs divers	218
11.8	Mesures sur piges	219
11.8.1	Mesure d'un angle avec deux piges	219
11.8.2	Mesure du diamètre de plan de jauge d'un cône	220
11.9	Moyens de contrôle visuel	220
	Références	221
12	Vérification des tolérances géométriques au marbre	222
12.1	Introduction	222
12.2	Ecarts de forme	222
12.2.1	Eléments linéaires	222
12.2.1.1	Ecarts de rectitude	222
12.2.1.1.1	Mesure avec règle et comparateur	223
12.2.1.1.2	Mesure avec marbre et comparateur	223
12.2.1.1.3	Mesure par niveau	223
12.2.1.1.4	Contrôle optique	224
12.2.1.1.5	Microscope et fil tendu	224
12.2.1.1.6	Interférométrie laser	225
12.2.1.2	Ecarts de planéité	225
12.2.1.2.1	Vérification par comparaison avec un élément plan	226
12.2.1.2.2	Vérification par comparaison avec un élément rectiligne dans plusieurs directions	226
12.2.2	Eléments circulaires	227
12.2.2.1	Ecarts de circularité	227
12.2.2.1.1	Méthodes en deux ou trois points	227
12.2.2.1.2	Méthodes par variation de rayon	228
12.2.2.2	Ecarts de cylindricité	230
12.2.3	Eléments quelconques	230
12.3	Etablissement des références spécifiées lors du mesurage	231
12.3.1	Axe utilisé en tant que référence spécifiée	231
12.3.1.1	Eléments intérieurs	231

12.3.1.2	Eléments extérieurs	232
12.3.2	Surface plane utilisée en tant que référence spécifiée	232
12.3.3	Références spécifiées multiples	232
12.4	Ecarts d'orientation	232
12.4.1	Ecart de parallélisme	233
12.4.1.1	Parallélisme entre deux axes	233
12.4.1.2	Parallélisme entre un axe et un plan	233
12.4.1.3	Parallélisme entre deux plans	233
12.4.2	Ecarts de perpendicularité	233
12.4.2.1	Perpendicularité de deux axes	233
12.4.2.2	Perpendicularité d'un axe et d'un plan	234
12.4.2.3	Perpendicularité de deux plans	234
12.4.3	Ecarts d'inclinaison	234
12.5	Ecarts de position	235
12.5.1	Ecart de symétrie	235
12.5.2	Ecarts de localisation	235
12.5.2.1	Exemple de la localisation d'un alésage	236
12.5.2.2	Exemple de la localisation de l'axe d'une rainure	236
12.5.3	Ecart de coaxialité	237
	Références	237

13 Machines à mesure tridimensionnelles et moyens associés 239

13.1	Introduction	239
13.2	Moyens de mesure	240
13.2.1	Colonnes de mesure verticales	240
13.2.2	Machines à mesurer tridimensionnelles	241
13.2.3	Scanner tridimensionnels	242
13.3	Machines à mesurer tridimensionnelles	243
13.3.1	Eléments constitutifs	243
13.3.1.1	Structure	243
13.3.1.2	Palpeurs	244
13.3.1.3	Mesure d'un point	245
13.3.2	Exploitation des mesures	246
13.3.2.1	Pose de la pièce	248
13.3.2.2	Calibration du palpeur	248
13.3.2.3	Nombre de points de mesure	249
13.3.3	Exemple de mesure	250

13.4 Critères d'association	251
13.4.1 Plan de référence	251
13.4.2 Exemple d'erreur de rectitude	251
13.4.2.1 Ecart au sens des moindres carrés	251
13.4.2.2 Ecart au sens de la norme	252
13.4.3 Erreur de planéité	253
13.4.4 Erreur de circularité	254
13.4.4.1 Moindres carrés	254
13.4.4.2 Plus petit cercle circonscrit	255
13.4.4.3 Plus grand cercle inscrit	255
13.4.4.4 Optimisation	255
13.4.4.5 Exemples	256
13.4.4.5.1 Exemple 1	256
13.4.4.5.2 Exemple 2	256
13.4.5 Modificateurs pour les dimensions	258
13.5 Rétroconception	260
13.5.1 Interpolation avec des courbes à pôles	260
13.5.2 Techniques de reconstruction avancées [16]	262
Références	264

Chapitre 1

Dessin technique et métrologie dimensionnelle : introduction

The secret of a good sermon is to have a good beginning and a good ending ; and to have the two as close together as possible.

- G. Burns, *Quotations*

1.1 Introduction générale

La finalité de toute conception mécanique est la matérialisation de pièces s'assemblant pour construire une machine. La définition exacte de la géométrie et des exigences fonctionnelles sur chacune des pièces doit être exprimée d'une manière à la fois synthétique et univoque pour éviter les erreurs de communication entre les différents intervenants.

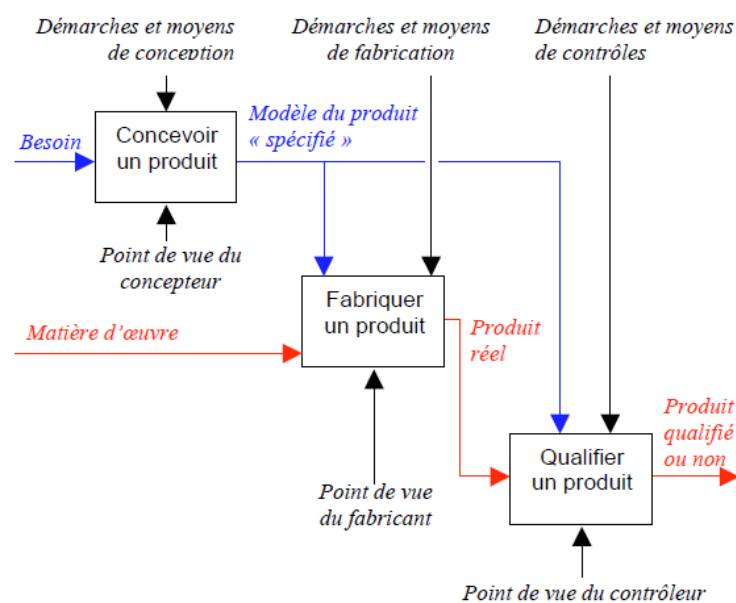


FIGURE 1.1 – Chaîne d'intervenants pour la fabrication d'une pièce [1].

C'est la raison pour laquelle un ensemble de normes internationales a été mis en oeuvre permettant d'adopter un formalisme commun pour la représentation et l'expression des spécifications géométriques de produits.

La spécification géométrique de produits doit permettre de conserver une cohérence tout au long de la démarche (figure 1.1) :

- donner au concepteur la possibilité d'imposer sur le plan des exigences claires et complètes pour que le produit remplisse sa fonction ;
- donner au fabricant la possibilité d'interpréter les exigences et de prévoir les gammes de fabrication adaptées ;
- donner au contrôleur la possibilité de vérifier de manière univoque si les éléments sont conformes aux spécifications attendues.

1.2 Contenu du cours

La première partie du cours présente les normes de dessin techniques et leur emploi pour la production de plans de pièces et d'assemblages. Les principes généraux de représentation sont présentés au chapitre 2. Les détails sur la représentation de pièces et d'assemblages sont donnés au chapitre 3. La cotation des plans est abordée au chapitre 4. La définition et l'indication des tolérances dimensionnelles sur un plan sont précisées au chapitre 5. Suivent l'indication des tolérances géométriques (chapitre 6) et des états de surface (chapitre 7). La partie concernant le dessin technique se clôture au chapitre 8 qui traite de la représentation de ces éléments dans les logiciels de conception assistée par ordinateur.

Une fois la pièce fabriquée, il est nécessaire de vérifier qu'elle a été réalisée avec les exigences demandées, cette opération est appelée métrologie dimensionnelle. Les principes généraux de la métrologie dimensionnelle sont introduits au chapitre 9. L'évaluation de l'incertitude d'une mesure, permettant d'interpréter les mesures en vue d'accepter ou rejeter les pièces produites, est développée au chapitre 10. La présentation des instruments couramment employés en métrologies est faite au chapitre 11. Le chapitre suivant décrit les méthodes de vérification des exigences géométriques avec les principes de la métrologie au marbre (chapitre 12). Des compléments sur l'emploi des machines à mesurer tridimensionnelles sont apportés au chapitre 13.

Références

- [1] Centre d'étude et de rénovation pédagogique de l'enseignement technique, editor. *Exploitation du concept GPS et de la normalisation pour la spécification géométrique de produits*. Ministère de l'éducation nationale de la recherche et de la technologie, 2010.

Première partie

Dessin technique

Chapitre 2

Introduction au dessin technique

Le dessin est la probité de l'art.

- J.D.A. Ingres, *Du dessin*

2.1 Introduction

Dans un grand nombre de domaines de l'ingénierie, la réalisation finale des concepts imaginés aboutit à la fabrication de pièces ou d'assemblages. La démarche de conception, de l'idée à la réalisation, doit faire appel à des supports visuels qui simplifient la communication entre les différents intervenants. Le dessin technique est un moyen de communication indispensable :

- Au sein des départements/services d'une entreprise : bureau d'études, bureau des méthodes, bureau des préparations, ateliers de production, service des devis,...
- Entre ces mêmes services : études \leftrightarrow méthodes, études \leftrightarrow devis; méthodes \leftrightarrow assemblage,...
- Entre l'entreprise et ses sous-traitants : service achats \leftrightarrow sous-traitant.
- Entre l'entreprise et ses clients : offres, notices de montage, dossiers d'entretien,...

Ce moyen de communication est soumis à des règles normalisées connues de tous. Partant de schémas de principe et d'esquisse, le processus de conception évolue vers une définition complète des formes et des exigences sur les machines et leurs composants élémentaires, formalisées sous la forme d'un plan.

Les programmes de conception assistée par ordinateur volumique, c'est-à-dire qui se basent sur une représentation tridimensionnelle des pièces conçues (figure 2.2), rencontrent un succès grandissant. Les possibilités de rendus réalistes permettent une amélioration de mises en situation, avant même la fabrication des premières pièces (figure 2.3). Malgré ces avancées technologiques, dans la grande majorité des domaines, la description finale du produit (qui fait office de contrat) est un plan imprimé sur un support papier (donc 2D comme sur la figure 2.4). Le dessin technique permet donc la représentation sous forme de plans en deux dimensions du modèle géométrique associé à une pièce ou à un ensemble mécanique.

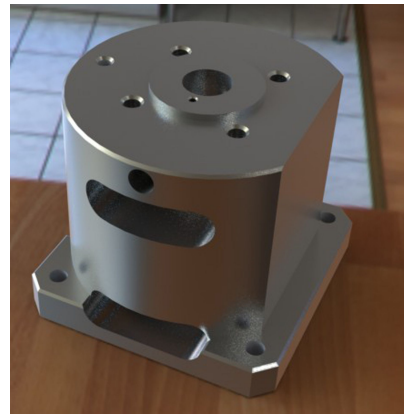
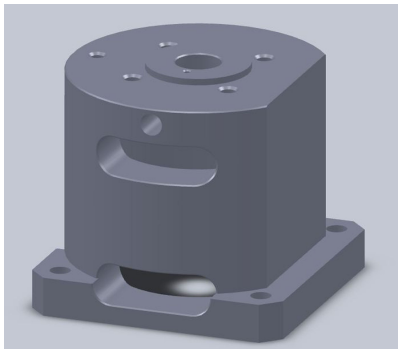


FIGURE 2.3 – Emploi de techniques de rendu pour représenter la pièce de la figure 2.1.



5

2.2 Normalisation

Pour éviter d'avoir des interprétations différentes d'un plan en fonction de la personne qui le consulte, un grand nombre de normes ont été développées et adoptées au niveau international. Les développements de ce cours se basent sur l'emploi de ces normes, référencées dans la bibliographie des différents chapitres.

Les organismes de normalisation peuvent avoir des portées sur des territoires différents, allant d'un seul pays (normes NBN éditées par le bureau de normalisation en Belgique par exemple) à un continent (normes EN) ou à l'ensemble des pays (normes ISO).

Dans la majorité des cas, ce sont les normes nationales qui font foi ; si une norme internationale existe et a été ratifiée par le pays, la norme nationale consiste uniquement en la transcription de la norme internationale dans les langues du pays. Cet élément est repris dans l'intitulé de la norme (par exemple NBN EN ISO 1101 pour une norme belge reprise d'une norme européenne elle-même reprise d'une norme internationale). Les organismes de normalisation importants incluent :

- L'international standard organisation responsable de la normalisation ISO ;
- le comité européen de normalisation responsable des normes EN ;
- l'association française de normalisation responsable des normes AFNOR (France) ;
- le deutsches institut für normung responsable des normes DIN (Allemagne) ;
- L'american society of mechanical engineers responsable des normes ASME (Etats-Unis) ;
- L'american society for testing and materials responsable des normes ASTM (Etats-unis)
- le japanese industrial standards comitee responsable des normes JIS (Japon) ;

Il peut arriver que certains pays soient en avance dans un domaine particulier de la normalisation et qu'une norme nationale devienne une norme internationale par extension.

Une norme n'est pas un document figé. Il faut périodiquement vérifier qu'elle est toujours appropriée par rapport à ses objectifs. Des comités de normalisation (constitués d'experts industriels et académiques) sont chargés de réviser périodiquement les normes. Au niveau de l'ISO par exemple, la révision a lieu tous les cinq années, il est donc important de vérifier la date de parution d'une norme lors de son emploi. Dans le cycle de vie d'une norme, les comités ISO ont différents niveaux de travail sur les normes :

- 00 : travail préliminaire (enquête pour voir s'il est nécessaire de normaliser un secteur ne possédant pas de normes ISO) ;
- 10 : proposition (premier jet sur le périmètre et le contenu d'une nouvelle norme) ;
- 20 : préparation (rédaction des documents de travail à faire valider par le comité) ;
- 30 : comité (travail au sein du comité pour harmoniser les positions des membres) ;
- 40 : enquête (vérification de l'adéquation par rapport aux parties prenantes concernées par la norme) ;
- 50 : approbation (retour de l'enquête, amendements et approbation du texte de la norme) ;
- 60 : publication (publication officielle du texte de la norme) ;
- 90 : examen (examen, normalement tous les cinq années, pour vérifier si la norme est toujours pertinente ; proposition d'éventuelles modifications) ;
- 95 : Annulation (annulation de la norme pour la remplacer par une nouvelle version).

2.3.2 Schéma cinématique

Appréhender le fonctionnement d'une machine à partir d'une lecture de plan n'est pas un exercice simple. Il est nécessaire de :

- déterminer la fonction globale du système mécanique ;
- déterminer quels sont les éléments d'entrée (bout d'arbre, levier, ...) et de sortie (rechercher les axes des mouvements, identifier les organes fixes) ;
- rechercher des liaisons élémentaires (distinguer les pièces mobiles, les éléments solidaires).

Le schéma cinématique simplifié (figure 2.6) permet de détailler chaque mécanisme particulier. Il respecte certaines conventions ; les figures 2.10 à 2.9 reprennent les représentations usuelles des liaisons et transmissions classiques. La représentation schématique d'appareillages électriques, hydrauliques et pneumatiques répond également à une normalisation stricte.

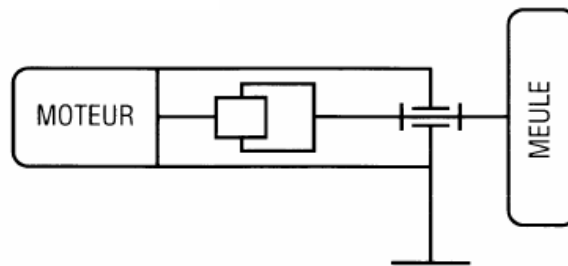


FIGURE 2.6 – Schéma cinématique d'un touret à meuler.

Désignation	Vue de profil	Vue de bout
Transmission par courroie	<p>Type de courroie</p> <ul style="list-style-type: none"> — plate △ trapézoïdale ○ ronde 〰 crantée 	
Transmission par chaîne	<p>Type de chaîne</p> <ul style="list-style-type: none"> — à maillons ≡ à rouleaux W à dents 	

FIGURE 2.7 – Représentation de transmissions non positives dans un schéma cinématique [1].

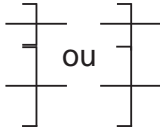
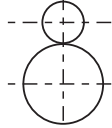
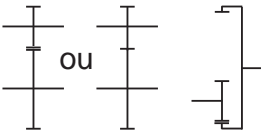
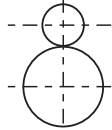

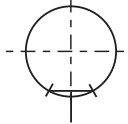

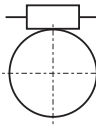

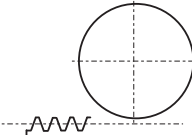
Désignation	Vue de profil	Vue de bout
Roues cylindriques (Transmission à friction)		
Engrenage parallèle extérieur et intérieur		
Engrenage conique		
Engrenage à vis sans fin cylindrique		
Transmission à crémaillère		

FIGURE 2.8 – Représentation de transmissions positives dans un schéma cinématique [1].


Désignation	Représentation
Bâti	

FIGURE 2.9 – Symboles schématiques pour le bâti [1].



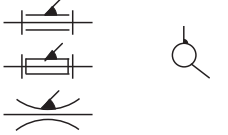



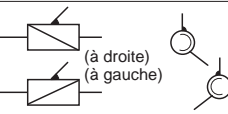









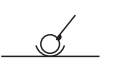

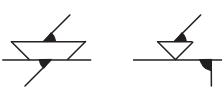



Nom de la liaison	Mouvements relatifs	Degrés de liberté	Projection orthogonale	Perspective
Encastrement	0 rotation 0 translation	0		
Rotoïde (pivot)	1 rotation 0 translation	1		
Prismatique (glissière)	0 rotation 1 translation	1		
Hélicoïdale	1 rotation 1 translation conjuguées	1		
Cylindrique (pivot glissant)	1 rotation 1 translation	2		
Sphérique à doigt	2 rotations 0 translation	2		
Sphérique (Rotule)	3 rotations 0 translation	3		
Plane (Appui plan)	1 rotation 2 translations	3		
Linéaire annulaire	3 rotations 1 translation	4		
Linéaire rectiligne	2 rotations 2 translations	4		
Ponctuelle	3 rotations 2 translations	5		

FIGURE 2.10 – Symboles des liaisons pour les schémas cinématiques [1].

2.3.3 Dessin d'ensemble

Le dessin d'ensemble (figure 2.11) permet de représenter une machine assemblée pour en définir les éléments constitutifs. Ce dessin d'ensemble présente une nomenclature qui énumère les organes d'une machine en rapport avec le plan permettant d'identifier les éléments en présence. La nomenclature présente généralement : un index associé à l'élément, sa description, le nombre d'éléments semblables dans un groupe, une information sur le matériau, une identification du plan de définition (pour les éléments fabriqués) ou une référence d'un numéro de série (pour les éléments standards achetés tels quels).

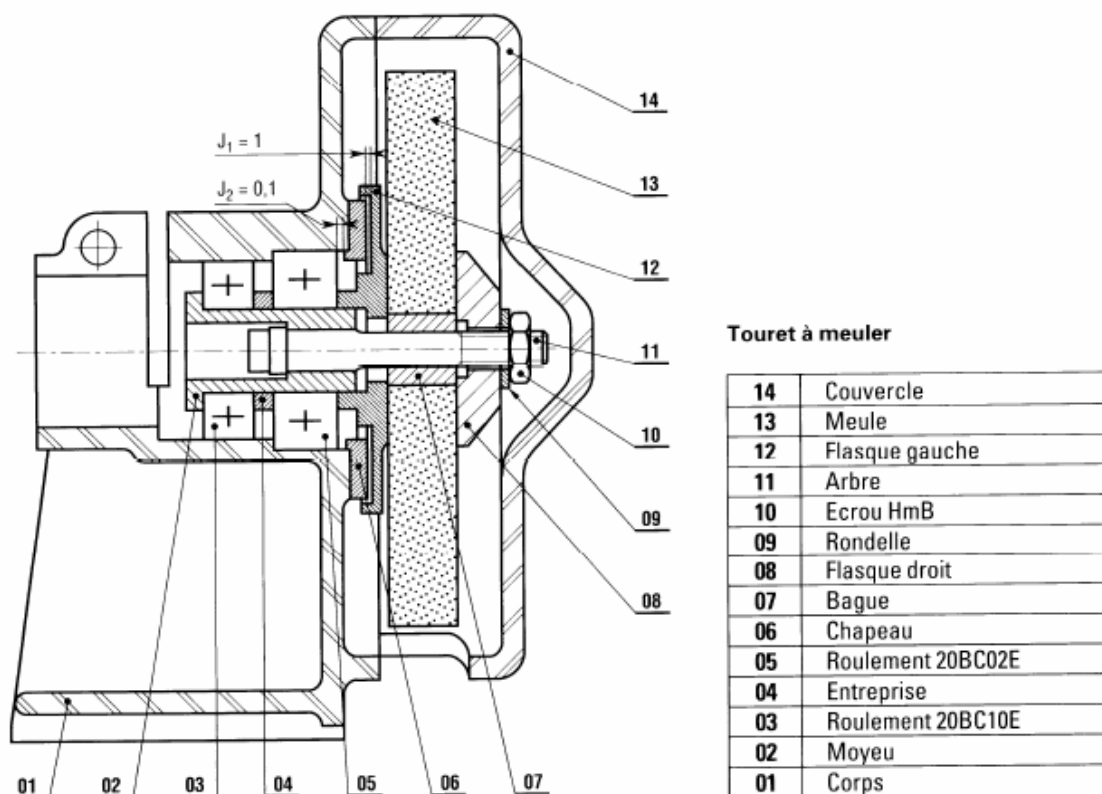


FIGURE 2.11 – Plan d'ensemble d'un touret à meuler.

Références

- [1] P. Dehombreux. *Formulaire de construction des machines*. Mutuelle d'édition FPMs, 2012.

Chapitre 3

Principes généraux de représentation sur des plans techniques

Projective geometry is all geometry.

- A. Cayley, *The World of Mathematics*

3.1 Introduction

Le plan technique permet de représenter en deux dimensions les détails de pièces tridimensionnelles. Il précise les formes et les dimensions en vue de sa réalisation. Afin de garantir que l'interprétation qui sera faite des plans techniques sera universelle, les conventions employées ont été formalisées sous forme de normes internationales. Les règles de base présentées ici sont issues des normes internationales qui sont, pour leur majorité intégrées aux normes belges.

3.2 Éléments de base

Malgré l'influence grandissante de la CAO, la majorité des plans techniques restent destinés à une reproduction sur support papier. Cette partie présente les éléments de base pour ces plans.

3.2.1 Unités

Les mesures portées sur un plan technique ne sont pas accompagnées d'unités. L'unité de base est précisée dans le cartouche. Les deux choix possibles sont le millimètre (mm) ou le pouce (inch). Toutes les dimensions portées sur un plan sont exprimées dans cette unité de base, à l'exception de la rugosité (donnée en microns ou en micro inches selon le cas).

3.2.2 Format de papier

La norme ISO 5457 [1] définit les formats standards des plans. La dimensions standard est celle du format A0 (feuille de 1 m^2 dont le rapport des côtés vaut $\sqrt{2}$ soit 1189 x 841 mm). La propriété de ce format est que le rapport entre la longueur et la largeur est conservé lors du pliage en deux le long de la longueur. Il existe trois catégories normalisées à utiliser par ordre de préférence :

- la série dite « ISO A » obtenue par pliage successif d'une feuille A0 (A1 : 594x841 mm, A2 : 420x594 mm, A3 : 297x420 mm et A4 : 210x297 mm) ;
- les formats allongés spéciaux obtenus en multipliant le côté court d'une feuille standard pour obtenir un format plus allongé (par exemple A3x3 : 420x891 mm) ;
- les format allongés exceptionnels basés sur le même principe avec un plus grand nombre de choix (14 possibilités).

Le dessin est effectué à l'intérieur d'un cadre distant d'au moins 10 mm du bord de la feuille. Les pays anglo-saxons emploient également les formats dits « ISO B » ayant le même rapport d'aspect $\sqrt{2}$. La différence est que le grand côté du format B0 a une longueur de 1 m.

3.2.3 Cartouche

Le plan porte toujours dans le coin inférieur droit un *cartouche* qui sert d'identification complète au plan. Le cartouche doit comprendre au minimum

- l'identification l'entreprise ;
- le nom et prénom de l'auteur du plan ;
- le nom de la pièce ;
- l'échelle du dessin ;
- le type de projection employée ;
- les unités employées ;
- la date de production du plan.

Chaque entreprise possède son modèle standardisé de cartouche reprenant plus ou moins d'informations complémentaires (la figure 3.1 représente par exemple le cartouche employé à la Faculté pour les projets des étudiants mécaniciens).





Tolérances générales		Matériau	Echelle	Unité	Format
  PROJECTION EUROPEENNE		Auteur		Année d'étude	
Titre du cours/projet		Titre du plan		Remplace	
				Remplacé par	
Date					Numéro de plan

FIGURE 3.1 – Exemple de cartouche employé par le service de Génie Mécanique de la FPMs.

En vue de leur archivage, les plans doivent être repliés de manière standardisée pour obtenir les dimensions d'une feuille A4[2]. Le cartouche doit être visible après pliage (figures 3.2 et 3.2).

Formats « en largeur ».

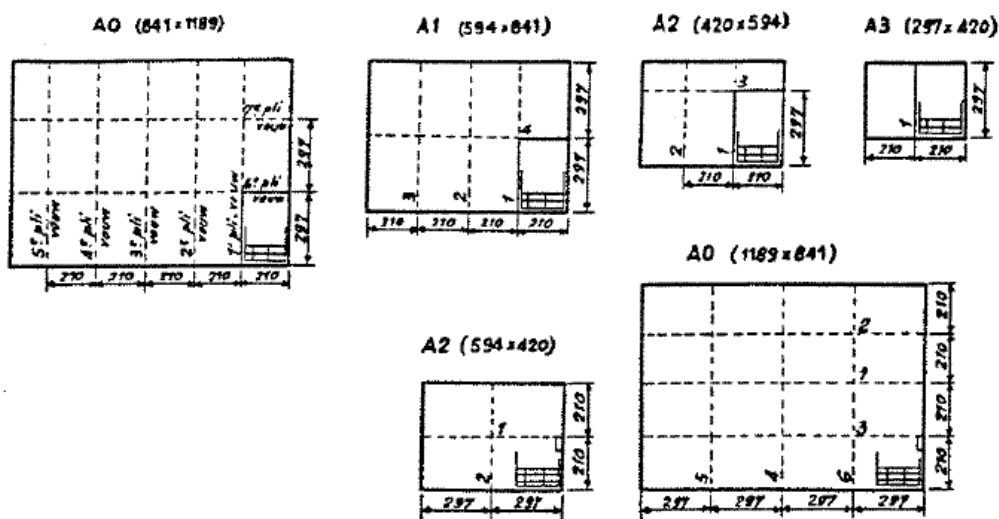


FIGURE 3.2 – Pliage de plans en largeur [2].

Formats « en hauteur ».

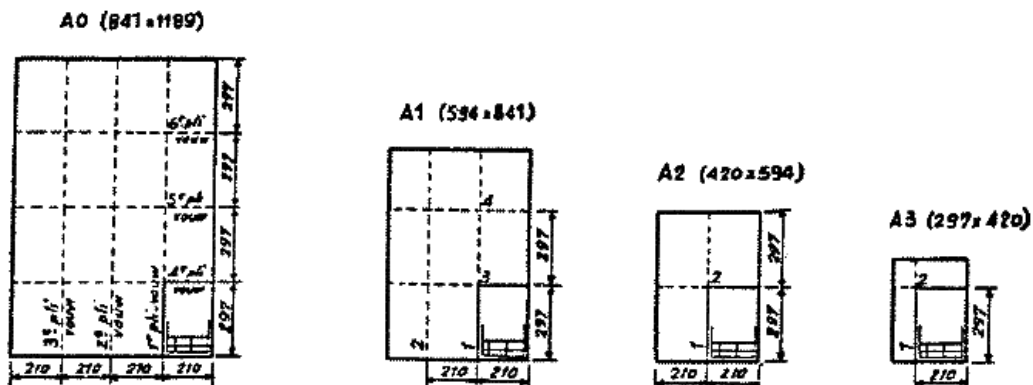


FIGURE 3.3 – Pliage de plans en hauteur [2].

3.3 Méthode de projection

L'observation d'une pièce à des fins de représentation graphique peut être conduite selon différentes directions [3, 4]. Les six directions usuelles d'observation forment entre elles des angles de 90° . L'une des directions est choisie de manière à montrer la pièce dans sa position naturelle d'utilisation et selon sa face la plus représentative (appelée « vue de face »).

La disposition standard des vues en Europe (dite « projection européenne ») est la méthode du premier dièdre (figure 3.4) qui consiste à placer la pièce en avant du plan frontal de projection et au-dessus du plan horizontal de projection [5].

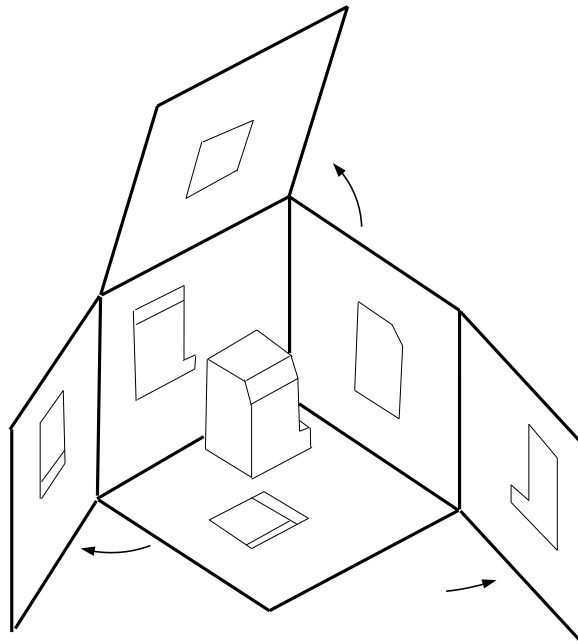


FIGURE 3.4 – Méthode de projection du premier dièdre.

La pièce est projetée de manière orthogonale selon les six directions principales (figure 3.7). Les vues sont ensuite rabattues comme présenté à la figure 3.8. Les différentes vues sont nommées [6] :

- vue principale (a) disposée au centre du plan ;
- vue de dessus (b) disposée en-dessous de la vue principale ;
- vue de gauche (c) disposée à droite de la vue principale ;
- vue de droite (d) disposée à gauche de la vue principale ;
- vue de dessous (e) disposée au-dessus de la vue principale ;
- vue de derrière (f) disposée à droite de la vue de gauche.

L'indication normalisée présentée à la figure 3.5 doit être mentionnée dans le cartouche.

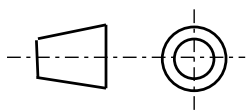


FIGURE 3.5 – Symbole pour la projection européenne.

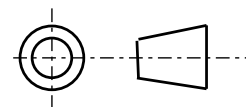


FIGURE 3.6 – Symbole pour la projection américaine.

La norme prévoit également la possibilité d'emploi de la méthode du troisième dièdre (dite *projection américaine*). La disposition des vues selon la méthode américaine emploie la convention inverse (vue de droite à droite,...). Cette méthode de projection est rarement employée hors des pays anglo-saxons.

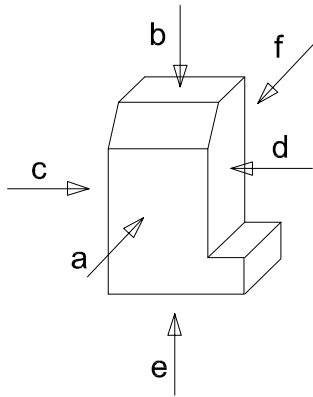


FIGURE 3.7 – Directions d'observation d'une pièce [6].

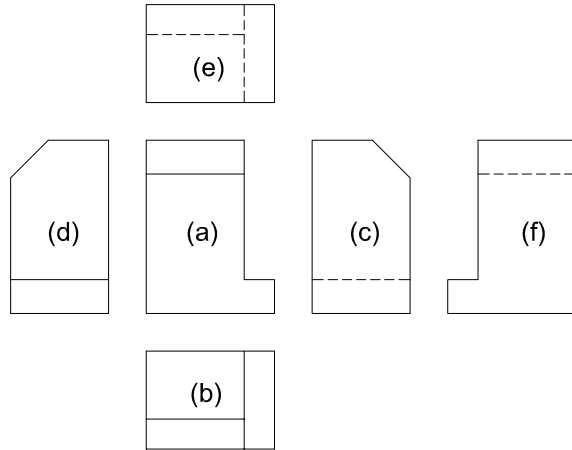


FIGURE 3.8 – Disposition des vues selon la méthode de projection européenne [6].

Si la position d'une vue n'est pas conforme à la méthode de projection utilisée, la direction d'observation de cette vue est précisée par une flèche (figure 3.9).

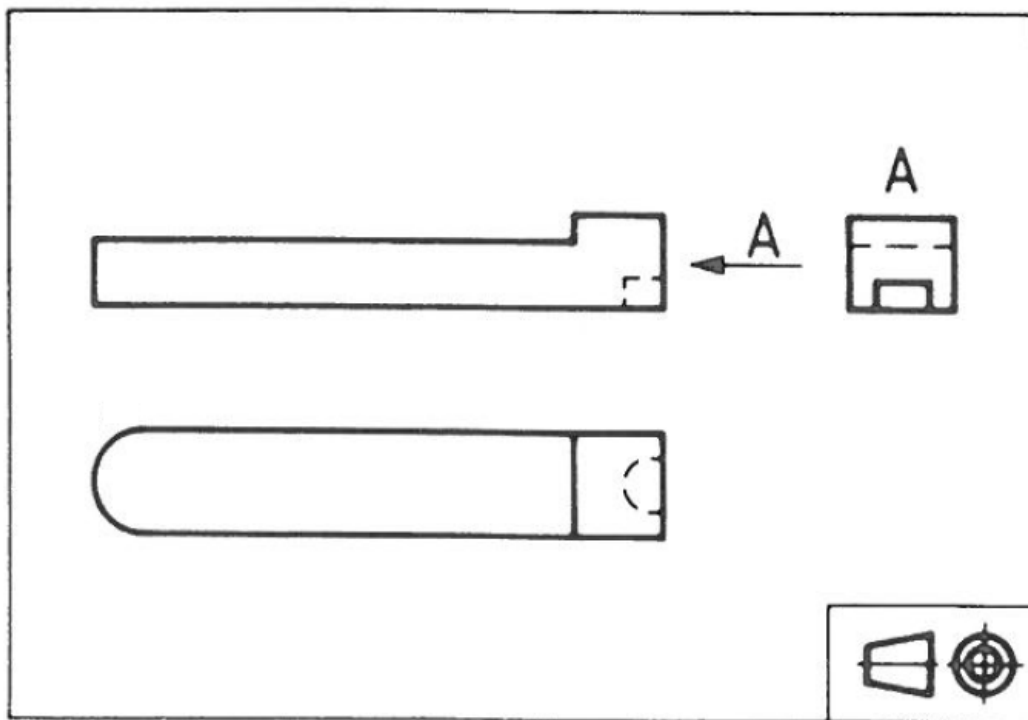


FIGURE 3.9 – Position particulière [6].

La disposition relative des vues est imposée par la norme (alignement et position relative), mais l’espacement entre les vues est libre. De manière générale, on recherche la disposition qui utilise au mieux l’espace de la feuille de dessin, en fonction du format de papier et de l’échelle sélectionnée (figures 3.10 et 3.11).

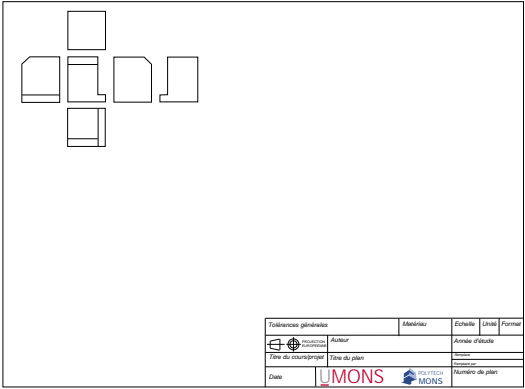


FIGURE 3.10 – Mauvaise exploitation de l’espace de dessin.

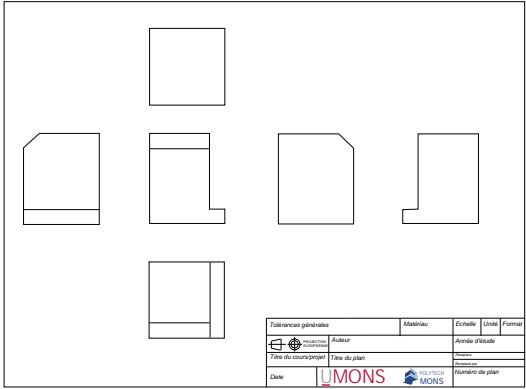


FIGURE 3.11 – Exploitation correcte de l’espace de dessin.

Lors du dessin manuel d’un plan, il est donc recommandé de commencer par le dessin du parallélépipède capable (« boîte » parallélépipédique qui englobe la pièce) pour tester la bonne disposition des vues sur le dessin (figures 3.12 et 3.13).

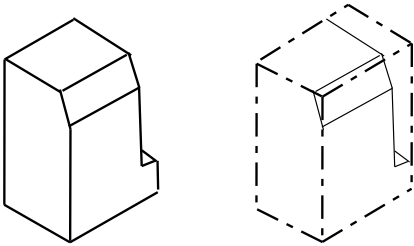


FIGURE 3.12 – Dessin du parallélépipède capable autour de la pièce.

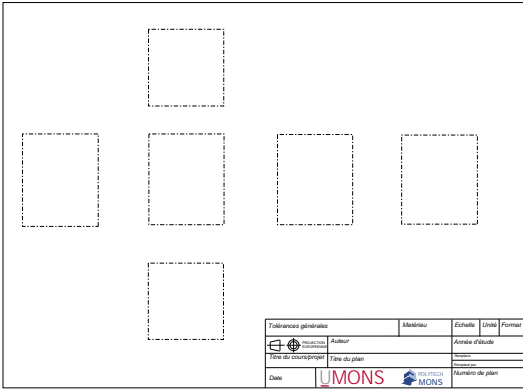


FIGURE 3.13 – Dessin du parallélépipède capable pour tester la disposition des vues.

3.3.1 Echelle

Il n'est pas toujours possible de représenter sur le plan en vraie grandeur une pièce de grande dimensions (place sur la feuille) ou de petite dimension (lisibilité). La norme [7] permet la possibilité d'employer une mise à l'échelle sous la forme d'agrandissement ou de réduction. La désignation complète de l'échelle comprend le mot 'échelle' suivie de l'indication du rapport comme suit :

- échelle 1 : 1 (vraie grandeur) ;
- échelle x : 1 (agrandissement) ;
- échelle 1 : x (réduction).

Il est préconisé de privilégier si c'est possible la vue en vraie grandeur. Si un agrandissement est nécessaire, on préconise des facteurs 2^1 , 5, 10 ou une multiplication de ces valeurs par une puissance de 10. Les mêmes facteurs sont conseillés pour l'emploi de réductions.

3.3.1.1 Vue de détail

Si une pièce présente des détails de petites dimensions n'apparaissant pas clairement sur les projections de la pièce, il est possible d'inclure une vue de détail qui réalise un zoom sur une zone déterminée. La vue de détail est délimitée par une zone dessinée en trait fin et est identifiée par une lettre majuscule (figure 3.14). On reporte à proximité de cette vue une représentation à une échelle plus importante de la zone délimitée avec un rappel de la lettre correspondant au détail et l'indication de l'échelle particulière (figure 3.15). un trait fin à main levée indique que la pièce continue en-dehors de la zone délimitée.

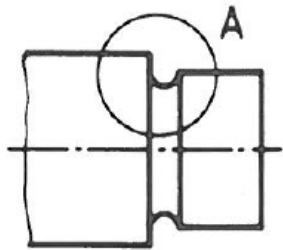


FIGURE 3.14 – Indication d'une vue de détail sur la pièce [6].

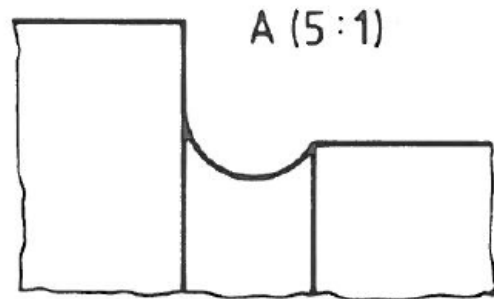


FIGURE 3.15 – Vue de détail [6].

1. Ce choix est déconseillé a priori suite aux risques de confusion qu'il apporte

3.3.2 Choix des vues à représenter

Il est clair que suivant la complexité de la pièce, les six vues ne sont pas toujours nécessaires. La norme[9] indique : « *limiter le nombre de vues et de coupes au minimum nécessaire mais suffisant pour représenter l'objet sans ambiguïté* ». Cette recommandation n'est toutefois pas une obligation absolue et laisse au dessinateur la liberté du choix des vues qui lui permet une clarté maximale du plan. Certaines géométries de pièces permettent de limiter le nombre de vues à employer :

- une seule vue peut suffire pour une pièce entièrement symétrique de révolution (figure 3.16) ou pour une pièce prismatique découpée dans une tôle (via la mention de son épaisseur, figure 3.17) ;
- deux vues peuvent suffire pour une pièce extrudée (figure 3.18).

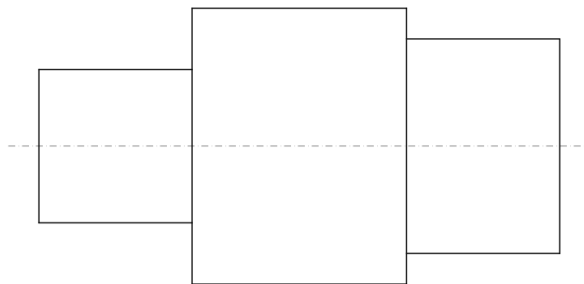


FIGURE 3.16 – Pièce symétrique de révolution donnée par une seule vue.

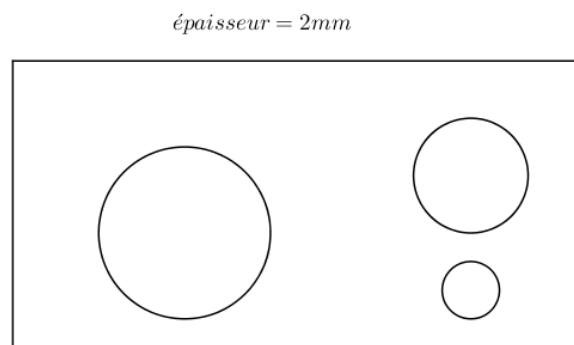


FIGURE 3.17 – Pièce en tôle donnée par une seule vue.

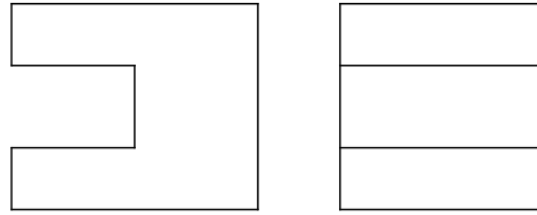


FIGURE 3.18 – Pièce extrudée donnée par deux vues.

Lorsqu'une pièce présente un plan de symétrie, il est possible de ne représenter qu'une demi-vue en représentant le plan de symétrie par un trait mixte fin portant à ses extrémités deux traits fins le croisant (figure 3.19). Une autre option consiste à prolonger partiellement les lignes représentant la pièce au-delà du plan de symétrie (figure 3.20).

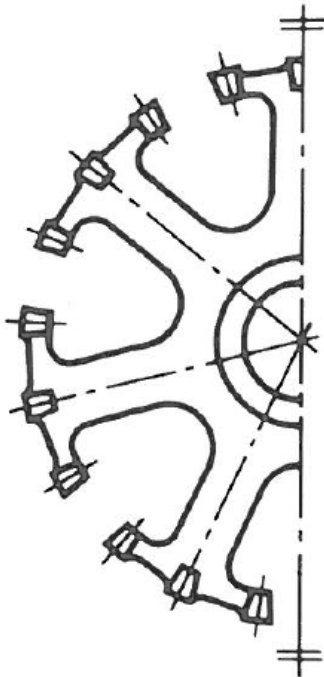


FIGURE 3.19 – Demi-vue [6].

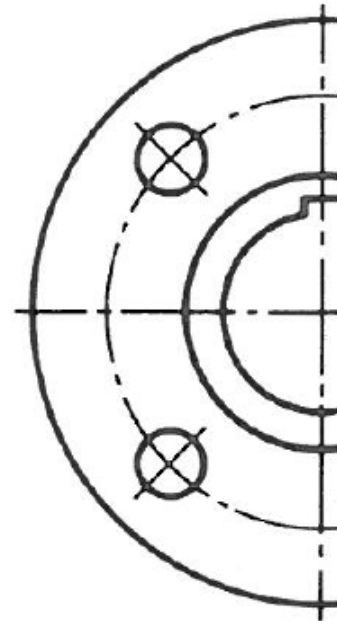


FIGURE 3.20 – Demi-vue, variante [6].

Si la pièce présente deux plans de symétrie, on peut aussi représenter un quart de vue (figure 3.21).

Dans le cas où les faces d'une pièce ne sont pas orientées de manière favorables, il est possible d'ajouter des vues obliques locales. Cette vue peut éventuellement être partielle si l'ensemble du dessin n'est pas nécessaire à la compréhension de la vue.

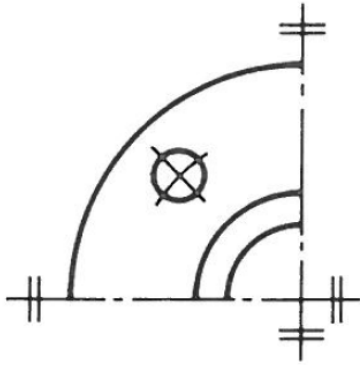


FIGURE 3.21 – Quart de vue [6].

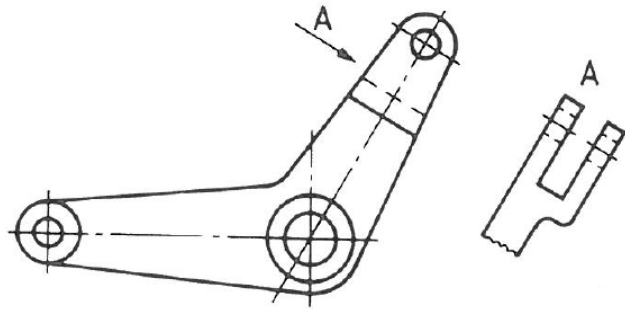


FIGURE 3.22 – Vue partielle [6].

3.3.3 Les corps ronds

La quasi totalité des objets d'utilisation industrielle présentent au moins pour partie des faces présentant des courbures. Dans les plans techniques il faut dessiner le tracé du contour de la pièce vu par l'observateur (son contour apparent). De manière formelle, le contour apparent est défini comme la courbe de contact du cylindre² circonscrit à cette surface et dont la direction des génératrices est perpendiculaire au plan de projection. Par exemple, dans le cas d'une sphère de rayon R , son contour apparent est un cercle de rayon R (figure 3.23).

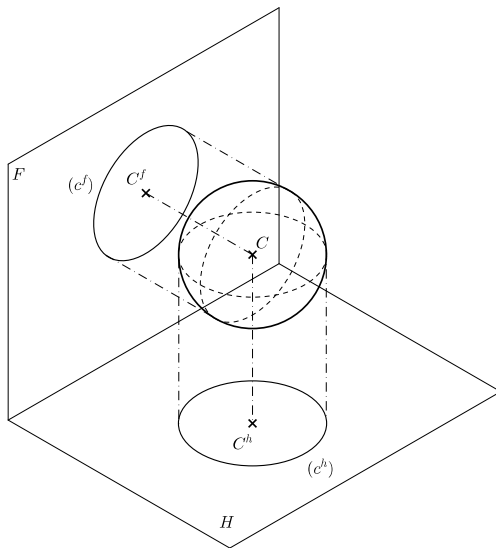


FIGURE 3.23 – Contour apparent d'une sphère.

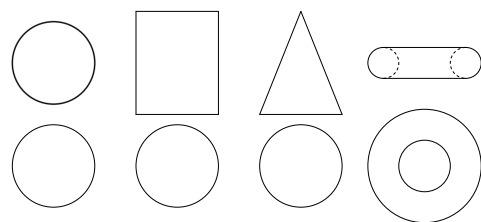


FIGURE 3.24 – Contour apparent des quatre corps ronds.

lorsque leurs axes sont parallèles aux axes du système de coordonnées employé, les représentations des corps ronds simples (sphère, cylindre, cône et tore) est évidente (figure 3.24) :

- les deux projections d'une sphère de rayon r sont des cercles de rayon r ;
- une des projections d'un cylindre circulaire de rayon de bas r et de hauteur h est un cercle de rayon r , l'autre projection est un rectangle de base $2r$ et de hauteur h ;

2. dans le sens surface cylindrique

- une des projections d'un cône circulaire de rayon de base r et de hauteur h est un cercle de rayon r , l'autre projection est un triangle isocèle dont la base mesure $2r$ et la hauteur h ;
- une des projections d'un tore de rayon majeur R et de rayon mineur r est constituée de deux cercles concentriques (rayons $R - r$ et $R + r$), l'autre projection est un rectangle (base $2R$, hauteur $2r$) complété par deux demis-cercles (rayon r).

La pièce décrite en figure 3.25 regroupe les quatre types de surfaces coniques de base ; son plan est présenté en figure 3.26.

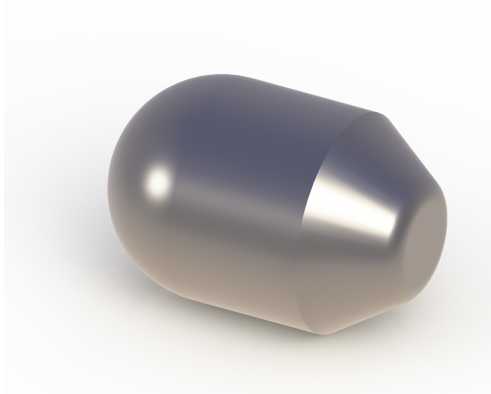


FIGURE 3.25 – Exemple de pièce.

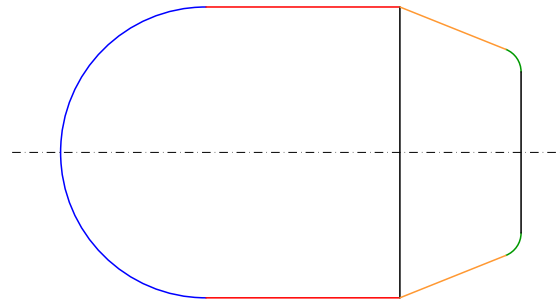


FIGURE 3.26 – Plan de la pièce (surface sphérique en bleu, cylindrique en rouge, conique en orange et torique en vert).

Un des exemples les plus courant de corps rond employé en mécanique est l'arbre de machine (figure 3.27). Il s'agit d'une pièce principalement symétrique de révolution qui est destiné à transmettre un couple de torsion dans une machine. Il est constitué d'un certain nombre de cylindres de divers diamètres appelés portées. On nomme ;

- épaulements les surfaces planes entre deux portées ;
- congés (de raccordement) les portions toriques présentes pour supprimer l'angle vif entre deux portées ;
- chanfreins les zones où les arêtes vives ont été supprimées par l'intermédiaire de portions de cônes.
- rainures ou gorges les enlèvements de matière prévus pour l'assemblage d'éléments annexes (clavettes, anneaux élastiques,...).

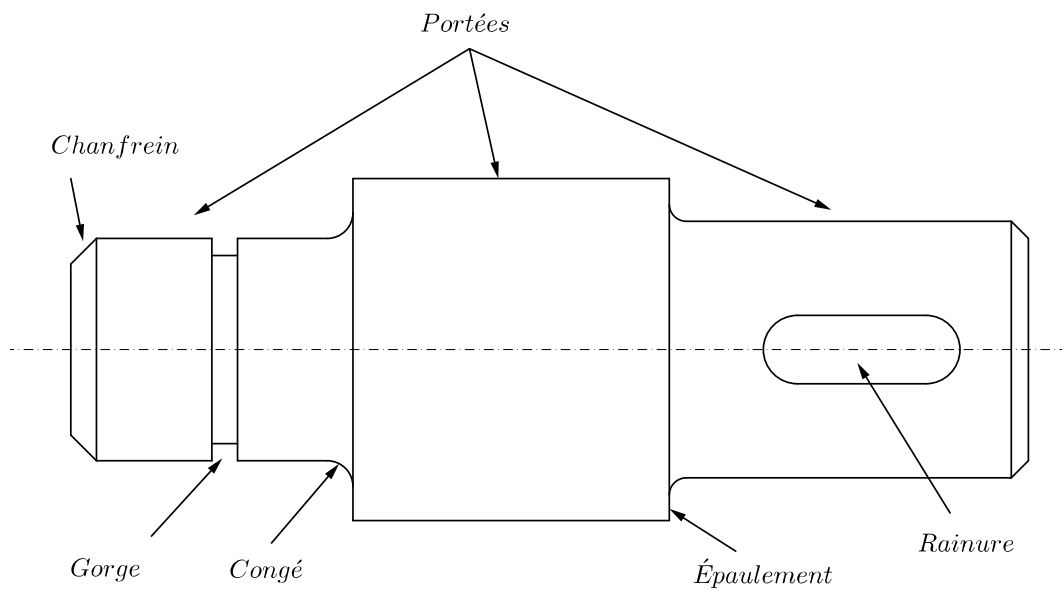


FIGURE 3.27 – Exemple de représentation d'arbre de machine.

3.4 Types de traits

Plusieurs types de traits, se distinguant par l'épaisseur et le motif, sont utilisés selon les besoins [8]. L'épaisseur de la ligne est choisie dans les valeurs suivantes : 0,18 mm, 0,25 mm, 0,35 mm, 0,5 mm, 0,7 mm, 1 mm, 1,4 mm, 2 mm. On se limitera à deux épaisseurs différentes ; celle caractéristique du trait fort étant égale ou supérieure à deux fois celle du trait fin.

En résumé, on peut retrouver sur un plan les types de traits suivants (figures 3.28 et 3.29) :

- Trait continu fort (0,7 mm) : contour apparent (A1) et arêtes vues (A2).
- Trait continu fin : arêtes fictives (B1), lignes de cotes (B2), lignes d'attache (B3), lignes de repère (B4), hachures (B5), contours de sections rabattues sur place (B6), axes courts (B7), moletages, constructions géométriques.
- Trait continu fin à main levée : limite de vues ou coupes, partielles ou interrompues, si ces limites ne sont pas des traits mixtes fins. Le trait continu fin à main levée peut être remplacé par un trait continu fin avec des zigzags (D1).
- Trait interrompu fin (ou fort) : contours cachés, arêtes cachées (F1), constructions géométriques cachées.
- Trait mixte fin : lignes de centre (G1), traces de plans de symétrie (G2), trajectoires (G3). Un trait mixte commence et se termine de préférence par un élément long.
- Trait mixte fin, avec éléments longs forts aux extrémités et aux changements de plan de coupe : traces de plans de coupe.
- Trait mixte fort : indication de lignes ou de surfaces faisant l'objet de spécifications particulières (J1).
- Trait mixte fin à deux tirets : contours de pièces voisines (K1), positions intermédiaires extrêmes de pièces mobiles (K2), lignes des centres de gravité, contours initiaux modifiés par façonnage, parties situées en avant d'un plan de coupe, demi-rabattement.

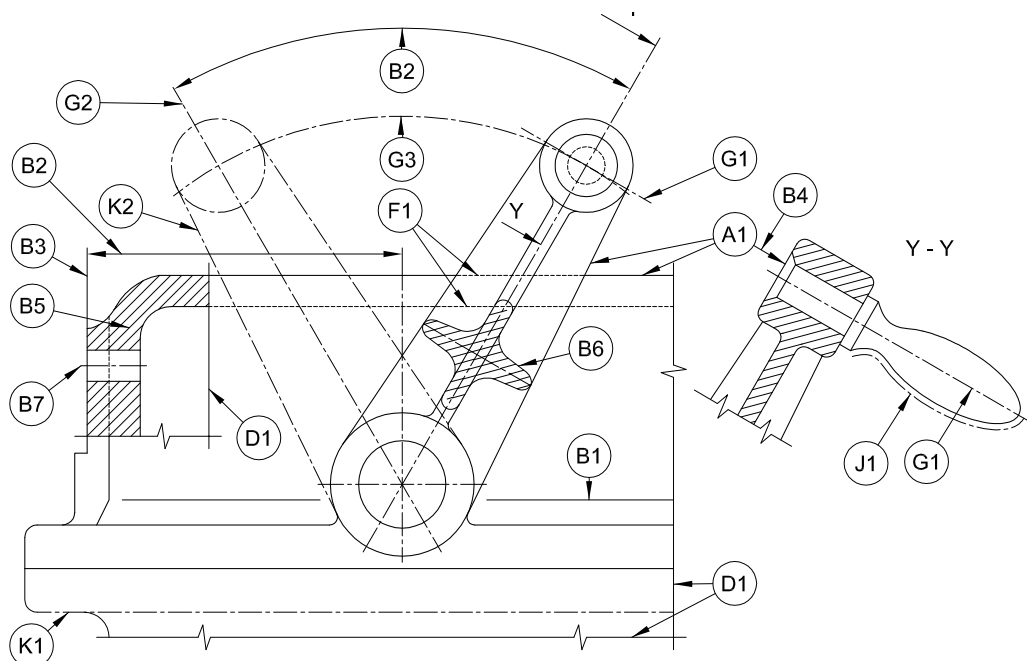


FIGURE 3.28 – Différents types de traits [8].

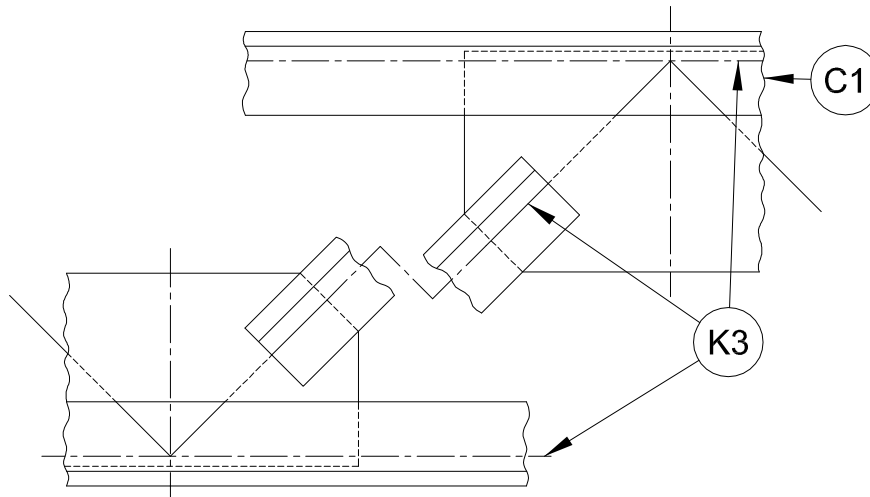


FIGURE 3.29 – Différents types de traits [8].

3.4.1 Arêtes cachées

Tous les solides figurés par des plans techniques, sont représentés par leurs arêtes et leur contour apparent en considérant que la matière les constituant est opaque. Cette opacité de la matière impose qu'on distingue les arêtes réellement vues des arêtes cachées, mais qui existent cependant et dont la représentation est optionnelle. La convention est de représenter les arêtes vues par des traits pleins forts, tandis que les arêtes cachées sont représentées par des traits interrompus fins. La distinction entre les arêtes vues et les arêtes cachées permet dans certains cas une interprétation plus claire du plan (figures 3.30 et 3.31), dans d'autres cas, elle n'apporte aucune information supplémentaire.

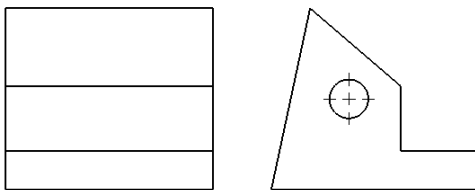


FIGURE 3.30 – Avec ces deux vues, il y a une ambiguïté sur la profondeur du perçage.

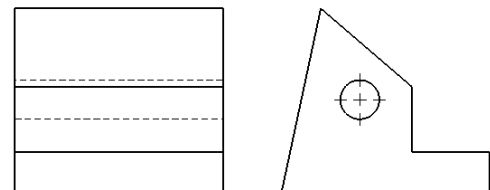


FIGURE 3.31 – Les traits cachés lèvent cette ambiguïté.

De manière générale, l'emploi des traits cachés est optionnel sur un plan. Le choix de la représentation de ces traits est effectué pour l'ensemble du plan : si les arêtes cachées sont représentées dans une vue, elles doivent l'être dans l'ensemble des vues. La norme proscriit toutefois la possibilité de mentionner les dimensions de parties de pièces représentées par des arêtes cachées. La représentation des détails internes d'une pièce fait donc nécessairement appel à la notion de coupe (voir §3.5).

3.4.2 Traits d'axes et repères

Un trait mixte fin est utilisé pour représenter les éléments de symétrie dans une pièce, notamment les axes des arbres, des perçages ou la trace des plans de symétrie. En vue de face, le centre des perçages sont représentés par une croix si nécessaire prolongée par des traits mixtes.

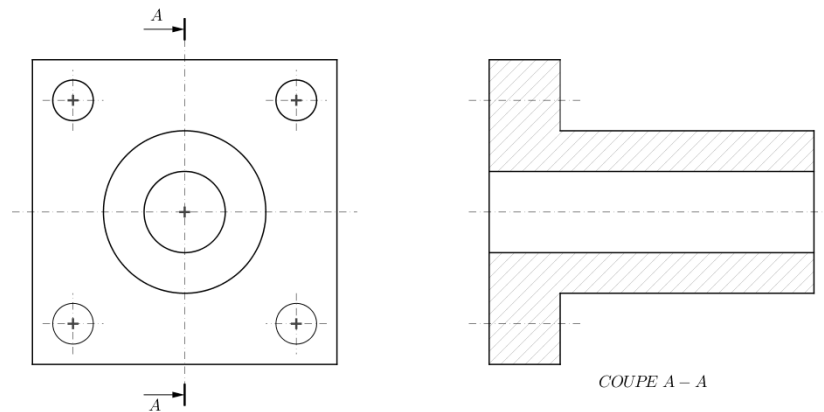


FIGURE 3.32 – Exemple de pièces présentant des traits d'axes, des repères de centrage et des plans de symétrie.

3.4.3 Vue interrompue

Pour gagner de la place, on peut ne représenter que les parties utiles de pièces longues de sections constantes. Pour ce faire, il faut interrompre la vue soit à l'aide d'un trait fin à main levée, soit à l'aide de traits fins à zigzags.

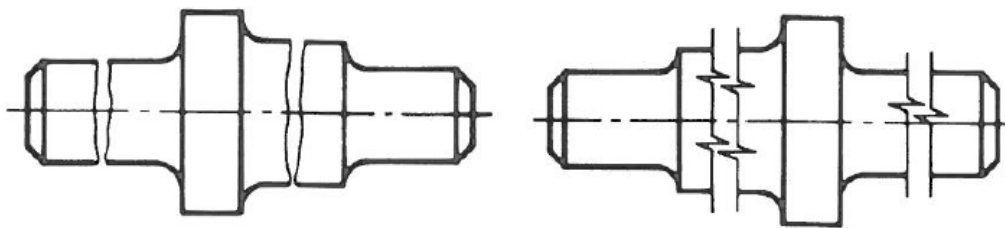


FIGURE 3.33 – Vue interrompue [9].

3.4.4 Arêtes fictives

Pour des raisons de sécurité et de résistance mécanique, les arêtes saillantes sont fréquemment adoucies par l'intermédiaire d'arrondis appelés congés de raccordement. Ceci a pour conséquence de faire disparaître un grand nombre d'arêtes visibles sur la pièce et donc éventuellement de rendre l'interprétation des plans plus difficile. Afin de clarifier le dessin, la norme permet la représentation des arêtes fictives (c'est-à-dire des arêtes présentes avant la réalisation du congé). Les conventions sont les suivantes :

- les arêtes fictives sont représentées par un trait continu fin ;
- les arêtes fictives sont interrompues quelques millimètres avant de toucher le contour de la pièce.

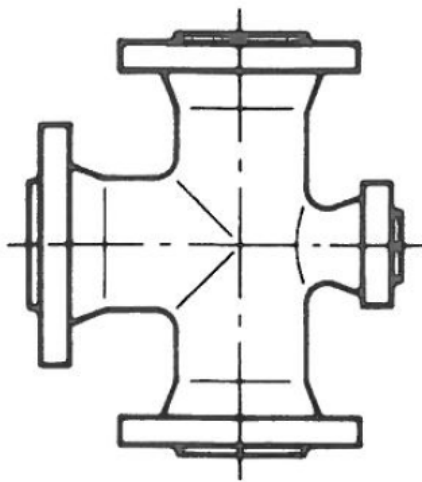


FIGURE 3.34 – Arêtes fictives [9].

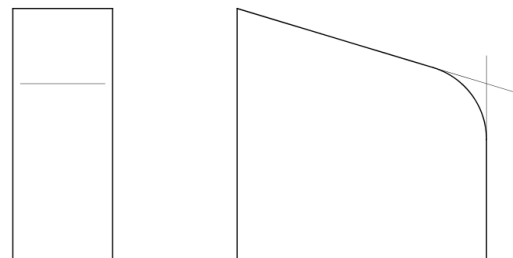


FIGURE 3.35 – Construction et dessin d'une arête fictive.

Il faut noter que les logiciels de CAO (dont SolidWorks) ne gèrent pas la notion d'arête fictive (figure 3.36). Ils offrent la possibilité de représenter les arêtes tangentes (arête présente sur les modèles CAO au raccordement entre un plan et un cylindre, figure 3.37) dont la représentation n'est pas prévue par la norme. Il est donc nécessaire de les désactiver.

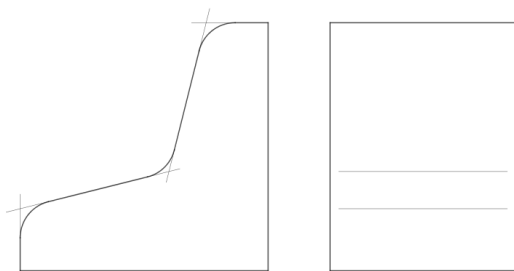


FIGURE 3.36 – Représentation correcte : arêtes fictives.

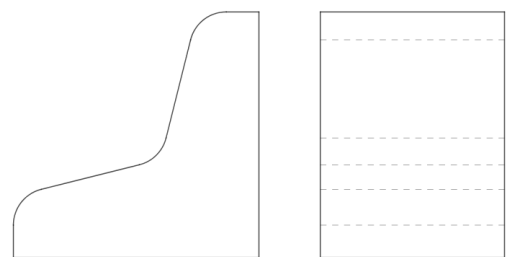


FIGURE 3.37 – Représentation incorrecte : arêtes tangentes.

3.5 Notion de coupe et de section

les corps représentés sur les plans techniques sont considérés opaques. Il n'est donc pas possible de représenter leurs détails internes par la seule mention de vues standard. Pour permettre cette représentation, il est possible d'effectuer une coupe dans la pièce (figure 3.39).

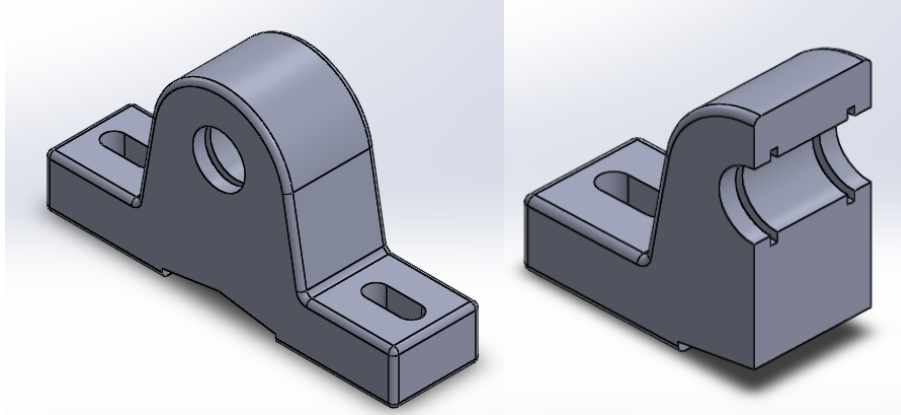


FIGURE 3.38 – Représentation simplifiée d'un palier et visualisation des détails internes par une coupe.

Les conventions sont les suivantes [10, 11] :

- la trace du plan de coupe est matérialisée par un trait mixte fin renforcé à ses extrémités ;
- des flèches indiquent la direction d'observation ;
- une lettre identifie la coupe ;
- la coupe est disposée en respectant les règles standard de projection (coupe vues de la gauche disposée à droite par exemple) ;
- on indique à proximité de la coupe (généralement en-dessous ou au-dessus) la mention « COUPE X-X » ou simplement « X-X » X étant la lettre identifiant le plan de coupe ;
- la zone de la pièce située dans le plan de coupe est hachurée en traits fins ;
- on représente les arêtes situées derrière le plan de coupe.

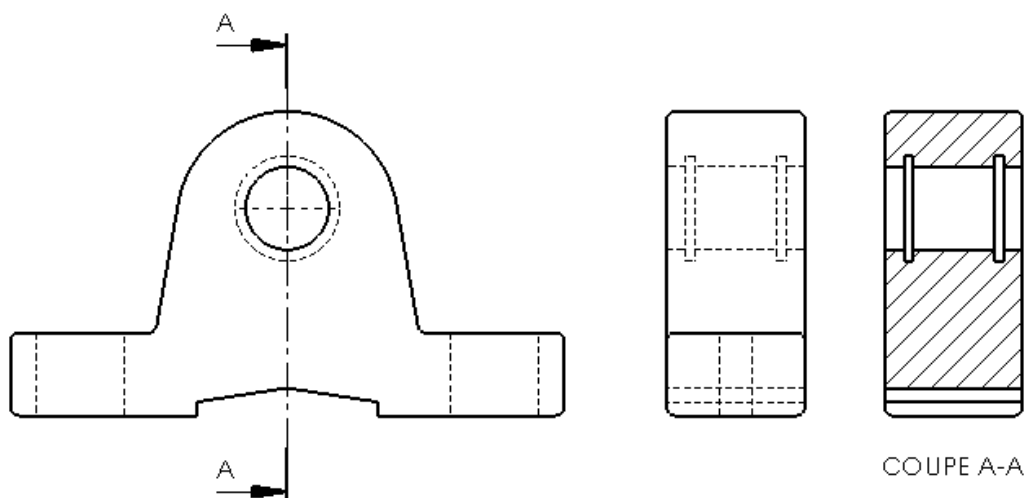


FIGURE 3.39 – Vue de côté et coupe dans un corps de palier.

Il convient d'employer le style de hachures le plus simple possible [9], généralement on emploie des traits inclinés à 45° par rapport aux lignes principales du contour de la section ou de ses axes de symétrie. Les différentes parties d'une même pièce doivent être hachurées de manière identique, les hachures de pièces juxtaposées doivent être suffisamment différentes pour permettre de les distinguer (orientation, espacement ou angle). Pour les grandes surfaces, on peut se contenter de représenter un liseré tracé à l'intérieur du contour. Pour les petites surfaces, on peut éventuellement noircir complètement la pièce.



FIGURE 3.40 – exemple de hachures [9].
FIGURE 3.41 – exemple de hachures [9].
FIGURE 3.42 – exemple de hachures [9].

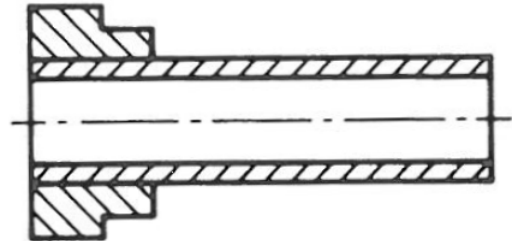


FIGURE 3.43 – Coupe dans deux pièces [9].

3.5.1 Forme du plan de coupe

La coupe ne s'effectue pas nécessairement selon un seul plan. Il est possible de prévoir une forme plus complexe à la surface de coupe (figures 3.44 et 3.45). On peut noter sur la figure 3.44 que lorsque l'étagement de la coupe produit une interface entre de la matière et du vide, on indique la limite par l'intermédiaire d'un trait mixte fin³, on peut éventuellement décaler les hachures entre les deux parties pour aider la compréhension.

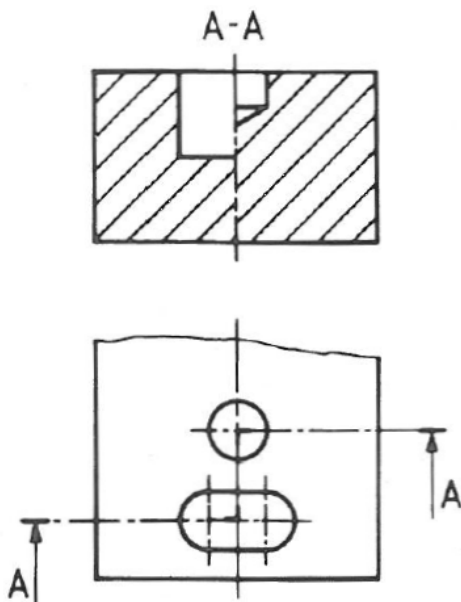


FIGURE 3.44 – Coupe par plans étagés [9].

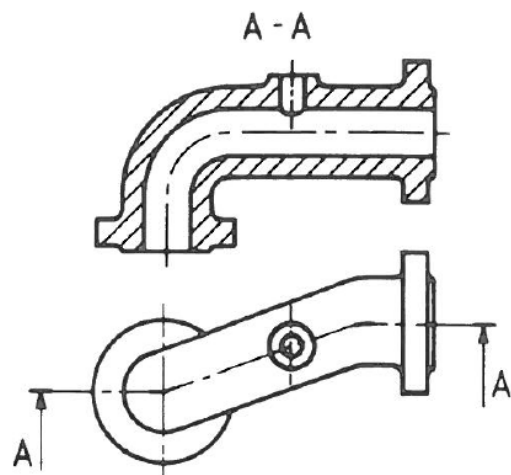


FIGURE 3.45 – Coupe par plans successifs [9].

3. Attention, Solidworks crée de manière erronée un trait continu fort qui doit être supprimé

Les pièces principalement symétriques de révolution peuvent être coupées par deux plans concourants, l'un d'eux est ensuite rabattu dans le plan de projection (figures 3.46).

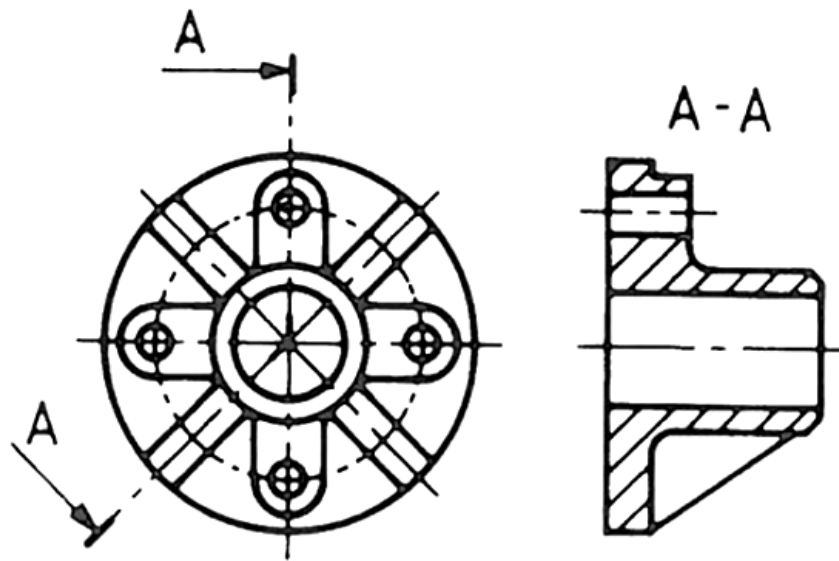


FIGURE 3.46 – Coupe par plans concourants [9].

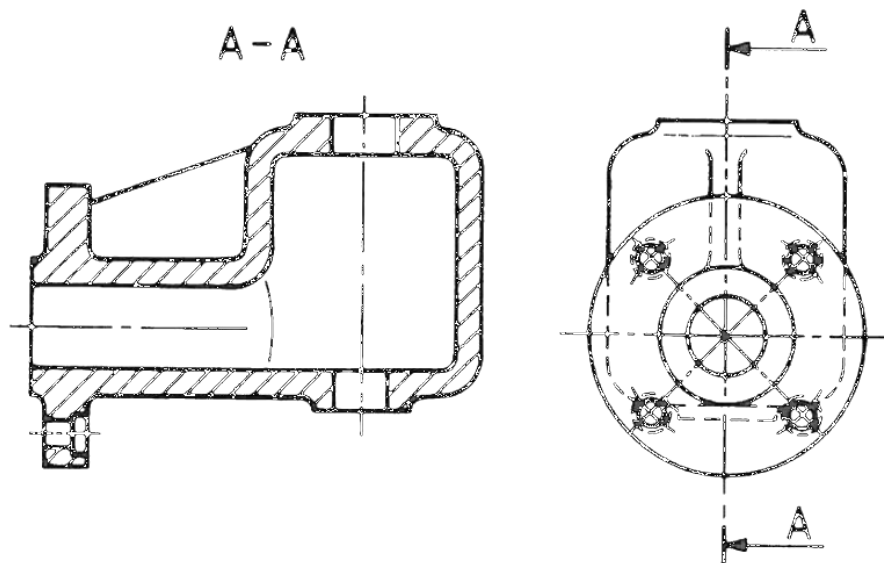


FIGURE 3.47 – Rotation d'éléments pour les placer dans le plan de coupe [9].

Si un forme à symétrie de révolution présente des détails (trous, nervures,...) régulièrement répartis, on peut les déplacer dans le plan de coupe par rotation si aucune ambiguïté n'en résulte (figure 3.47). Dans le cas contraire, il est recommandé d'ajouter un commentaire.

3.5.2 Pièces exclues de la coupe

Pour éviter un effet de masse, les nervures ne sont pas coupées (figures 3.46 et 3.47). Plusieurs éléments sont conventionnellement exclus des coupes et donc représentés en vue classique : arbres pleins, billes, rouleaux, clavettes, axes, billes, goupilles (figure 3.48),...

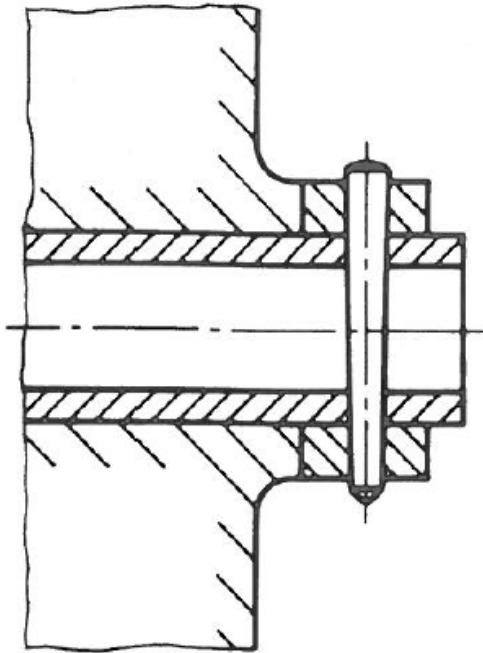


FIGURE 3.48 – Coupe d'assemblage [9].

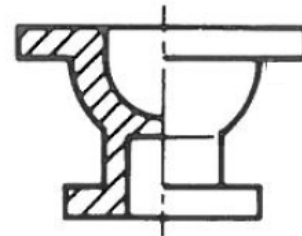


FIGURE 3.49 – Demie-vue demi-coupe [9].

Si une coupe totale ne convient pas, il est possible de réaliser une coupe locale dans une pièce. La zone coupée est délimitée par un trait fin à main levée (figure 3.50). Ceci est particulièrement utile pour représenter un détail interne dans un arbre plein (figure 3.51).

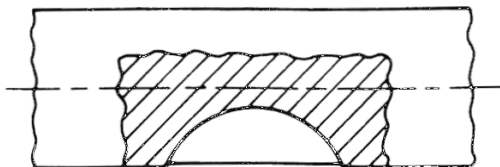


FIGURE 3.50 – Coupe locale [9].

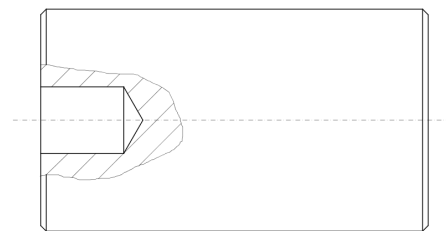


FIGURE 3.51 – Coupe locale dans un arbre.

3.5.3 Demi vue, demi coupe

Les pièces symétriques de révolution peuvent être représentées par l'intermédiaire d'une demi vue et d'une demi coupe (figure 3.49). Ce type de représentation permet d'avoir accès sur une seule vue aux détails internes et externes de la pièce.

3.5.4 Sections

lorsque la coupe n'a pour but que de déterminer la forme locale de la section d'intersection entre le plan de coupe et la pièce, la notion de section peut être utilisée pour ne pas devoir représenter les traits situés derrière le plan de coupe qui n'apportent rien à la compréhension du plan. La notion de section est par exemple souvent employée pour décrire les différentes portées d'un arbre de machine (figures 3.52 et 3.52). Une section est similaire à une coupe à l'exception des détails suivants :

- les arêtes situées derrière le plan de coupe ne sont pas représentées ;
- la section est identifiée par la mention « SECTION X-X »⁴
- la section peut être disposée directement dans le prolongement du plan de coupe, tout en respectant les règles de projection.

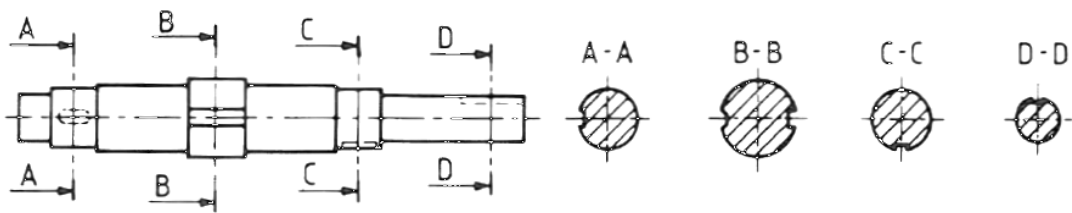


FIGURE 3.52 – Emploi de sections dans un arbre, première disposition possible des sections [9].

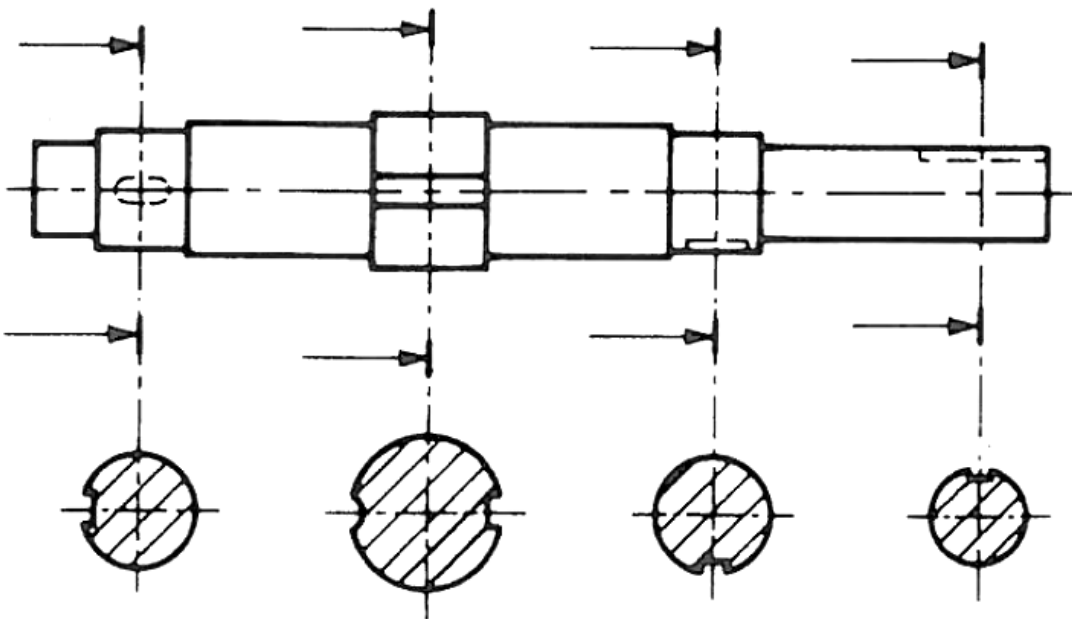


FIGURE 3.53 – Emploi de sections dans un arbre, deuxième disposition possible des sections [9].

⁴ Il faut noter qu'en anglais, les deux notions de coupe et de section ont la même traduction selon le mot 'section'.

Pour gagner de la place, on peut disposer la vue de la section dans la vue principale pour autant que le dessin reste clair. La méthode de représentation est la suivante :

- repérer le plan de section de la pièce par sa trace dessinée en trait mixte fin renforcé aux extrémités ;
- n'indiquer le sens d'observation que s'il peut y avoir confusion ; ne pas mettre de lettre ;
- amener par une rotation de 90° , autour de l'axe de la section, le plan coupant la pièce dans le plan du dessin ;
- dessiner, en trait continu fin, la surface de la pièce contenue dans le plan sécant ;
- hachurer la section (dans ce cas, bien que cela soit à éviter, les hachures peuvent couper un trait fort).

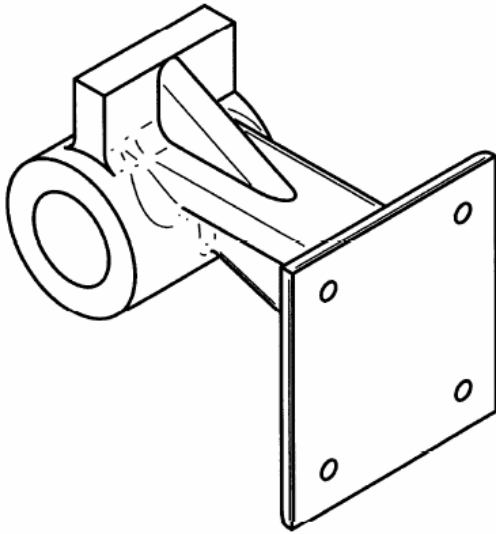


FIGURE 3.54 – Pièce pouvant être représentée avec une section rabattue.

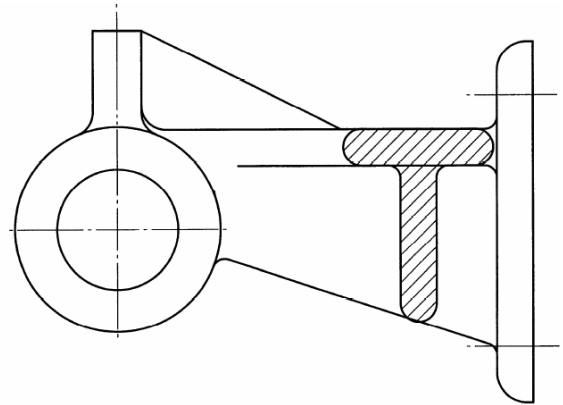


FIGURE 3.55 – Section rabattue.

3.6 Représentation simplifiée de composants mécaniques

Pour clarifier les plans techniques, un grand nombre d'éléments mécaniques sont représentés de manière simplifiée. Les sections suivantes présentent ces conventions pour les éléments filetés, les rondelles et entretoises, divers éléments d'assemblage (clavettes, goupilles), les roulements et les engrenages. D'autres éléments standard ont une représentation normalisée sur les plans techniques comme les joints d'étanchéité [12, 13], les cannelure et dentelures [14] ou les ressorts [15, 16]. Tous ces éléments sont décrits dans le cours de construction des machines [17, 18, 19].

3.6.1 Pièces filetées

Un filetage est une forme hélicoïdale pratiquée dans une pièce mâle destinée à permettre son assemblage avec une forme complémentaire réalisée dans une pièce femelle (taraudage). On appelle :

- Vis une pièce constituée d'une tige filetée sur tout ou partie de sa longueur, avec ou sans tête, comportant un dispositif d'entraînement ;
- Ecrou une pièce taraudée comportant un dispositif d'entraînement ;
- Boulon un ensemble constitué d'une vis à tête et d'un écrou, destiné normalement à assurer un serrage entre la face d'appui de la tête et celle de l'écrou ;
- Goujon une tige comportant un filetage à ses deux extrémités et destinée à assurer un serrage entre la face d'une pièce, dans laquelle l'une des extrémités vient s'implanter à demeure par vissage, et la face d'appui d'un écrou vissé sur l'autre extrémité.

Les assemblages par éléments filetés sont fréquemment rencontrés en mécanique, leur représentation complète sur le plan alourdirait le dessin sans améliorer la compréhension. C'est la raison pour laquelle il est prévu une représentation simplifiée sur les plans techniques.

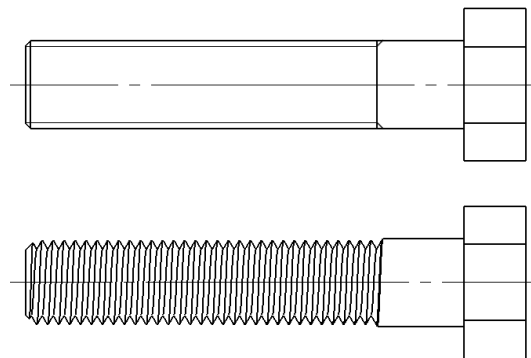


FIGURE 3.56 – Représentation complète et simplifiée d'une vis.

Le principe général [20, 21, 22] est le suivant (figure 3.56) :

- le diamètre nominal (sommet des filets) est représenté par un trait continu fort ;
- le fond de filet est représenté par un trait continu fin, l'espacement entre ces deux traits correspond à la hauteur de filet (l'écart ne doit toutefois pas être inférieur à 0,7 mm pour la lisibilité) ;
- la limite entre la partie filetée et non filetée d'une vis est indiquée par un trait continu fort.

Les règles sont similaires pour une partie taraudée (figure 3.57), si ce n'est que dans ce cas, le trait fort (diamètre nominal : tête de filet) est à un diamètre inférieur à celui du trait fin (fond de filet). Il n'y a pas de distinction entre les traits s'ils sont cachés (trait discontinu fin). Dans une vue en coupe, les hachures s'arrêtent sur le trait fort.

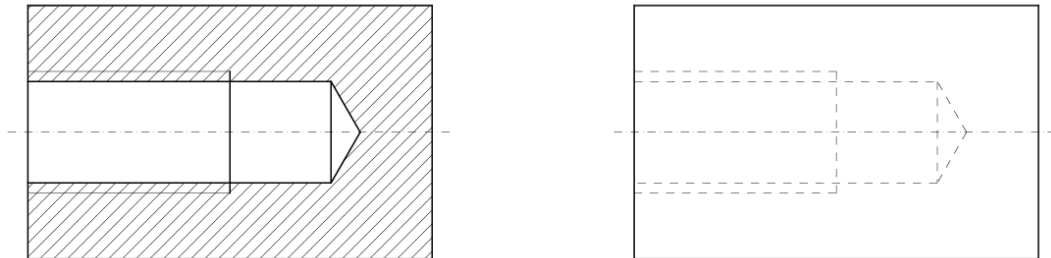


FIGURE 3.57 – Représentation d'un taraudage en coupe et en traits cachés.

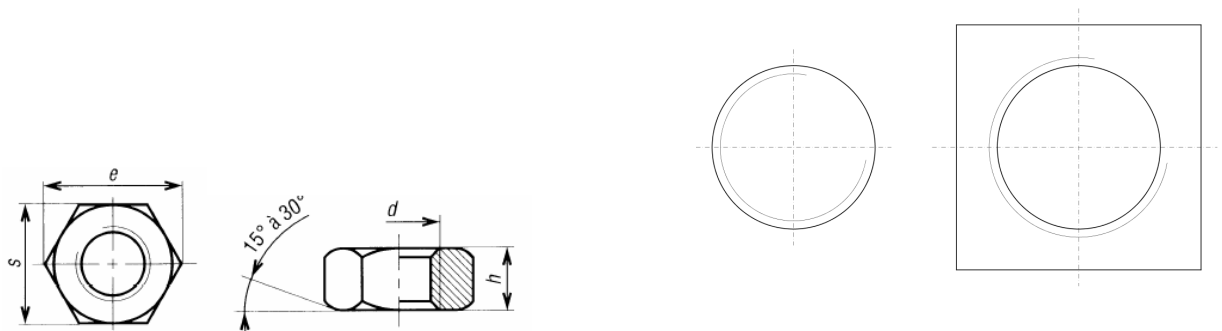


FIGURE 3.58 – Représentation d'un écrou.

FIGURE 3.59 – Représentation d'un filetage et d'un taraudage de face.

En vue de face, le filet est figurée par l'intermédiaire d'un quart de cercle réalisé en trait fin.

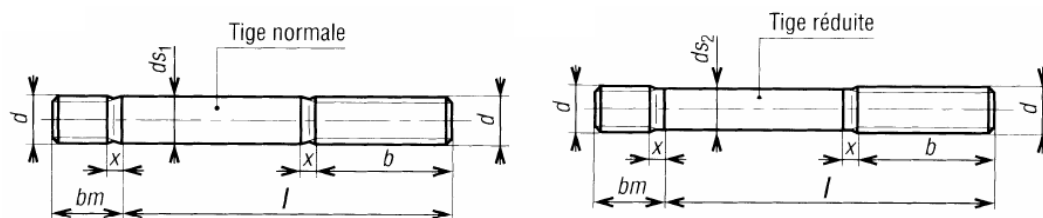


FIGURE 3.60 – Représentation d'un goujon.

Les figures 3.61 à 3.63 présentent les assemblages par éléments filetés classiques. On peut noter que les traits représentant la vis cachent ceux représentant la partie filetée dans la zone commune. Lors de l'emploi de têtes de vis ou d'écrous hexagonaux, on représente nécessairement trois faces de l'hexagone pour éviter la confusion avec une tête carrée.

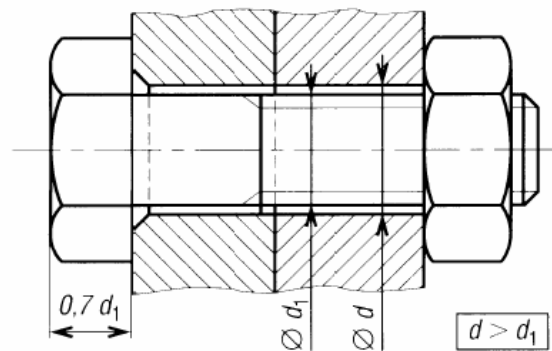


FIGURE 3.61 – Représentation d'un assemblage boulonné.

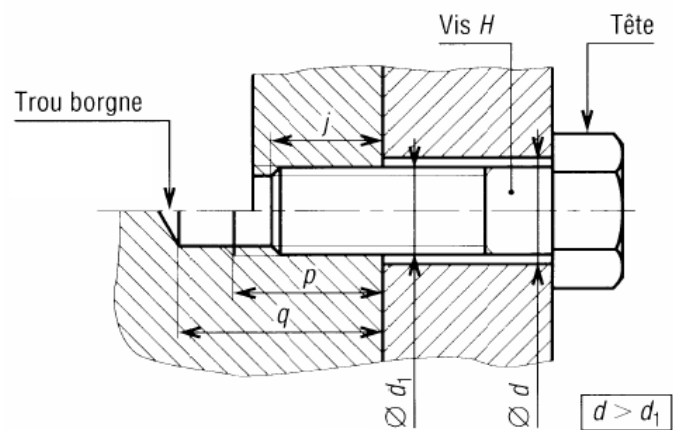


FIGURE 3.62 – Représentation d'un assemblage vissé.

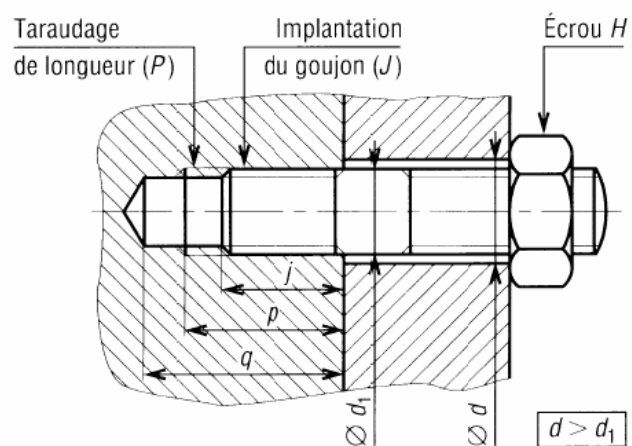


FIGURE 3.63 – Représentation d'un assemblage avec goujon.

Les surfaces d'appui des têtes de vis peuvent être lamées (lamage : enlèvement de matière cylindrique de faible hauteur destiné à poser une rondelle ou la tête de vis sur une surface soignée) ou chambrées (chambrage : trou cylindrique permettant de noyer la tête de vis). Les têtes de vis peuvent être hexagonale, fraisée (forme conique), cylindrique bombée, à six pans creux ou sans tête.

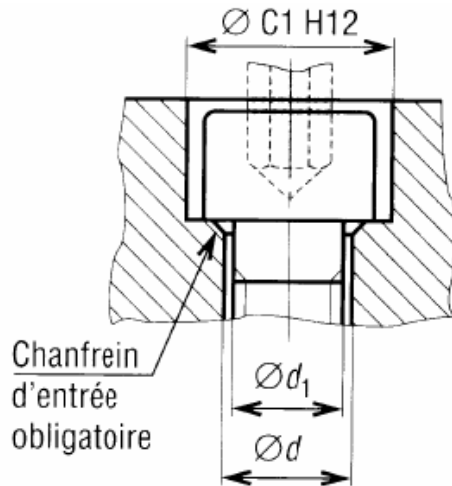


FIGURE 3.64 – Tête de vis dans à six pans creux dans un chambrage.

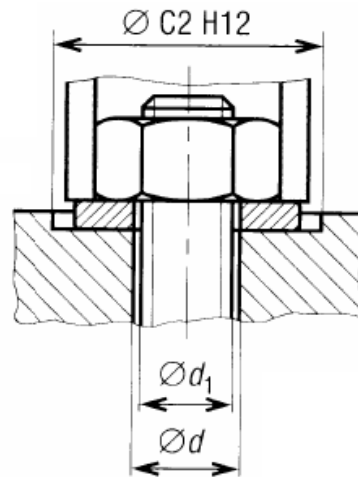


FIGURE 3.65 – Lamage accueillant une rondelle.

3.6.2 Rondelles et entretoises

Une rondelle est une couronne de faible épaisseur destinée à être interposée entre un écrou (ou une tête de vis) et la pièce à serrer. La plus courantes est la rondelles plate (figure 3.65) qui est utilisées pour augmenter la surface d'appui afin d'éviter le marquage. D'autres types de rondelles (Grower, ondulées,...) peuvent servir à éviter le desserrage d'une vis ou d'un écrou en augmentant le coefficient de frottement sous tête.

Une entretoise est une bague de faible épaisseur qui sert à ajuster la position axiale d'éléments dans un montage mécanique.

3.6.3 Clavettes

Une clavette parallèle est un élément de forme prismatique placé à la frontière d'un assemblage cylindrique entre un arbre et un moyeu (figure 3.66). Elle supprime le degré de liberté de rotation du moyeu par rapport à l'arbre autour de leur axe commun et permet la transmission d'un couple. Elles ne sont pas coupées dans les vues en coupe.

3.6.4 Goupilles

Une goupille est un élément de forme cylindrique, conique ou fendue et placé dans un trou réalisé dans deux pièces pour supprimer un ou plusieurs degrés de liberté (figure 3.67). Elles ne sont pas coupées dans les vues en coupe.

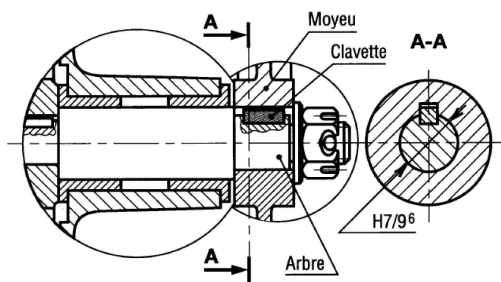


FIGURE 3.66 – Coupe dans un assemblage à clavette parallèle [17].

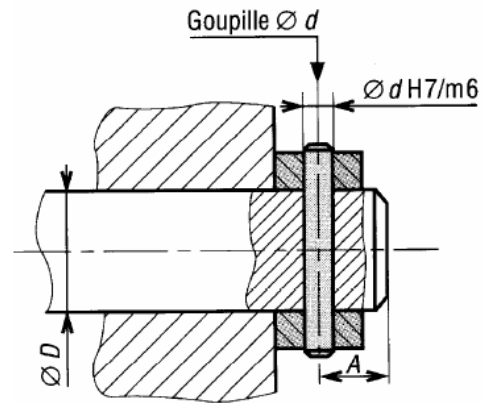


FIGURE 3.67 – Coupe dans un assemblage avec goupille.

3.6.5 Roulements

Afin d'assurer le guidage en rotation d'un arbre par rapport au bâti de la machine, on peut employer différents éléments de guidage en rotation. L'une des solutions les plus courante est l'emploi de paliers à roulements. Ces éléments, dont les dimensions normalisées comportent (figure 3.68) :

- les éléments roulants (billes, rouleaux ou aiguilles) substituant un frottement par roulement à un glissement pour réduire le coefficient de frottement apparent ;
- une cage d'espacement destinée à maintenir les éléments roulants à intervalles égaux ;
- deux bagues portant les chemins de roulement (bague intérieure reliée à l'arbre, bague extérieure reliée au carter).

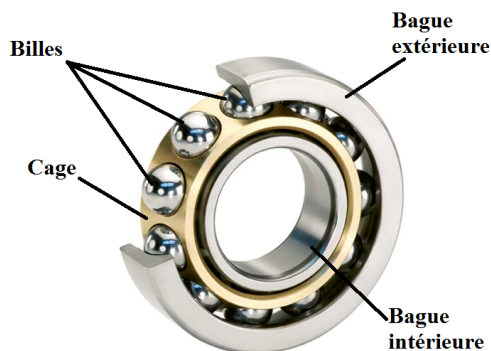


FIGURE 3.68 – Composants d'un roulement à billes.



FIGURE 3.69 – Représentation simplifiée d'un roulement à billes.

La représentation simplifiée des roulements est décrite dans les normes ISO 8826 [23, 24]. Dans une vue en coupe, on représente le contour des bagues intérieures et extérieures. L'utilisation de hachures est optionnel, si on les emploie, il faut conserver le même type de hachures pour les deux éléments. On considère que le plan de coupe passe toujours par le plan de symétrie des éléments roulants (même si leur nombre est impair), ces éléments roulants ne sont pas coupés (donc pas hachurés).

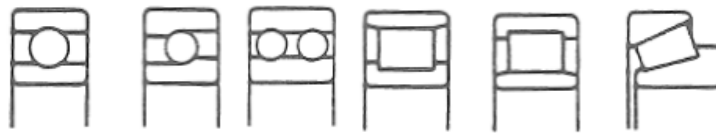


FIGURE 3.70 – Représentation simplifiée de différents roulements (roulement à billes gorges profondes, roulement à contact oblique, roulement à double rangée de billes, roulement à rouleaux de type N, roulement à rouleaux de type NU, roulement à rouleaux coniques) [23].

3.6.6 Engrenages

Un engrenage est l'association de deux roues dentées (on nomme généralement pignon la plus petite et roue la seconde). Les dentures ont un profil complexe permettant une transmission du mouvement avec la plus grande régularité possible. La représentation conventionnelle des engrenages est définie par la norme ISO 2203 [25]. Dans une vue, la roue dentée est assimilée au solide plein qui l'enveloppe par sa surface de tête (plus grand diamètre externe). On ne représente le profil d'une dent que de manière exceptionnelle (figure 3.72). La position théorique de la ligne de contact entre les roues (diamètre primitif) est précisée par un trait mixte fin (cf. fig. 3.71). On peut éventuellement représenter le pied des dentures par un trait continu fin. Dans une coupe, les dents ne sont pas coupées (aucune hachure) et sont toujours représentées symétriquement, même si le nombre de dents est impair.

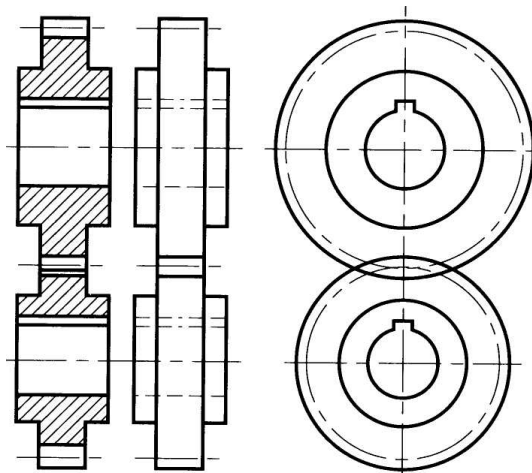


FIGURE 3.71 – Représentation d'un engrenage extérieur [25].

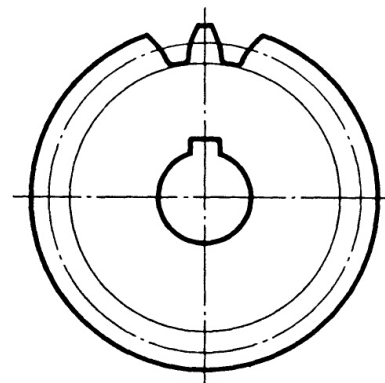


FIGURE 3.72 – Représentation d'une roue dentée avec profil de dent [25].

3.7 Plans d'assemblages mécaniques

3.7.1 Introduction

Les plans de machines sont utilisés pour définir de manière précise les schémas de montage, les détails d'assemblages et l'inventaire des pièces les composant. On distingue pour cela trois grandes familles de plans :

- les vues en coupe de l'assemblage permettant de voir précisément les interactions entre les différentes pièces le constituant (figure 3.73) ;
- les vues éclatées permettant de comprendre l'ordre d'assemblage des composants et de faire l'inventaire des pièces constituant les mécanismes (figure 3.74) ;
- les vues intermédiaires de montages utiles pour la définition de la gamme d'assemblage.

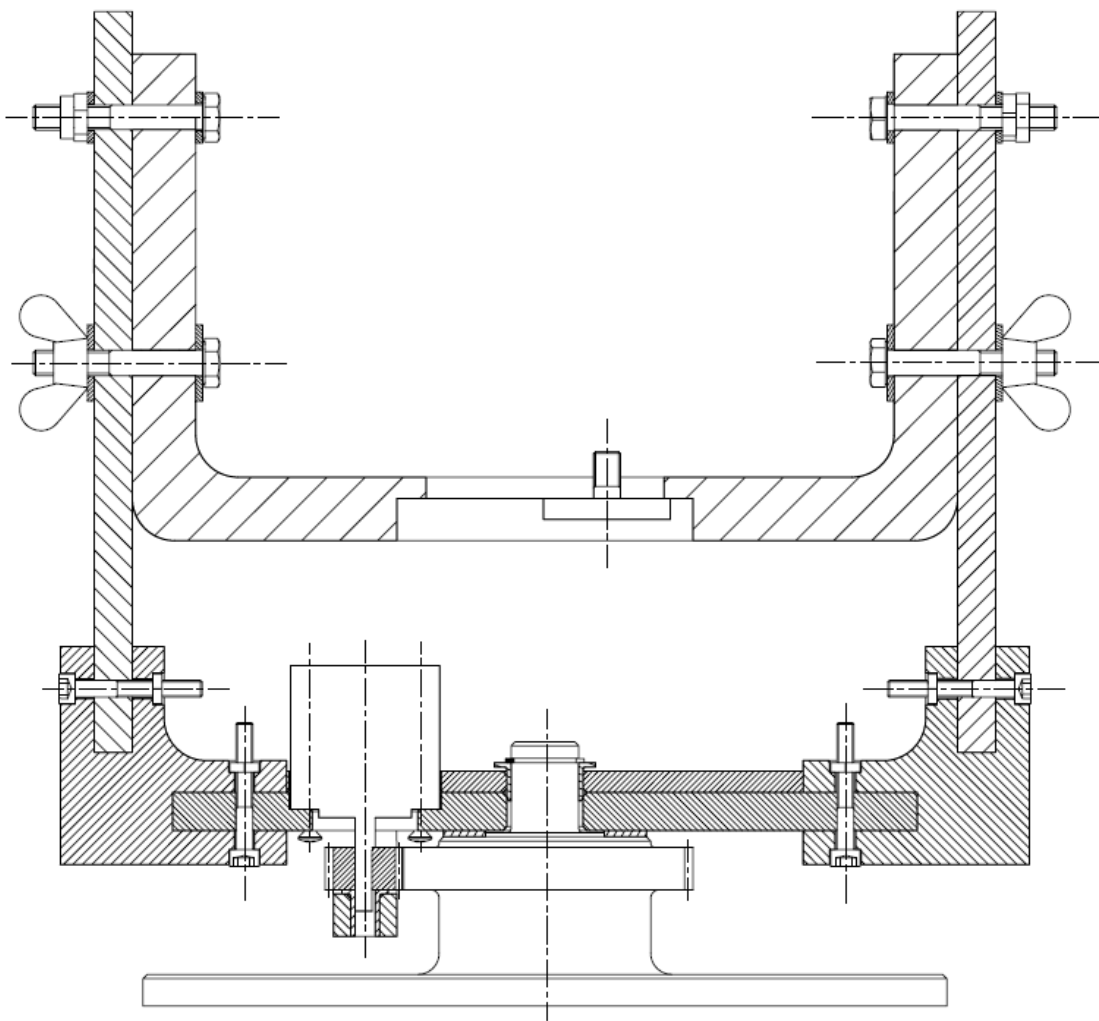


FIGURE 3.73 – Plan d'ensemble (Projet MA1 M. Brugmans 2014-2015).

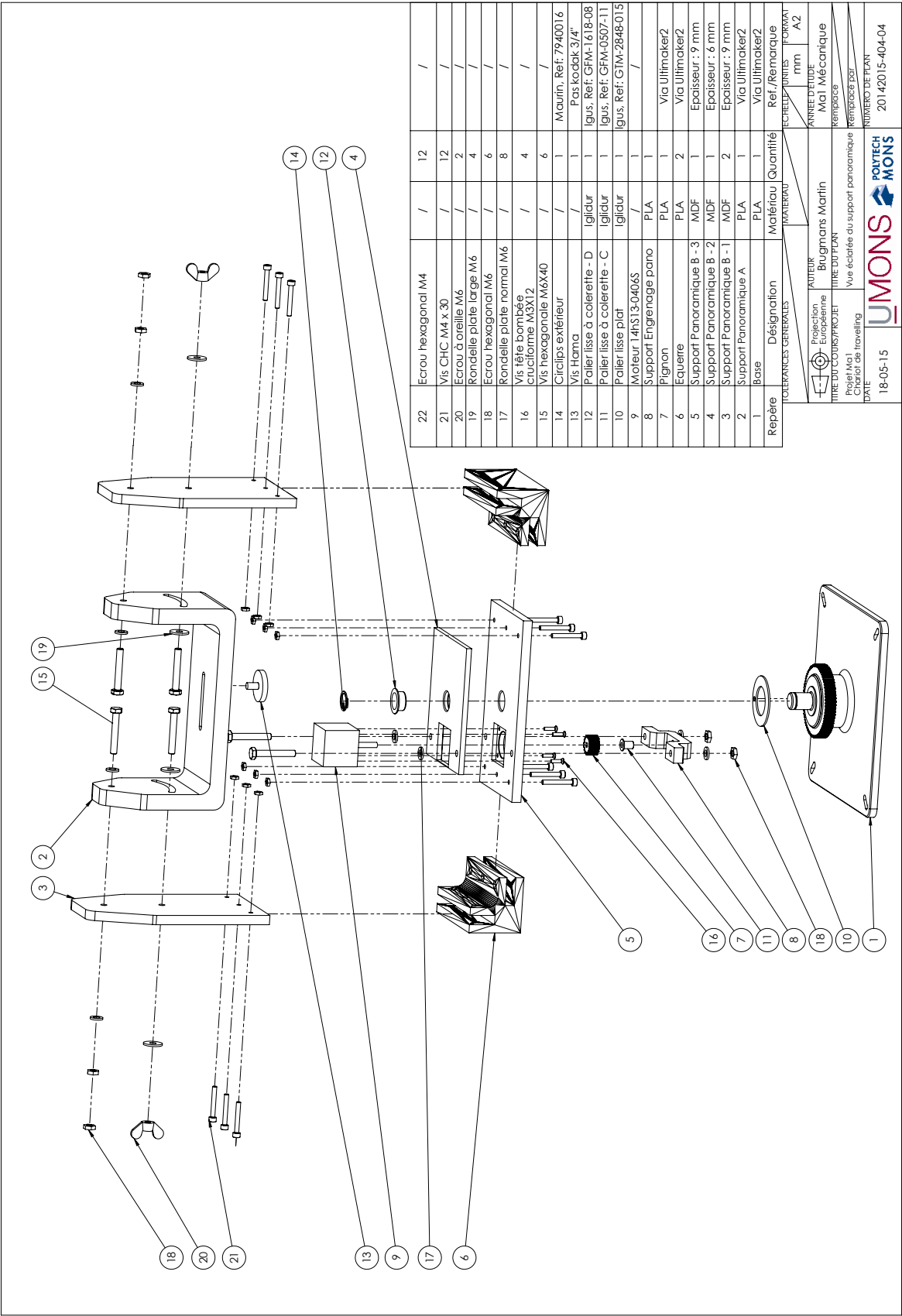


FIGURE 3.74 – vue éclatée avec nomenclature (Projet MA1 M. Brugmans 2014-2015).

3.7.2 Nomenclature

De manière indifférente, les plans d'assemblage peuvent être accompagnés d'une nomenclature qui reprend l'inventaire des composants constituant l'assemblage ou le sous-assemblage présenté. La nomenclature est une table placée au-dessus du cartouche et comporte les colonnes suivantes :

- un numéro de référence pour l'élément, la numérotation s'effectue de préférence du bas vers le haut ;
- un nom identifiant l'élément ;
- le matériau constitutif de l'élément ;
- la quantité de pièces identiques dans l'assemblage ;
- la référence fournisseur de l'élément (pour une composant acheté chez un fournisseur) ou la référence du plan d'exécution de la pièce (pour une pièce à fabriquer sur mesure).

Sur le plan reprenant la nomenclature, on pointe les éléments par une flèche les reliant à leur numéro de référence dans la nomenclature.




8	Support Engrenage pano	PLA	1	
7	Pignon	PLA	1	Via Ultimaker2
6	Equerre	PLA	2	Via Ultimaker2
5	Support Panoramique B - 3	MDF	1	Epaisseur : 9 mm
4	Support Panoramique B - 2	MDF	1	Epaisseur : 6 mm
3	Support Panoramique B - 1	MDF	2	Epaisseur : 9 mm
2	Support Panoramique A	PLA	1	Via Ultimaker2
1	Base	PLA	1	Via Ultimaker2
Repère	Désignation	Matériau	Quantité	Ref./Remarque
TOLERANCES GENERALES		MATERIAU		ECHELLE
				UNITES mm
				FORMAT A2
 Projection Européenne		AUTEUR Brugmans Martin		ANNEE D'ETUDE Ma1 Mécanique
TITRE DU COURS/PROJET Projet Ma1 Chariot de travelling		TITRE DU PLAN Vue éclatée du support panoramique		Remplace
DATE 18-05-15				Remplacé par
		 		NUMERO DE PLAN 20142015-404-04

FIGURE 3.75 – Extrait de nomenclature (Projet MA1 M. Brugmans 2014-2015).

La nomenclature est encodée en parallèle dans le système de gestion de production assistée par ordinateur (GPAO) de l'entreprise. Les diverses fonctions de l'entreprise font appel à cette information de base qui décrit la composition d'un produit. Pour établir une nomenclature, on peut suivre approximativement l'ordre de montage des pièces, à l'exception de certaines d'entre elles (goupilles, ressorts, vis, etc.) que l'on regroupe par catégories.

Références

- [1] ISO 5457 :1999. documentation technique de produits. formats et présentation des éléments graphiques des feuilles de dessin.
- [2] NBN E 04-017 :1981. dessin technique. cadre - pliage - repères - cartouche.
- [3] ISO 5456-1 :1996/ dessins techniques. méthodes de projection – partie 1 : Récapitulatif.
- [4] ISO 5456-2 :1996. dessins techniques. méthodes de projection – partie 2 : Représentations orthographiques.

- [5] E. Rivière-Lorphèvre. *Géométries et communication graphique*. Mutuelle d'édition FPMs, 2015.
- [6] ISO 128-30 :2001. dessins techniques. principes généraux de représentation – partie 30 : Conventions de base pour les vues.
- [7] ISO 5455 :1979. dessins techniques. échelles.
- [8] ISO 128-20 :1996. dessins techniques. principes généraux de représentation – partie 20 : Conventions de base pour les traits.
- [9] ISO 128-1 :2003. dessins techniques. principes généraux de représentation – partie 1 : Introduction et index.
- [10] ISO 128-40 :2001. dessins techniques. principes généraux de représentation – partie 40 : Conventions de base pour les coupes et les sections.
- [11] ISO 128-50 :2001. dessins techniques. principes généraux de représentation – partie 50 : Conventions de base pour la représentation des surfaces sur des coupes et des sections.
- [12] ISO 9222-1 :1989. dessins techniques. joints d'étanchéité pour application dynamique – partie 1 : Représentation simplifiée générale.
- [13] ISO 9222-2 :1989. dessins techniques. joints d'étanchéité pour application dynamique – partie 2 : Représentation simplifiée particulière.
- [14] ISO 6413 :1988. dessins techniques. représentation des cannelures et des dentelures.
- [15] ISO 2162-1 :1993. documentation technique de produits. ressorts – partie 1 : Représentation simplifiée.
- [16] ISO 2162-2 :1993. documentation technique de produits. ressorts – partie 2 : Présentation des données techniques des ressorts cylindriques de compression.
- [17] P. Dehombreux. *Description et construction des machines I : éléments fondamentaux*. Mutuelle d'édition FPMs, 2012.
- [18] P. Dehombreux. *Description et construction des machines II : éléments de machines soumis à des sollicitations dynamiques*. Mutuelle d'édition FPMs, 2012.
- [19] P. Dehombreux. *Description et construction des machines III : transmission mécanique de puissance*. Mutuelle d'édition FPMs, 2012.
- [20] ISO 6410-1 :1993. dessins techniques. filetages et pièces filetés – partie 1 : Conventions générales.
- [21] ISO 6410-2 :1993. dessins techniques. filetages et pièces filetés – partie 2 : Inserts filetés.
- [22] ISO 6410-3 :1993. dessins techniques. filetages et pièces filetés – partie 3 : Représentation simplifiée.
- [23] ISO 8826-1 :1989. dessins techniques. roulements – partie 1 : Représentation simplifiée générale.
- [24] ISO 8826-2 :1994. dessins techniques. roulements – partie 2 : Représentation simplifiée particulière.
- [25] ISO 2203 :1973. dessins techniques. représentation conventionnelle des engrenages.

Chapitre 4

Bases de la cotation

'The box exists in ten or possibly eleven dimensions. Practically anything may be possible.' 'Why only eleven dimensions?' 'We don't know, it might be simply that more would be silly.'

- T. Pratchett, *Making money*

4.1 Introduction

Les plans techniques doivent faire mention des l'ensemble des dimensions permettant de reproduire la pièce à l'identique. Cette étape est appelée cotation [1]. Une cote est « la valeur numérique exprimée en unités de mesure appropriées et représentée graphiquement sur les dessins techniques par des lignes, des symboles et des notes ». Il existe différents types de cotes :

- cote fonctionnelle : essentielle à la fonction de la pièce ;
- cote non fonctionnelle : qui n'est pas essentielle à la fonction de la pièce ;
- cote auxiliaire : donnée pour information seulement sur le plan.

La distinction entre les cotes fonctionnelles et non fonctionnelles se joue au niveau des tolérances de fabrication (cf chapitre 5) c'est-à-dire de la précision attendue sur la réalisation de la cote.

L'action de coter ne doit pas être vue comme une simple mention de dimensions locales d'une pièce, il est nécessaire d'avoir une réflexion globale simplifiant l'interprétation des plans, la fabrication de la pièce ou le contrôle qualité [2]. La cotation arbitraire qui est basée sur quelques règles de bonne pratiques (définir la forme et la position de toutes les surfaces, donner des cotes facilement contrôlables,...) n'est pas optimale s'il n'y a pas en parallèle une réflexion sur la fonctionnalité de la pièce. Cette approche de cotation fonctionnelle sera détaillée au § 5.6.

4.2 Cotes nominales

Dans la mesure du possible, le concepteur a intérêt à choisir les dimensions nominales des éléments dans des valeurs normalisées. La normalisation [3] vise à définir une série discrète permettant de couvrir l'ensemble des besoins avec un nombre raisonnable de termes. Les nombres normaux [4] sont les termes de valeurs conventionnellement arrondies de séries géométriques R_r comportant r valeurs par décade. Elles comprennent les puissances entières de 10 et sont respectivement comme raison $\sqrt[5]{10}$, $\sqrt[10]{10}$, $\sqrt[20]{10}$ et $\sqrt[40]{10}$. Les séries Ra_r arrondies peuvent être utilisées en cas de nécessité.

Principales			Arrondies			Principales			Arrondies		
R10	R20	R40	Ra10	Ra20	Ra40	R10	R20	R40	Ra10	Ra20	Ra40
1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3,15	3,15	3,15	3,20	3,20	3,20
		1,06			1,05			3,35			3,40
	1,12	1,12		1,10	1,10		3,55	3,55		3,60	3,60
		1,18			1,20			3,75			3,80
1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00
		1,32			1,30			4,25			4,20
	1,40	1,40		1,40	1,40		4,50	4,50		4,50	4,50
		1,50			1,50			4,75			4,80
1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	1,60	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
		1,70			1,70			5,30			5,30
	1,80	1,80		1,80	1,80		5,60	5,60		5,60	5,60
		1,90			1,90			6,00			6,00
2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30	6,30
		2,12			2,10			6,70			6,70
	2,24	2,24		2,20	2,20		7,10	7,10		7,10	7,10
		2,36			2,40			7,50			7,50
2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00	8,00
		2,65			2,60			8,50			8,50
	2,80	2,80		2,80	2,80		9,00	9,00		9,00	9,00
		3,00			3,00			9,50			9,50

TABLE 4.1 - Nombres normaux.

Il faut toutefois noter qu'avec l'intensification de l'utilisation de la CAO, une évolution pourrait s'opérer vers le choix de cotes nominales non entières représentant la position moyenne dans l'intervalle de tolérance. Cette pratique est encore peu répandue à l'heure actuelle.

4.3 Conventions de représentation

Chaque élément ne doit être coté qu'une seule fois sur le dessin en plaçant les cotes sur les vues ou les coupes permettant de représenter le plus clairement possible les choses. L'indication d'une cote comprend [5] :

- une ligne d'attache (ou ligne de rappel) qui encadre l'élément coté ;
- une ligne de cote parallèle à la dimension cotée ;
- des indications d'extrémité et d'origine de la ligne de cote ;
- la valeur de la cote elle-même.

Les lignes d'attache et de cote sont dessinées en traits fin. Les lignes de rappel sont soit des traits continus, soit des traits mixtes si la ligne s'attache sur un trait d'axe, un plan de symétrie, un plan de coupe pour le centre d'un alésage. Les extrémités peuvent être indifféremment des flèches, une barre oblique ou un cercle vide (figure 4.1). S'il y a assez de place, les flèches doivent se situer dans les limites de la ligne de cote. Dans le cas contraire, elles peuvent être reportées à l'extérieur de la ligne de cote (figure 4.2).

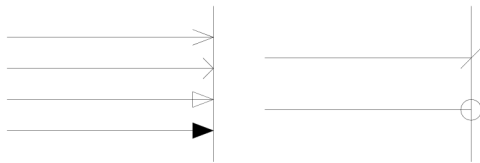


FIGURE 4.1 – Symbole d'extrémité [1].

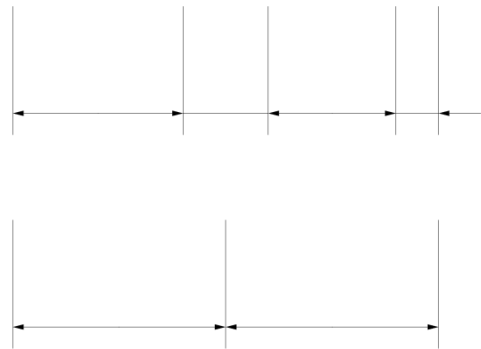


FIGURE 4.2 – Disposition des lignes de cote [1].

Pour coter un rayon, il faut tracer une flèche pointant du côté de l'arc de la ligne de cote. L'extrémité de la flèche peut être dessinée à l'intérieur ou à l'extérieur du contour selon la place disponible (figure 4.3).

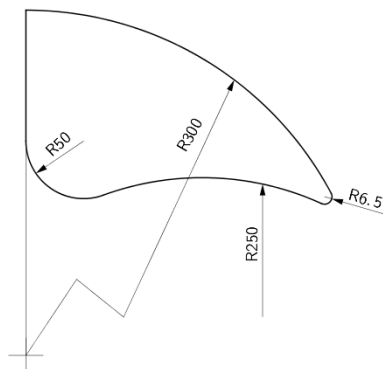


FIGURE 4.3 – Cotation des rayons [1].

Pour préciser la forme ou pour faciliter l'interprétation du dessin, on peut faire précéder la valeur de la cote par l'un des symboles suivants :

- \varnothing pour un diamètre ;
- R pour un rayon ;
- \square pour un carré ;
- SR pour une portion de sphère dont on donne le rayon ;
- $S\varnothing$ pour une sphère dont on donne le diamètre.

Voici quelques conventions pour l'attache des éléments de cotation pour les dimensions linéaires (figure 4.4) :

- Les lignes d'attache doivent dépasser de quelques millimètres la ligne de cote (a) ;
- Les lignes d'attache peuvent être séparées de quelques millimètres du contour de la vue (b) ;
- Les lignes d'attache peuvent s'appuyer sur des arêtes fictives, les lignes d'épure sont prolongées de quelques millimètres au-delà du point d'intersection (c) ;
- La ligne de cote se référant à un élément représenté en vue interrompue est tracée sans interruption (d) ;
- Les lignes d'attache sont perpendiculaires à l'élément à coter, dans certains cas, elles peuvent être obliques à condition de rester parallèles entre elles (e) ;
- Un axe peut être utilisé comme ligne d'attache, dans une demi-vue d'une pièce symétrique, les lignes de cote sont prolongées de quelques millimètres au-delà de l'axe ou du plan de symétrie lorsqu'on cote le diamètre (f).

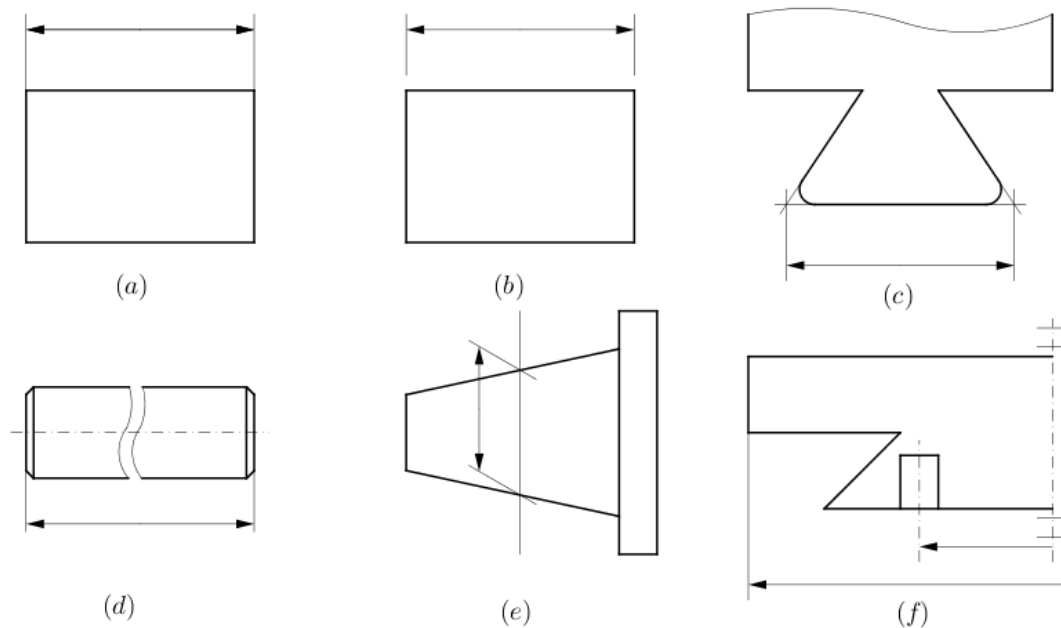


FIGURE 4.4 – Conventions pour la cotation linéaire.

4.4 Disposition des cotes

La disposition des cotes doit permettre la bonne lisibilité du plan. Leur disposition présente deux variantes possibles :

- Les cotes sont inscrites parallèlement à la ligne de cote, de préférence en leur milieu et légèrement espacées de celles-ci (figure 4.5) ;
- les cotes sont inscrites horizontalement (figure 4.6).

Dans la première méthode, il faut prévoir que les cotes soient lues du bas ou de la droite. Certaines orientations sont de ce fait déconseillées (figure 4.5).

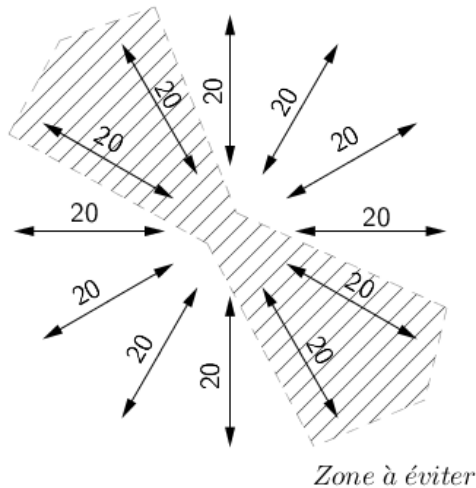


FIGURE 4.5 – Disposition des cotes, variante 1 [1].

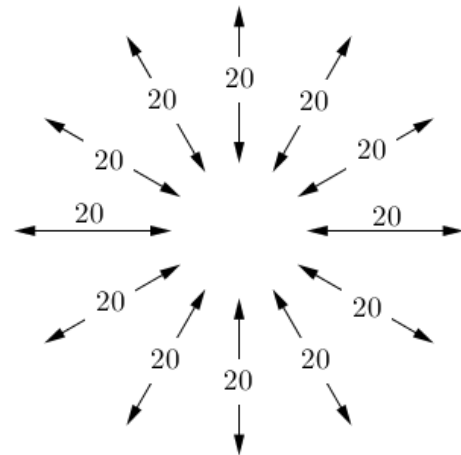


FIGURE 4.6 – Disposition des cotes, variante 2 [1].

La cotation angulaire répond aux mêmes exigences (figure 4.7).

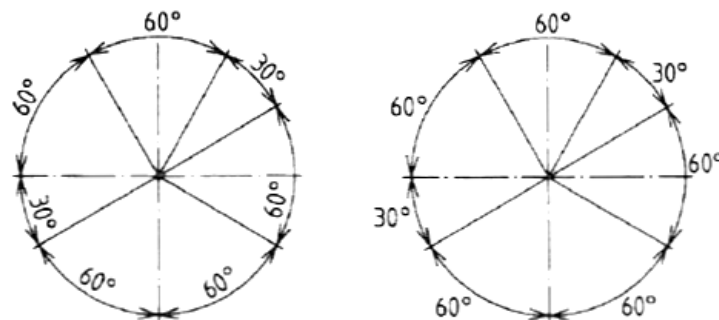


FIGURE 4.7 – Indication des cotes angulaires [1].

De manière générale, il faut essayer d'éviter le croisement entre les différentes lignes du plan. Si ceci est inévitable, aucune ligne ne doit être interrompue (figure 4.8).

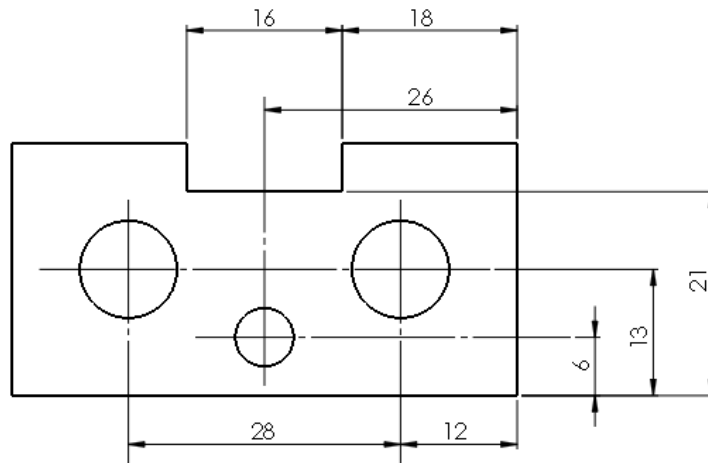


FIGURE 4.8 – Disposition de la cotation[1].

On distingue quatre types de cotation :

- la cotation en série (figure 4.9) qui consiste à réaliser une chaîne de cote pour les dimensions dans une même direction (simple d'emploi mais risque d'aboutir à des tolérances importantes, cf §5.6) ;
- la cotation parallèle à partir d'un élément commun qui est intéressante s'il y a une face de référence pour la fabrication ;
- la cotation en coordonnées (figure 4.11) qui consiste à reporter les coordonnées de points identifiés dans un tableau (intéressante pour des matrices de perçage ou des profils complexes) ;
- la cotation combinée qui associe deux ou plusieurs des méthodes citées précédemment.

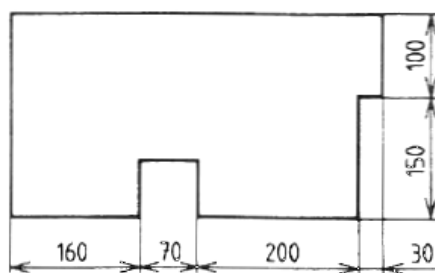


FIGURE 4.9 – Cotation série [1].

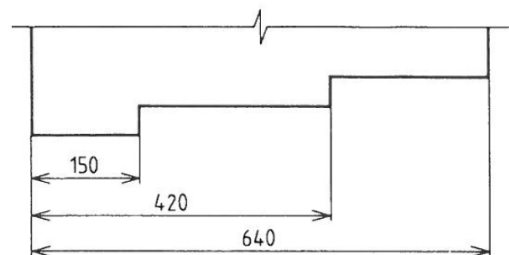


FIGURE 4.10 – Cotation parallèle [1].

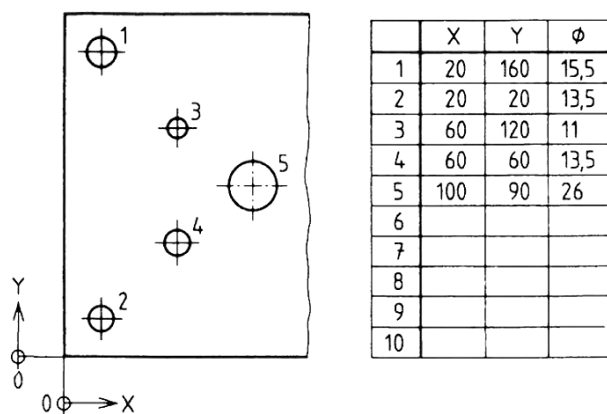


FIGURE 4.11 – Cotation en coordonnées [1].

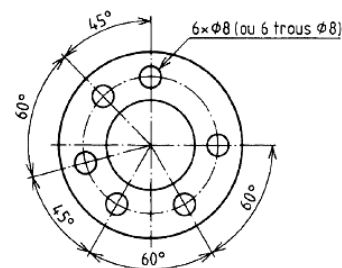


FIGURE 4.12 – Cotation d'éléments répétitifs [1].

Si plusieurs éléments identiques sont disposés de manière régulière sur une droite ou un cercle, il est permis de définir nombre d'éléments à côté de la cote pour éviter de devoir la répéter plusieurs fois (figure 4.12).

Les chanfreins sont cotés via le dégagement linéaire (parallèlement à l'axe) et l'angle par rapport à l'axe (figures 4.13 et 4.14). Lorsque l'angle est égal à 45° , une indication synthétique « retrait x 45° » peut être utilisée

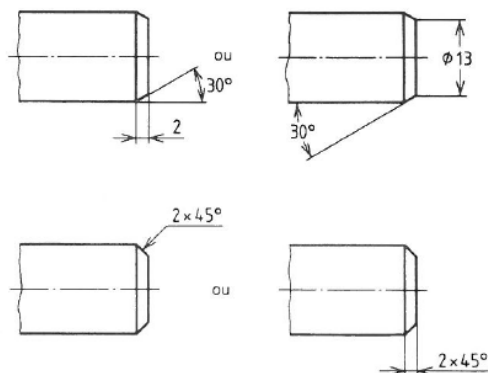


FIGURE 4.13 – Cotation de chanfreins extérieurs [1].

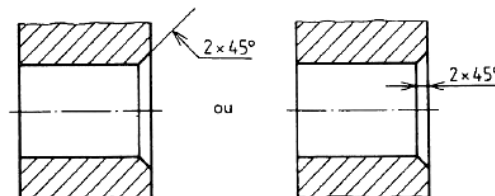


FIGURE 4.14 – Cotation de chanfreins intérieurs. [1].

4.5 Conseils généraux pour la cotation

Voici quelques conseils généraux pour la cotation [6] :

- Aligner si possible les lignes de cote.
- Privilégier la cotation des diamètres dans une vue en coupe.
- Tracer la flèche du côté concave des arcs de cercle.
- Eviter de couper une ligne de cote par un autre trait.
- Eviter de couper une cote par un autre trait.
- Eviter d'aligner une ligne de cote avec une ligne du dessin.
- Si une cote est placée dans une zone hachurée, supprimer les hachures autour de la cote.

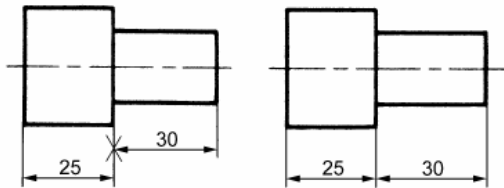


FIGURE 4.15 – Aligner les lignes de cotes [6].

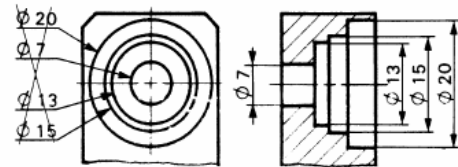


FIGURE 4.16 – Coter les diamètres dans une vue en coupe [6].

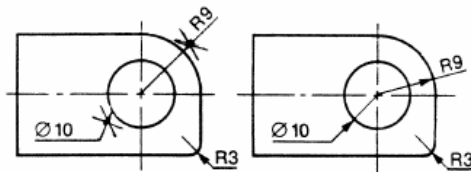


FIGURE 4.17 – Tracer les flèches du côté concave [6].

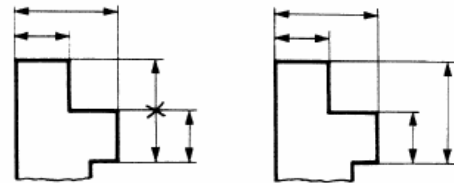


FIGURE 4.18 – Eviter de couper une ligne de cote [6].

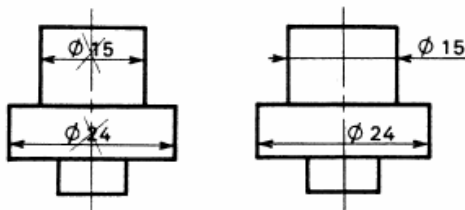


FIGURE 4.19 – Eviter de couper une cote [6].

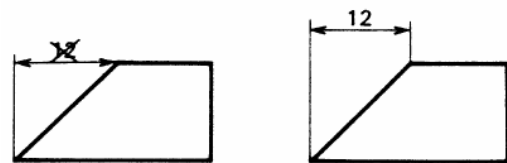


FIGURE 4.20 – Ne pas aligner une ligne de cote avec une ligne du dessin [6].

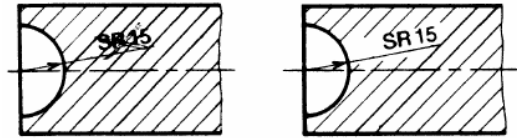


FIGURE 4.21 – Interrompre les hachures autour d’une cote [6].

4.6 Cotation des éléments coniques

Un cône est caractérisé par sa conicité qui est définie selon :

$$C = \frac{D - d}{L} = 2 \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad (4.1)$$

Elle est donnée généralement sous forme de fraction (exprimée comme les rapports d’échelle : 1/5 ou 1:5 par exemple). On l’indique par l’intermédiaire d’un symbole triangulaire à cheval sur la ligne de rappel. Celle-ci doit être parallèle à l’axe du cône ; le symbole doit être orienté dans le sens de la conicité sur la pièce (utile pour éviter les erreurs d’interprétation pour les faibles conicités).

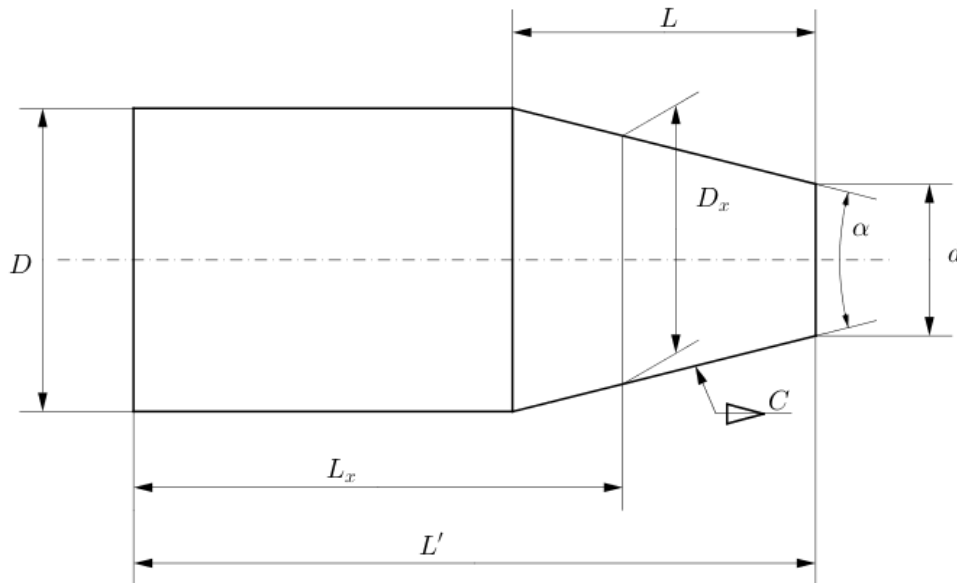


FIGURE 4.22 – Ensemble des cotes pouvant être placées sur un cône.

Pour la cotation des éléments coniques, la norme [7] indique qu’il est nécessaire de coter une quelconque combinaison non redondante des informations suivantes (figure 4.22) :

- La conicité C ;
- l’angle d’ouverture du cône α ;
- le grand diamètre D ;
- le petit diamètre d ;
- la diamètre dans un plan donné appelé plan de jauge D_x ;
- la hauteur du cône L ;
- la longueur d’une portée y compris la partie conique L' ;
- la position du plan de jauge L_x ;

La cotation de l'angle ou de la conicité sont parfaitement interchangeables. La norme propose quatre variantes classiques de choix présentées aux figures 4.23 à 4.26.

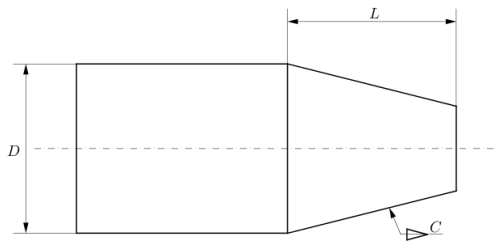


FIGURE 4.23 – Cotation d'un cône, proposition 1.

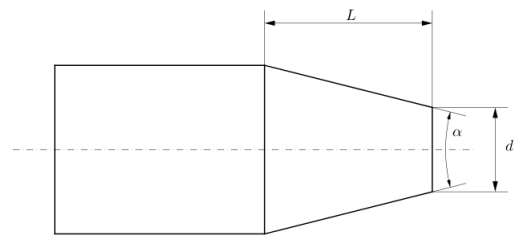


FIGURE 4.24 – Cotation d'un cône, proposition 2.

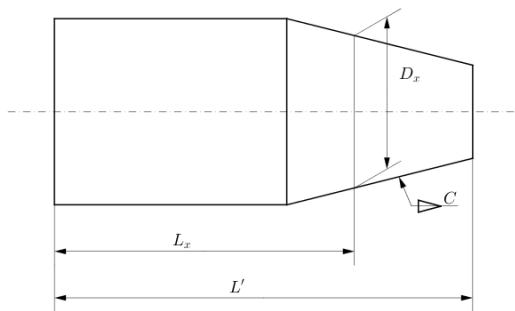


FIGURE 4.25 – Cotation d'un cône, proposition 3.

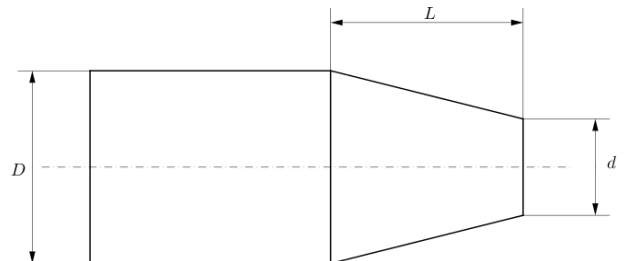


FIGURE 4.26 – Cotation d'un cône, proposition 4.

La troisième proposition est généralement privilégiée :

- du point de vue contrôle dimensionnel, il n'est pas aisé de mesurer l'un des diamètres extrêmes ;
- dans l'hypothèse d'un assemblage entre un cône mâle, on cotera le même plan de jauge sur les deux pièces. Il s'agira du plan dans lequel il y aura théoriquement assemblage entre les deux pièces.

4.7 Cotation des formes quelconques

La norme ISO1160 régit les méthodes de cotation des profils complexes [8]. Deux méthodes principales sont prévues pour la cotation de profils :

- la définition par un ensemble de rayons de courbure accompagnés d'un nombre de cotes suffisant pour les localiser (figure 4.27 ;
- la cotation cartésienne d'une ensemble de points sur la courbe (figure 4.28).

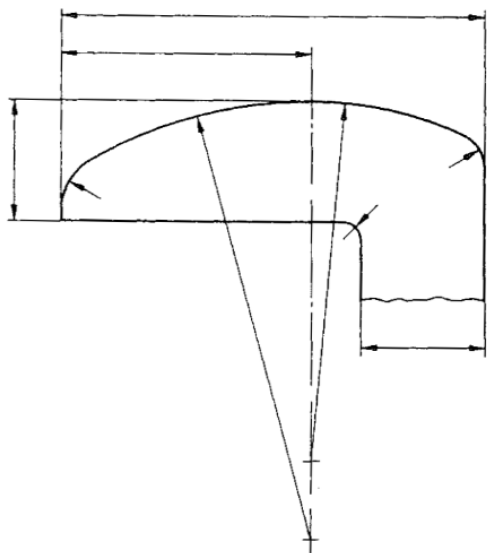


FIGURE 4.27 – Cotation de profil par rayons de courbure [8].

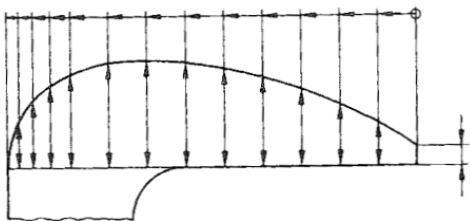


FIGURE 4.28 – Cotation de profil par coordonnées de points [8].

La norme prévoit également la possibilité de définir le profil par l'intermédiaire d'un profil de came (figure 4.29).

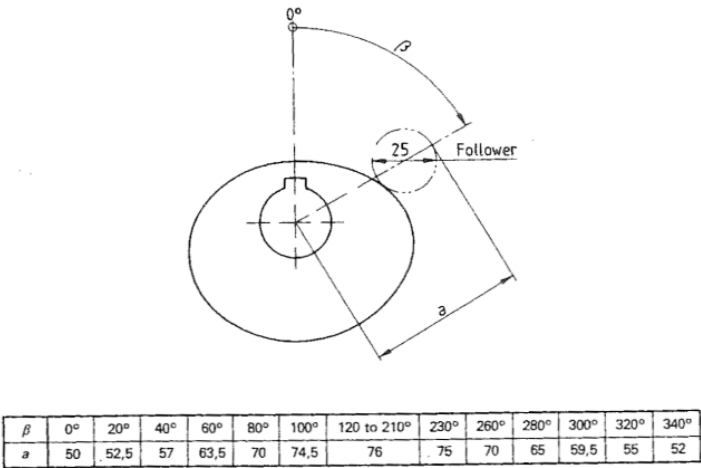


FIGURE 4.29 – Cotation par l'intermédiaire d'une came [8]

Par soucis de lisibilité, la cotation par un ensemble de points peut être réalisée en marquant les points sur la courbe et en reprenant les cotes dans un tableau (figure 4.30).

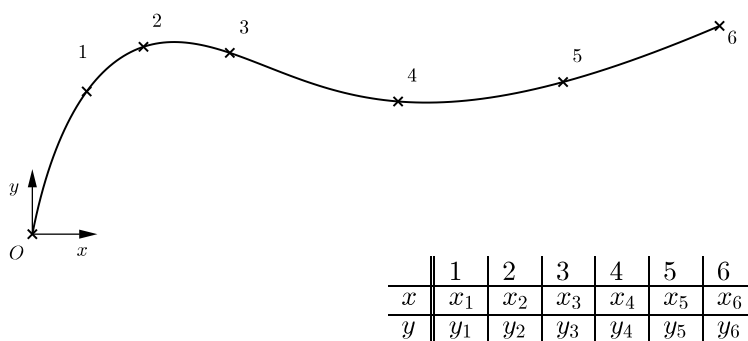


FIGURE 4.30 – Cotation de profil via un tableau de coordonnées.

Bien que la norme ne le précise pas, il est préférable d'adopter une répartition non uniforme des points sur le profil (écart plus faible dans les zones de forte courbure, écart plus large dans les zones de faible courbure).

Références

- [1] ISO 129-1 :2004. dessins techniques. indication des cotes et tolérances – partie 1 : Principes généraux.
- [2] F. Villars. Cotation fonctionnelle. *Techniques de l'Ingénieur*, BM7020 :1–22, 2007.
- [3] ISO 3 :1973. nombres normaux – séries de nombres normaux.
- [4] P. Dehombreux. *Formulaire de construction des machines*. Mutuelle d'édition FPMs, 2012.
- [5] ISO 128-22 :1999. dessins techniques. principes généraux de représentation – partie 22 : Conventions de base et applications pour les traits de rappel de cote et traits de référence.
- [6] A. Chevalier. *Guide du dessin industriel*. Hachette technique, 2002.
- [7] ISO 3040 :2016. spécification géométrique des produits (GPS). cotation et tolérancement - cônes.
- [8] ISO 1660 :2017. spécification géométrique des produits (GPS). tolérancement géométrique – tolérancement des profils.

Chapitre 5

Notion de tolérance dimensionnelle

In order that fit function could be satisfied, it was found sufficient to manufacture a given workpiece so that its size lay within two permissible limits, i.e. a tolerance, this being the variation in size acceptable in manufacture while ensuring the functional fit requirements of the product.

- Comité ISO, *ISO 286*

5.1 Introduction

En raison des imperfections de la fabrication, aussi limitées soient-elles, les dimensions réelles d'un élément diffèrent des dimensions nominales, qui sont celles indiquées sur le plan d'exécution.

Compte tenu de cette incertitude, pour garantir que l'élément puisse remplir sa fonction, on s'assure, par un contrôle de qualité, que chaque dimension soit comprise dans les limites fixées par le concepteur dont la différence constitue la *tolérance*.

5.2 Normes ISO GPS

Avant 2010, il y avait un ensemble de normes qui décrivaient de manière indépendante comment imposer et interpréter les tolérances sur un plan techniques. Au fil du temps, il est malheureusement apparu des contradictions entre l'ensemble de ces normes au point qu'il devenait parfois difficile d'interpréter un dessin. On peut noter par exemple qu'une partie des normes considéraient le principe d'indépendance par défaut (chaque imposition doit être remplie indépendamment des autres) alors que d'autres normes modifiaient ce principe. En conséquence, le comité ISO responsable de la normalisation des plans techniques a entrepris un travail d'harmonisation dont le résultat a été la production d'un cadre global appelé normes GPS (geometrical specification of products) qui a pour but d'harmoniser l'ensemble des normes décrivant les impositions géométriques à imposer sur un plan technique (cotation, tolérances dimensionnelles, géométries et états de surface).

L'outil de base pour le classement des normes ISO-GPS est la matrice GPS (figure 5.1) qui reprend pour chaque caractéristique métrologique (taille, distance, rayon, rugosité,...) les six niveaux de définition :

1. indication dans la documentation produit ;
2. définition des tolérances ;
3. définition des caractéristiques des éléments ;
4. évaluation des écarts, limites des tolérances ;
5. exigences des équipements de mesure ;
6. exigence d'étalonnage, étalons.

Matrice réduite des chaînes de normes GPS générales							
		Maillon n°					
		1	2	3	4	5	6
	Caractéristiques géométrique de l'élément	Indication dans la documentation du produit – Codification	Définition des tolérances – Définition théorique et valeurs	Définitions des caractéristiques ou paramètres de l'élément extrait	Évaluation des écarts de la pièce – Comparaison avec les limites de la tolérance	Exigences pour l'équipement de mesure	Exigences d'étalonnage – Étalon d'étalonnage
1	Taille	ISO 126, 286-1, 406	ISO 286-1 et 2, 1829	ISO 286-1, 8015, 14660-1 et 2	ISO 1938	ISO 1938, 3670, 463, 3599, 3611, ...	ISO 1938, 3670, 3650
2	Distance
3	Rayon
4	Angle
5	Forme ligne sans réf.	ISO 1101, 1660, 2692	ISO 1101, 1660, 12780-1, 11562 (1996)	ISO 12780-1, 14660-1 et 2	ISO 5460, 12181-2, 12780-2	ISO 10360-1, 2, 3, 4, 5 et 6, 463, 8512-1 et 2, 9493, ...	ISO 12780-4
6	Forme ligne avec réf.
7	Forme surface sans réf.
8	Forme surface avec réf.
9	Orientation
10	Position
11	Battement circulaire
12	Battement total
13	Références
14	Rugosité	ISO 1302	ISO 4287-1, 11562, 12085, 13565-1, 2 et 3	ISO 4288, 11562, 12085, 13565-2	ISO 4288, 12085	ISO 3274, 11562	ISO 5436, 12179
15	Ondulation
16	Profil primaire
17	Defauts surface
18	Arêtes	ISO 13715	ISO 13715	vide	vide	vide	vide

FIGURE 5.1 – Matrice GPS [1].

L'objectif à terme est de remplir chaque case de la matrice par une norme qui prend en charge l'aspect concerné (la matrice est à ce jour incomplète).

Les normes ISO GPS sont basées sur un ensemble de principes [2] qui seront précisés au fur et à mesure de ce cours :

- principe d’invocation : une fois qu’il est fait référence à l’une des normes de l’ensemble ISO GPS, on considère que toutes ses impositions s’appliquent ;
- Principe hiérarchique : les normes sont classées en normes fondamentales, globales, générales et complémentaires, une règle à un niveau général s’applique sauf contre-indication dans une norme particulière ;
- principe du dessin définitif : toutes les impositions ayant trait à la forme, aux dimensions, aux tolérances et aux états de surface doivent apparaître sur le plan de manière explicite (il fait office de contrat), a priori aucune imposition ne doit être déduite ;
- principe de caractéristiques : une pièce est séparée en caractéristiques de forme géométrique simple (plans, cylindres,...) et par défaut les positions s’appliquent à l’ensemble de la forme ;
- principe d’indépendance : chaque spécification doit être remplie indépendamment des autres ;
- principe décimal : la dernière décimale indiquée pour une dimension sur un plan est le dernier chiffre significatif de la grandeur considérée (0,2 correspond donc à 0,2000000...) ;
- principe par défaut : il existe des valeurs par défaut standard pour chaque normes qui ne doivent pas être indiquées explicitement sur le plan (longueurs d’ondes pour filtrer les profils de rugosité par exemple) ;
- principe de conditions de références : il y a des conditions de références fixées pour l’application des normes (par exemple les dimensions de pièces sont prises à une température de 20° C) ;
- principe de pièce rigide : par défaut, les pièces sont considérées rigides, leur déformation (sous l’effet de leur poids propre par exemple) n’entre pas en ligne de compte lors de la mesure ;
- principe du contrôle fonctionnel : les impositions placées sur le plan servent à assurer la bonne marche de la pièce dans l’assemblage qui va les recevoir ;
- principe de spécification générale : on peut indiquer des impositions générales sur un plan, mais elle ne s’appliquent que si une spécification n’est pas indiquée de manière explicite ailleurs sur le plan (définition de tolérances générales par exemple) ;
- principe de responsabilité : il n’y a pas de bonne ou de mauvaise pièce, on évalue l’acceptation ou le rejet d’une pièce pour un niveau de confiance fixé (via la notion d’incertitude) ;

Les chapitres qui suivent présenteront donc les approches liées à la norme ISO GPS. Toutefois, en raison de la récente introduction de ces normes qui implique qu’un grand nombre de plans produits avec les anciennes versions des normes circulent encore, il sera mentionné à plusieurs reprises les anciennes pratiques et leur interprétation pour permettre au lecteur leur compréhension.

5.2.1 Tolérances sur la taille d'une entité

Une des modifications principales apportée par les normes ISO GPS est qu'on sépare clairement deux types de mesures portées sur un plan : celles décrivant la taille d'une entité et les autres. Les dimensions définissant la taille d'une entité sont limitées à (figure 5.2) :

- le diamètre d'une partie circulaire complète (arbre ou alésage) ;
- le diamètre d'une partie sphérique intérieure ou extérieure ;
- la distance entre deux plans parallèle en vis à vis (épaisseur d'une partie mâle ou d'une rainure

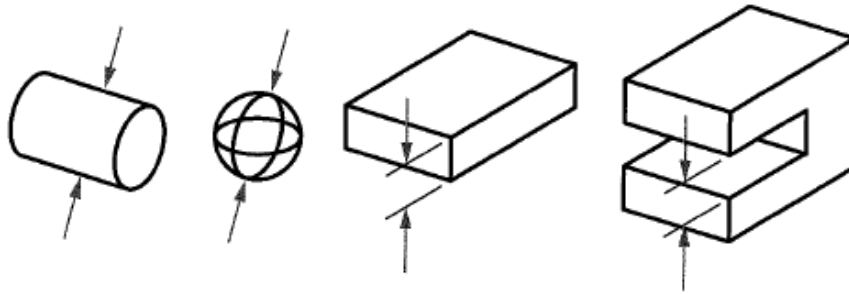


FIGURE 5.2 – Cotes considérées comme des dimensions par les normes ISO GPS [2].

L'interprétation d'une tolérance dimensionnelle sur la taille d'une entité est que chaque mesure locale de la pièce pour la dimension spécifiée doit se trouver dans l'intervalle mentionné (figure 5.3).

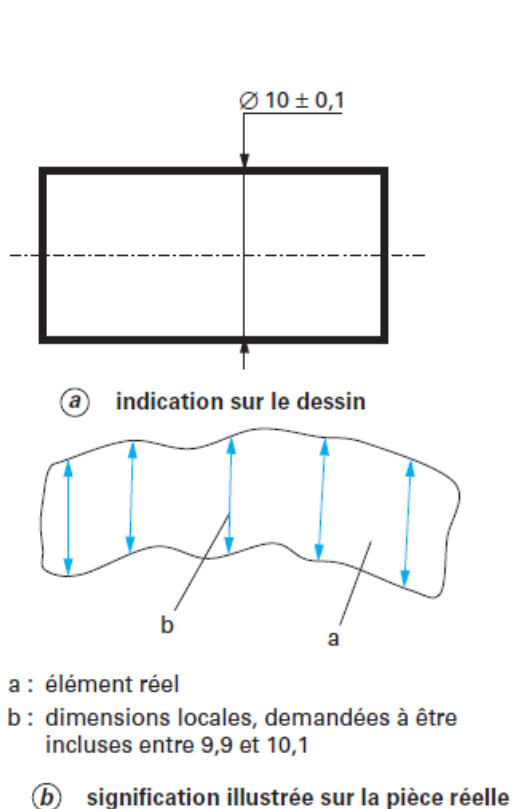


FIGURE 5.3 – Interprétation d'une tolérance dimensionnelle [3].

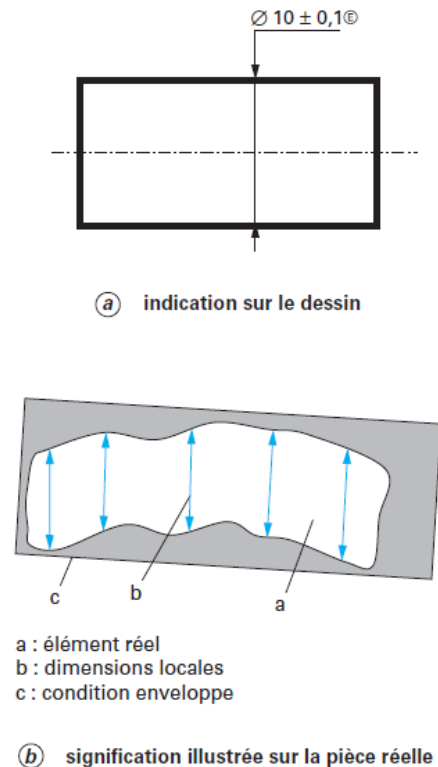


FIGURE 5.4 – Interprétation d'une tolérance dimensionnelle avec exigence d'enveloppe [3].

On peut noter que l'interprétation générale peut être changée via des modificateur (voir §6.6). La figure 5.4 présente par exemple l'interprétation lorsque qu'une exigence d'enveloppe est imposée. Dans ce cas, en plus de la contrainte dimensionnelle, l'ensemble de la pièce doit être inclus dans la forme géométrique parfaite au diamètre maximal.

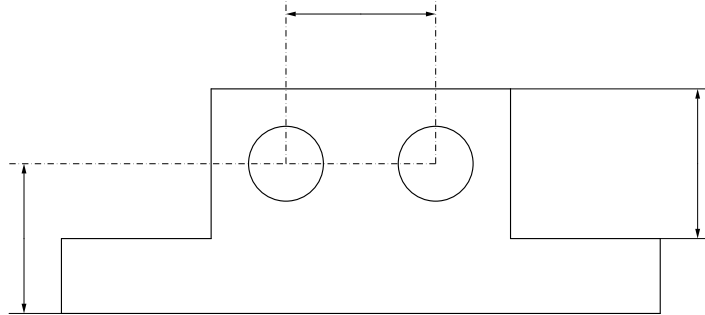


FIGURE 5.5 – Cotes qui ne sont pas considérées comme des dimensions par les normes ISO GPS.

Pour toutes les autres caractéristiques (distance entre le centre de deux alésages, distances entre plans décalés, ...), les normes ne donnent pas d'interprétation complète d'une signification de tolérances dimensionnelle associées. Elles déconseillent donc leur usage, bien qu'elles restent encore d'un emploi fort répandu. Ce point sera développé au chapitre traitant des tolérances géométriques.

5.2.2 Tolérances angulaires

Les tolérances angulaires ne s'appliquent qu'à des lignes de surfaces (dièdre ou cône par exemple) et non à la surface dans son ensemble (figure 5.6). On définit l'angle local entre deux plans dans un plan perpendiculaire à leur intersection. Dans chacun de ces plans, on a deux lignes (intersection des plans originaux avec le plan de coupe) sur lesquelles on trouve deux droites tangentes. Les tolérances angulaires imposent que ces deux droites forment un angle compris dans l'intervalle spécifié. Les tolérances sur les dimensions angulaires sont données en degrés ou via des sous multiples (minute ou secondes d'arc par exemple).

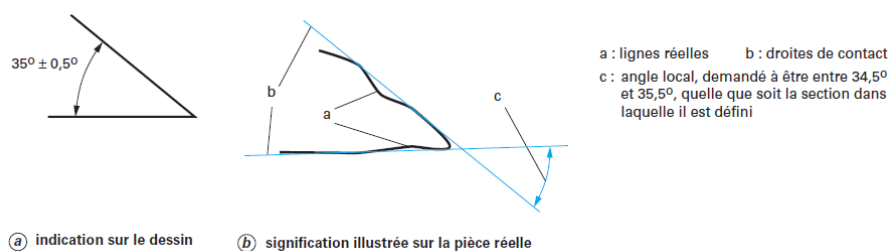


FIGURE 5.6 – Interprétation de tolérances angulaires[3].

5.3 Indication de tolérances sur le plan

La tolérance peut être indiquée de différentes manières (figure 5.7) :

- en ajoutant de manière explicite la tolérance derrière la cote, qu'elle soit répartie symétriquement ou non par rapport à cette cote nominale ($50 \pm 0,05$, $20^{+0,02}_{-0,01}$ ou $30^0_{-0,01}$ par exemple) ;
- en indiquant les deux extrémités de l'intervalle de tolérance ;
- en faisant suivre la cote nominale d'un lettre et d'un chiffre faisant référence au système ISO de tolérancement (cf §5.4) ;
- en ne limitant la variation que dans une seule direction avec l'indication « mini » ou « maxi » (cote unilimite) ;
- en ne mentionnant pas explicitement de tolérance pour la cote ce qui renvoie automatiquement à l'utilisation de la tolérance générale mentionnée dans le cartouche (voir §5.5) ;

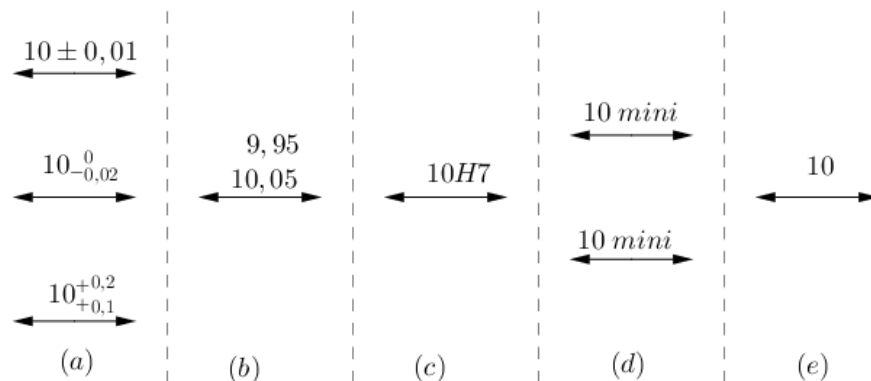


FIGURE 5.7 – Spécification de tolérances dimensionnelles : (a) intervalle de tolérance, (b) dimensions limites, (c) système de tolérance ISO, (d) tolérances unidirectionnelles, (e) emploi d'une tolérance générale.

Le coût de fabrication d'une pièce est lié à la qualité des tolérances. De manière générale, une tolérance serrée sera plus difficile à obtenir et donc plus coûteuse, ce qui implique que l'imposition d'une tolérance soignée doit être justifiée d'un point de vue fonctionnel.

5.4 Système ISO d'ajustements

Pour simplifier l'interprétation des tolérances dimensionnelles dans le cadre d'un ajustement qui résulte de l'association d'une pièce mâle (arbre ou tenon) et d'une pièce femelle (alésage ou mortaise), il est possible de définir un symbole ISO associant une lettre et un chiffre :

- la lettre majuscule (pour un alésage, une largeur de rainure ou toute autre partie vide) ou minuscule (pour un arbre, une épaisseur de cale ou toute partie matérielle) qui définit la position de l'intervalle de tolérance par rapport à la cote nominale ;
- le chiffre qui définit l'étendue de l'intervalle de tolérance.

5.4.1 Intervalle de tolérance ISO

L'amplitude de l'intervalle de tolérance dépend de la cote nominale (figure 5.8). Le tableau 5.1 les reprend. On note que :

- les classes 01 à 4, les plus précises, sont caractéristiques de celles rencontrées pour les calibres métrologiques ;
- les classes 5 à 11, sont caractéristiques de la construction mécanique générale (on se situe donc entre le cinquantième et le dixième de millimètre) ; la classe 7 est typique de la construction mécanique soignée classique ;
- les classes supérieures à 12 sont caractéristiques de la construction mécanique lourde (tolérances largement supérieures au dixième de mm).

Dimension D [mm]	Classes de qualité																	
	01	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$D \leq 3$	0.3	0.5	0.8	1.2	2	3	4	6	10	14	25	40	60	100	140	250	400	600
$3 < D \leq 6$	0.4	0.6	1.0	1.5	2.5	4	5	8	12	18	30	48	75	120	180	300	480	750
$6 < D \leq 10$	0.4	0.6	1.0	1.5	2.5	4	6	9	15	22	36	58	90	150	220	360	580	900
$10 < D \leq 18$	0.5	0.8	1.2	2.0	3	5	8	11	18	27	43	70	110	180	270	430	700	1000
$18 < D \leq 30$	0.6	1.0	1.5	2.5	4	6	9	13	21	33	52	84	130	210	330	520	840	1300
$30 < D \leq 50$	0.6	1.0	1.5	2.5	4	7	11	16	25	39	62	100	160	250	390	620	1000	1600
$50 < D \leq 80$	0.8	1.2	2.0	3	5	8	13	19	30	46	74	120	190	300	460	740	1200	1900
$80 < D \leq 120$	1.0	1.5	2.5	4	6	10	15	22	35	54	87	140	220	350	540	870	1400	2200
$120 < D \leq 180$	1.2	2	3.5	5	8	12	18	25	40	63	100	160	250	400	630	1000	1600	2500
$180 < D \leq 250$	2.0	3	4.5	7	10	14	20	29	46	72	115	185	290	460	720	1150	1850	2900
$250 < D \leq 315$	2.5	4	6	8	12	16	23	32	52	81	130	210	320	520	810	1300	2100	3200
$315 < D \leq 400$	3.0	5	7	9	13	18	25	36	57	89	140	230	360	570	890	1400	2300	3600
$400 < D \leq 500$	4.0	6	8	10	15	20	27	40	63	97	155	250	400	630	970	1550	2500	4000

TABLE 5.1 – Tolérances fondamentales en microns.

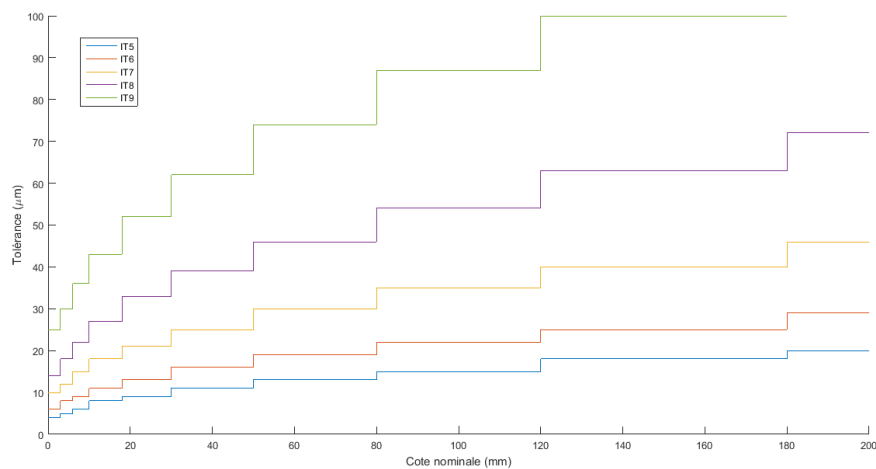


FIGURE 5.8 – Evolution graphique des intervalles de tolérance.

Pour les classes de précision, la progression de l'intervalle de tolérance IT est approximativement linéaire en fonction de la cote nominale D :

$$IT01 \quad IT = 0,3 + 0,008 \cdot D \quad (5.1)$$

$$IT0 \quad IT = 0,5 + 0,012 \cdot D \quad (5.2)$$

$$IT1 \quad IT = 0,8 + 0,02 \cdot D \quad (5.3)$$

Pour les classes 5 à 16, les valeurs numériques des tolérances fondamentales sont déterminées à partir de l'unité de tolérance i en fonction de la dimension nominale D par la formule [4] :

$$i_{[\mu m]} = 0,45 \sqrt[3]{D_{[mm]}} + 0,001 D_{[mm]} \quad (5.4)$$

On a par exemple $IT = 10i$ pour un IT6. Les figures 5.9 et 5.10 présentent graphiquement ces évolutions.

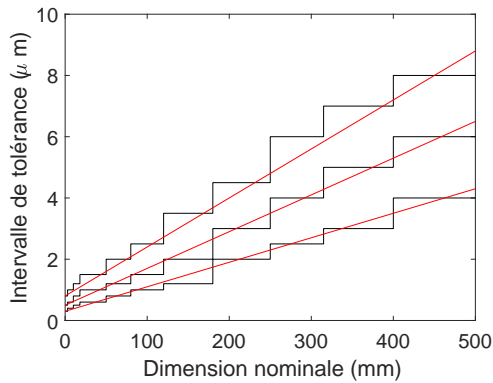


FIGURE 5.9 – Evolution des intervalles de tolérance pour IT01, IT0 et IT1.

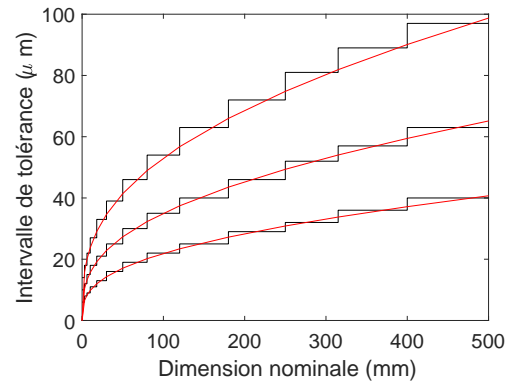


FIGURE 5.10 – Evolution des intervalles de tolérance pour IT6, IT7 et IT8.

La précision pouvant être atteinte dépend du procédé de fabrication employé (figure 5.11), ce point est abordé plus en détail dans les enseignements de technologie des fabrications mécaniques.

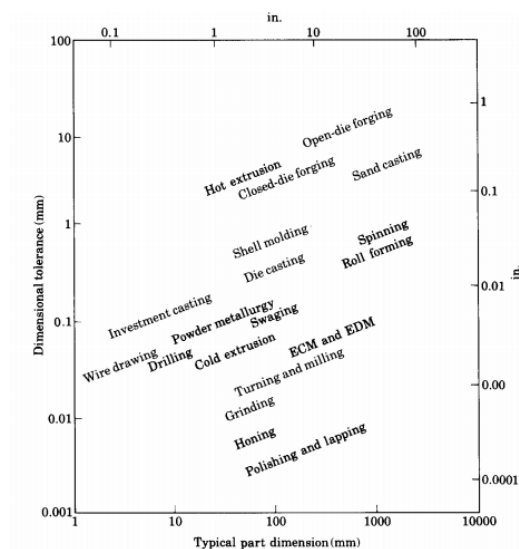


FIGURE 5.11 – Lien entre dimensions et tolérances pour différents procédés de fabrication [5].

5.4.2 Position de l'intervalle de tolérance ISO

La définition de la classe de tolérance ne suffit pas à caractériser la gamme des dimensions effectives, susceptibles d'être rencontrées, relativement à la dimension nominale. En effet, si l'on spécifie une classe de tolérance (par exemple, 10) pour une dimension nominale donnée (80 mm), on fixe la tolérance, soit la largeur de l'intervalle ($120\text{ }\mu\text{m}$) mais pas sa position (ce peut être $80^{+0,00}_{-0,12}\text{ mm}$, $80^{+0,12}_{-0,00}\text{ mm}$ ou $80^{+0,10}_{-0,02}\text{ mm}$). Il faut fixer l'écart supérieur ou l'écart inférieur. Pour déterminer la position de la zone de tolérance par rapport à la cote nominale, le système ISO recourt à une codification alphabétique (une ou deux lettres) et adopte des conventions différentes selon qu'il s'agit de dimensions de partie mâle ou femelles. On retiendra qu'on utilise :

- des lettres *minuscules* (a, b, c, d, e, f, g, h, js, j, k, n, p, r, s, t, u, v, x, y, z, za, zb, zb) pour désigner les tolérances des arbres (ou, de manière générale, du contenu) ;
- des lettres *majuscules* (A, B, C, D, E, F, G, H, Js, J, K, N, P, R, S, T, U, V, X, Y, Z, ZA, ZB, ZB) pour désigner les tolérances des alésages (ou, de manière générale, du contenant).

Plus précisément, pour les arbres (figure 5.12) :

- a à g indiquent un écart supérieur négatif ;
- h dénote un écart supérieur nul ; c'est l'arbre normal ;
- js correspond à des écarts inférieur et supérieur exactement opposés ;
- j correspond à une tolérance "à cheval" sur la ligne zéro définie par la dimension nominale ;
- k à zc indiquent un écart inférieur positif.

Pour les alésages (figure 5.13), les conventions sont symétriques :

- A à G indiquent un écart inférieur positif ;
- H dénote un écart inférieur nul ; c'est l'alésage normal (par défaut) ;
- Js correspond à des écarts inférieur et supérieur exactement opposés ;
- J et K correspondent à une tolérance "à cheval" sur la ligne zéro ;
- M à ZC indiquent un écart supérieur négatif.

Comme d'un point de vue fonctionnel, on attend un assemblage entre deux pièces, l'interprétation courante de la tolérance dimensionnelle munie d'un symbole ISO inclus normalement une exigence d'enveloppe, même si celle-ci n'est pas mentionnée explicitement.

La norme [6] prévoit la méthode de calcul pour la détermination de ces ajustements dans un cas général (définition de l'une des bornes de l'intervalle en fonction de la lettre et du chiffre définissant la tolérance).

Les tableaux 5.2 et 5.3 extraites de [7] présentent les écarts des tolérances les plus couramment utilisées.

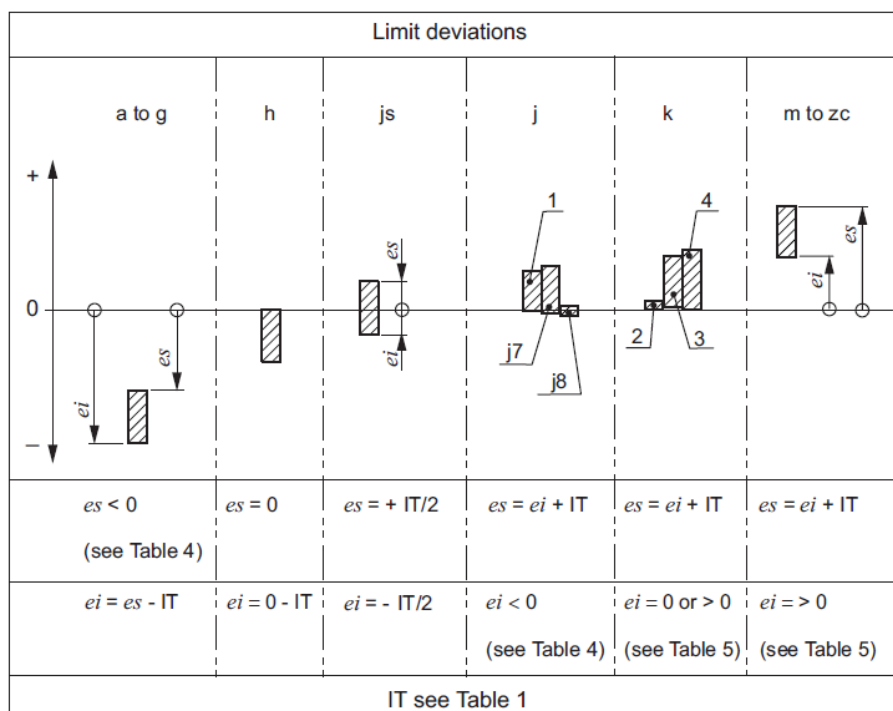


FIGURE 5.12 – Définition des tolérances pour un arbre [6].

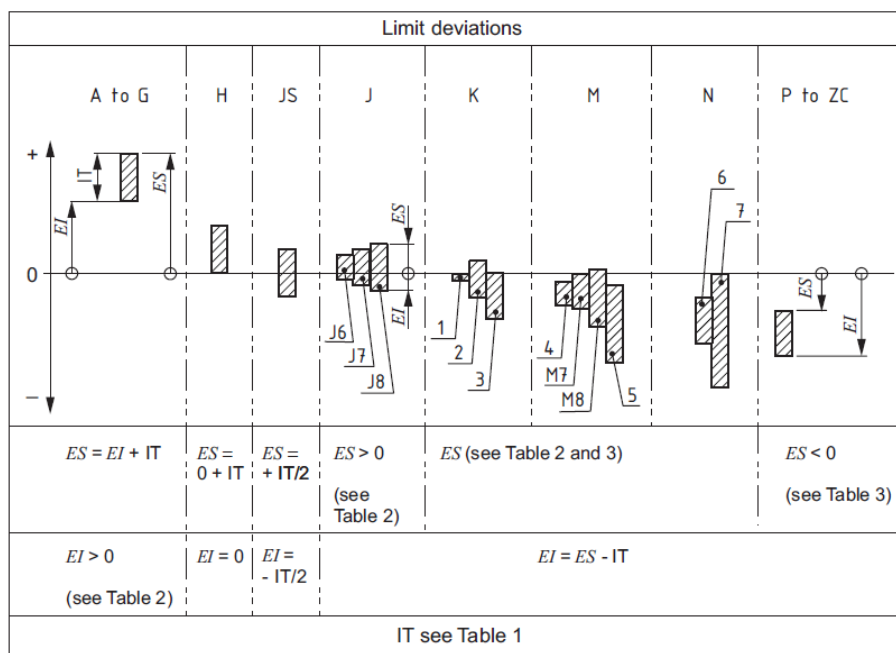


FIGURE 5.13 – Définition des tolérances pour un alésage [6].

Tolérance	Dimension d nominale [mm] de l'arbre																							
	$\begin{smallmatrix} 1 \\ < d \leq \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 3 \\ < d \leq \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 6 \\ < d \leq \\ 10 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 10 \\ < d \leq \\ 18 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 18 \\ < d \leq \\ 30 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 30 \\ < d \leq \\ 40 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 40 \\ < d \leq \\ 50 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 50 \\ < d \leq \\ 65 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 65 \\ < d \leq \\ 80 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 80 \\ < d \leq \\ 100 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 100 \\ < d \leq \\ 120 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 120 \\ < d \leq \\ 140 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 140 \\ < d \leq \\ 160 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 160 \\ < d \leq \\ 180 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 180 \\ < d \leq \\ 200 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 200 \\ < d \leq \\ 225 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 225 \\ < d \leq \\ 250 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 250 \\ < d \leq \\ 280 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 280 \\ < d \leq \\ 315 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 315 \\ < d \leq \\ 355 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 355 \\ < d \leq \\ 400 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 400 \\ < d \leq \\ 450 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 450 \\ < d \leq \\ 500 \end{smallmatrix}$	
a11	-270 -330	-270 -345	-280 -370	-290 -400	-300 -430	-310 -470	-320 -480	-340 -530	-360 -550	-380 -600	-410 -630	-460 -710	-520 -770	-580 -830	-660 -950	-740 -1030	-820 -1110	-920 -1240	-1050 -1370	-1200 -1560	-1350 -1710	-1500 -1900	-1650 -2050	
c11	-60 -120	-70 -145	-80 -170	-95 -205	-110 -240	-120 -280	-130 -290	-140 -330	-150 -340	-170 -390	-180 -400	-200 -450	-210 -460	-230 -480	-240 -530	-260 -550	-280 -570	-300 -620	-330 -650	-360 -720	-400 -760	-440 -840	-480 -880	
d11	-20 -80	-30 -105	-40 -130	-50 -160	-65 -195	-80 -240	-80 -240	-100 -290	-100 -290	-120 -340	-120 -340	-145 -395	-145 -395	-145 -395	-170 -460	-170 -460	-170 -460	-190 -510	-190 -510	-210 -570	-210 -570	-230 -630	-230 -630	
e8	-14 -28	-20 -38	-25 -47	-32 -59	-40 -73	-50 -89	-50 -89	-60 -106	-60 -106	-72 -126	-72 -126	-85 -148	-85 -148	-85 -148	-100 -172	-100 -172	-100 -172	-110 -191	-110 -191	-125 -214	-125 -214	-135 -232	-135 -232	
f6	-6 -12	-10 -18	-13 -22	-16 -27	-20 -33	-25 -41	-25 -41	-30 -49	-30 -49	-36 -58	-36 -58	-43 -68	-43 -68	-43 -68	-50 -79	-50 -79	-50 -79	-56 -88	-56 -88	-62 -98	-62 -98	-68 -108	-68 -108	
f7	-6 -16	-10 -22	-13 -28	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-25 -50	-30 -60	-30 -60	-36 -71	-36 -71	-43 -83	-43 -83	-43 -83	-50 -96	-50 -96	-50 -96	-56 -108	-56 -108	-62 -119	-62 -119	-68 -131	-68 -131	
g6	-2 -8	-4 -12	-5 -14	-6 -17	-7 -20	-9 -25	-9 -25	-10 -29	-10 -29	-12 -34	-12 -34	-14 -39	-14 -39	-14 -39	-15 -44	-15 -44	-15 -44	-17 -49	-17 -49	-18 -54	-18 -54	-20 -60	-20 -60	
h5	0 -4	0 -5	0 -6	0 -8	0 -9	0 -11	0 -11	0 -13	0 -13	0 -15	0 -15	0 -18	0 -18	0 -18	0 -20	0 -20	0 -20	0 -23	0 -23	0 -25	0 -25	0 -27	0 -27	
h6	0 -6	0 -8	0 -9	0 -11	0 -13	0 -16	0 -16	0 -19	0 -19	0 -22	0 -22	0 -25	0 -25	0 -25	0 -29	0 -29	0 -29	0 -32	0 -32	0 -36	0 -36	0 -40	0 -40	
h7	0 -10	0 -12	0 -15	0 -18	0 -21	0 -25	0 -25	0 -30	0 -30	0 -35	0 -35	0 -40	0 -40	0 -40	0 -46	0 -46	0 -46	0 -52	0 -52	0 -57	0 -57	0 -63	0 -63	
h8	0 -14	0 -18	0 -22	0 -27	0 -33	0 -39	0 -39	0 -46	0 -46	0 -54	0 -54	0 -63	0 -63	0 -63	0 -72	0 -72	0 -72	0 -81	0 -81	0 -89	0 -89	0 -97	0 -97	
h9	0 -25	0 -30	0 -36	0 -43	0 -52	0 -62	0 -62	0 -74	0 -74	0 -87	0 -87	0 -100	0 -100	0 -100	0 -115	0 -115	0 -115	0 -130	0 -130	0 -140	0 -140	0 -155	0 -155	
h11	0 -60	0 -75	0 -90	0 -110	0 -130	0 -160	0 -160	0 -190	0 -190	0 -220	0 -220	0 -250	0 -250	0 -250	0 -290	0 -290	0 -290	0 -320	0 -320	0 -360	0 -360	0 -400	0 -400	
j7	6 -4	8 -4	10 -5	12 -6	13 -8	15 -10	15 -10	18 -12	18 -12	20 -15	20 -15	22 -18	22 -18	22 -18	25 -21	25 -21	25 -21	26 -26	26 -26	29 -28	29 -28	31 -32	31 -32	
k5	4 0	6 1	7 1	9 1	11 2	13 2	13 2	15 2	15 2	18 3	18 3	21 3	21 3	21 3	24 4	24 4	24 4	27 4	27 4	29 4	29 4	32 5	32 5	
m6	8 2	12 4	15 6	18 7	21 8	25 9	25 9	30 11	30 11	35 13	35 13	40 15	40 15	40 15	46 17	46 17	46 17	52 20	52 20	57 21	57 21	63 23	63 23	
n7	14 4	20 8	25 10	30 12	36 15	42 17	42 17	50 20	50 20	58 23	58 23	67 27	67 27	67 27	77 31	77 31	77 31	86 34	86 34	94 37	94 37	103 40	103 40	
p6	12 6	20 12	24 15	29 18	35 22	42 26	42 26	51 32	51 32	59 37	59 37	68 43	68 43	68 43	79 50	79 50	79 50	88 56	88 56	98 62	98 62	108 68	108 68	
p7	16 6	24 12	30 15	36 18	43 22	51 26	51 26	62 32	62 32	72 37	72 37	83 43	83 43	83 43	96 50	96 50	96 50	108 56	108 56	119 62	119 62	131 68	131 68	
r6	16 10	23 15	28 19	34 23	41 28	50 34	50 34	60 41	62 43	73 51	76 54	88 63	90 65	93 68	106 77	109 80	113 84	126 94	130 98	144 108	150 114	166 126	172 132	
s7	24 14	31 19	38 23	46 28	56 35	68 43	68 43	83 53	89 59	106 71	114 79	132 92	140 100	148 108	168 122	176 130	186 140	210 158	222 170	247 190	265 208	295 232	315 252	
u7	28 18	35 23	43 28	51 33	62 41	85 60	95 70	117 87	132 102	159 124	179 144	210 170	230 190	250 210	282 236	304 258	330 284	367 315	402 350	447 390	492 435	553 490	603 540	
x7	30 20	40 28	49 34	58 40	75 54	105 80	122 97	152 122	176 146	213 178	245 210	288 248	320 280	350 310	396 350	431 385	471 425	527 475	577 525	647 590	717 660	803 740	883 820	

TABLE 5.2 – Ecart exprimés en μm des ajustements les plus couramment utilisés

Tolérance	Dimension d nominale [mm] de l'alésage																							
	$\begin{smallmatrix} 1 \\ < d \leq \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 3 \\ < d \leq \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 6 \\ < d \leq \\ 10 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 10 \\ < d \leq \\ 18 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 18 \\ < d \leq \\ 30 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 30 \\ < d \leq \\ 40 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 40 \\ < d \leq \\ 50 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 50 \\ < d \leq \\ 65 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 65 \\ < d \leq \\ 80 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 80 \\ < d \leq \\ 100 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 100 \\ < d \leq \\ 120 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 120 \\ < d \leq \\ 140 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 140 \\ < d \leq \\ 160 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 160 \\ < d \leq \\ 180 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 180 \\ < d \leq \\ 200 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 200 \\ < d \leq \\ 225 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 225 \\ < d \leq \\ 250 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 250 \\ < d \leq \\ 280 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 280 \\ < d \leq \\ 315 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 315 \\ < d \leq \\ 355 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 355 \\ < d \leq \\ 400 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 400 \\ < d \leq \\ 450 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 450 \\ < d \leq \\ 500 \end{smallmatrix}$	
A11	330 270	345 270	370 280	400 290	430 300	470 310	480 320	530 340	550 360	600 380	630 410	710 460	770 520	830 580	950 660	1030 740	1110 820	1240 920	1370 1050	1560 1200	1710 1350	1900 1500	2050 1650	
C11	120 60	145 70	170 80	205 95	240 110	280 120	290 130	330 140	340 150	390 170	400 180	450 200	460 210	480 230	530 240	550 260	570 280	620 300	650 330	720 360	760 400	840 440	880 480	
D10	60 20	78 30	98 40	120 50	149 65	180 80	180 80	220 100	220 100	260 120	260 120	305 145	305 145	305 145	355 170	355 170	355 170	400 190	400 190	440 210	440 210	480 230	480 230	
E9	39 14	50 20	61 25	75 32	92 40	112 50	112 50	134 60	134 60	159 72	159 72	185 85	185 85	185 85	215 100	215 100	215 100	240 110	240 110	265 125	265 125	290 135	290 135	
F8	20 6	28 10	35 13	43 16	53 20	64 25	64 25	76 30	76 30	90 36	90 36	106 43	106 43	106 43	122 50	122 50	122 50	137 56	137 56	151 62	151 62	165 68	165 68	
F7	16 6	22 10	28 13	34 16	41 20	50 25	50 25	60 30	60 30	71 36	71 36	83 43	83 43	83 43	96 50	96 50	96 50	108 56	108 56	119 62	119 62	131 68	131 68	
G7	12 2	16 4	20 5	24 6	28 7	34 9	34 9	40 10	40 10	47 12	47 12	54 14	54 14	54 14	61 15	61 15	61 15	69 17	69 17	75 18	75 18	83 20	83 20	
H5	4 0	5 0	6 0	8 0	9 0	11 0	11 0	13 0	13 0	15 0	15 0	18 0	18 0	18 0	20 0	20 0	20 0	23 0	23 0	25 0	25 0	27 0	27 0	
H6	6 0	8 0	9 0	11 0	13 0	16 0	16 0	19 0	19 0	22 0	22 0	25 0	25 0	25 0	29 0	29 0	29 0	32 0	32 0	36 0	36 0	40 0	40 0	
H7	10 0	12 0	15 0	18 0	21 0	25 0	25 0	30 0	30 0	35 0	35 0	40 0	40 0	40 0	46 0	46 0	46 0	52 0	52 0	57 0	57 0	63 0	63 0	
H8	14 0	18 0	22 0	27 0	33 0	39 0	39 0	46 0	46 0	54 0	54 0	63 0	63 0	63 0	72 0	72 0	72 0	81 0	81 0	89 0	89 0	97 0	97 0	
H9	25 0	30 0	36 0	43 0	52 0	62 0	62 0	74 0	74 0	87 0	87 0	100 0	100 0	100 0	115 0	115 0	115 0	130 0	130 0	140 0	140 0	155 0	155 0	
H11	60 0	75 0	90 0	110 0	130 0	160 0	160 0	190 0	190 0	220 0	220 0	250 0	250 0	250 0	290 0	290 0	290 0	320 0	320 0	360 0	360 0	400 0	400 0	
J7	4 -6	6 -6	8 -7	10 -8	12 -9	14 -11	14 -11	18 -12	18 -12	22 -13	22 -13	26 -14	26 -14	26 -14	30 -16	30 -16	30 -16	36 -16	36 -16	39 -18	39 -18	43 -20	43 -20	
K7	0 -10	3 -9	5 -10	6 -12	6 -15	7 -18	7 -18	9 -21	9 -21	10 -25	10 -25	12 -28	12 -28	12 -28	13 -33	13 -33	13 -33	16 -36	16 -36	17 -40	17 -40	18 -45	18 -45	
M7	-2 -12	0 -12	0 -15	0 -18	0 -21	0 -25	0 -25	0 -30	0 -30	0 -35	0 -35	0 -40	0 -40	0 -40	0 -46	0 -46	0 -46	0 -52	0 -52	0 -57	0 -57	0 -63	0 -63	
N7	-4 -14	-4 -16	-4 -19	-5 -23	-7 -28	-8 -33	-8 -33	-9 -39	-9 -39	-10 -45	-10 -45	-12 -52	-12 -52	-12 -52	-14 -60	-14 -60	-14 -60	-14 -66	-14 -66	-16 -73	-16 -73	-17 -80	-17 -80	
P7	-6 -16	-8 -20	-9 -24	-11 -29	-14 -35	-17 -42	-17 -42	-21 -51	-21 -51	-24 -59	-24 -59	-28 -68	-28 -68	-28 -68	-33 -79	-33 -79	-33 -79	-36 -88	-36 -88	-41 -98	-41 -98	-45 -108	-45 -108	
R7	-10 -20	-11 -23	-13 -28	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-25 -50	-30 -60	-32 -62	-38 -73	-41 -76	-48 -88	-50 -90	-53 -93	-60 -106	-63 -109	-67 -113	-74 -126	-78 -130	-87 -144	-93 -150	-103 -166	-109 -172	
S7	-14 -24	-15 -27	-17 -32	-21 -39	-27 -48	-34 -59	-34 -59	-42 -72	-48 -78	-58 -93	-66 -101	-77 -117	-85 -133	-93 -151	-105 -160	-113 -159	-123 -169	-138 -190	-150 -202	-169 -226	-187 -244	-209 -272	-229 -292	
U7	-18 -28	-19 -31	-22 -37	-26 -44	-33 -54	-51 -76	-61 -86	-76 -106	-91 -121	-111 -146	-131 -166	-155 -195	-175 -215	-195 -235	-219 -265	-241 -287	-267 -313	-295 -347	-330 -382	-369 -426	-414 -471	-467 -530	-517 -580	
X7	-20 -30	-24 -36	-28 -43	-33 -51	-46 -67	-71 -96	-88 -113	-111 -141	-135 -165	-165 -200	-197 -232	-233 -273	-265 -305	-295 -335	-333 -379	-368 -414	-408 -454	-455 -507	-505 -557	-569 -626	-639 -696	-717 -780	-797 -860	

TABLE 5.3 – Ecarts exprimés en μm des ajustements les plus couramment utilisés

5.4.3 Notion d'ajustement

Un ajustement résulte du couplage entre un arbre et un alésage qui présentent la même cote nominale et des intervalles de tolérances spécifiés par un symbole ISO. On prévoit que le symbole ISO de tolérance de l'alésage est placé avant celui de l'arbre ou au-dessus de celui-ci, les symboles étant précédés par la dimension nominale inscrite une seule fois. On associe de manière générale à un alésage d'une qualité donnée un arbre de qualité inférieure ou égale car il est généralement plus simple de réaliser une portée extérieure précise.

Si cela est possible, il est recommandé de choisir parmi un nombre restreints de possibilités reprises aux figures 5.14 et 5.15

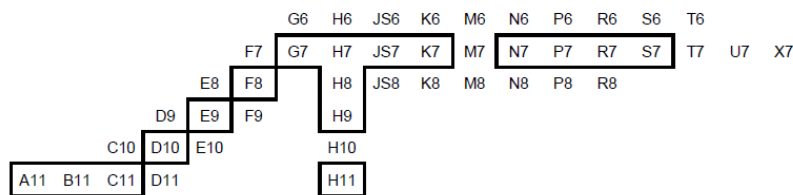


FIGURE 5.14 – Ajustements les plus courants pour les alésages[6].

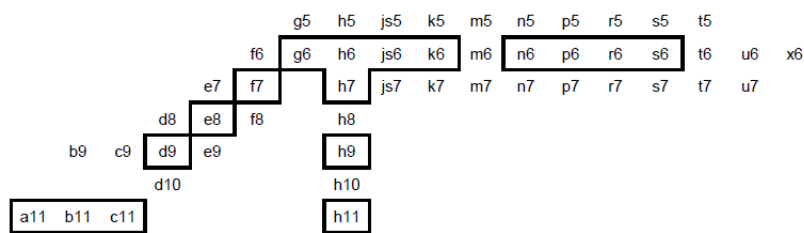


FIGURE 5.15 – Ajustements les plus courants pour les arbres [6].

Un ajustement résulte de la différence, avant assemblage, entre les dimensions de deux pièces destinées à être assemblées. On remarque que la définition d'un ajustement ne donne pas une valeur d'écart entre les dimensions des deux éléments mais bien un intervalle dans lequel cet écart est présent. Prenons l'exemple de l'association d'un arbre 40H7 avec un alésage 40f6. On a les intervalles de tolérance individuels suivants :

- la cote de l'alésage est comprise entre 40 et 40,025 mm ;
- la cote de l'arbre est comprise entre 39,959 et 39,975 mm ;

Pour déterminer les extrémités de l'intervalle d'ajustement, la démarche la plus simple est de comparer les deux éléments dans leur état au maximum de matière (plus grand arbre, alésage le plus petit) puis au minimum de matière (plus petit arbre, alésage le plus grand). Dans l'exemple choisi, on a :

- au maximum de matière, l'arbre a un diamètre de 39,975 mm et l'alésage un diamètre de 40 mm (on a donc un jeu de 0,025 mm) ;
- au minimum de matière, l'arbre a un diamètre de 39,959 mm , l'alésage a un diamètre de 40,025 mm (on a donc un jeu de 0,066 mm).

La situation correspond donc à un jeu allant de 0,025 à 0,066 mm.

De manière générale, on distingue :

- *ajustement avec jeu* : la zone de tolérance de l'alésage est entièrement au-dessus de la zone de tolérance de l'arbre ; c'est le cas d'un ajustement normal (H7h7) ;
- *ajustement avec serrage* : la zone de tolérance de l'alésage est entièrement au-dessous de la zone de tolérance de l'arbre ;
- *ajustement incertain* : les zones de tolérance de l'arbre et de l'alésage se chevauchent ; on ne peut pas se prononcer a priori sur l'existence d'un jeu ou d'un serrage

On convient d'employer de préférence la position H de la tolérance de l'alésage ; les différentes libertés sont obtenues en faisant varier seulement la position de la tolérance sur l'arbre. Comme les systèmes de tolérance sont symétriques entre les arbres et les alésages, on peut constater que les intervalles de jeu ou de serrage ne sont pas impactés par une permutation des lettres pour les tolérances individuelles. On parle alors d'ajustements homologues (F7h6 est par exemple homologue à H7f6).

Le choix d'un ajustement peut être guidé par le tableau suivant :

Type	Ajustements	Montage	Applications
Libre, jeu large	H7e8, H11c11	à la main	Dilatation, mauvais alignement
Tournant	H7f6	à la main	Pièces tournant dans une bague
Glissant	H7g6	à la main	Pièces avec guidage précis pour mouvements de faible amplitude
Glissant juste	H7h6, H8h7	à la main	Organes ajustés pouvant se pousser à la main avec adjonction de lubrifiant
Légèrement dur	H7js6, H6js5	à la main	Organes susceptibles d'être démontés et remontés fréquemment, sans détérioration
Bloqué	H7m6, H6k5	au maillet	Organes susceptibles d'être démontés et remontés fréquemment, sans détérioration
Pressé	H7p6, H8s7	à la presse, par dilatation	Emmanchement transmettant un effort

TABLE 5.4 – Ajustements couramment adoptés.

5.5 Tolérances générales

Le plan technique étant un contrat, il est nécessaire de s'assurer qu'il ne reste pas de place à l'interprétation sur les contraintes sur la pièce à fabriquer. Il faut donc que l'ensemble des cotes présentes sur le plans soit accompagnées de tolérances. Ceci peut rapidement provoquer une lourdeur dans le dessin en plus d'une difficulté d'interprétation (comment distinguer les cotes fonctionnelles des cotes non fonctionnelles?). Une méthode permettant de résoudre ces problèmes passe par la définition de tolérances générales, c'est-à-dire d'une tolérances définie pour l'ensemble des cotes qui ne portent pas explicitement une tolérance sur le plan. La tolérance générale est définie par un cadre spécifique dans le cartouche (« tolérances générales »), il est d'usage de rappeler les valeurs des tolérances associées par un tableau (figure 5.16). Ce sont principalement les surfaces non fonctionnelles qui sont sujettes à des tolérances générales.

					ISO2768m	
					de	à (inclus) Tolérance
					0,5	3 ± 0,1
					3	6 ± 0,1
					6	30 ± 0,2
					30	120 ± 0,3
					120	400 ± 0,5



TOLERANCES GENERALES ISO 2768m		MATERIAU		ECHELLE	UNITES mm	FORMAT A4
	Projection Européenne	AUTEUR			ANNEE D'ETUDE	
TITRE DU COURS/PROJET		TITRE DU PLAN			Remplace	
					Remplacé par	
DATE					NUMERO DE PLAN	

FIGURE 5.16 – Exemple d'indication des tolérances générales.

Le choix de la tolérance générale doit être adapté au procédé principal de fabrication de la pièce. Il faut veiller à ce que cette tolérance générale ne soit pas trop serrée pour s'assurer que les cotes non fonctionnelles ne posent pas de difficultés pour leur obtention.

Ces normes peuvent être définies par des instituts de normalisation (ISO 2768 [8] ou ISO 286 [6, 9] pour une pièce usinée, ISO8062 [10, 11, 12] pour une pièce moulée,...) ou par des associations professionnelles (association allemande des fondeurs pour la fonderie en cire perdue [13]). A titre d'exemple, les tables 5.5 et 5.6 reprennent un extrait des normes ISO 2768.

Il est fréquent qu'une entreprise définisse sa propre norme interne de tolérances générales en fonction des ses moyens de production spécifiques.

Classe	Gamme dimensionnelle en mm							
	de 0,5 à 3	de 3 à 6	de 6 à 30	de 30 à 120	de 120 à 400	de 400 à 1000	de 1000 à 2000	de 2000 à 4000
fin (f)	$\pm 0,05$	$\pm 0,05$	$\pm 0,10$	$\pm 0,15$	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	—
moyen (m)	$\pm 0,10$	$\pm 0,10$	$\pm 0,20$	$\pm 0,30$	$\pm 0,8$	$\pm 0,8$	$\pm 1,2$	± 2
grossier (c)	$\pm 0,20$	$\pm 0,30$	$\pm 0,50$	$\pm 0,80$	$\pm 1,2$	$\pm 2,0$	$\pm 3,0$	± 4
très grossier (v)	—	$\pm 0,50$	$\pm 1,00$	$\pm 1,50$	$\pm 2,5$	$\pm 4,0$	$\pm 6,0$	± 8

TABLE 5.5 – Tolérances générales sur longueurs selon ISO 2768-1 [8]

Classe	Gamme dimensionnelle en mm (côté le plus court de l'angle)				
	jusque 10	de 10 à 50	de 50 à 120	de 120 à 400	au-delà de 400
fin et moyen	$\pm 1^\circ$	$\pm 30'$	$\pm 20'$	$\pm 10'$	$\pm 5'$
grossier	$\pm 1^\circ 30'$	$\pm 1^\circ$	$\pm 30'$	$\pm 15'$	$\pm 10'$
très grossier	$\pm 3^\circ$	$\pm 2^\circ$	$\pm 1^\circ$	$\pm 30'$	$\pm 20'$

TABLE 5.6 – Tolérances angulaires générales selon ISO 2768-2 [14]

5.6 Cotation fonctionnelle

La *cotation fonctionnelle* est une démarche qui permet de définir les états limites de matière admissibles à partir de l'expression exhaustive des conditions d'aptitude à l'emploi (assemblage et fonctionnement) des produits. Elle s'exprime dans le dessin de définition du produit, en même temps que d'autres prescriptions de correction géométrique ou d'état microgéométrique des surfaces. La cotation fonctionnelle d'un produit n'a de sens que si l'on en connaît la fonction de la pièce.

La qualité d'une pièce doit être estimée par rapport à son utilisation dans le mécanisme. De manière générale, on peut faire la distinction entre :

- pièce conforme : pièce qui satisfait toutes les impositions du dessin (acceptée au contrôle) ;
- pièce non conforme : pièce qui présente au moins une imposition du dessin non remplie (refusée au contrôle) ;
- pièce bonne : pièce qui est apte à remplir sa fonction dans l'assemblage ;
- pièce mauvaise : pièce qui ne remplit pas sa fonction dans l'assemblage.

Si le plan de définition est réalisé de manière incorrecte, il y aura donc un écart entre une pièce bonne et une pièce conforme. Le but de la cotation fonctionnelle est donc d'éliminer du dessin de définition toutes les contraintes non exigées pour l'emploi de la pièce [15]. La complexité du processus de cotation peut rapidement augmenter.

Prenons par exemple la définition des cotes axiales sur un arbre présentant trois portées (figure 5.17). On a quatre surfaces à définir (les deux extrémités et les deux épaulements) à l'aide de trois cotes. Il y a déjà $C_6^3 = 20$ combinaisons possibles, dont 16 permettent effectivement de positionner les surfaces.

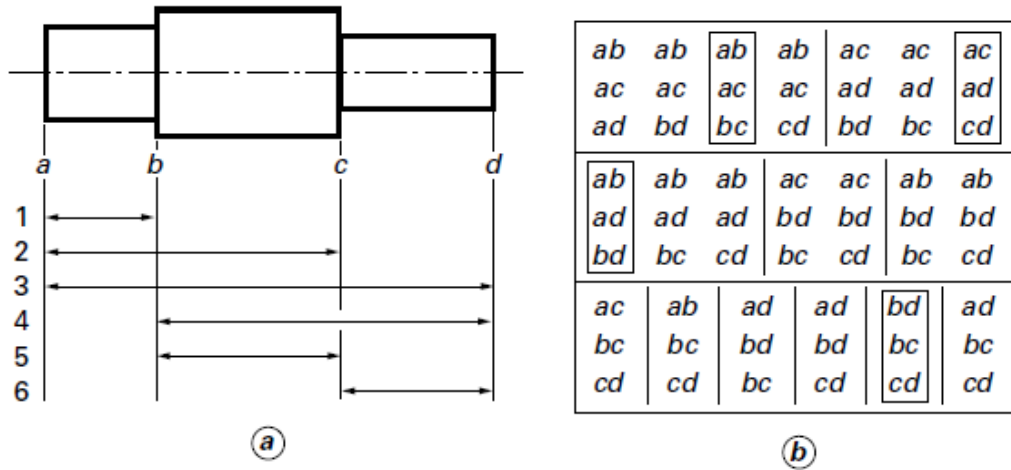


FIGURE 5.17 – Cylindre à trois portées [15].

Parmi ces 16 possibilités, un choix arbitraire donnera 6% de chance de choisir « la meilleure » (si elle existe) combinaison possible. L'exemple de l'axe repris en figure 5.18 montre que suivant le montage, les cotes fonctionnelles seront différentes pour une même géométrie.

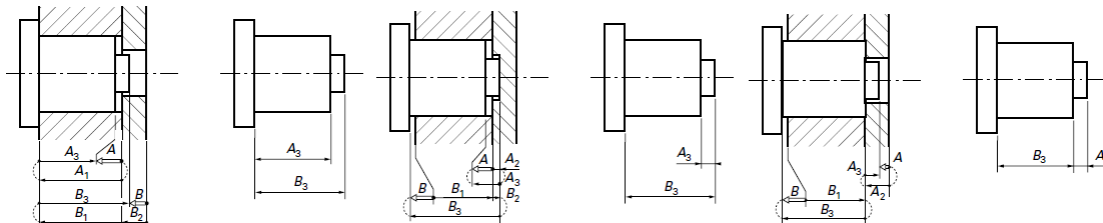


FIGURE 5.18 – Trois séries de cotes fonctionnelles pour trois utilisations [15].

Un cas couramment rencontré en pratique est la présence de trous taraudés sur une pièce. De manière générale, la réalisation d'un taraudage résulte d'une opération de perçage avec un foret suivi de la réalisation du taraudage avec un ou plusieurs tarauds (figure 5.19).

D'un point de vue pratique, le pré-trou est nécessaire et il est difficile de réaliser des filets jusqu'au bout du perçage. Il n'est par contre pas fonctionnel et il est inutile de contraindre exagérément cette cote.

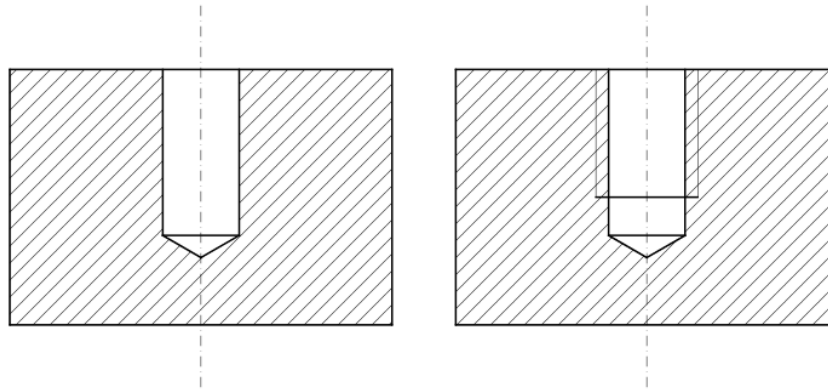


FIGURE 5.19 – Réalisation d'un trou borgne taraudé.

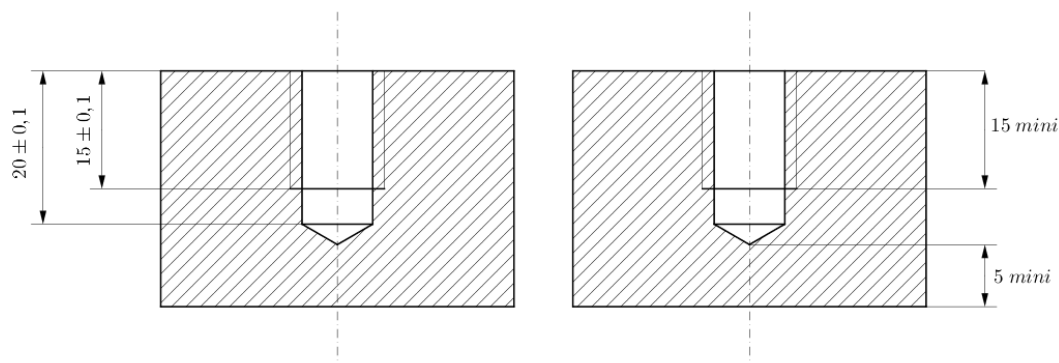


FIGURE 5.20 – Deux manières de coter le trou taraudé.

Une manière classique de coter ce trou est présenté en partie gauche de la figure 5.20. Dans ce cas, la pièce sera jugée non conforme si l'une des cotes est en-dehors de l'intervalle de tolérance, sans que la fonction de la pièce soit remise en questions. Pour éviter ce soucis, il faut relâcher les contraintes sur les cotes par exemple :

- en utilisant des cotes unilimites (figure 5.20 droite) ;
- en augmentant fortement les intervalles de tolérance mentionnés ;
- en ne cotant pas la profondeur de l'avant-trou laissant la liberté au département méthode pour la définir (même si laisser une ambiguïté sur le plan n'est pas souhaitable) ;
- en plaçant une indication (« ne doit pas déboucher »).

5.6.1 Chaînes de cotes tolérancées

En complément de la discussion sur les cotes fonctionnelles, il faut ajouter la nécessité de pouvoir transférer les tolérances vers les cotes utiles pour la fabrication de pièce. Ceci est réalisé au moyen de transfert de cote.

La figure 5.21 définit deux cotes dimensionnelles consécutives. On recherche la cote X équivalente à leur somme. On établit sans peine que $X^{\min} = 49,7$ et que $X^{\max} = 50,1$, soit :

$$X = \begin{matrix} +0,1 \\ 50 -0,3 \end{matrix}$$

L'intervalle de tolérance associé à X est égal à 0,4 et vaut donc la somme des intervalles de tolérances des termes de celle-ci.

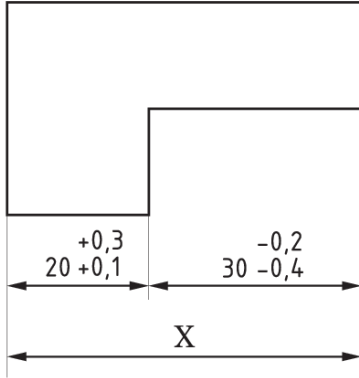


FIGURE 5.21 – Somme de cotes tolérancées.

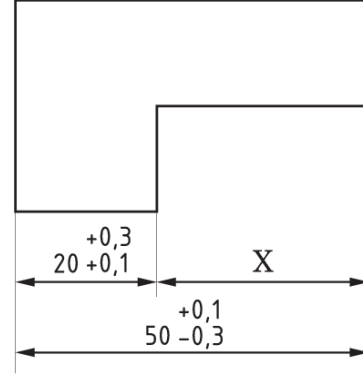


FIGURE 5.22 – Différence de cotes tolérancées.

La figure 5.22 définit deux cotes dimensionnelles consécutives. On recherche la cote X équivalente à leur différence. On établit que $X^{\min} = 29,4$ et que $X^{\max} = 30,0$, soit :

$$X = \begin{matrix} 0 \\ 30 -0,6 \end{matrix}$$

L'intervalle de tolérance associé à X est égal à 0,6 et vaut donc la somme des intervalles de tolérances des termes de celle-ci. Nous remarquons que les deux cas étudiés présentent les mêmes tolérances pour les cotes nominales de 20 et 50 mais présentent des tolérances différentes pour la cote de 30. Ceci montre l'incohérence d'un ensemble de cotes redondantes : des cotes tolérancées ne peuvent former une chaîne fermée.

Lors de l'étude d'un plan, on peut donc être amené à déterminer, comme sur les exemples décrits par les figures 5.21 et 5.22, des cotes tolérancées non explicitées.

Une méthode efficace est de former une chaîne de cotes vectorielle. Illustrons-la sur l'exemple de la différence de cotes. En adoptant un sens positif conventionnel pour toutes les cotes vectorielles de gauche à droite :

$$\vec{X} - \vec{C} + \vec{A} = \vec{0} \quad (5.5)$$

$$\vec{X} = \vec{C} - \vec{A} \quad (5.6)$$

On aura systématiquement :

$$X^{\min} = C^{\min} - A^{\max} = \sum_{i \in \text{termes positifs}} P_i^{\min} - \sum_{j \in \text{termes négatifs}} N_j^{\max} \quad (5.7)$$

$$X^{\max} = C^{\max} - A^{\min} = \sum_{i \in \text{termes positifs}} P_i^{\max} - \sum_{j \in \text{termes négatifs}} N_j^{\min} \quad (5.8)$$

Cette procédure peut être étendue aux cas des assemblages

5.6.2 Assemblages unidimensionnels

Un assemblage unidimensionnel consiste en un empilement d'éléments reliés les uns aux autres au travers de *surfaces d'appui* ou *surfaces de jonction*. La condition fonctionnelles à définir est donnée sous forme de jeu, positif, nul ou négatif (si un serrage est souhaité). Ce jeu fait office de *cote condition*, c'est une dimension qui exprime une exigence fonctionnelle entre les pièces de l'assemblage. Par convention, les deux éléments limitant la cote condition sont appelées *surfaces terminales*. Pour chaque cote condition, on peut définir une *chaîne de cotes*, c'est-à-dire l'ensemble des cotes nécessaires et suffisantes au respect de la cote condition. Pour ce faire, il faut discerner les appuis ou jonctions entre les éléments intermédiaires. La chaîne de cotes s'apparente à une formule algébrique donnant en résultat le jeu recherché et reliant par des opérateurs (+, −, ×, /, sin, ...) des cotes figurant sur le plan de définition des pièces. Si, dans un assemblage, une dimension doit satisfaire plusieurs conditions d'aptitude, c'est la condition la plus restrictive qui prévaudra dans l'attribution des tolérances.

Dans le cas de dimensions reliant des surfaces intéressées par un assemblage, la tolérance de jeu est déterminée et doit être répartie entre les dimensions des pièces composant l'assemblage, ces dimensions formant une chaîne de cotes. Pour diminuer les coûts de fabrication et de contrôle, il est indispensable d'affecter la plus grande tolérance possible à chaque cote sans nuire au bon fonctionnement.

5.6.2.1 Exemple 1

La figure 5.23 représente une partie d'un assemblage dans lequel un roulement à bille est bloqué axialement d'une part contre l'épaulement d'un arbre et d'autre part par un circlip.

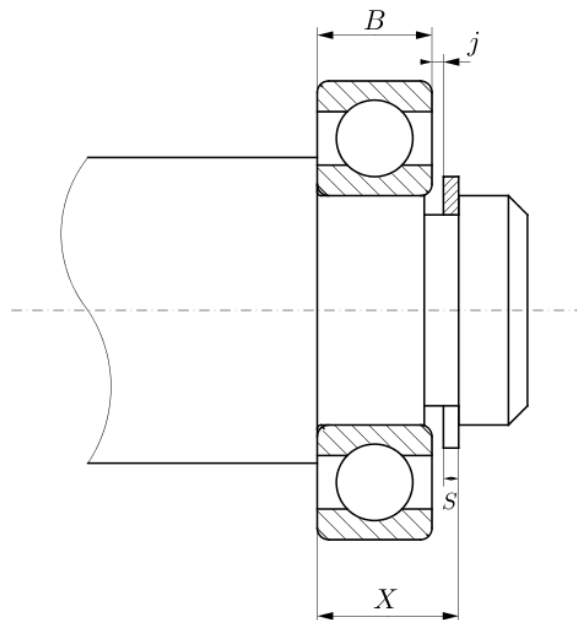


FIGURE 5.23 – Exemple de chaîne de cotes.

Les catalogues d'éléments standard donnent les tolérances pour la largeur B du roulement et pour la largeur S du circlip :

$$B = 7_{-0,12}^0 \quad S = 1,2_{-0,05}^0 \quad (5.9)$$

Supposons dans un premier temps que la cote X ait été réalisée avec une cote nominale de 9 mm avec précision faible, garantissant un intervalle de tolérance de $\pm 0,5 \text{ mm}$. Quelles sont les valeurs de jeu résiduel entre le roulement et le circlip ?

En employant à nouveau le sens conventionnel positif de la gauche vers la droite, on peut écrire :

$$\vec{B} + \vec{j} = \vec{X} - \vec{S} \quad (5.10)$$

$$\vec{j} = \vec{X} - \vec{S} - \vec{B} \quad (5.11)$$

On a donc les expressions des jeux minimum et maximum selon :

$$j_{\min} = X_{\min} - S_{\max} - B_{\max} = 8,5 - 7 - 1,2 = 0,3 \text{ mm} \quad (5.12)$$

$$j_{\max} = X_{\max} - S_{\min} - B_{\min} = 9,5 - 6,88 - 1,15 = 1,47 \text{ mm} \quad (5.13)$$

En pratique, l'application consiste plus généralement à définir les cotes de fabrication (ici X) pour obtenir un jeu déterminé. Imaginons par exemple qu'il est souhaité un jeu compris entre 0 et $0,3 \text{ mm}$, il suffit de reprendre les expressions précédentes pour déterminer les valeurs minimales et maximales de X :

$$X_{\min} = j_{\min} + S_{\max} + B_{\max} = 0 + 7 + 1,2 = 8,2 \text{ mm} \quad (5.14)$$

$$X_{\max} = j_{\max} + S_{\min} + B_{\min} = 0,3 + 6,88 + 1,15 = 8,33 \text{ mm} \quad (5.15)$$

Il faut remarquer que plus l'intervalle de tolérance pour le jeu est serré, plus les cotes individuelles le seront également, ce qui peut conduire à des impossibilités de fabrication.

5.6.2.2 Exemple 2

Les chaînes de cotes peuvent également mener à des contraintes sous la forme d'inéquations. Prenons l'exemple [16] de la vue partielle de l'assemblage donné en figure 5.24.

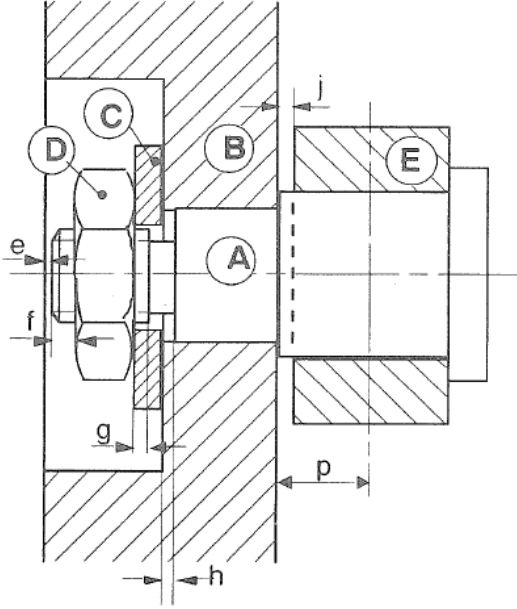


FIGURE 5.24 – Assemblage avec conditions fonctionnelles [16].

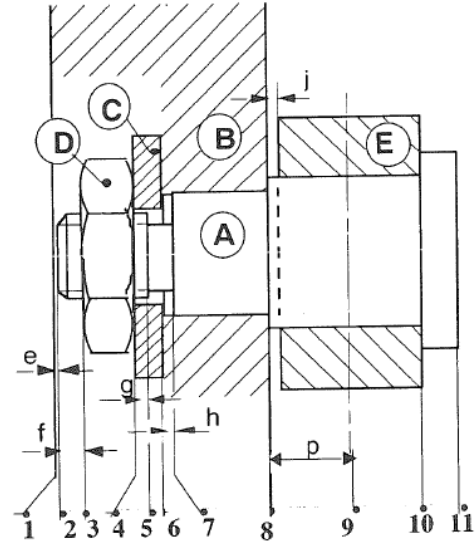


FIGURE 5.25 – Repères de surfaces [16] (le point 8' est la face gauche de la pièce E).

On peut faire l'inventaire des contraintes à respecter d'un point de vue fonctionnel (les valeurs numériques sont bien évidemment données à titre d'exemple pour l'exercice) :

- La tête de la vis ne doit pas dépasser de la face avant de la pièce : $e_{mini} \geq 0,5$.
- L'ensemble des filets de l'écrou doivent être en prise : $f_{mini} \geq 4$, $g_{mini} \geq 1$.
- Il doit y avoir un serrage entre les faces des pièces C et B : $h_{mini} \geq 1$.
- Il doit y avoir un jeu minimum entre les pièces A et E : $j_{mini} \geq 0,2$.
- le milieu de la pièce 9 doit avoir un débattement limité par rapport à B : $ITp \leq 0,6$.

On peut dans un premier temps placer un repère numérique sur chacune des surfaces qui constituent l'assemblage (figure 5.25) puis décomposer les différentes contraintes en cotes sur chacune des pièces.

Le jeu e découle simplement de cotes sur les pièces A et B :

$$\vec{B}_{1-8} = \vec{e} + \vec{A}_{2-8} \quad (5.16)$$

$$e_{mini} = B_{1-8,mini} - A_{2-8,maxi} \geq 0,5 \quad (5.17)$$

Le jeu f découle de l'empilement de C et D sur A par rapport à B :

$$\vec{A}_{2-8} = \vec{f} + \vec{D}_{3-4} + \vec{C}_{4-6} + \vec{B}_{6-8} \quad (5.18)$$

$$f_{mini} = A_{2-8,mini} - B_{6-8,maxi} - C_{4-6,maxi} - D_{3-4,maxi} \geq 4 \quad (5.19)$$

Le jeu g découle de l'empilement de C sur A par rapport à B :

$$\vec{C}_{4-6} + \vec{B}_{6-8} = \vec{g} + \vec{A}_{5-8} \quad (5.20)$$

$$g_{mini} = C_{4-6,mini} + B_{8-8,mini} - A_{5-8,maxi} \geq 1 \quad (5.21)$$

Le jeu j dépend de A et E uniquement :

$$\vec{A}_{8-10} = \vec{j} + \vec{A}_{8'-10} \quad (5.22)$$

$$j_{mini} = A_{8-10,mini} - A_{8'-10,maxi} \geq 0,5 \quad (5.23)$$

Finalement, le débattement de E donne une condition sur des cotes de A et E :

$$\vec{p} = \vec{A}_{8-10} + 1/2 \vec{E}_{8'-10} \quad (5.24)$$

$$p_{maxi} - p_{mini} = A_{8-10,maxi} - 0,5E_{8'-10,mini} - A_{8-10,mini} + 0,5E_{8'-10,maxi} \leq 0,6 \quad (5.25)$$

On obtient donc six inéquations sur 14 cotes individuelles (figure 5.26) contraignant le choix final des tolérances sur les pièces individuelles.

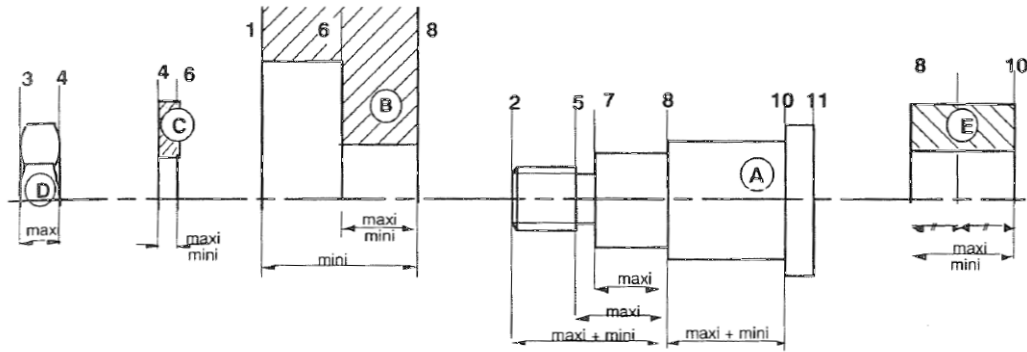


FIGURE 5.26 – Cotes contraintes sur les différentes pièces [16].

5.6.3 Tolérancement statistique

Les exemples précédents d'analyse des chaînes de cotes présentent l'inconvénient d'une prise en compte de cas extrêmes qui ne se présentent jamais en pratique (cette méthode est parfois appelée 'worst case scenario'). En pratique, lors de l'assemblage de plusieurs pièces, il est peu probable qu'elles soient toutes simultanément à leur maximum ou à leur minimum. Il est donc possible de pousser plus loin l'analyse pour des résultats plus réalistes. Si chaque cote C_i intervenant dans une chaîne de cote linéaire présente un écart type σ_i , l'écart type résultant sur la chaîne de cote se calcule selon :

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2} \quad (5.26)$$

Si on relève lors de la fabrication de pièces la répartition des cotes obtenues sur un procédé stable, il est possible d'analyser la répartition statistique des pièces fabriquées et d'y associer

une loi de probabilité. L'écart type est estimé à partir de la tolérance pouvant être garantie divisé par un coefficient q_i dépendant de la forme de la loi de probabilité :

$$\sigma_i = \frac{IT_i}{2q_i} \quad (5.27)$$

On trouve par exemple :

- $q_i = 3$ pour une loi normale (prise en compte de 99,7% de la distribution) ;
- $q_i = \sqrt{3}$ pour une loi uniforme.

On peut ensuite par calcul estimer le jeu résiduel effectif ou la tolérance résiduelle avec un certain intervalle de confiance. On peut généralement considérer [17] qu'à partir de l'empilement de cinq composants, la loi de dispersion sur l'assemblage sera normale.

Dans le cas du tolérancement de mécanismes tridimensionnels, l'estimation de l'impact d'une cote sur la tolérance d'assemblage peut devenir impossible à gérer analytiquement. Il est possible d'avoir recours à la simulation numérique pour résoudre le problème. Une méthode de calcul possible est d'employer un algorithme de Monte Carlo qui consiste à réaliser un grand nombre de tirages aléatoires des différentes cotes avec les fonctions de répartition données puis à calculer le jeu obtenu dans cette situation. On effectue ensuite l'analyse statistique d'un grand nombre de tirages (typiquement de 10000 à 10 millions selon la complexité du problème) pour définir les intervalles calculés.

Pour illustrer ce principe sur un cas simple (même si dans ce cas, la simulation n'est pas nécessaire), reprenons le premier exemple donné à la figure 5.23. Selon l'approche statistique, et en supposant les lois normales par simplicité, on aura les lois de distribution suivantes pour les tolérances données :

- B : loi normale de moyenne 6,94 mm, d'écart type 0,02 mm ;
- S : loi normale de moyenne 1,1975 mm, d'écart type 0,00833... mm ;
- X : loi normale de moyenne 9 mm, d'écart type 0,1666... mm (figure 5.27) ;

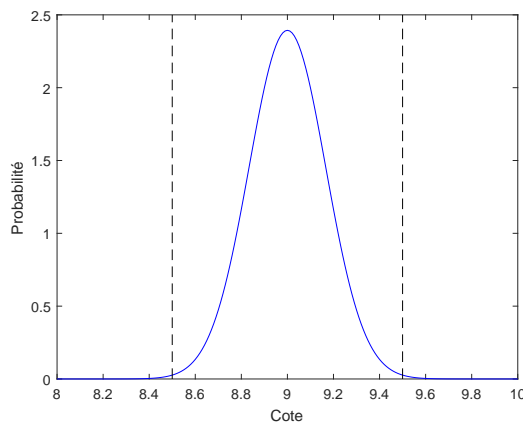


FIGURE 5.27 – Fonction de répartition et intervalle de tolérance pour la cote X.

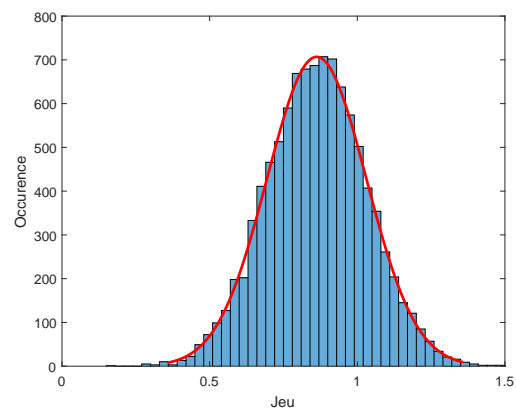


FIGURE 5.28 – Histogramme et fonction de répartition pour le jeu (10000 tirages).

Les résultats avec 10000 à 1 million de tirages (figures 5.28 à 5.30) montrent que plus le nombre de tirages augmente, plus on se rapproche de la fonction de répartition théorique. La moyenne de la distribution est conforme à celle estimée par la méthode du pire cas (0,8625 mm), l'écart-type est de 0,1682 mm conduisant à un intervalle de tolérance (6σ) de 1,0092 mm. On constate donc une diminution de plus de 15% de cet intervalle. De plus amples informations sont accessibles au chapitre 12 de la référence [18] sur les développements de cette méthode..

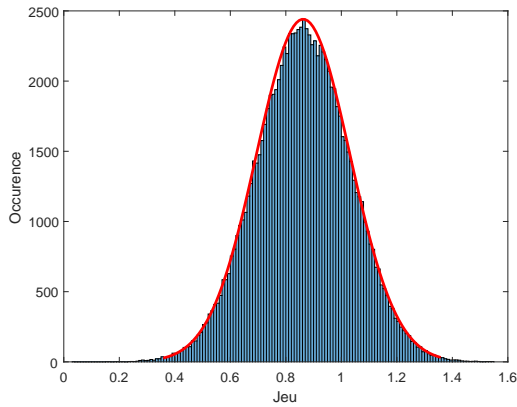


FIGURE 5.29 – Histogramme et fonction de répartition pour le jeu (100000 tirages).

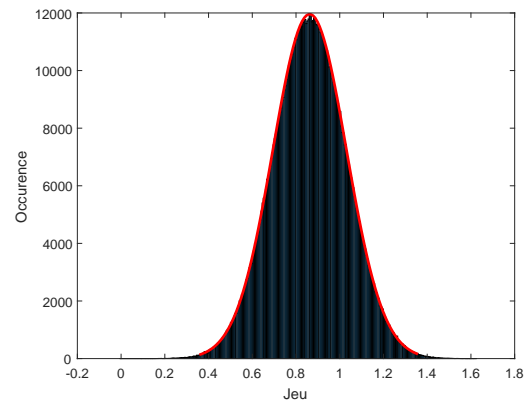


FIGURE 5.30 – Histogramme et fonction de répartition pour le jeu (1 million de tirages).

Références

- [1] J.-H. Marchèse. Spécification géométrique de produits (GPS). *Techniques de l'Ingénieur*, r1210 :1–12, 2008.
- [2] H. S. Nielsen. *The ISO Geometrical Product Specifications Handbook*. Danish standard, 2012.
- [3] S.F. Gabriel and R. Vincent. Indications ISO (GPS) pour tolérer la micro- et macrogéométrie des pièces mécaniques et leurs significations. *Techniques de l'Ingénieur*, bm7010 :1–23, 2011.
- [4] J. Boulanger. Tolérances et écarts dimensionnels, géométriques et d'états de surface. *Techniques de l'Ingénieur*, B7010 :1–27, 1997.
- [5] S. Kalpakjian. *Manufacturing engineering and technology. Third edition*. Addison-Wesley, 1995.
- [6] ISO 286-1 :2010. spécification géométrique des produits (GPS). système de codification ISO pour les tolérances sur les tailles linéaires – partie 1 : Base des tolérances, écarts et ajustements.
- [7] P. Dehombreux. *Formulaire de construction des machines*. Mutuelle d'édition FPMS, 2012.
- [8] ISO 2768-1 :1989. tolérances générales. partie 1 : Tolérances pour dimensions linéaires et angulaires non affectées de tolérances individuelles.
- [9] ISO. 286-2 :2010 spécification géométrique des produits (GPS). système de codification ISO pour les tolérances sur les tailles linéaires – partie 2 : Tableaux des classes de tolérance normalisées et des écarts limites des alésages et des arbres.
- [10] ISO 8062-1 :2007 spécification géométrique des produits (GPS). tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces moulées – partie 1 : Vocabulaire.
- [11] ISO/TS 8062-2 :2013. spécification géométrique des produits (GPS). tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces moulées – partie 2 : Règles d'utilisation.
- [12] ISO 8062-3 :2007. spécification géométrique des produits (GPS). tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces moulées – partie 3 : Tolérances dimensionnelles et géométriques générales et surépaisseurs d'usinage pour les pièces moulées.
- [13] VDG P690 : Investment castings dimensional tolerances, surface condition, machining allowance.

- [14] ISO 2768-2 :1989. tolérances générales. partie 2 : Tolérances géométriques pour éléments non affectés de tolérances individuelles.
- [15] F. Villars. Cotation fonctionnelle. *Techniques de l'Ingénieur*, BM7020 :1–22, 2007.
- [16] P. Bourdet and L. Mathieu. *Qualité des produits dans les entreprises. Tolérancement et métrologie dimensionnelle*. CETIM, 1998.
- [17] B. Anselmetti. *Tolérancement : langage des normes ISO de cotation : volume 4*. Hermès Lavoisier, 2003.
- [18] B. Anselmetti. *Tolérancement (volume 5) : métrologie avec les normes ISO*. Hermès Lavoisier, 2003.

Chapitre 6

Tolérances géométriques

La discorde est le plus grand mal du genre humain, et la tolérance en est le seul remède.

- Voltaire, *Dictionnaire philosophique*

6.1 Introduction

En plus de s'écarter des dimensions nominales prescrites sur le plan à l'intérieur de l'intervalle de tolérance dimensionnelle, les différentes parties d'une pièce peuvent voir leur forme géométrique s'écarter significativement de la forme géométrique parfaite (plan, cylindre, cône,...). Pour des raisons fonctionnelles, il peut être utile de limiter cet écart, ce qui est le but des tolérances géométriques. A titre d'illustration, considérons le plan de la figure 6.1.

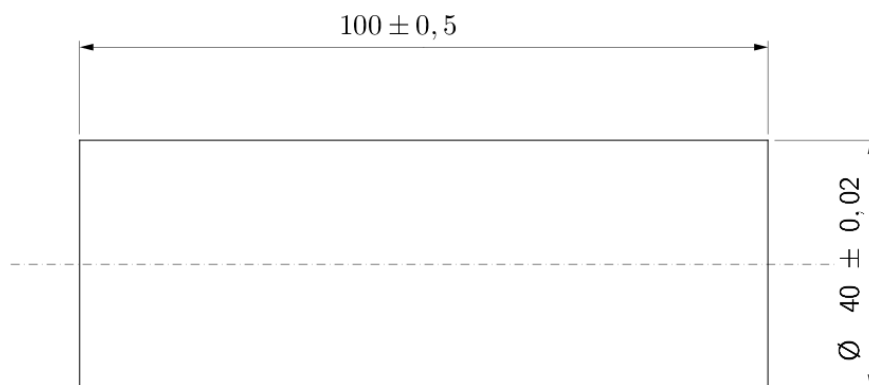


FIGURE 6.1 – Exemple de plan d'une pièce cylindrique.

Une pièce conforme au plan peut être :

- un cylindre dont le diamètre est compris entre 19,98 et 20,02 mm et de longueur comprise entre 99,5 et 100,5 mm (ce qui est a priori attendu) ;
- n'importe quelle géométrie pour laquelle une mesure locale selon le diamètre et selon l'axe sont dans les intervalles mentionnés (sections cylindriques disposées sur un axes quelconque, prisme à base non circulaire dont les dimensions locales sont contenues dans l'intervalle de tolérance,...).

Afin de pouvoir imposer qu'on respecte localement la forme de l'élément géométrique parfait, la norme prévoit la possibilité d'imposer une tolérance géométrique en complément des tolérances dimensionnelles. Les tolérances géométriques limitent l'écart de l'élément par rapport à sa forme théoriquement exacte, son orientation ou sa position sans tenir compte de la dimension de l'élément.

On distingue trois types d'impositions :

- des tolérances imposant des contraintes sur la forme d'une partie de la pièce indépendamment des autres surfaces (planéité, cylindricité,...) ;
- des tolérances imposant des contraintes d'orientation par rapport à d'autres éléments de la pièce (parallélisme ou perpendicularité par rapport à un plan, concentricité de deux portions cylindriques,...) ;
- des tolérances imposant des contraintes d'orientation et de position par rapport à une référence (tolérance de positionnement).

Certaines de ces tolérances peuvent être liées les unes par rapport aux autres. La figure 6.2 présente trois situations avec une certaine gradation :

- la première proposition indique que tous les points de la face supérieure sont compris entre deux plans parallèles distants de moins de 0,05 mm (tolérance de planéité) ;
- la deuxième proposition indique que tous les points de la face supérieure sont compris entre deux plans parallèles à la face inférieure distants de moins de 0,05 mm (tolérance de parallélisme) ;
- la troisième proposition indique que tous les points de la face supérieure sont compris entre deux plans parallèles à la face inférieure distants positionnés respectivement à 29,95 mm et 30,05 mm (tolérance de position) ;

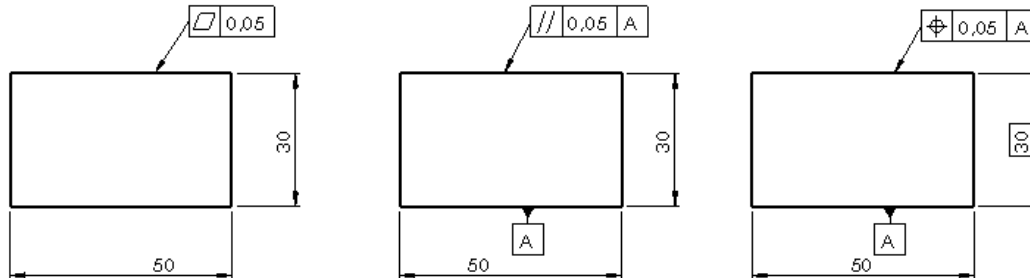


FIGURE 6.2 – Trois exemples de tolérances géométriques (d'après [1]).

Cet exemple montre que certaines tolérances sont nécessairement remplies si d'autres sont respectées (la troisième implique nécessairement le respect des deux premières, la deuxième implique nécessairement le respect de la première).

6.2 Modélisation de la géométrie d'une pièce

6.2.1 Géométrie nominale

La géométrie nominale des pièces est celle que manipule le concepteur pendant la phase de conception. Elle est représentée de manière conventionnelle par le dessin technique. On peut citer les surfaces idéales constitutives d'une pièce :

- le plan : c'est un élément fréquent obtenu par divers moyens d'élaboration (fraisage en bout, dressage,...) ;
- le cylindre : il est obtenu par tournage, alésage, rectification ;
- le cône : on l'obtient le plus facilement par tournage ;
- la sphère : c'est une forme utilisée dans les articulations (rotules) ; comme élément d'une pièce mécanique, on réalise seulement des portions de sphère ;
- les surfaces quelconques : ce sont toutes les surfaces que l'on peut trouver sur une pièce mécanique et qui n'appartiennent pas aux catégories citées précédemment (ex. dent d'engrenage, profil d'aubage, hélice d'un filetage, ...).

L'élément nominal est un élément géométrique qui résulte du choix du concepteur au bureau d'étude. Il réalise une fonctionnalité partielle de la pièce. Son choix exprime à la fois une nécessité fonctionnelle et une possibilité de réalisation par les moyens de mise en oeuvre connus.

6.2.2 Géométries considérées pour les tolérances géométriques

La notion de tolérance géométrique doit considérer que la pièce réelle peut s'écarter de manière significative de la forme géométriquement parfait du plan ou du modèle CAO (géométrie nominale). Il faut toutefois s'entendre sur la façon pratique de mesurer la géométrie réelle d'une pièce. En effet les pièces d'un ensemble mécanique constituent chacune un volume limité par une surface résultant d'un ou de plusieurs procédés de fabrication. La géométrie réelle d'une pièce peut être définie par la surface qui sépare la matière de la pièce de son environnement, mais il s'agit d'une géométrie impossible à définir en pratique (skin model). Une modélisation possible (qui est d'ailleurs employée en pratique) de la géométrie réelle d'une pièce est de considérer une définition de la surface réelle de la pièce par un ensemble de points pris sur cette surface. Le modèle correspondant est appelé modèle de la géométrie réelle (real model).

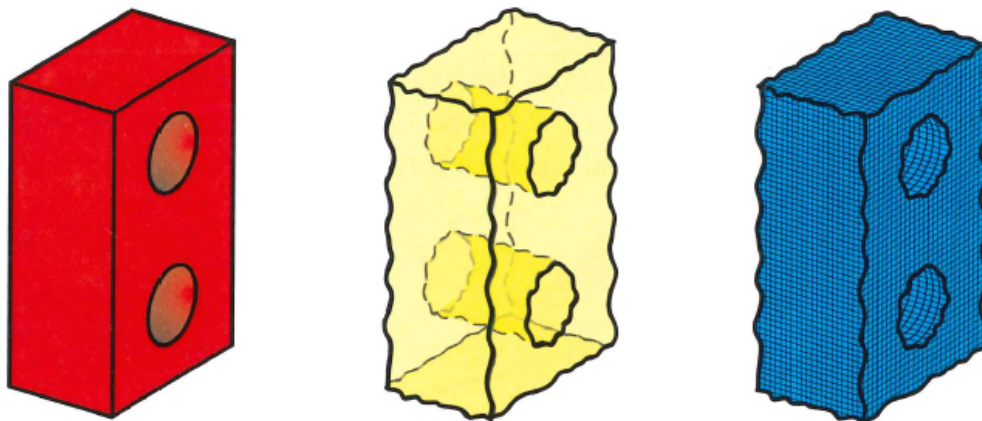


FIGURE 6.3 – Géométrie nominale - géométrie réelle - modèle de la géométrie réelle [2].

Dans la plupart des cas, pour des raisons fonctionnelles évidentes, il n'est pas possible de considérer la surface réelle de la pièce comme un tout mais comme étant constituée de plusieurs parties jouant des rôles fonctionnels différents au sein d'un mécanisme étudié. Ces différentes parties sont appelées surfaces réelles. Chaque surface réelle correspond à une surface idéale dont la forme géométrique peut être définie mathématiquement (portion de plan, de cylindre, de cône ou de sphère pour les surfaces simples).

On distingue successivement figure 6.4 :

- L'élément réel qui est la peau de la pièce. Il résulte du procédé d'élaboration et n'est jamais connu avec exactitude, en raison des limites des moyens d'appréhension et, éventuellement, de la complexité géométrique des surfaces dessinées. On en donne la meilleure image possible par la mesure, et l'on admet, le plus souvent, que l'élément réel est l'élément mesuré.
- L'élément extrait qui est l'image de l'élément réel donnée par les moyens de mesure. Cette reproduction se présente sous la forme d'un nuage de points dont la position dans un repère fixe est connue avec une incertitude dépendant du système de mesure utilisé.
- L'élément dérivé extrait qui est l'axe, le centre, le plan médian de l'élément extrait. Les formes de l'élément extrait n'étant plus parfaites d'un point de vue géométrique, les éléments extraits dérivés sont définis à partir de conventions précisées par la norme.
- L'élément associé qui est un élément de forme géométrique parfaite (de la même famille que l'élément nominal) obtenu à partir du nuage de points en appliquant des critères d'association mathématiques tels que, par exemple :
 - le critère dit « des moindres carrés » qui consiste à minimiser la somme des carrés des écarts des points de mesure par rapport à la surface associée ;
 - le critère dit « défaut de forme minimum » qui consiste à minimiser le plus grand des écarts en valeur absolue séparant l'élément extrait de l'élément associé ;
 - le critère dit « rayon maximum » qui consiste à maximiser le rayon d'un cylindre sous la contrainte que tous les points de l'élément extrait soient à l'extérieur du cylindre ;
- L'élément dérivé associé qui est l'axe, le centre, le plan médian de l'élément associé.

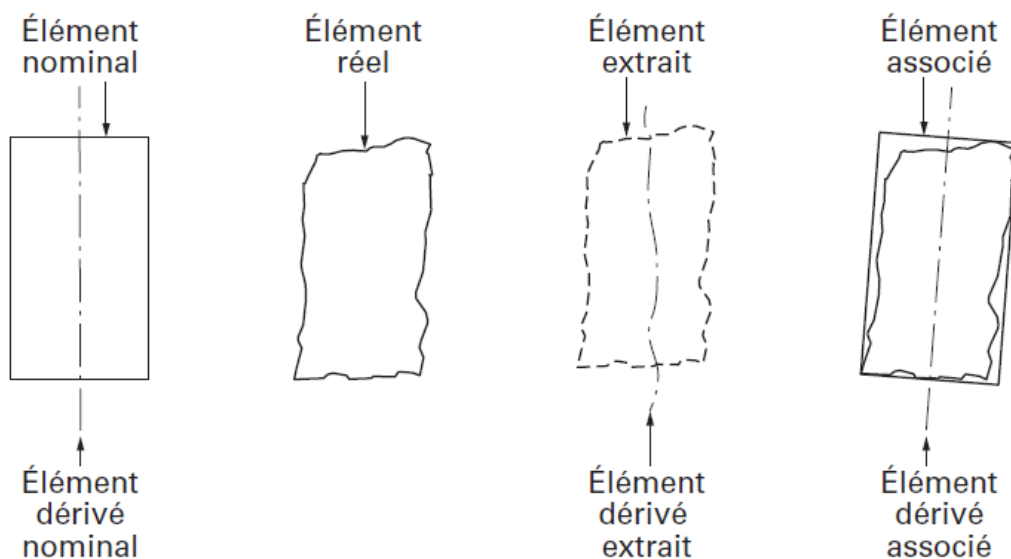


FIGURE 6.4 – Géométries prises en compte pour les tolérances géométriques [3].

De manière générale, une tolérance géométrique indique que l’ensemble des points mesurés sur la surface (élément extrait) sont situés dans une zone délimitée par des formes géométriques parfaites, éventuellement localisées ou orientées par rapport à une référence (élément associé ou élément associé extrait).

6.3 Indication des tolérances

- Les tolérances géométriques sont au nombre de quatorze, partagées en quatre catégories :
- les tolérances sur la forme locale d’un élément (rectitude, planéité, circularité, cylindricité, le profil de ligne ou de surface) ;
 - les tolérances sur l’orientation d’un élément (parallélisme, perpendicularité, inclinaison) ;
 - les tolérances sur la localisation d’éléments (localisation, concentricité, coaxialité, symétrie) ;
 - les tolérances de battement (simple, total).

Tolérances de forme			
Lignes		Surfaces	
	Rectitude		Planéité
	Circularité		Cylindricité
	Forme (ligne)		Forme (surface)
Tolérance d'orientation		Tolérance de localisation	
	Parallélisme		Localisation
	Perpendicularité		Concentricité
	Orientation		Symétrie
Tolérance de battement			
	Battement simple		
	Battement total		

FIGURE 6.5 – Symboles ISO des tolérances géométriques [4].

Un symbole est associé à chacune de ces tolérances (figure 6.5).

Une tolérance géométrique est appliquée à un élément réel (à l’exception des tolérances projetées, cf §6.6.5). L’indication de tolérance est réalisée par un cadre (figure 6.6) indiquant :

- le type de tolérance géométrique (figure 6.5) ;
- l’étendue de la zone de tolérance (exprimée en mm).

Le cadre peut également être complété de références (cf § 6.5) qui permet d’imposer un repère dans lequel la tolérance sera vérifiée.

Une flèche pointe sur l'élément auquel s'applique la tolérance. On distingue les cas suivants (figure 6.7)

- la surface réelle si la flèche pointe directement une surface ou un trait de rappel (1,2 ou 5) ;
- l'axe d'un cylindre si la flèche pointe la ligne de cote d'un diamètre (6) ;
- la surface médiane entre deux plans si la flèche pointe la ligne de cote donnant la distance entre deux plans (3) ;
- une zone limitée d'un axe (7) ou d'un plan médian (4) si la flèche pointe une ligne de cote et est positionnée par une cote encadrée.

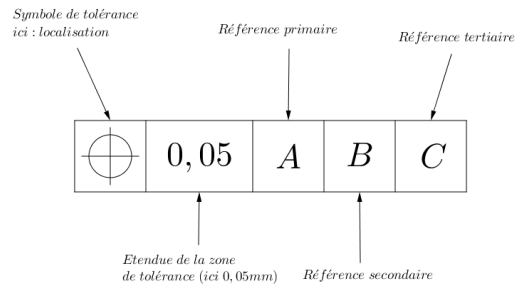


FIGURE 6.6 – Cadre pour indiquer une tolérance géométrique.

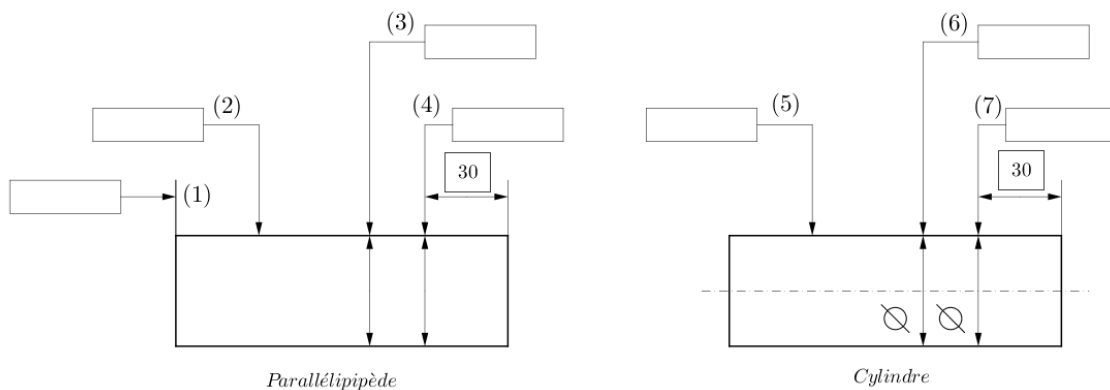


FIGURE 6.7 – Positionnement de la flèche pour les tolérances géométriques [1].

Lors de l'imposition de tolérances de position, d'orientation ou de profil, la forme théorique parfaite des éléments appelées dimensions théoriques exactes (TED : theoretically exact dimensions) sont indiquées sur le plan par l'intermédiaire de cotes encadrées (figure 6.8). Ces dimensions ne doivent évidemment pas être tolérancées.

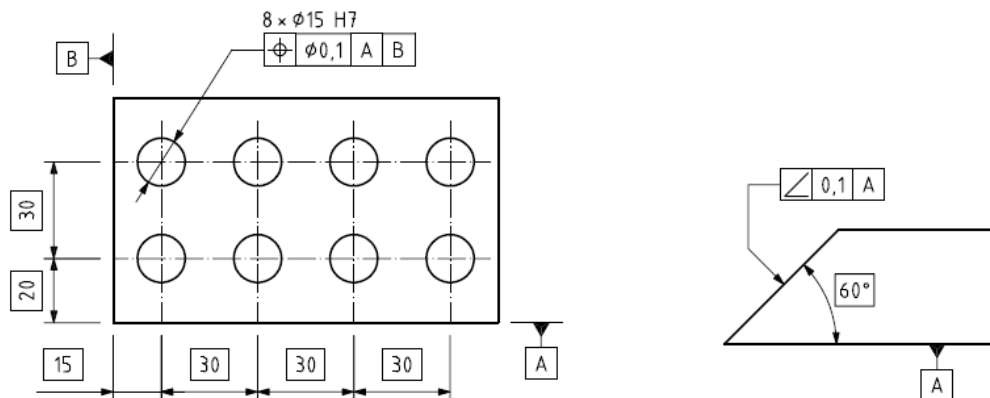


FIGURE 6.8 – Cotes théoriques exactes [4].

Si la tolérance ne s'applique qu'à une zone restreinte d'une surface, il faut la délimiter à l'aide d'un trait mixte fort (figure 6.9). Cette zone doit évidemment être cotée.

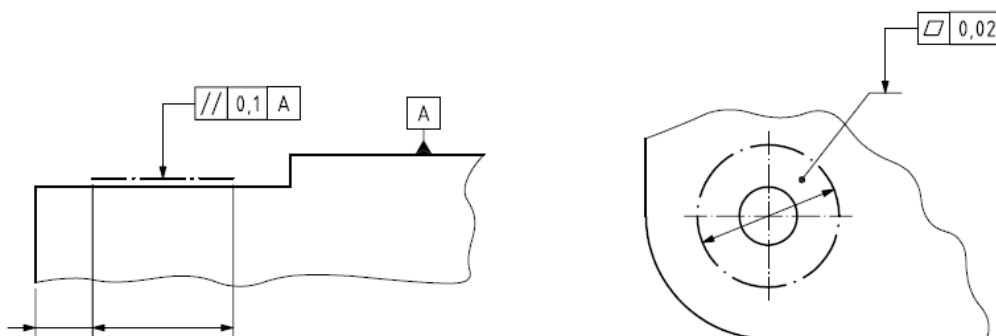


FIGURE 6.9 – Zone restreinte [4].

6.4 Définition des tolérances géométriques

Une tolérance géométrique appliquée à un élément définit la zone de tolérance à l'intérieur de laquelle l'élément (surface, axe ou plan médian) doit être compris. Selon la caractéristique tolérancée et la manière dont celle-ci est cotée, la zone de tolérance est :

- soit la surface à l'intérieur d'un cercle, entre deux cercles concentriques, entre deux lignes ou deux droites parallèles,
- soit l'espace à l'intérieur d'un cylindre, entre deux cylindres coaxiaux, entre deux plans parallèles ou à l'intérieur d'un parallélépipède.

L'orientation de la ligne ou de la surface géométriquement idéale doit être choisie de façon que la distance du point de l'élément le plus éloigné à cette surface géométriquement idéale soit minimale.

La forme ou l'orientation de l'élément tolérancé peut être quelconque à l'intérieur de la zone de tolérance, sauf indication plus restrictive, exprimée en clair, par exemple, par une note. Sauf indication contraire, la tolérance s'applique à toute la longueur ou toute la surface de l'élément considéré.

6.4.1 Tolérances de forme

Les tolérances de forme spécifient la géométrie d'une entité, indépendamment de sa position et de son orientation.

6.4.1.1 Rectitude

Cette tolérance impose que chaque ligne obtenue par intersection de la surface avec un plan parallèle au plan de projection soit comprise entre deux droites parallèles distantes au plus de la valeur de la tolérance (figure 6.10). Avec l'emploi du modificateur \varnothing , la zone de tolérance est un cylindre dont le diamètre est la valeur de la tolérance (figure 6.10).

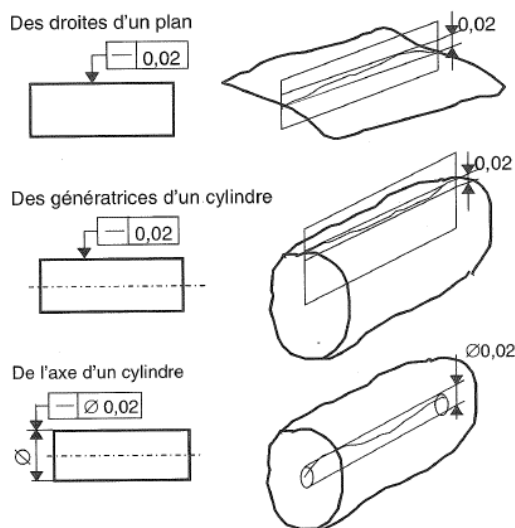


FIGURE 6.10 – Tolérance de rectitude [1].

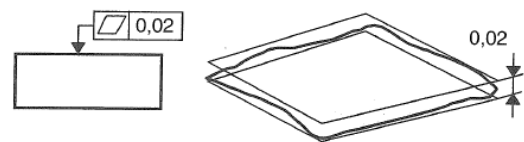


FIGURE 6.11 – Tolérance de planéité [1].

6.4.1.2 Planéité

Cette tolérance impose que la surface réelle soit comprise entre deux plans parallèles distants au maximum de la valeur de la tolérance (figure 6.11).

6.4.1.3 Circularité

Cette tolérance impose que toute section d'une forme symétrique de révolution soit comprise entre deux cercles concentriques dont la différence de rayon soit égale à la valeur de la tolérance (figure 6.12).

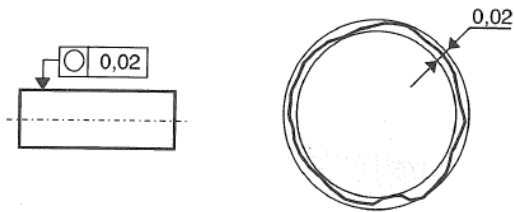


FIGURE 6.12 – Tolérance de circularité [1].

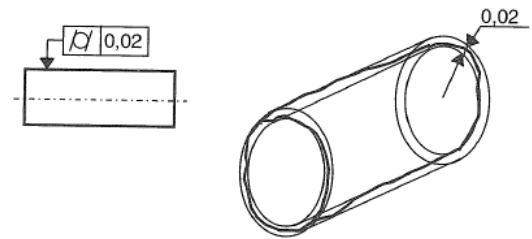


FIGURE 6.13 – Tolérance de cylindricité [1].

6.4.1.4 Cylindricité

Cette tolérance impose que la surface réelle soit comprise entre deux cylindres coaxiaux dont la différence de rayon soit égale à la valeur de la tolérance (figure 6.13).

6.4.1.5 Forme d'une ligne

La tolérance de forme sur un profil est indiquée par l'intermédiaire d'un demi-cercle. La zone de tolérance est répartie symétriquement par rapport au profil théorique. La demi-tolérance est à répartir en chaque point selon la normale locale à la courbe (la zone de tolérance est donc l'enveloppe d'un cercle parcourant la courbe (figures 6.14 et 6.15).

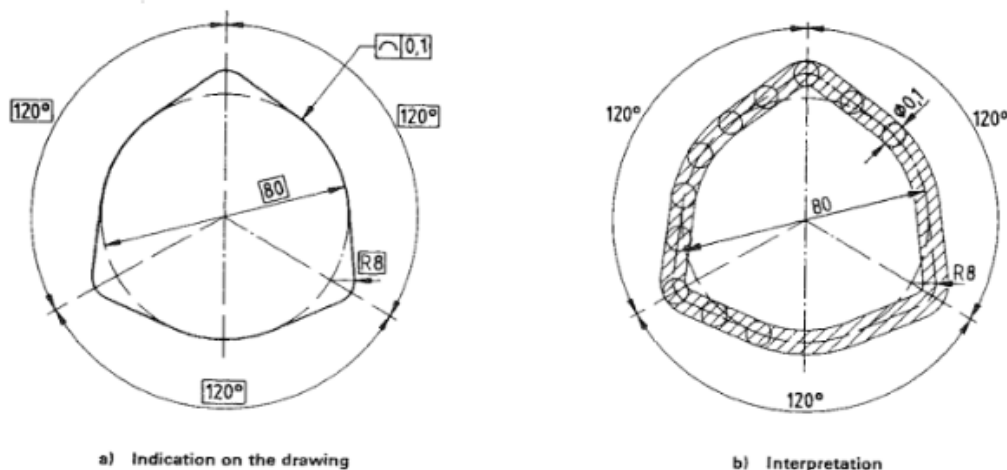


FIGURE 6.14 – Tolérance sur un profil [5].

Avec le modificateur \varnothing , la zone de tolérance est un tube dont le diamètre est la valeur de la tolérance dont l'axe est la ligne théorique (figure 6.16)

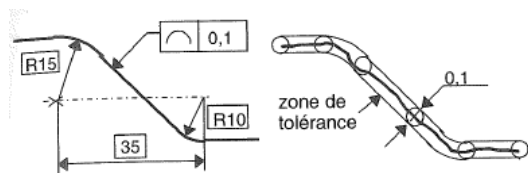


FIGURE 6.15 – Tolérance de forme d'un profil [1].

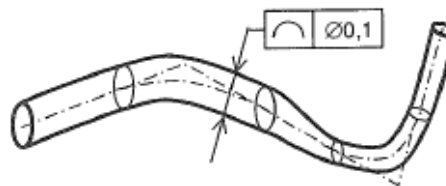


FIGURE 6.16 – Tolérance de forme d'une ligne [1].

6.4.1.6 Forme d'une surface

Le tolérancement de surface obéit à une logique similaire, la zone est cette fois déterminée par l'enveloppe d'une sphère parcourant la surface. Cette tolérance impose que la surface réelle soit dans l'enveloppe d'une sphère dont le diamètre correspond à la valeur de la tolérance qui se déplace sur la surface théorique (figures 6.17 et 6.18).

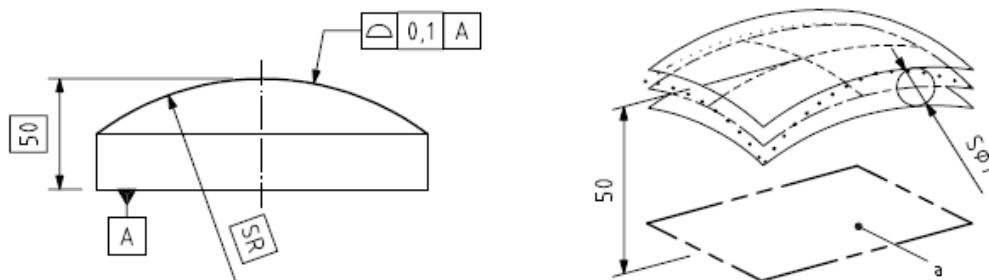


FIGURE 6.17 – Tolérance sur un profil [4].

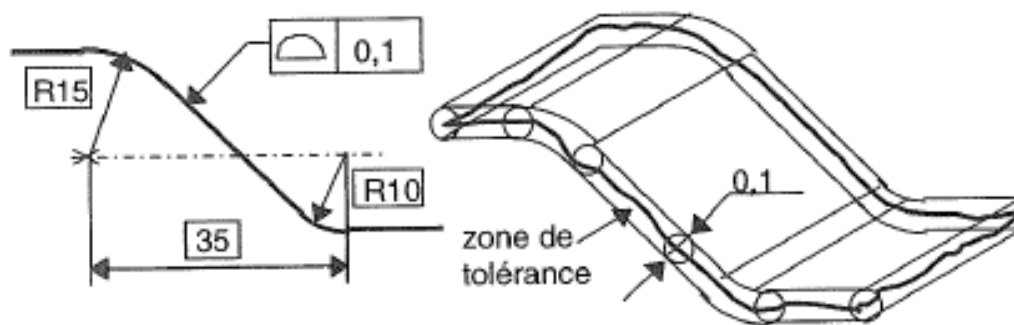


FIGURE 6.18 – Tolérance de forme d'une surface [1].

6.4.2 Tolérance d'orientation

Les tolérances d'orientation sont plus restrictives que les tolérances de forme. En effet, en plus d'imposer la forme locale de l'élément, elles imposent que la zone de tolérance ait une orientation particulière par rapport à une référence (voir § 6.5) donnée.

6.4.2.1 Parallélisme

Cette tolérance impose (figure 6.19) qu'une ligne (axe réel ou génératrice) ou un plan soient contenue entre deux plans :

- parallèles à la références ;
- distants entre eux de la valeur de la tolérance.

Avec le modificateur \varnothing , la zone de tolérance est un cylindre d'axe parallèle à la référence dont la diamètre a la valeur de la tolérance.

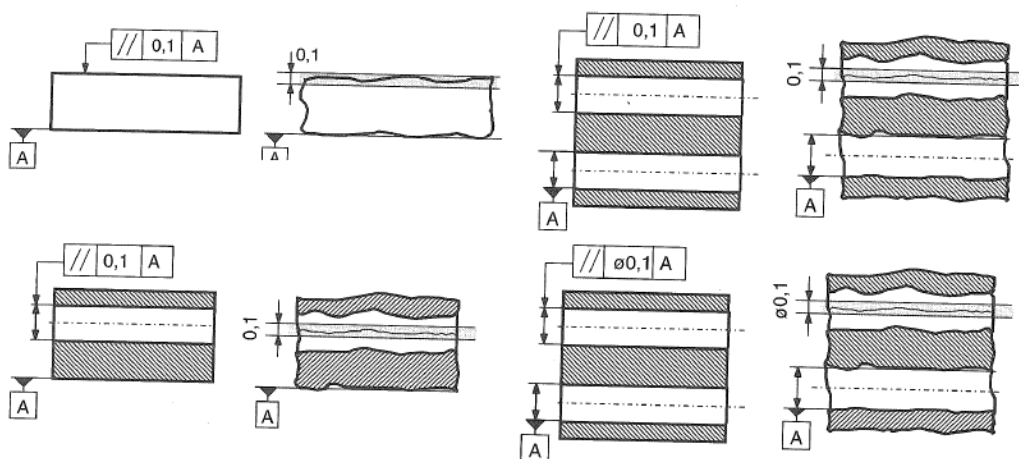


FIGURE 6.19 – Tolérance de parallélisme [1].

6.4.2.2 Perpendicularité

Cette tolérance impose (figure 6.20) qu'une ligne (axe réel ou génératrice) ou un plan soient contenue entre deux plans :

- parallèles entre eux ;
- perpendiculaires à la référence ;
- distants entre eux de la valeur de la tolérance.

Avec le modificateur \varnothing , la zone de tolérance est un cylindre d'axe perpendiculaire à la référence dont la diamètre a la valeur de la tolérance.

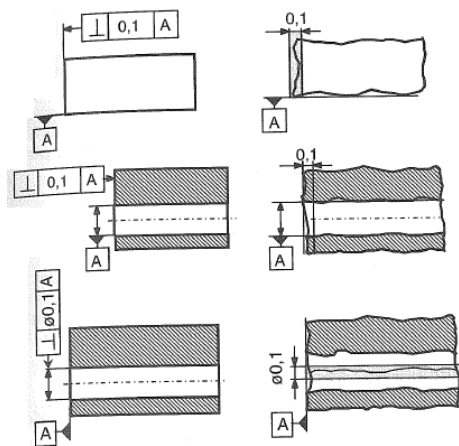


FIGURE 6.20 – Tolérance de perpendicularité [1].

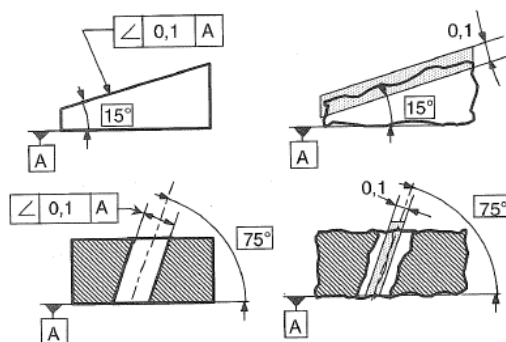


FIGURE 6.21 – Tolérance d'inclinaison [1].

6.4.2.3 Inclinaison

Cette tolérance impose (figure 6.21) qu'une ligne (axe réel ou génératrice) ou un plan soient contenue entre deux plans :

- parallèles entre eux ;
- formant avec la référence un angle imposé ;
- distants entre eux de la valeur de la tolérance.

6.4.3 Tolérances de position

Avec les tolérances de position, une contrainte supplémentaire est ajoutée car non seulement la forme et l'orientation de la surface est imposée, mais sa localisation par rapport à un système de référence est imposée.

6.4.3.1 Localisation

Cette tolérance impose (figure 6.22) qu'une ligne (axe réel ou génératrice) ou un plan soient contenue entre deux plans parallèles entre eux distants de la valeur de la tolérance dont le plan médian est situé à l'aide des cotes théoriques exactes. Avec le modificateur \varnothing , la zone de tolérance est un cylindre dont l'axe est situé à l'aide des cotes théoriques exactes.

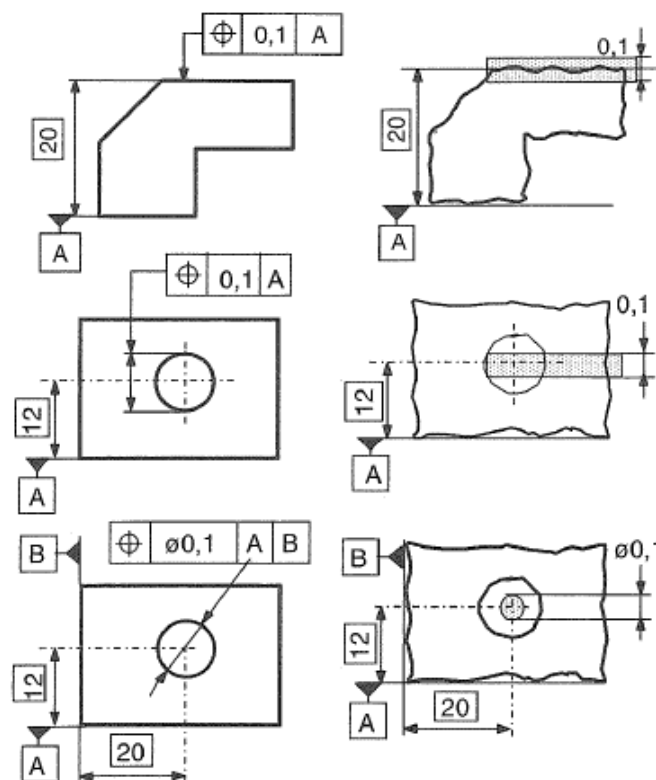


FIGURE 6.22 – Tolérance de localisation [1].

6.4.3.2 Symétrie

Cette tolérance impose (figure 6.23) que le plan médian mesuré (moyenne des positions de bipoints mesurés de part et d'autre de la rainure) soit situé entre deux plans parallèles entre eux distants de la valeur de la tolérance dont le plan médian est confondu avec le plan médian nominal.

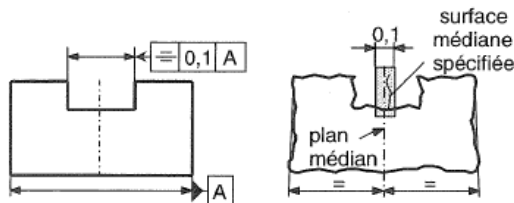


FIGURE 6.23 – Tolérance de symétrie [1].

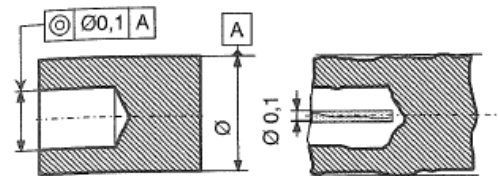


FIGURE 6.24 – Tolérance coaxialité [1].

6.4.3.3 Concentricité - coaxialité

Cette tolérance impose (figure 6.24) que l'axe mesuré soit à l'intérieur d'un cylindre dont le diamètre vaut la valeur de la tolérance et dont l'axe est confondu avec l'axe de la référence. Elle s'applique toujours entre cylindres et on impose toujours une zone de tolérance cylindrique. Quand le cylindre spécifié est très court, on parle de tolérance de concentricité.

6.4.3.4 Position d'un profil

Si on ajoute un système de référence à une tolérance de forme d'une ligne, la spécification devient plus restrictive car la zone de tolérance doit impérativement avoir son axe à la position théorique exacte définie sur le plan (figure 6.25).

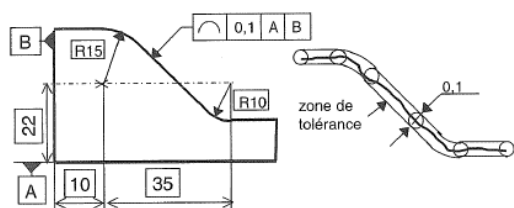


FIGURE 6.25 – Tolérance de position d'une ligne [1].

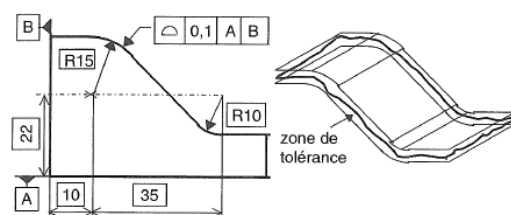


FIGURE 6.26 – Tolérance de position d'une surface [1].

6.4.3.5 Position d'une surface

La même extension est valable pour une tolérance de forme d'une surface. Si on ajoute un système de référence, la spécification devient plus restrictive car la zone de tolérance doit impérativement avoir sa surface moyenne à la position théorique exacte définie sur le plan (figure 6.26).

6.4.4 Battement

Les spécifications de battement sont réservées pour les pièces en rotation autour d'un axe. On distingue le battement axial ou radial (direction de la mesure) qui peut être simple ou total (pour une seule section ou pour l'ensemble de la section).

6.4.4.1 Battement radial

Le battement simple radial (ou battement circulaire radial) impose chaque section soit comprise entre deux cercles centrés sur l'axe de la référence dont l'écart de rayon correspond à la valeur de la tolérance (figure 6.27).

Pour le battement total, la surface réelle doit être comprise entre deux cylindres coaxiaux avec la référence dont l'écart de rayon correspond à la valeur de la tolérance (figure 6.28).

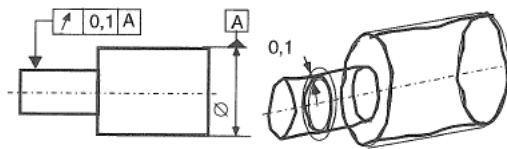


FIGURE 6.27 – Tolérance de battement radial simple [1].

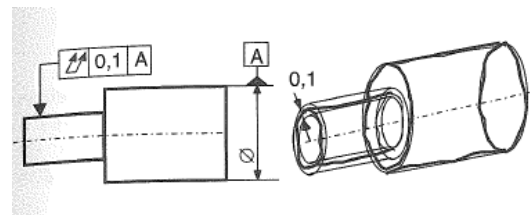


FIGURE 6.28 – Tolérance de battement radial total [1].

6.4.4.2 Battement axial

Le battement simple axial (ou battement circulaire axial) impose chaque section soit comprise entre deux cercles perpendiculaires à l'axe de la référence dont l'écart le long de l'axe correspond à la valeur de la tolérance (figure 6.29).

Pour le battement total, la surface réelle doit être comprise entre deux plans parallèles la référence dont l'écart de rayon correspond à la valeur de la tolérance (figure 6.30).

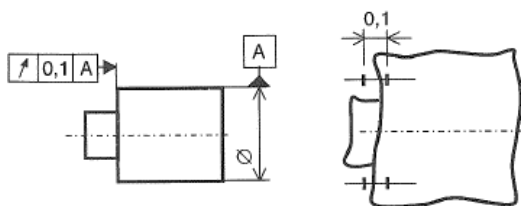


FIGURE 6.29 – Tolérance de battement axial simple [1].

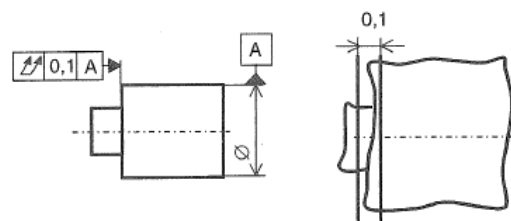


FIGURE 6.30 – Tolérance de battement axial total [1].

6.5 Références

Lors de la définition de tolérances d'orientation ou de position, il est nécessaire de préciser une ou plusieurs références pour positionner les éléments tolérancés. L'élément de référence est l'élément réel d'une pièce que l'on utilise pour déterminer la position d'une référence spécifiée. Cette référence est une forme géométrique théoriquement exacte.

Les tolérances géométriques attribuées aux éléments par rapport à une référence spécifiée ne limitent pas l'écart de forme de l'élément de référence lui-même. La forme d'un élément de référence doit être suffisamment précise pour qu'il puisse être utilisé comme tel et il peut donc être nécessaire de prescrire des tolérances de forme pour les éléments de référence.

Une référence est positionnée par l'intermédiaire d'un symbole triangulaire rattachées à un cadre contenant une lettre majuscule ou une lettre majuscule doublée. La logique d'interprétation en fonction de la position du milieu de la base du triangle est similaire à ce qui est fait pour les flèches partant des cadres de tolérance (figure 6.31) :

- A : plan en bout de la pièce ;
- B : plan supérieur ;
- C : plan médian ;
- D : droite médiane de la section ;
- E : axe du cylindre ;
- F : génératrice du cylindre dans le plan de la vue ;
- G : centre de la section.

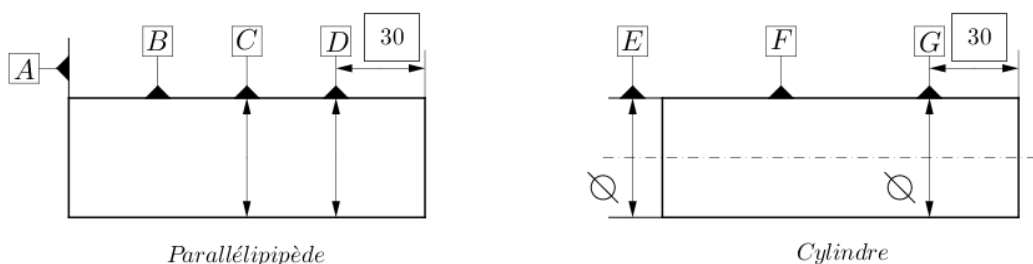


FIGURE 6.31 – Positionnement du cadre de référence (d'après [1]).

Lors de l'emploi de plusieurs références, il est nécessaire de tenir compte de l'ordre dans lequel les références sont citées, ceci aura notamment un impact pour la vérification de la tolérance de position (cf chapitre 12). L'emploi d'un système présentant des références multiples réduit progressivement le nombre de degrés de libertés résiduels de la pièce. Il n'est pas nécessaire de tous les bloquer de manière systématique. Dans le cas d'une tolérance de parallélisme entre un plan et une référence, les trois degrés de liberté dans le plan de référence (deux translations et une rotation selon un axe perpendiculaire au plan) n'ont aucune influence sur la mesure. Dans le cas d'une tolérance de positionnement, il est par contre nécessaire d'imposer un blocage complet de la pièce via le système de référence (figure 6.32) :

- un premier plan de référence bloque trois degrés de liberté (contact théoriquement sur trois points) ;
- un deuxième plan perpendiculaire au premier bloque deux degrés de liberté (contact théorique sur deux points) ;
- un troisième plan de référence bloque le dernier degré de liberté (contact théorique sur un point).

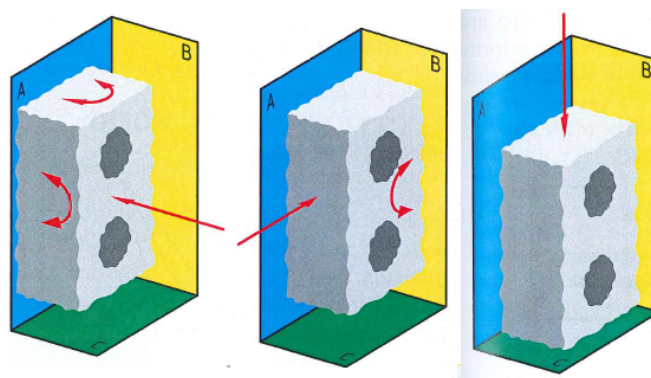


FIGURE 6.32 – Positionnement successif sur trois références [2].

6.5.1 Références partielles

Si la qualité de la surface devant servir de référence n'est pas de grande qualité, l'utilisation de l'ensemble de la surface comme référence peut poser des soucis dans la répétabilité des mesures. C'est le cas notamment lors de la vérification de pièces brutes de fonderie ou de forgeage pour lesquelles il peut être difficile de définir un plan de pose stable. Dans ce cas de figure, les normes prévoient la possibilité de délimiter une partie restreinte de la surface comme référence. On parle alors de référence partielle. L'indication d'une référence partielle peut se faire de deux manières différentes. Si une seule zone de la surface est employée comme référence, on matérialise la zone par un trait mixte fort et on précise ses dimensions. Les dimensions de la zone partielle ne doivent pas être tolérancées (figure 6.33). On attache le même symbole qu'une référence classique. Si plusieurs parties de la surface sont employées, on repère les références partielles via des zones hachurées délimitées par un trait mixte fin attachés à un cercle partagé en deux parties (figure 6.34). La partie supérieure sert à indiquer la taille de la zone, la partie inférieure porte le nom de la référence (une lettre suivie d'un chiffre s'incrémentant pour chaque zone attachée à une même surface).

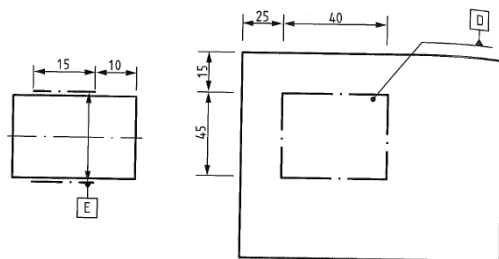


FIGURE 6.33 – Référence partielle simple [2].

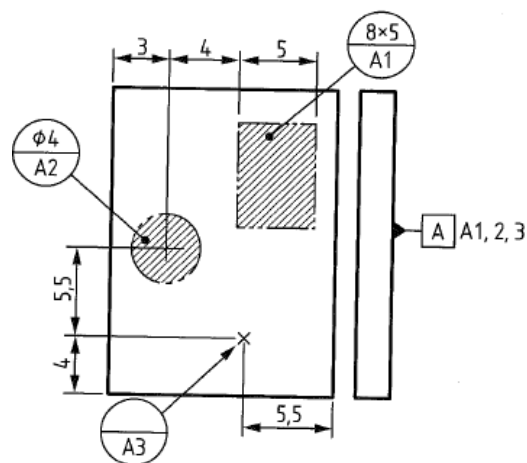


FIGURE 6.34 – Référence partielle multiple [2].

6.5.2 Eléments de référence

6.5.2.1 Plan

Le plan de référence est un plan tangent du côté libre de la matière qui minimise l'écart maximum tolérancé (figure 6.35). On parle de critère « minmax » ou de « critère de Tchebyshev »

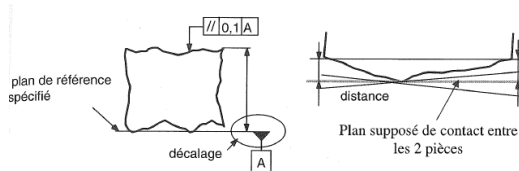


FIGURE 6.35 – Plan de référence [1].

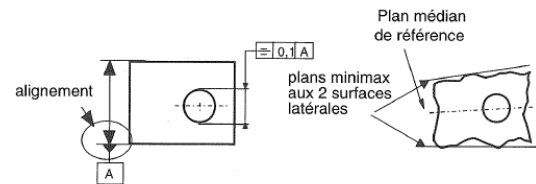


FIGURE 6.36 – Plan médian de référence [1].

6.5.2.2 Plan médian

Quand il s'agit du plan médian entre deux plans, on construit les deux plans avec le critère précédent et on utilise le plan bissecteur de ces deux plans (figure 6.36).

6.5.2.3 Axe d'un cylindre

La référence est un axe parfait qui est :

- l'axe du plus petit cylindre parfait contenant l'arbre ;
- l'axe du plus grand cylindre parfait contenu dans l'alésage (figure 6.37).

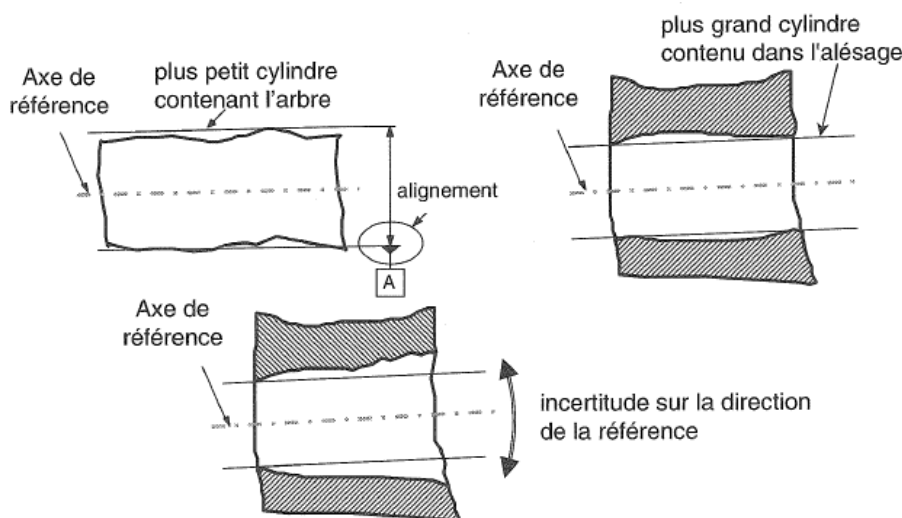


FIGURE 6.37 – Axe d'un cylindre comme référence [1].

Il peut rester une incertitude sur la position de ce cylindre. La norme ISO 5459 précise [6] qu'il doit être « disposé de façon que n'importe quel mouvement possible dans n'importe quelle direction soit égal ». Cette condition est extrêmement difficile à respecter en pratique.

6.5.2.4 Centre d'une sphère

La référence est le centre de la plus petite sphère qui englobe la surface réelle (figure 6.38).

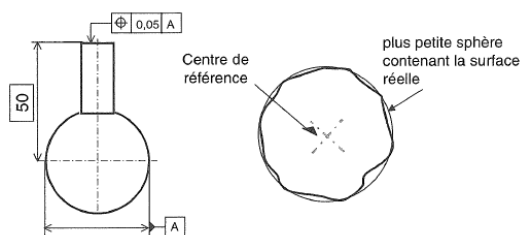


FIGURE 6.38 – Centre d'une sphère comme référence [1].

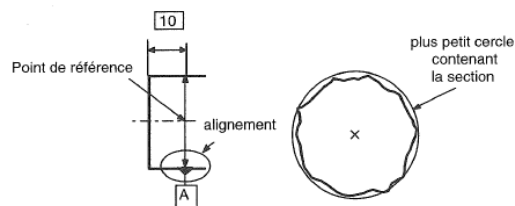


FIGURE 6.39 – Centre d'une section comme référence [1].

6.5.2.5 Section d'un cylindre

La référence est le centre du plus petit cercle qui contient l'ensemble des points de la section (figure 6.39).

6.6 Indications particulières

Un certain nombre d'indication peuvent modifier l'interprétation des tolérances géométriques lorsqu'elles sont ajoutée au cadre de tolérance. Celles-ci sont présentées dans les sections suivantes.

6.6.1 Principe du maximum de matière

Le principe du maximum de matière est une première indication qui remplace la condition d'indépendance. Le principe général est de permettre de garantir une fonction (par exemple d'assemblage) en jouant à la fois sur les tolérances dimensionnelles et géométriques. Le principe du maximum de matière ne peut s'appliquer que pour des éléments sur lesquels une tolérance dimensionnelle peut être appliquée.

L'assemblage des pièces dépend de la relation entre la dimension réelle et les écarts géométriques réels des éléments à ajuster, tels que des assemblages arbre - moyeu, des trous de passage de boulons et leurs boulons de retenue par exemple. Le jeu d'assemblage minimal existe lorsque chacun des éléments conjugués est à sa dimension au maximum de matière (par exemple, le plus grand boulon et le plus petit alésage) et lorsque l'écart géométrique (par exemple, les écarts de position) est également à son maximum. Le jeu d'assemblage augmente jusqu'au maximum lorsque les dimensions réelles des éléments assemblés s'éloignent des dimensions au maximum de matière (par exemple, le plus petit boulon et le plus grand alésage) et lorsque les écarts géométriques (par exemple, les écarts de position) sont nuls.

Suite à ce qui précède, il ressort que si les dimensions réelles d'un élément conjugué n'atteignent pas leurs dimensions au maximum de matière (état virtuel), les tolérances géométriques indiquées peuvent être augmentées sans nuire à l'assemblage de l'autre pièce. L'idée générale est donc de considérer que la tolérance géométrie s'applique si la surface est à son état au maximum de matière et de tolérer un certain élargissement de la tolérance si la surface s'écarte de la forme au maximum de matière. L'indication au maximum de matière s'indique par l'intermédiaire d'une lettre M majuscule entourée d'un cercle (figure 6.40).

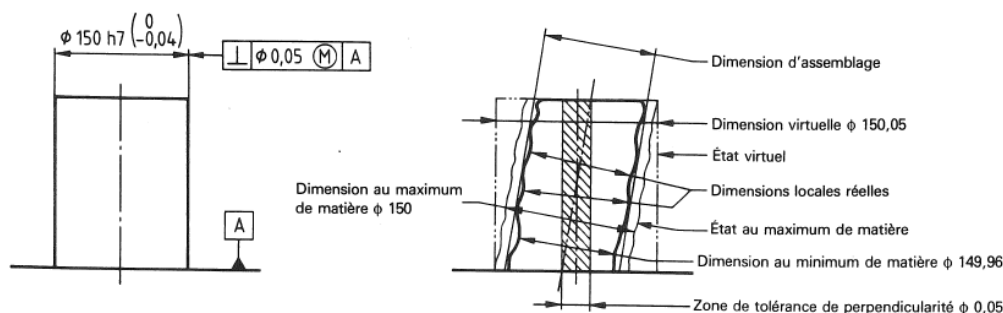


FIGURE 6.40 – Exemple de cotation avec le principe du maximum de matière et état virtuel associé [7].

On peut noter que dans le cas de l'utilisation du principe du maximum de matière, il est parfaitement admis d'imposer une tolérance géométrique avec une étendue nulle. Cela signifie qu'aucune déviation géométrique n'est admise si la forme est à sa dimension au maximum de matière.

6.6.1.1 Etat virtuel et calibre virtuel

On définit l'état virtuel comme l'enveloppe limite de la forme parfaite permis par les tolérances. Ceci implique :

- pour un arbre, l'état virtuel est un cylindre parfait dont le diamètre est le diamètre au maximum de la tolérance dimensionnelle auquel on ajoute la valeur de la tolérance géométrique associée
- pour un alésage, l'état virtuel est le diamètre du cylindre parfait dont le diamètre est le diamètre minimum de la tolérance dimensionnelle auquel on retranche la valeur de la tolérance géométrique associée.

On peut définir le calibre virtuel comme la forme qui est le négatif de l'état virtuel de l'élément tolérancé. Une spécification au maximum de matière est remplie si la pièce peut s'associer à son calibre virtuel. Pour le cas de la figure 6.40, le calibre virtuel est un alésage de diamètre 150,05 mm parfaitement perpendiculaire au plan de pose.

Si on considère le plan de la figure 6.41, on voit que chaque alésage présente une tolérance de localisation à étendue nulle au maximum de matière. Le calibre virtuel (figure 6.42) est constitué de quatre cylindres d'axe parfaitement perpendiculaires au plan de base A dont le diamètre vaut $12 \text{ mm} + 0 \text{ mm}$ (dimension minimale dans l'intervalle de tolérance) $+ 0 \text{ mm}$ (valeur de la tolérance géométrique). Le contrôle consiste à vérifier que la pièce produite s'assemble avec le calibre virtuel (figure 6.43).

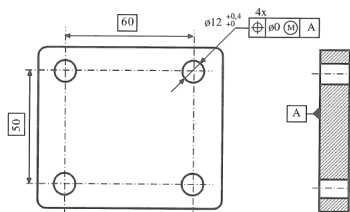


FIGURE 6.41 – Exemple d'alésages avec tolérance de localisation [1].

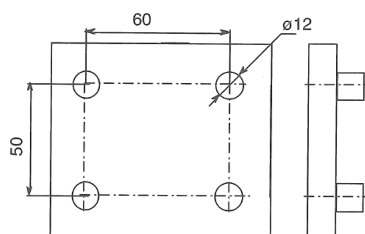


FIGURE 6.42 – Calibre virtuel du cas de la figure 6.41 [1].

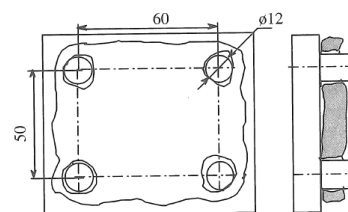


FIGURE 6.43 – Principe du contrôle pour le cas de la figure 6.41 [1].

6.6.1.2 Diagramme de tolérance dynamique

On peut représenter graphiquement la zone admissible des combinaisons diamètre/tolérance (figure 6.44), ce type de diagramme est parfois appelé « diagramme de tolérance dynamique. ». A titre d'exemple, l'indication de la figure 6.44 indique une tolérance de perpendicularité de 0,04 mm si la forme est à son maximum de matière (diamètre 16 mm). Si l'arbre a un diamètre réel de 15,94 mm (qui est bien dans la tolérance dimensionnelle), la tolérance de perpendicularité peut s'étendre à 0,1 mm.

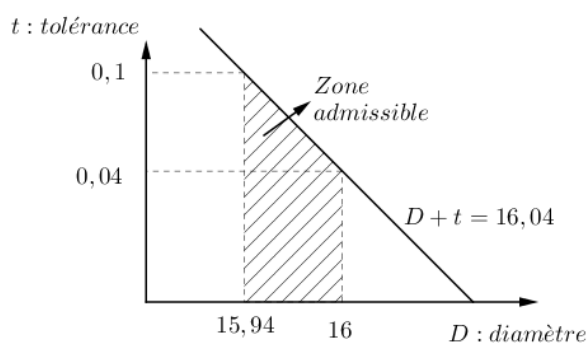
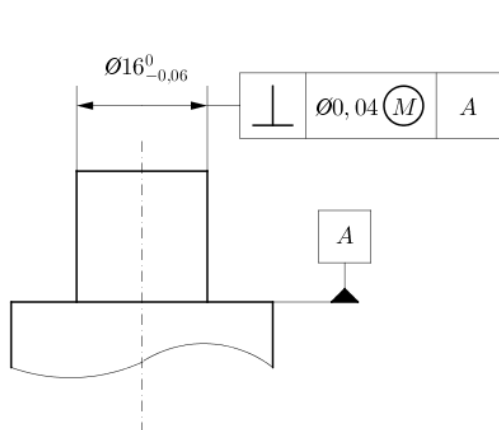


FIGURE 6.44 – Exemple de tolérance avec maximum de matière et visualisation graphique des combinaisons admissibles (d'après [1]).

Lorsque la tolérance géométrique a une étendue nulle (cf figure 6.45), la zone admise a une forme triangulaire sur le diagramme de tolérances dynamique.

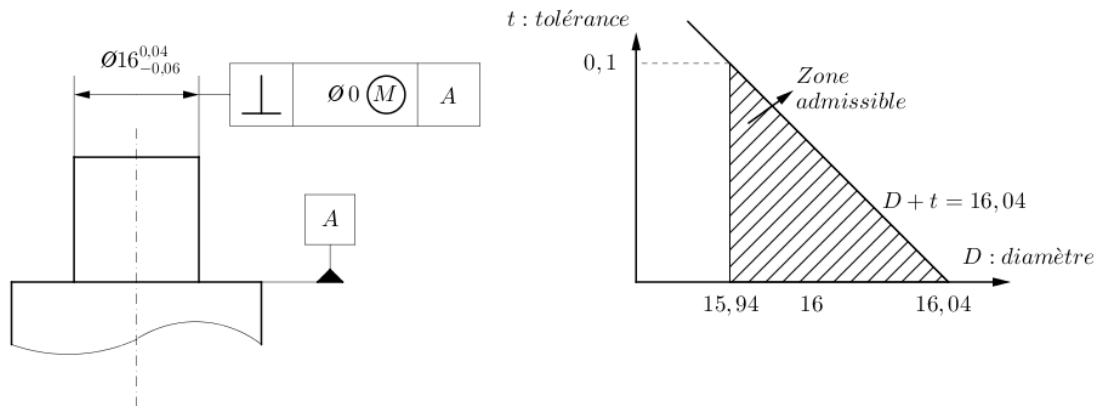


FIGURE 6.45 – Exemple de tolérance 'zéro' maximum de matière (d'après [1]).

6.6.2 Principe de réciprocité

En reprenant l'exemple de la figure 6.44, on constate que la condition d'assemblage serait remplie si le cylindre faisait un diamètre de 16,02 mm avec un écart de perpendicularité inférieur à 0,02 mm. Or, le principe du maximum de matière ne permet que de relâcher une tolérance géométrique en fonction d'une cote dimensionnelle et pas le contraire. Les normes permettent d'examiner le transfert dans l'autre sens en employant le principe de réciprocité (mentionné avec un R entouré dans le cadre de tolérance). Le diagramme de tolérance dynamique est donnée en figure 6.46.

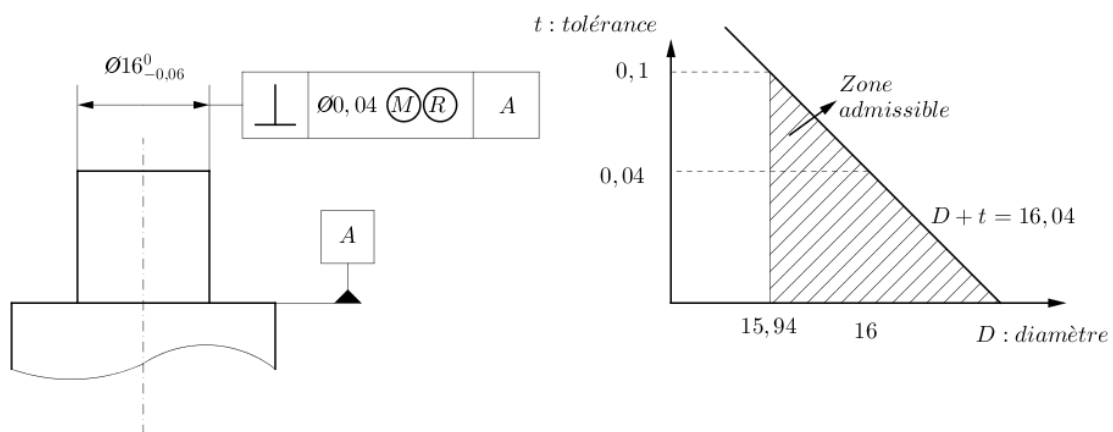


FIGURE 6.46 – Exemple de tolérance avec maximum de matière avec principe de réciprocité et visualisation graphique des combinaisons admissibles (d'après [1]).

6.6.3 Exigence d'enveloppe

Comme vu au chapitre 5, un emploi fréquent des tolérances dimensionnelles est la garantie d'un ajustement entre une pièce mâle et une pièce femelle. Le choix d'un couple H7/f6 vise à obtenir un jeu résiduel permettant un glissement juste. Or pour rappel, la tolérance dimensionnelle ne fait que garantir que chaque dimension locale respecte la distance indiquée, mais aucune hypothèse sur la tolérance de forme. En pratique, l'interprétation suppose que les deux formes sont contenues dans une enveloppe cylindrique parfaite au maximum de matière. Cette notion est appelée exigence d'enveloppe exprimée selon [8] *L'exigence d'enveloppe peut être appliquée à un élément isolé, soit un cylindre, soit un élément établi par deux surfaces planes parallèles. Cela implique que l'enveloppe de la forme parfaite à la dimension au maximum de matière de l'élément ne soit pas dépassée.* Même si l'interprétation conventionnelle est généralement faite indépendamment de toute autre mention, les nouvelles normes préconisent d'insérer le symbole définissant l'exigence d'enveloppe par la lettre E entourée d'un cercle pour éviter toute ambiguïté lors de la définition d'un ajustement.

6.6.4 Principe du minimum de matière

L'exigence au minimum de matière (mentionné sur un plan par un L entouré d'un cercle) est similaire au maximum de matière mais utilisé dans l'autre sens. Elle autorise un relâchement d'une tolérance dans le cas où la dimension d'un élément s'éloigne de la borne au minimum de matière. Le principe du minimum de matière peut être employé pour garantir une épaisseur minimum d'une paroi par exemple.

6.6.5 Tolérance projetée

Le but de la tolérance projetée est de définir la position d'un élément assemblé dans une zone fonctionnelle donnée. Prenons l'exemple donné en figure 6.47 ; si on veut garantir que lors de l'assemblage, la broche aura un jeu contrôlé dans le palier de droite, il faudra exiger une tolérance de positionnement et de parallélisme de manière simultanée sur l'alésage accueillant la broche (figure 6.48). La valeur de ces deux tolérances est liée car c'est l'effet combiné des deux tolérances qui déterminera si l'assemblage remplit sa fonction.

La toléranciation classique ne permet pas d'associer ces deux critères. Pour ce faire il faut avoir recours à une tolérance projetée. On l'indique sur le plan en dessinant en trait mixte fin à double tiret (figure 6.49) la zone concernée par l'imposition. On impose sur l'élément (ici l'axe de l'extrémité du cylindre) la tolérance en la faisant suivre d'un P entouré par un cercle.

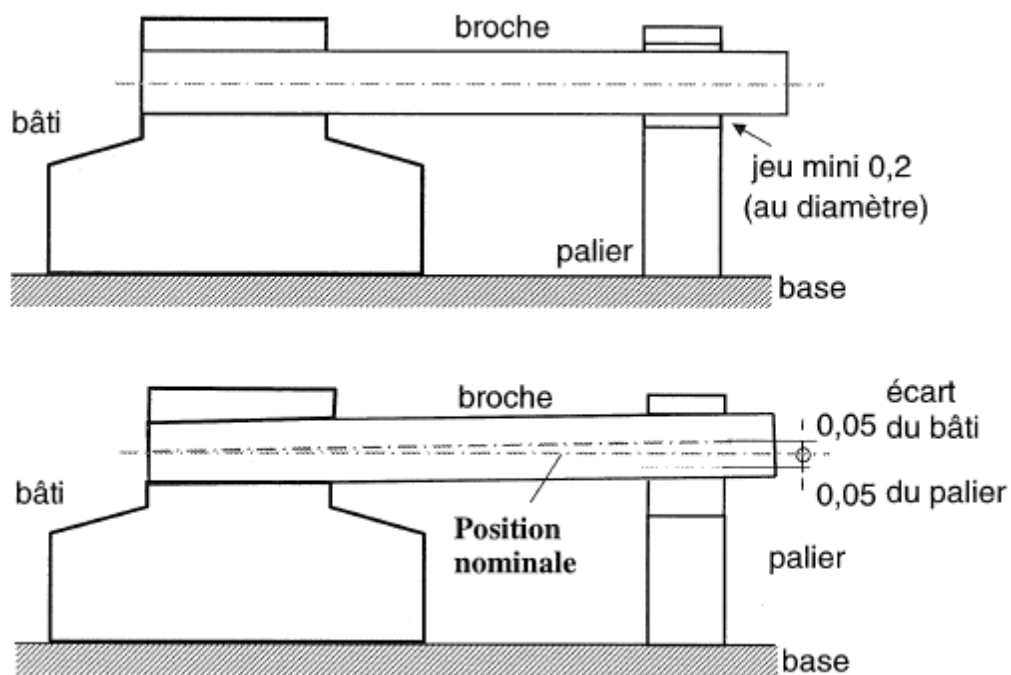


FIGURE 6.47 – Assemblage étudié [1].

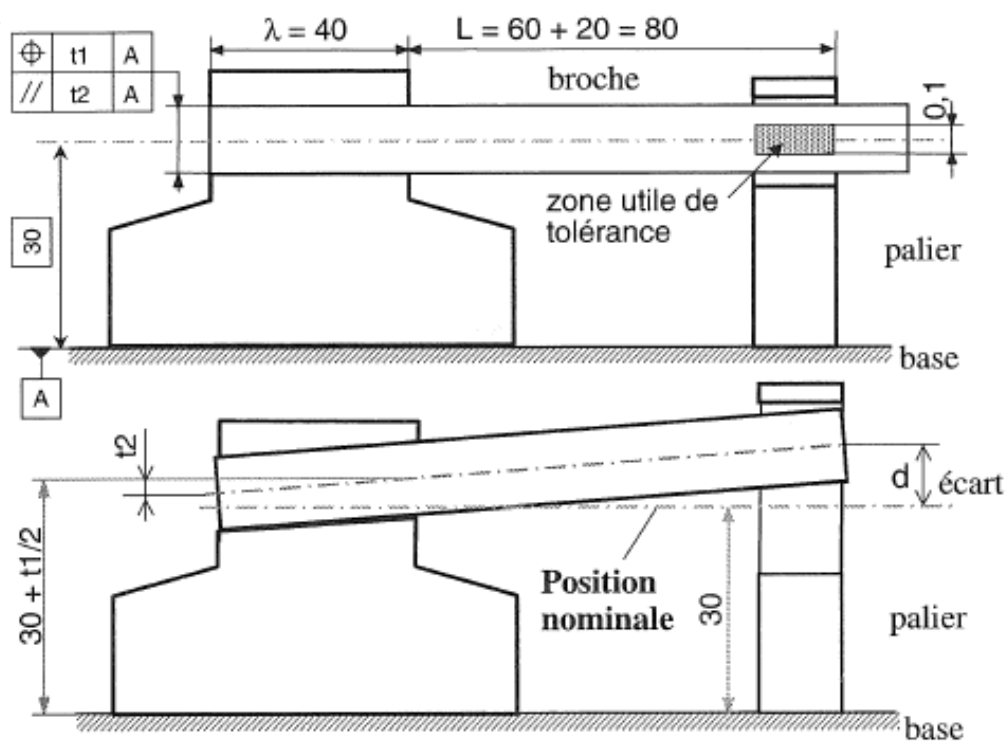


FIGURE 6.48 – Tolérancement classique [1].

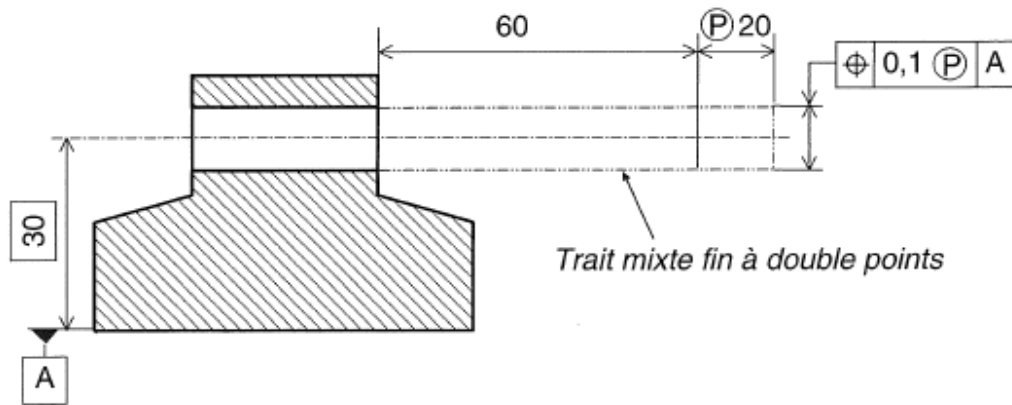


FIGURE 6.49 – Utilisation de tolérance projetée [1].

6.7 Groupement de surfaces

Il est possible de regrouper un ensemble de surfaces pour des spécifications via une zone commune ou une spécification commune.

6.7.1 Zone commune

Des zones de tolérances individuelles de même valeurs peuvent être appliquées à plusieurs éléments simultanément (figure 6.50). Cette spécification n'implique pas de dépendance entre les surfaces.

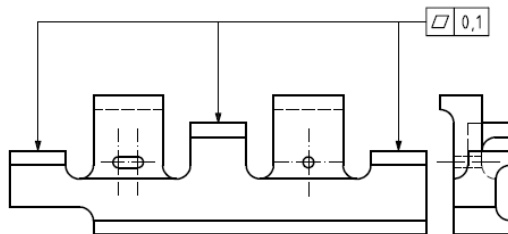


FIGURE 6.50 – Spécification similaire à trois surfaces [4].

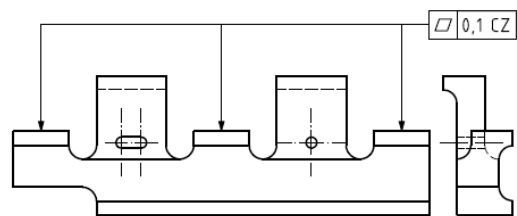


FIGURE 6.51 – Spécification de zone commune [4].

Il est également possible d'indiquer qu'un ensemble de surfaces doit être inclus dans une surface commune théorique. Dans ce cas (figure 6.51), on indique après la valeur de la tolérance l'indication *CZ* (common zone : zone commune). Pour bien comprendre la nuance :

- avec la mention de la figure 6.51, tous les points des plans doivent être situés entre deux plans parallèles distants d'au plus 0,1 mm ;
- sans la mention de la zone commune, les points de chacune des surfaces doivent individuellement être situés entre deux plans distants d'au plus 0,1 mm (ces plans peuvent être différents pour les trois surfaces).

L'exigence de zone commune est donc plus restrictive.

6.7.2 Indication 'tout autour'

Il est possible de spécifier qu'une tolérance sur un profil ou une surface s'applique à l'ensemble représenté par ce contour en ajoutant un cercle sur la ligne joignant le cadre de tolérance à la pièce (figures 6.52 et 6.53).

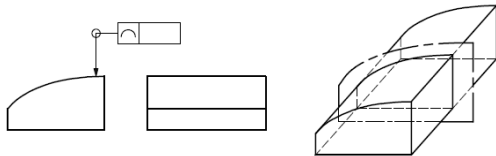


FIGURE 6.52 – Spécification 'tout autour' pour un profil [4].

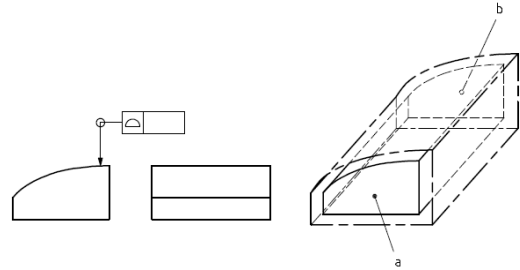


FIGURE 6.53 – Spécification 'tout autour' pour une surface (les faces a et b sont exclues de la spécification) [4].

La spécification 'tout autour' peut également s'appliquer à une imposition d'état de surface (figures 6.54 à 6.56).

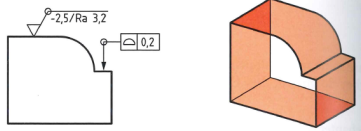


FIGURE 6.54 – Spécification 'tout autour' [2].

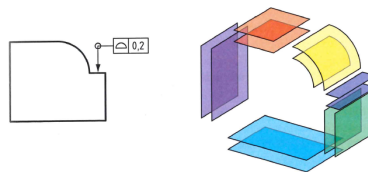


FIGURE 6.55 – Spécification 'tout autour' seule : chaque surface est considérée individuellement [2].

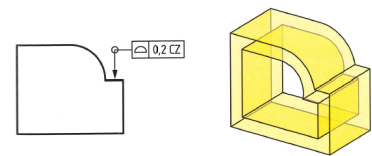


FIGURE 6.56 – Spécification 'tout autour' avec zone commune impose une zone de tolérance continue entre les surfaces [2].

6.8 Tolérances d'éléments particuliers

6.8.1 Tolérancement des arêtes

Que ce soit d'un point de vue fonctionnel ou d'un point de vue fabrication, il n'est pas souhaitable de laisser des arêtes vives rentrantes ou sortantes sur une pièce. Suivant les cas de figure, on prévoit un rayon de raccordement (congé) ou une partie biseautée (chanfrein). La tolérancement de ces éléments pose un problème dans l'emploi des nouvelles normes ISO-GPS, car les méthodes classiques de tolérancement ne permettent pas une interprétation claire de l'exigence (figures 6.57 et 6.58).

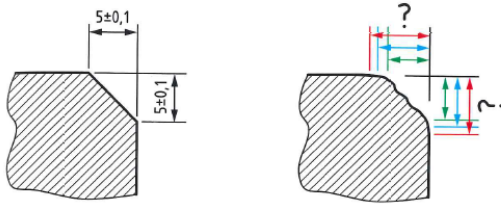


FIGURE 6.57 – Interprétation de tolérances sur un chanfrein [2].

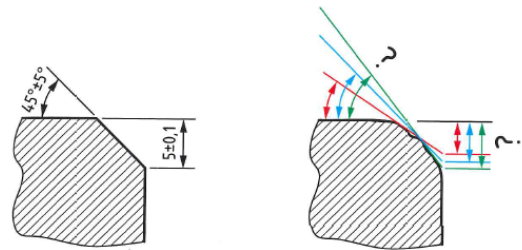


FIGURE 6.58 – Interprétation de tolérances sur un chanfrein [2].

Une possibilité pour résoudre l'ambiguïté consisterait à employer une tolérance géométrique (cf chapitre 6), mais cette solution conduit à une complication importante du dessin (figures 6.59 et 6.60) pour une zone qui n'a pas nécessairement un impact fonctionnel important.

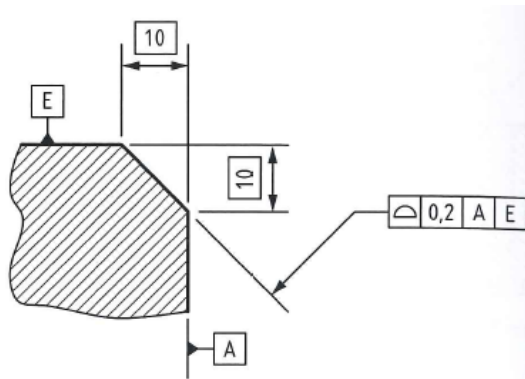


FIGURE 6.59 – Tolérance géométrique pour un chanfrein [2].

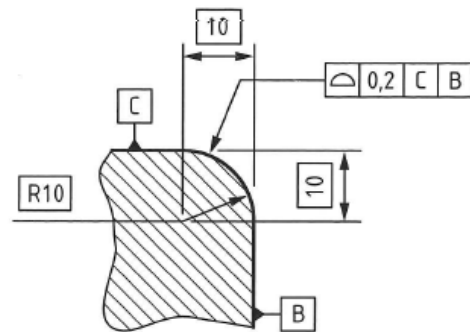


FIGURE 6.60 – Tolérance géométrique pour un congé [2].

Dans le cas où la forme exacte de l'arête n'a pas d'importance, la norme ISO 13715[9] définit un symbole supplémentaire permettant de définir la zone dans laquelle la matière peut se situer par rapport à l'arête vive théorique, sans imposer de condition particulière pour la forme dans cette zone (ceci reprend le principe de l'indication 'toute forme admise' parfois rencontrée sur d'anciens plans techniques). Le symbole est un simple coin avec une flèche pointant vers l'arête concernée (figure 6.61). Un signe '+' est placé si on admet d'ajouter de la matière par rapport à la forme de l'arête théorique, sans limiter la zone d'extension (figure 6.62) ; un signe '-' est placé si on admet d'enlever de la matière par rapport à la forme de l'arête théorique, sans limiter la zone d'extension (figure 6.63).

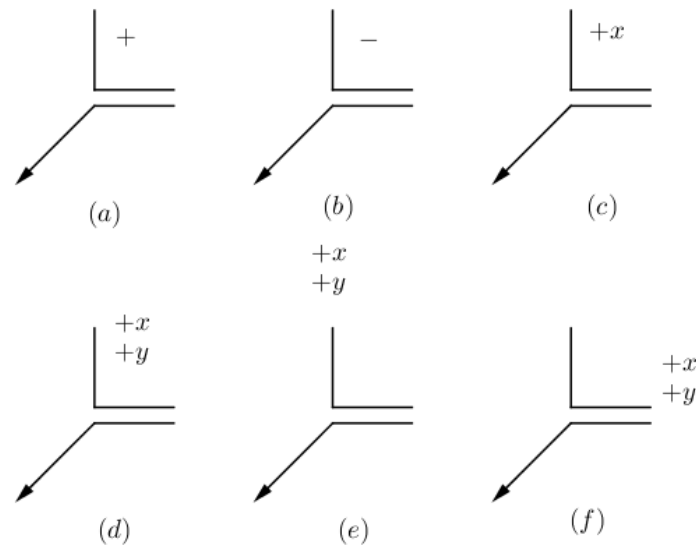


FIGURE 6.61 – Cotation d’arêtes : (a) ajout de matière permis, (b) enlèvement de matière permis, (c) ajout de matière sur une zone de x mm de côté permis, (d) ajout de matière permis dans une zone allant de x à y mm de l’arête, (e) ajout de matière permis dans une zone allant de x à y mm de l’arête radialement, (f) ajout de matière permis dans une zone allant de x à y mm de l’arête axialement.

On peut ajouter éventuellement des indications numériques pour limiter la zone dans laquelle l’arête doit se trouver :

- une valeur donnant le maximum pouvant être ajouté ou supprimé (figures 6.64 et 6.65) ;
- d’autres variations permettant des limites à deux valeurs ou des limites différentes selon les deux directions de l’arête [2].



FIGURE 6.62 – Exemples de formes admissibles avec l’indication ‘+’ [2].



FIGURE 6.63 – Exemples de formes admissibles avec l’indication ‘-’ [2].

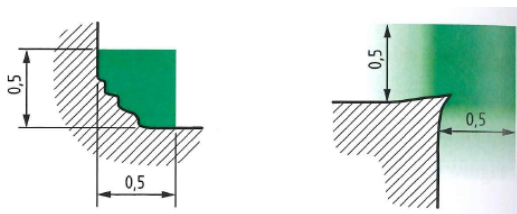


FIGURE 6.64 – Exemples de formes admissibles avec l’indication ‘+0,5’ [2].

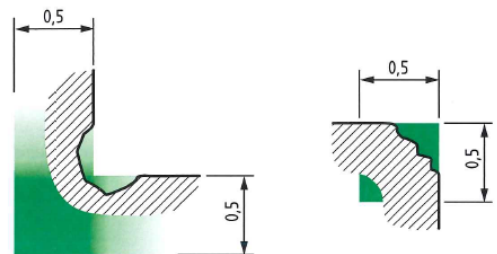


FIGURE 6.65 – Exemples de formes admissibles avec l’indication ‘-0,5’ [2].

6.8.2 Condition à l'état libre

Lorsqu'une pièce déformable est mesurée, il y a un risque que les déformations sous son poids propre ou sous les efforts de mesure ne dépasse les tolérances prescrites. C'est pourquoi la norme [10] permet de préciser si certaines cotes correspondent à l'état libre (via l'ajout d'un F entouré d'un cercle, figures 6.66 et 6.67). Dans le cas contraire, les conditions de montage pour l'analyse métrologique doivent être précisées en remarque sur le plan.

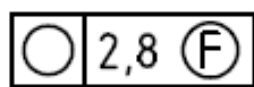


FIGURE 6.66 – Indication d'une tolérance à l'état libre [4].

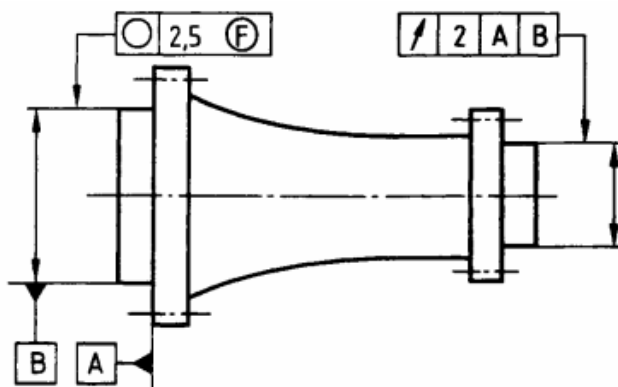


FIGURE 6.67 – Exemple de cote avec tolérance à l'état libre [10].

6.9 Tolérances générales

Au même titre que les tolérances dimensionnelles, un plan devrait comporter des valeurs générales pour les tolérances géométriques. On peut citer par exemple la deuxième partie de la norme ISO2768 [11]. Cette pratique n'est pas toujours vérifiée dans la réalité, et les normes générales peuvent receler des ambiguïtés d'interprétations [1]. Une proposition radicale consiste à encadrer l'ensemble des cotes ne faisant pas l'objet d'une tolérance particulière et à indiquer une tolérance de forme sur l'ensemble des faces de la pièce (figure 6.68).

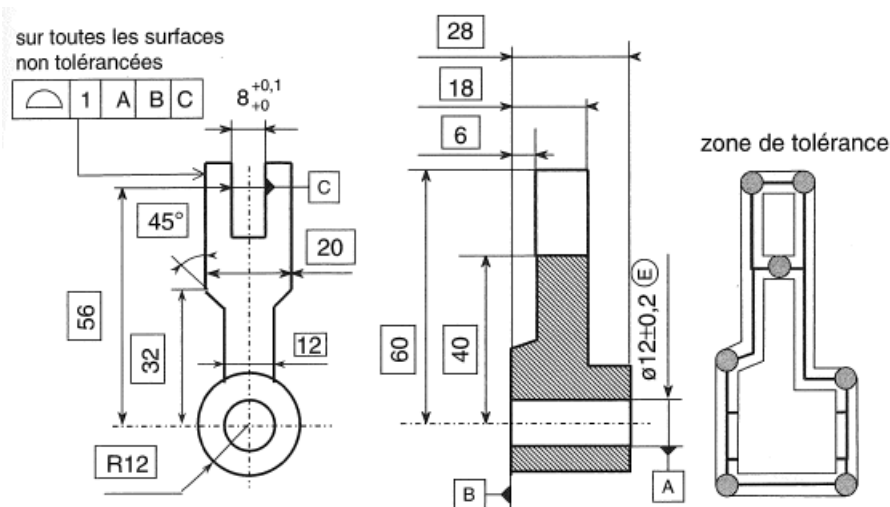


FIGURE 6.68 – Proposition de tolérancement des surfaces non fonctionnelles [1].

Il est toutefois d’usage de se limiter à l’imposition de tolérances géométriques sur les zones fonctionnelles en interprétant les zones ne présentant pas d’indication spécifiques avec une exigence d’enveloppe.

Dans certains domaines d’activité où l’échange d’information s’effectue à partir du fichier CAO (en fabrication additive par exemple), on peut considérer que le modèle CAO est dessiné en cotes moyennes et qu’à ce titre, il définit les dimensions théoriques exactes. On peut alors envisager de préciser une tolérance de forme à partir du modèle CAO selon l’indication reprise en figure

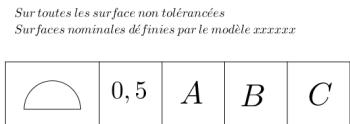


FIGURE 6.69 – Tolérances générales à partir d’un fichier CAO [1].

6.9.1 Interprétation de tolérances dimensionnelles selon ISO GPS

Pour rappel, l’interprétation des tolérances dimensionnelles sur des éléments ne définissant pas la taille d’entités n’est pas normalisée. Or en pratique, il est fréquent de voir imposer des tolérances dimensionnelles générales sur l’ensemble des cotes. La norme ISO14405 [12] propose d’employer des tolérances géométriques, par exemple de localisation comme présenté aux figures 6.70 à 6.75 pour interpréter les tolérances dimensionnelles pour des cotes ne définissant pas une dimension locale. Il peut néanmoins rester une ambiguïté sur l’interprétation liés au choix des références spécifiées (par exemple pour les figures 6.70 et 6.71, le choix du plan de gauche ou de droite comme référence n’est a priori pas anodin).

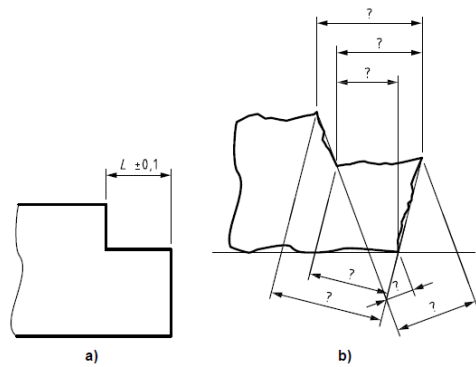


FIGURE 6.70 – Spécification ambiguë : distance entre plans parallèles ([12]).

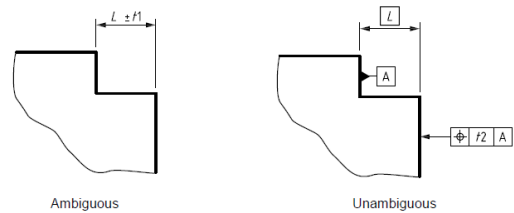


FIGURE 6.71 – Ambigüité levée par une tolérance géométrique [12].

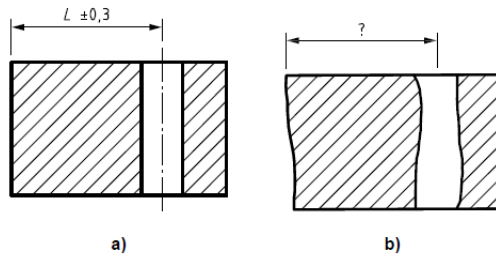


FIGURE 6.72 – Spécification ambiguë : positionnement d'un alésage ([12]).

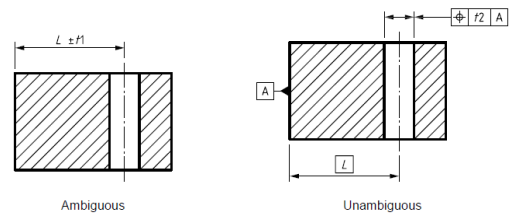


FIGURE 6.73 – Ambiguïté levée par une tolérance géométrique [12].

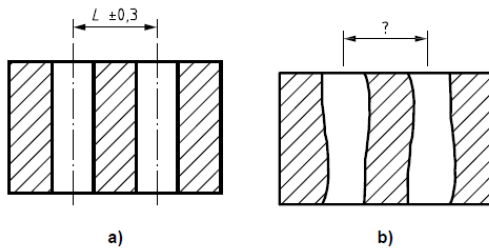


FIGURE 6.74 – Spécification ambiguë : entraxe entre alésages [12].

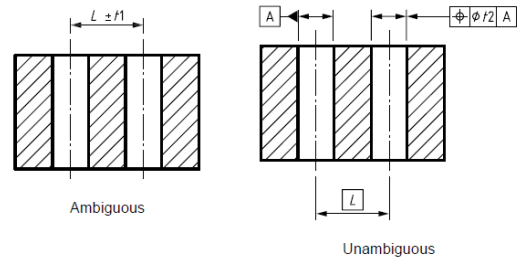


FIGURE 6.75 – Ambiguïté levée par une tolérance géométrique [12].

6.10 Exemple d'imposition et d'interprétation de tolérances géométriques

6.10.1 Introduction

Ces exemples sont tirés de la norme ISO1101 [4].

6.10.2 Rectitude

6.10.2.1 Premier exemple

Une ligne quelconque extraite (effective) de la surface supérieure, parallèle au plan de projection dans lequel l'indication est donnée, doit être contenue entre deux droites parallèles distantes de 0,1 (figure 6.76). La zone de tolérance, dans le plan considéré, est limitée par deux droites parallèles, distantes de t , uniquement dans la direction spécifiée.

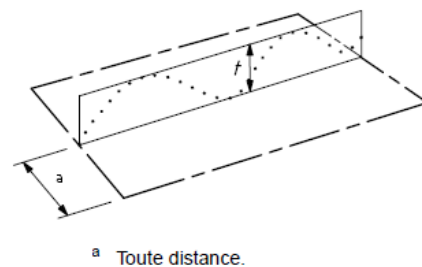
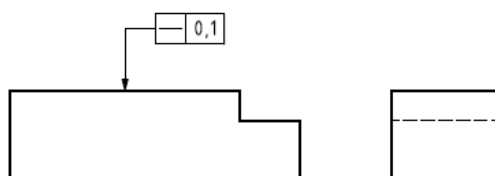


FIGURE 6.76 – Exemple de tolérance de rectitude [4].

6.10.2.2 Deuxième exemple

La ligne médiane extraite (effective) du cylindre à laquelle la tolérance s'applique doit être comprise dans une zone cylindrique de 0,08 de diamètre (figure 6.77). La zone de tolérance est limitée par un cylindre de diamètre t , lorsque la valeur de la tolérance est précédée du symbole \varnothing .

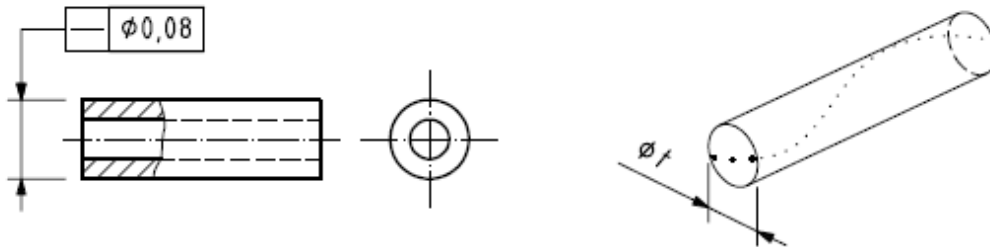


FIGURE 6.77 – Exemple de tolérance de rectitude [4].

6.10.3 Planéité

La surface extraite (effective) doit être comprise entre deux plans parallèles distants de 0,08 (figure 6.78). La zone de tolérance est limitée par deux plans parallèles distants de t .

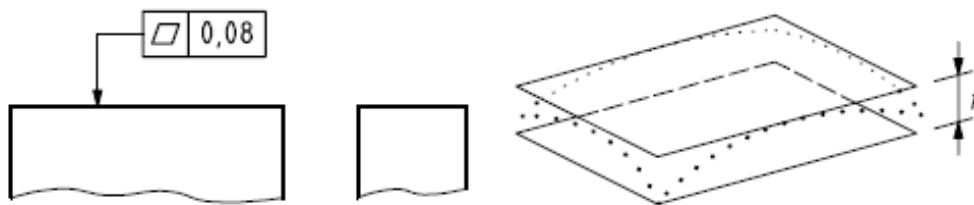


FIGURE 6.78 – Exemple de tolérance de planéité [4].

6.10.4 Circularité

La circonférence extraite (effective), dans une section droite quelconque des surfaces cylindrique et conique, doit être comprise entre deux cercles coplanaires concentriques ayant une différence de rayons de 0,03 (figure 6.79). La zone de tolérance, dans la section droite considérée, est limitée par deux cercles concentriques ayant une différence de rayons égale à t .

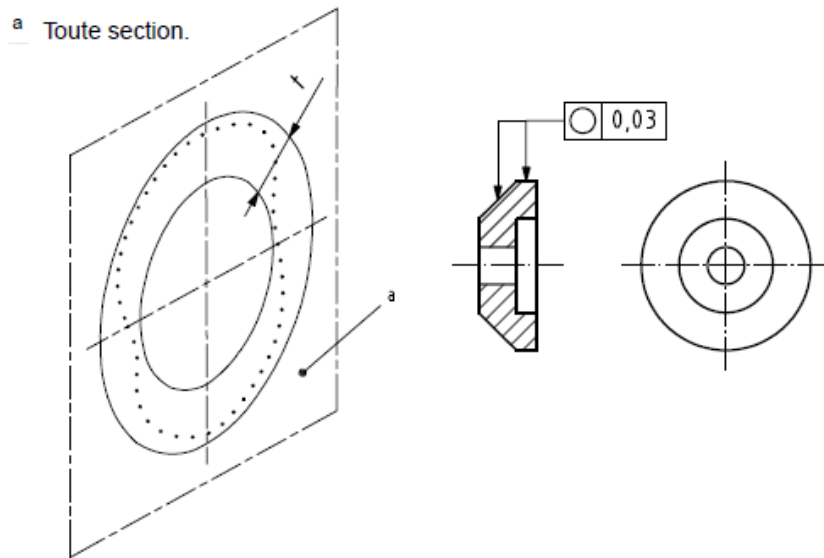


FIGURE 6.79 – Exemple de tolérance de circularité [4].

6.10.5 Cylindricité

La surface cylindrique extraite (effective) doit être comprise entre deux cylindres coaxiaux ayant une différence de rayons de 0,1 (figure 6.80). La zone de tolérance est limitée par deux cylindres coaxiaux ayant une différence de rayons de t .

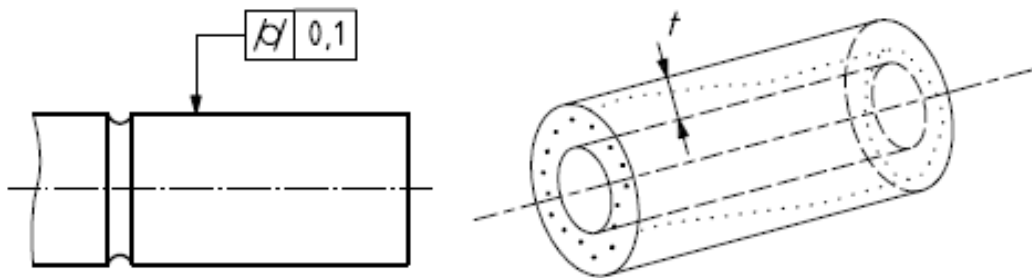


FIGURE 6.80 – Exemple de tolérance de cylindricité [4].

6.10.6 Profil d'une ligne

Dans chaque section, parallèle au plan de projection dans lequel l'indication est donnée, la ligne extraite (effective) doit être comprise entre deux lignes équidistantes enveloppes des cercles de diamètre 0,04, dont les centres sont situés sur une ligne ayant la forme géométrique exacte par rapport au plan de référence A et au plan de référence B (figure 6.81). La zone de tolérance est limitée par deux lignes enveloppes des cercles de diamètre t , dont les centres sont situés sur une ligne ayant la forme géométrique théorique exacte par rapport au plan de référence A et au plan de référence B.

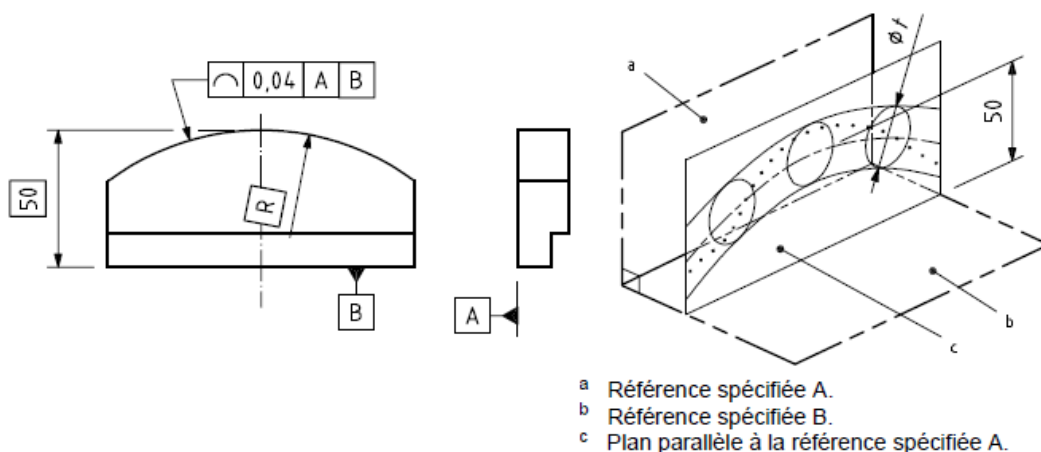


FIGURE 6.81 – Exemple de tolérance de profil de ligne avec références [4].

6.10.7 Profil d'une surface

La surface extraite (effective) doit être comprise entre deux surfaces équidistantes enveloppes décrites par des sphères de diamètre 0,02, dont les centres sont situés sur une surface ayant la forme géométrique théorique exacte (figure 6.82). La zone de tolérance est limitée par deux surfaces enveloppes des sphères de diamètre t , dont les centres sont situés sur une surface ayant la forme géométrique théorique exacte.

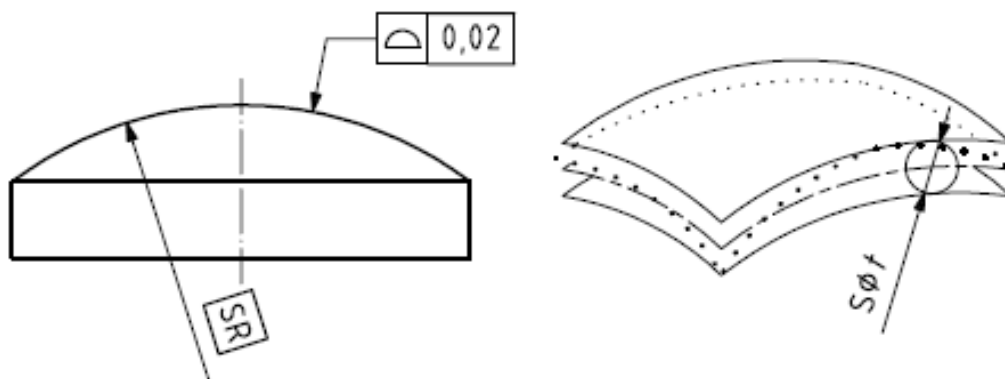


FIGURE 6.82 – Exemple de tolérance de profil d'une surface sans références [4].

6.10.8 Parallélisme

6.10.8.1 Premier exemple

La surface extraite (effective) doit être comprise entre deux plans parallèles distants de 0,01 et parallèles au plan de référence D (figure 6.83). La zone de tolérance est limitée par deux plans parallèles distants de t et parallèles au plan de référence.

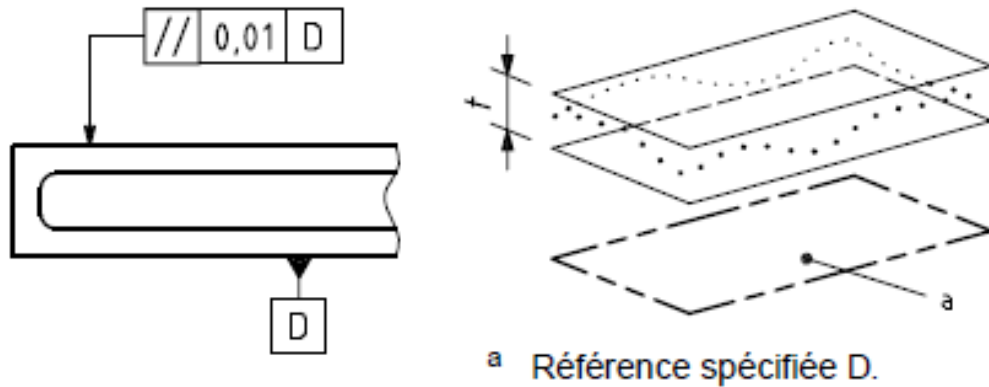


FIGURE 6.83 – Exemple de tolérance de parallélisme par rapport à un plan [4].

6.10.8.2 Deuxième exemple

La ligne médiane extraite (effective) doit être comprise dans une zone cylindrique de diamètre 0,03, parallèle à l'axe de référence A (figure 6.84). La zone de tolérance est limitée par un cylindre de diamètre t , parallèle à la référence spécifiée, lorsque la valeur de la tolérance est précédée du symbole \varnothing .

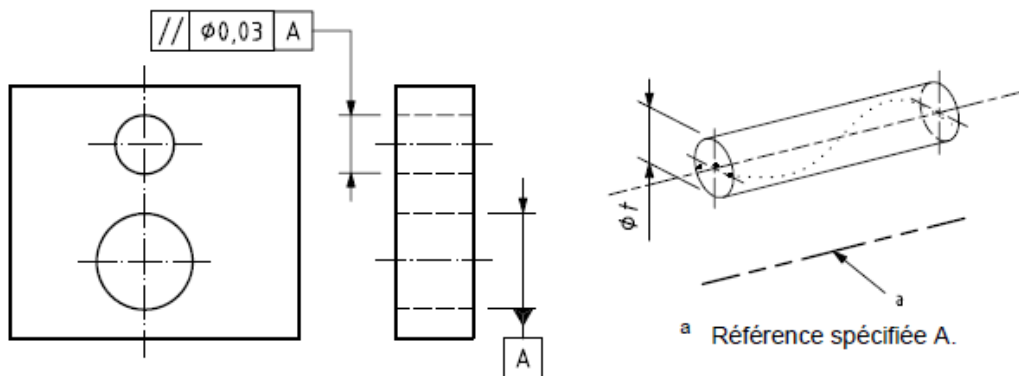


FIGURE 6.84 – Exemple de tolérance de parallélisme par rapport à un axe [4].

6.10.9 Perpendicularité

6.10.9.1 Premier exemple

La ligne médiane extraite (effective) du cylindre doit être comprise dans une zone cylindrique de diamètre 0,01, perpendiculaire au plan de référence A (figure 6.85). La zone de tolérance est limitée par un cylindre de diamètre t , perpendiculaire à la référence spécifiée, lorsque la valeur de la tolérance est précédée du symbole *diameter*.

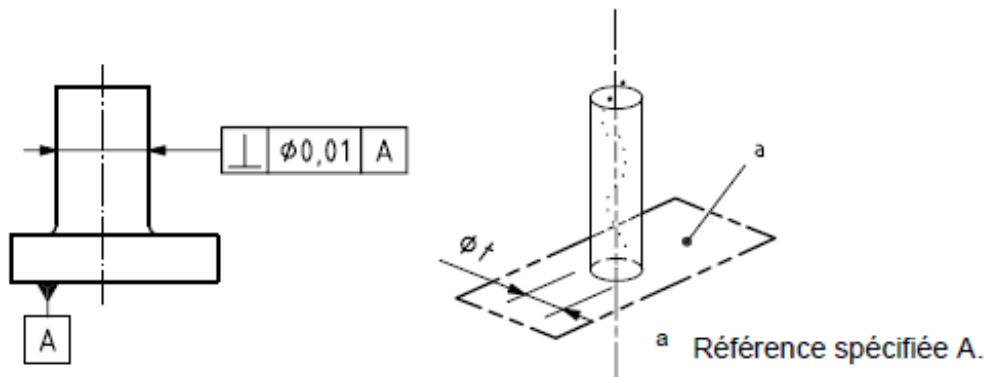


FIGURE 6.85 – Exemple de tolérance de perpendicularité par rapport à un plan [4].

6.10.9.2 Deuxième exemple

La surface extraite (effective) doit être comprise entre deux plans parallèles distants de 0,08 et perpendiculaires à l'axe de référence A (figure 6.86). La zone de tolérance est limitée par deux plans parallèles distants de t et perpendiculaires à la référence spécifiée.

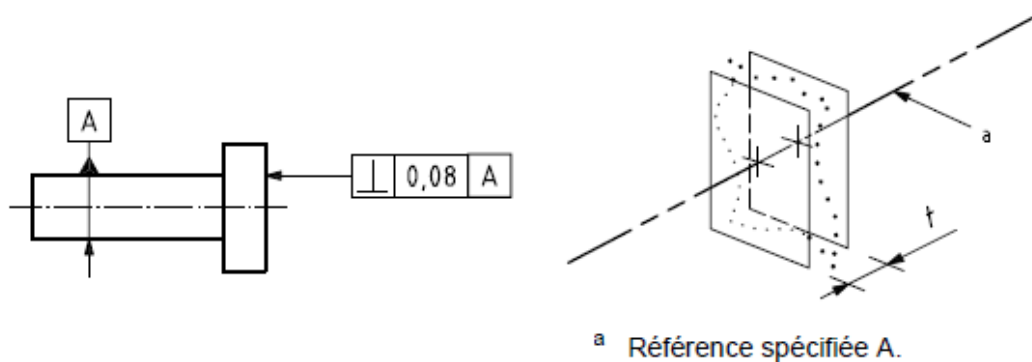


FIGURE 6.86 – Exemple de tolérance de perpendicularité par rapport à un axe [4].

6.10.10 Orientation

La surface extraite (effective) doit être comprise entre deux plans parallèles distants de 0,08 et inclinés d'un angle théorique exact de 75° par rapport au plan de référence A (figure 6.87). La zone de tolérance est limitée par deux plans parallèles distants de t et inclinés de l'angle spécifié par rapport à la référence spécifiée.

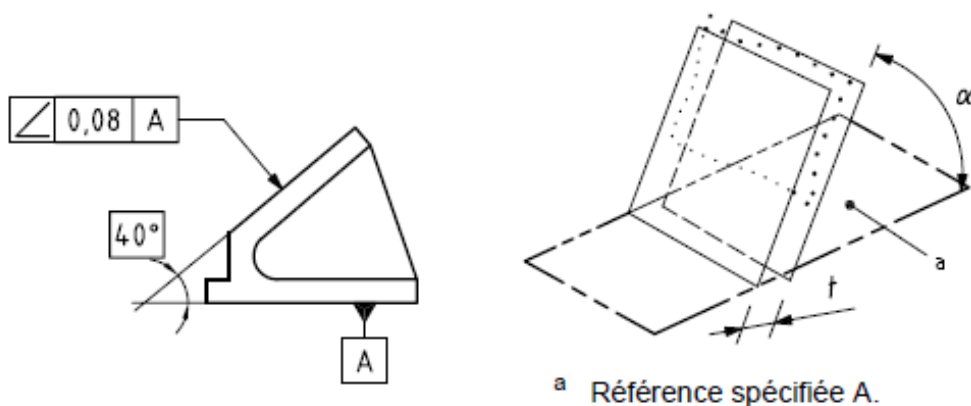


FIGURE 6.87 – Exemple de tolérance d'orientation [4].

6.10.11 Localisation

La droite centrale extraite (effective) de chaque ligne tracée doit être comprise entre deux plans parallèles distants de 0,1 et disposés symétriquement de part et d'autre de la position théorique exacte de la ligne considérée par rapport aux plans de référence A et B (figure 6.88). La zone de tolérance est limitée par deux plans parallèles distants de t et disposés symétriquement par rapport à la droite centrale. La position de la droite centrale est déterminée par des dimensions théoriques exactes par rapport aux références spécifiées A et B. La tolérance n'est prescrite que dans une seule direction.

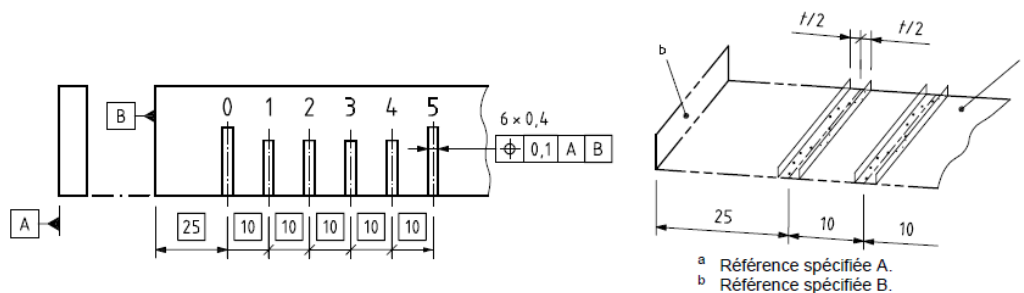


FIGURE 6.88 – Exemple de tolérance de position pour une ligne [4].

6.10.12 Coaxialité

La ligne médiane extraite (effective) du cylindre tolérancé doit être comprise dans une zone cylindrique de diamètre 0,08 ayant pour axe la droite de référence commune A-B (figure 6.89). La zone de tolérance est limitée par un cylindre de diamètre t ; la valeur de la tolérance doit être précédée du symbole \varnothing . L'axe de la zone de tolérance cylindrique coïncide avec la référence spécifiée.

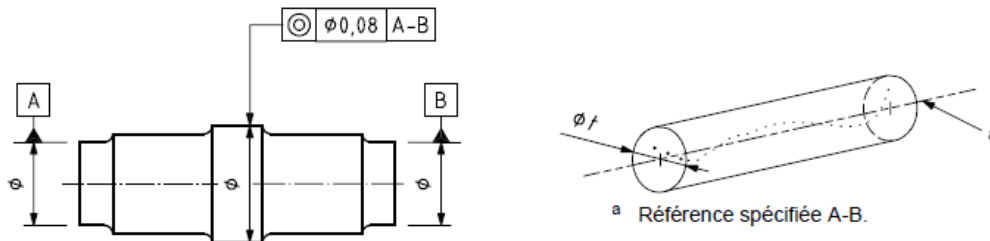


FIGURE 6.89 – Exemple de tolérance de coaxialité [4].

6.10.13 Symétrie

La surface extraite (effective) médiane doit être comprise entre deux plans parallèles distants de 0,08 et disposés symétriquement par rapport au plan médian de référence A (figure 6.90). La zone de tolérance est limitée par deux plans parallèles distants de t disposés symétriquement par rapport au plan médian par rapport à la référence spécifiée.

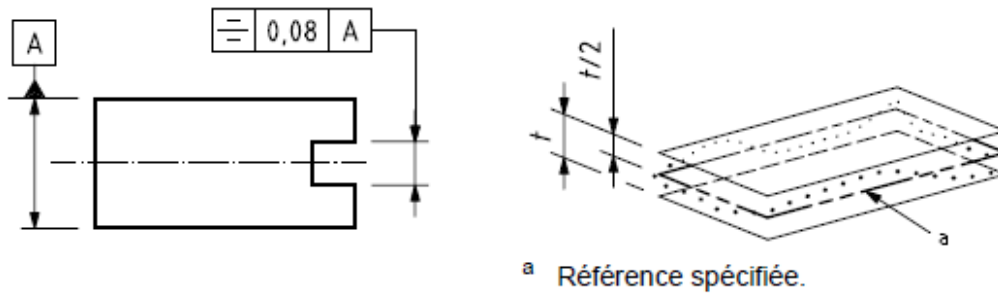


FIGURE 6.90 – Exemple de tolérance de symétrie [4].

6.10.14 Battement simple

La ligne extraite (effective) dans une section droite quelconque perpendiculaire à la droite de référence commune A-B doit être comprise entre deux cercles coplanaires concentriques ayant une différence de rayons de 0,1 (figure 6.91). La zone de tolérance est limitée, dans chaque section perpendiculaire à l'axe de référence, par deux cercles concentriques ayant une différence de rayons égale à t , dont les centres coïncident avec la référence spécifiée.

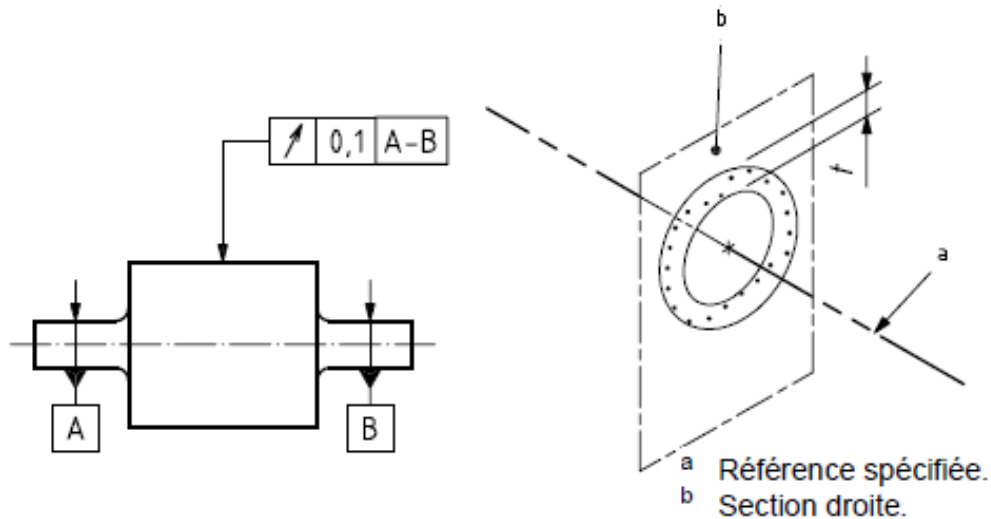


FIGURE 6.91 – Exemple de tolérance de battement simple [4].

6.10.15 Battement total

La surface extraite (effective) doit être comprise entre deux cylindres coaxiaux ayant une différence de rayons de 0,1, dont les axes coïncident avec la droite de référence commune A-B (figure 6.92). La zone de tolérance est limitée par deux cylindres coaxiaux ayant une différence de rayons égale à t , dont les axes coïncident avec la référence spécifiée.

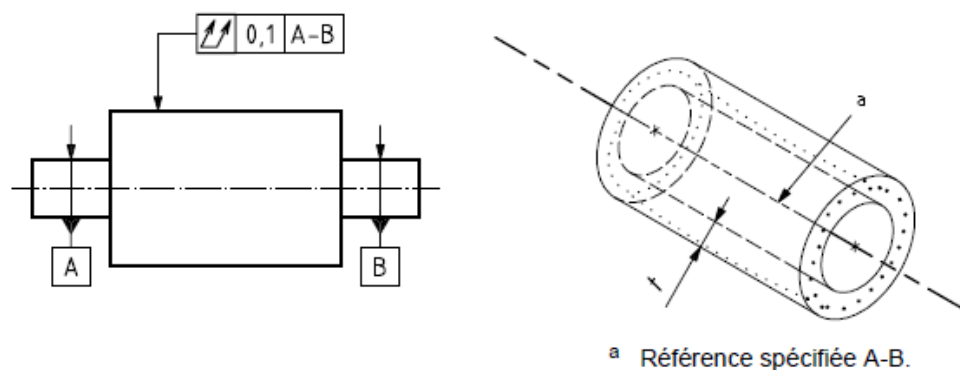


FIGURE 6.92 – Exemple de tolérance de battement total [4].

6.11 Exemples d'inscription sur les dessins

Voici quelques exemples d'inscription des tolérances de forme et de position, en accord avec la recommandation ISO 1101. Toutes les dimensions linéaires sont données en unités métriques, les figures sont en projection selon la méthode du premier dièdre. Les exemples présentés pour illustrer l'inscription sur les dessins sont : arbre manivelle (figure 6.93), anneau d'étanchéité d'une pompe (figure 6.94), bague intérieure de roulement à rouleaux coniques (figure 6.95), bague intérieure de roulement à billes (figure 6.96), gabarit de perçage (figure 6.97). Les dessins ne sont pas cotés complètement, mais seulement dans la mesure où les dimensions sont utiles à l'illustration des indications de tolérances de forme et de position.

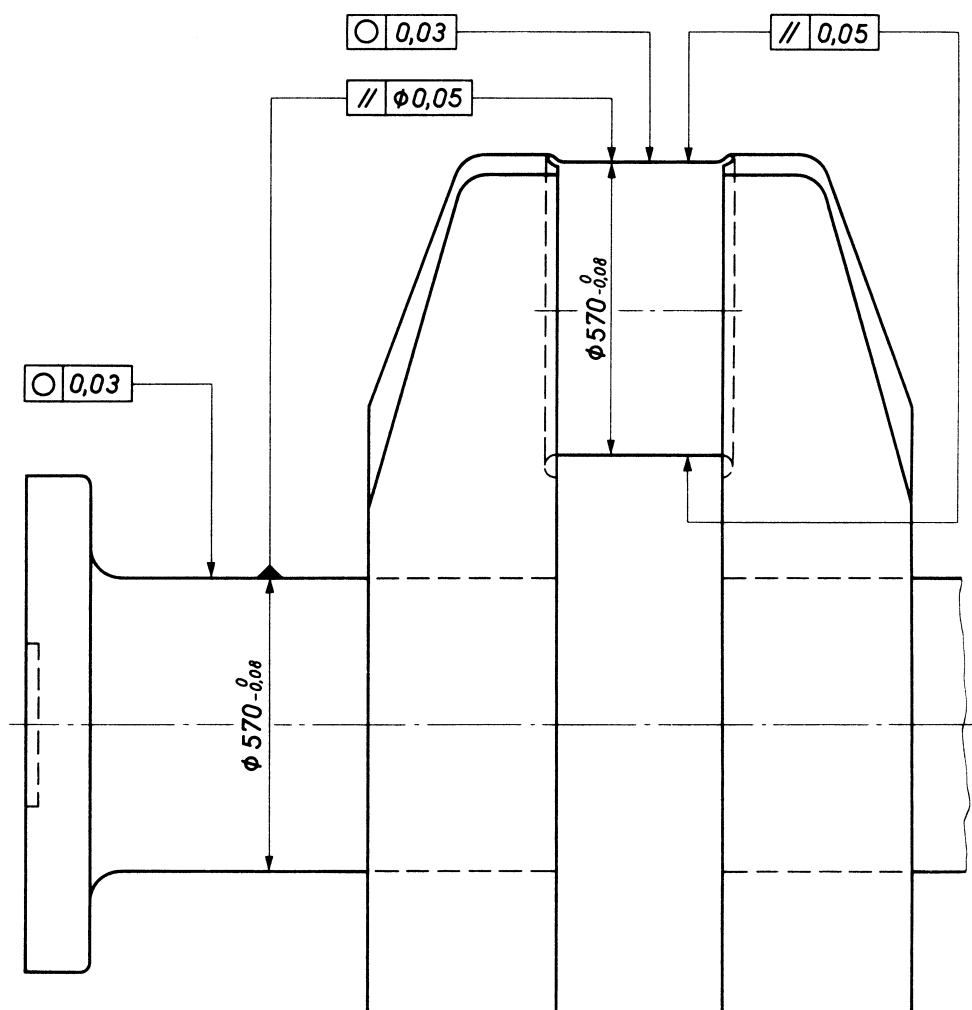


FIGURE 6.93 – Arbre manivelle.

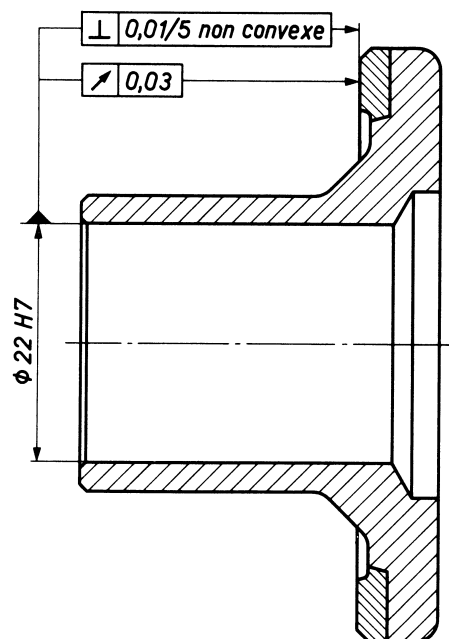


FIGURE 6.94 – Anneau d'étanchéité de pompe.

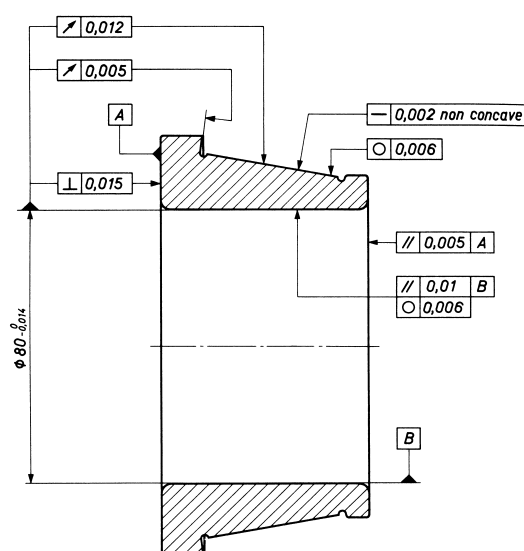


FIGURE 6.95 – Bague intérieure de roulement à rouleaux coniques.

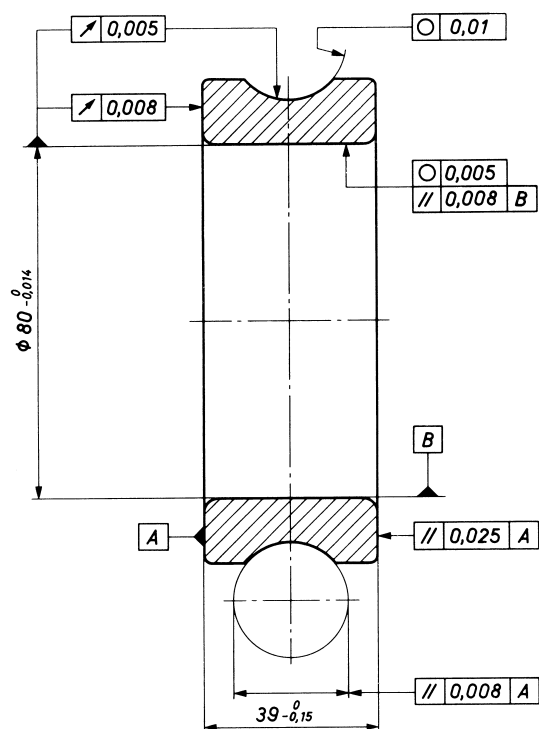


FIGURE 6.96 – Bague intérieure de roulement à billes.

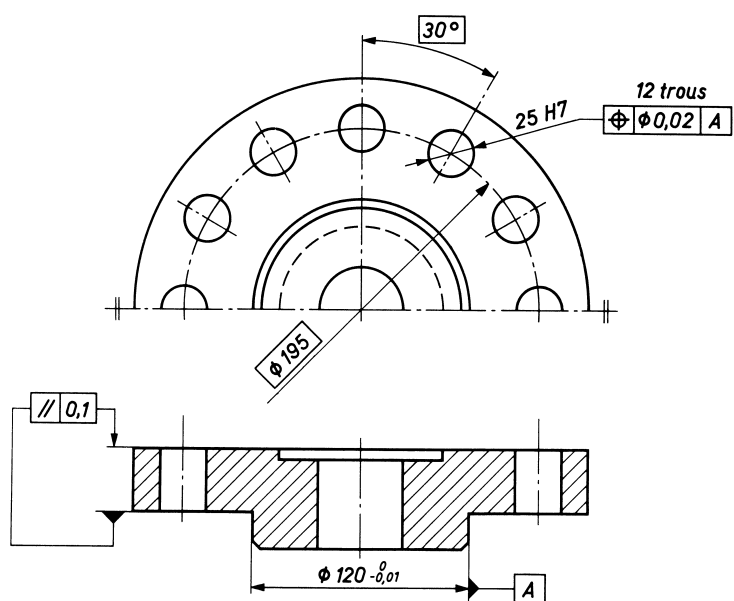


FIGURE 6.97 – Gabarit de perçage.

Références

- [1] B. Anselmetti. *Tolérancement (volume 1) : langage des normes ISO de cotation*. Hermès Lavoisier, 2003.
- [2] H. S. Nielsen. *The ISO Geometrical Product Specifications Handbook*. Danish standard, 2012.
- [3] C. Bonzom and E. Fargier. Erreurs de forme, de position, d'orientation, de battement. partie 2. *Techniques de l'Ingénieur*, R1221 :1–17, 2008.
- [4] ISO 1101 :2017. spécification géométrique des produits (GPS). tolérancement géométrique : Tolérancement de forme, orientation, position et battement.
- [5] ISO 1660 :2017. spécification géométrique des produits (GPS). tolérancement géométrique – tolérancement des profils.
- [6] ISO 5459 :2011. spécification géométrique des produits (GPS). tolérancement géométrique – références spécifiées et systèmes de références spécifiées.
- [7] ISO 2692 :2014. spécification géométrique des produits (GPS). tolérancement géométrique – exigence du maximum de matière (MMR), exigence du minimum de matière (LMR) et exigence de réciprocité (RPR).
- [8] ISO 8015 :2011. spécification géométrique des produits (GPS). principes fondamentaux – concepts, principes et règles.
- [9] ISO 13715 :2017. documentation technique de produits. arêtes de forme non définie - indication et cotation.
- [10] ISO 10579 :2010. spécification géométrique des produits (GPS). cotation et tolérancement – pièces non rigides.
- [11] ISO 2768-2 :1989. tolérances générales. partie 2 : Tolérances géométriques pour éléments non affectés de tolérances individuelles.
- [12] ISO 14405-2 :2011. geometrical product specifications (GPS). dimensional tolerancing - part 2 : Dimensions other than linear sizes.

Chapitre 7

Etats de surface

Regarde sous la surface ; Ne laissez pas la qualité d'une chose ni sa valeur vous échapper.

- M. Aurèle, *Méditations*

7.1 Introduction

En plus des dimensions nominales et des tolérances associées, il est nécessaire de spécifier la qualité de la surface sur le plan de définition de la pièce. L'état de surface d'une pièce a une large incidence sur toutes les propriétés d'interface entre la pièce et le milieu ambiant, en particulier :

- ses aptitudes tribologiques (mouvement relatif entre des surfaces qui interagissent : frottement, lubrification, usure,...) ;
- ses aptitudes à l'adhésion (par collage, par emmanchement,...) ;
- ses aptitudes à recevoir un revêtement (peinture par exemple) ;
- ses aptitudes à résister à la corrosion, à la fatigue,...

La norme ISO8785 [1] définit la nomenclature des défauts de surface pour adopter un vocabulaire commun.

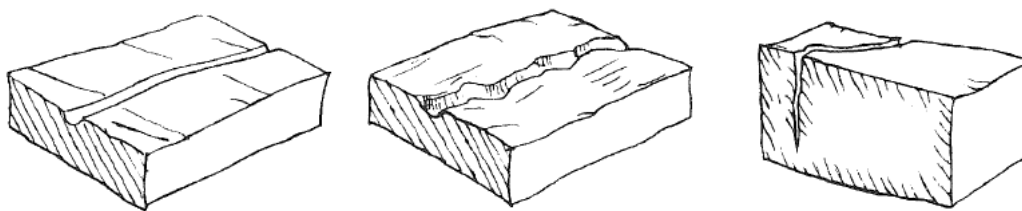


FIGURE 7.1 – Sillon, strie et fente au sens de l'ISO8785 [1].

L'état géométrique d'une pièce est décrit en écarts géométriques de différents ordres (figures 7.2 et 7.3) :

- ordre 1 : écarts de forme
- ordre 2 : écart d'ondulation
- ordre 3 : écart de rugosité périodiques ou pseudo périodique (stries et sillons)
- ordre 4 : écarts de rugosité apériodiques (arrachements, fentes, piquûres, etc.)
- ordres supérieurs

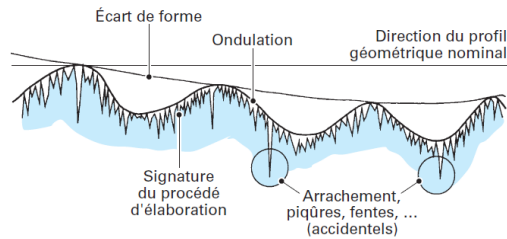


FIGURE 7.2 – Etats de surface [2].

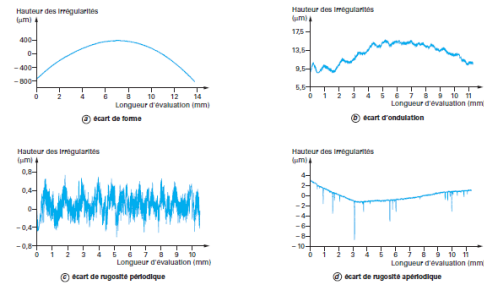


FIGURE 7.3 – Séparation des différents ordres pour l'état de surface [3].

Au-delà de cette description qualitative, il est nécessaire d'adopter une approche quantitative pour estimer la qualité d'une surface. Par rapport aux autres indicateurs métrologiques, la rugosité présente quelques particularités :

- afin de dégager un indicateur chiffré, il faut caractériser une valeur représentative de l'état de surface. Cet indicateur est généralement tiré de l'analyse d'un profil 2D, parfois d'un profil 3D ;
- des hétérogénéités peuvent être présentes sur la surface, il est donc nécessaire d'effectuer plusieurs caractérisations pour définir si une surface est conforme ou non à une spécification (analyse statistique).

Le bureau d'études doit être en mesure de spécifier le plus précisément possible cet état de surface.

La rugosité a ceci de particulier qu'il est difficile de séparer sa mesure de sa caractérisation. Ce chapitre traitera de ces deux aspects de manière commune.

7.1.1 Principe général de caractérisation

Bien qu'il soit possible d'extraire un indicateur de rugosité à partir d'un profil tridimensionnel, les indicateurs les plus fréquents sont extraits de mesures 2D. On réalise successivement les opérations suivantes :

- mesure d'un profil sur la surface de la pièce à analyser ;
- application d'un filtre pour ne considérer que les longueurs d'ondes définies dans les normes pour obtenir le profil total (Z), de rugosité (R) ou d'ondulation (W) ;
- application d'un opérateur mathématique sur ce profil pour extraire un nombre caractérisant la surface (valeur arithmétique, totale, quadratique,...).

La caractérisation géométrique de la rugosité et de l'ondulation est délicate parce qu'il s'agit d'un paramètre statistique qui ne peut être défini par une seule mesure, et parce qu'il s'agit d'une variable dépendant de deux dimensions, en général analysée suivant une seule dimension. La métrologie ne s'intéresse qu'à l'état géométrique, elle caractérise la topographie des surfaces.

Pour vérifier si l'état de surface est conforme à l'imposition du plan, il y a un ensemble de règles à respecter [4] :

- Si l'examen visuel de la surface montre une hétérogénéité, il faut faire la mesure dans la zone qui semble présenter le moins bon état de surface et dans la direction qui maximise la rugosité mesurée.
- Lorsque l'exigence est spécifiée par la limite supérieure du paramètre (ce qui est généralement le cas), la surface est jugée acceptable si moins de 16 % des mesures dépassent le seuil déterminé, la pièce est acceptée si :
 - la première mesure ne dépasse pas 70 % de la valeur spécifiée ;
 - les trois premières mesures ne dépassent pas la valeur spécifiée ;
 - une seule mesure parmi les six premières dépasse la valeur spécifiée
 - deux mesures parmi les douze premières dépassent la valeur spécifiée.
- Lorsque l'exigence est spécifiée avec une limite maximale stricte, aucune des valeurs mesurées ne peut dépasser le seuil donné.
- comme pour toute autre mesure, il faut bien évidemment tenir compte de l'incertitude de mesure.

7.2 Caractérisation des états de surface par mesure de profil

7.2.1 Mesure de profil

Les états de surface sont, le plus souvent, mesurés avec des appareils à palpeur à pointe de diamant, appelés profilomètres, qui relèvent le profil de la surface dans une direction donnée.

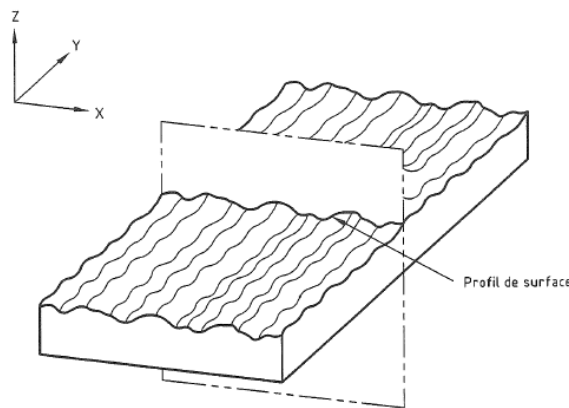


FIGURE 7.4 – Mesure de profil de rugosité [5].

Ces appareils impriment un profil anamorphosé du profil réel palpé (c'est-à-dire que l'agrandissement vertical est plus important que l'agrandissement horizontal). Cette technique de représentation permet une exploitation plus facile des résultats mais donne une image déformée de la réalité ; les angles en particulier ne sont pas conservés. Ce graphique permet de visualiser la forme des irrégularités et d'estimer leur profondeur et leur espacement. Ce profil sera ensuite traité pour définir les indicateurs de rugosité.

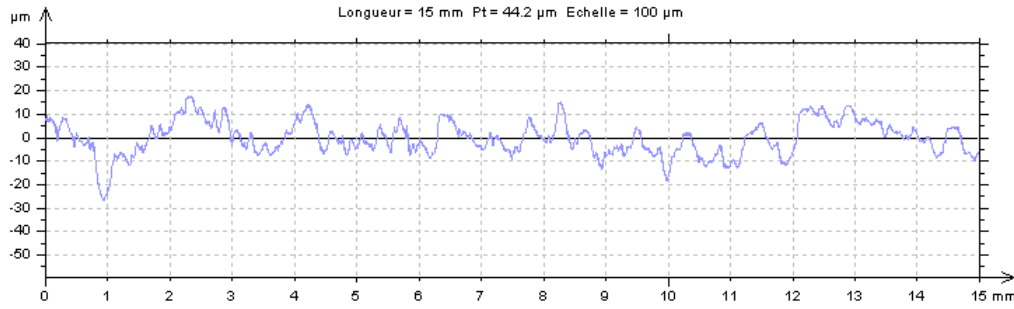


FIGURE 7.5 – Exemple de profil mesuré avec le profilomètre du service de Génie Mécanique.

7.2.2 Filtres

Les ordres de grandeur de la limite en terme de pas entre écart de forme et ondulation est de l'ordre de $2500 \mu m$ et entre l'ondulation et la rugosité est de $500 \mu m$. Les défauts étant définis par leurs longueurs d'ondes, on définit des filtres [6] qui permettront lors de la mesure, de séparer la rugosité, l'ondulation et le profil.

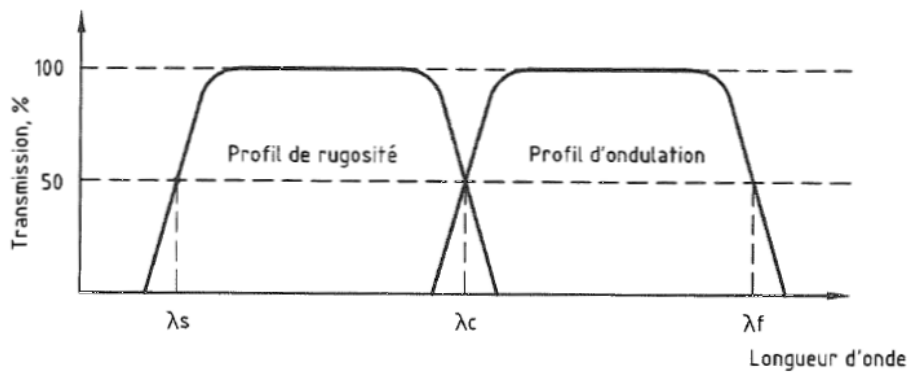


FIGURE 7.6 – Filtres appliqués sur le profil mesuré [5].

La figure 7.6 définit le taux de transmission de l'amplitude d'un signal en fonction de sa longueur d'onde :

- La longueur d'onde λ_s définit la séparation entre les composantes de rugosité et les composantes d'ondes encore plus courtes présentes sur la surface.
- La longueur d'onde λ_c définit la séparation entre les composantes de rugosité et les composantes d'ondulation.
- La longueur d'onde λ_f définit la séparation entre les composantes d'ondulation et les composantes d'ondes encore plus longues présentes sur la surface.

La description détaillée des filtres de coupure est donnée dans la norme ISO16610 [6]. Les valeurs nominales des longueurs d'ondes de coupure définies dans la norme ISO3274 [7] sont obtenues à partir de la série suivante :

$$\dots 0,25 \text{ mm} - 0,8 \text{ mm} - 2,5 \text{ mm} - 8 \text{ mm} - 25 \text{ mm} - 80 \text{ mm} - \dots \quad (7.1)$$

7.2.3 Profils

L'étude de la géométrie d'une surface étant généralement ramenée à l'application des filtres lors de la mesure permet de définir plusieurs profils qui serviront de référence à l'évaluation de certaines grandeurs caractéristiques. A partir du profil mesuré et de l'application d'un filtre, on distingue :

- le profil primaire (P) : profil issu du profil total après application du filtre de longueur d'onde courte λ_s ;
- le profil de rugosité (R) : profil dérivé du profil primaire par suppression des composantes de grande d'onde en appliquant le filtre de profil λ_c ; il sert de base à l'évaluation des paramètres du profil de rugosité ;
- le profil d'ondulation (W) : profil dérivé du profil primaire par application successive des filtres de profil λ_f et λ_c supprimant ainsi les composantes de grande longueur d'onde à l'aide du filtre λ_f et les composantes de faible longueur d'onde à l'aide d'un filtre λ_c . Ce profil sert de base à l'évaluation des paramètres du profil d'ondulation.

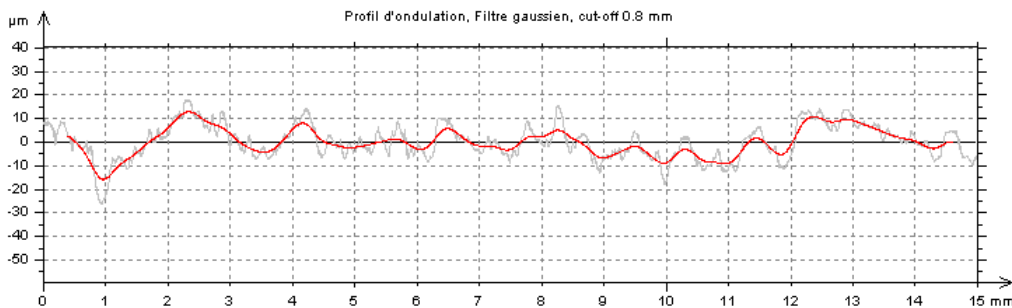


FIGURE 7.7 – Superposition des profils d'ondulation et de rugosité du signal mesuré en figure 7.5.

7.2.4 Lignes

Il convient dans un premier temps d'enlever la forme nominale du profil total par les méthodes des moindres carrés avant d'appliquer le filtre de profil λ_f pour séparer le profil d'ondulation. Si la surface est plane, on obtient la ligne moyenne du profil primaire en calculant une ligne des moindres carrés de forme nominale. En cas de forme nominale circulaire, il est recommandé d'inclure le rayon dans l'optimisation des moindres carrés plutôt que de le fixer à sa valeur nominale.

La longueur de base (l_p , l_r , l_w) est la longueur dans la direction de l'axe de mesure, utilisée pour identifier les irrégularités caractérisant le profil à évaluer. Les longueurs de base des profils de rugosité et d'ondulation sont égales, en valeur numérique, aux longueurs d'onde caractéristiques des filtres de profil λ_c et λ_f respectivement. La longueur de base du profil primaire est égale à la longueur d'évaluation.

La longueur d'évaluation l_n est la longueur, dans la direction de l'axe de mesure, utilisée pour établir le profil à évaluer ; la longueur d'évaluation peut comprendre une ou plusieurs longueurs de base (généralement cinq) ; elle correspond souvent à la longueur de palpement. On peut noter que pour éviter les effets de bord, les rugosimètres mesurent généralement une ligne plus longue et éliminent les extrémités (généralement on mesure six longueurs de base pour ne retenir que cinq longueurs centrées sur l'intervalle mesuré).

7.2.5 Indicateurs de rugosité

Les paramètres d'état de surface sont repérés par un symbole dont la première lettre, en majuscule, dénote le profil sur lequel elle a été calculée : P pour primaire, R pour rugosité et W pour ondulation. Il existe de nombreux paramètres caractérisant les états de surface. Nous ne retiendrons ici que les plus utilisés.

7.2.5.1 Paramètres d'amplitude de saillie et creux

Les ordonnées $Z(x)$ sont les hauteurs du profil évalué en une position quelconque x (direction de mesure). On définit la hauteur maximale de saillie (Z_p, P_p, R_p, W_p) comme la plus grande des hauteurs de saillie à l'intérieur d'une longueur de base (p : peak). La profondeur maximale de creux (Z_v, P_v, R_v, W_v) est la plus grande des profondeurs de creux Z_v à l'intérieur d'une longueur de base (v : valley).

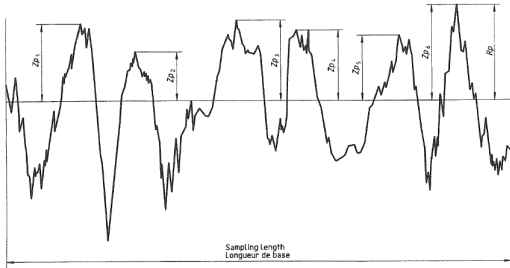


FIGURE 7.8 – Définition de la hauteur maximale de saillie [1].

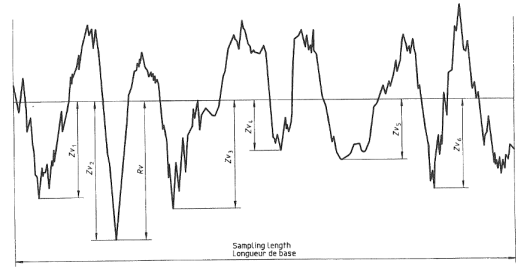


FIGURE 7.9 – Définition de la profondeur maximale de creux [1].

Les deux indicateurs principaux basés sur la hauteur locale du profil sont :

- La hauteur maximale du profil (Z_z, P_z, R_z, W_z) est la somme de la plus grande des hauteurs de saillie et de la plus grande des profondeurs de creux à l'intérieur d'une longueur de base (figure 7.10).
- La hauteur totale (Z_t, P_t, R_t, W_t) est la somme de la plus grande des hauteurs de saillie et de la plus grande des profondeurs de creux à l'intérieur de la longueur d'évaluation (cette valeur est nécessairement supérieure ou égale à la hauteur maximale du profil).
- la hauteur moyenne des éléments du profil (Z_c, P_c, R_c, W_c) est la valeur moyenne des hauteurs des éléments du profil Z_t à l'intérieur d'une longueur de base (équation 7.2).

$$Z_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Z_{ti} \quad (7.2)$$

Ces valeurs donnent une bonne indication de l'épaisseur de la zone concernée par la rugosité de la pièce mais sont sensibles à un défaut local. La table 7.1 donne les valeurs des longueurs de base à employer pour les mesures en fonction de la valeur R_z .

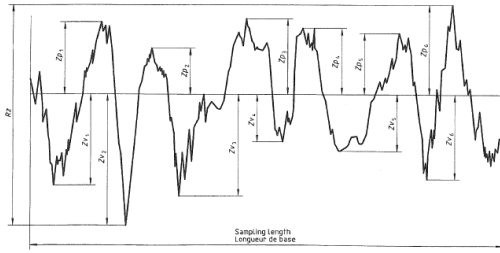


FIGURE 7.10 – Définition de la hauteur maximale de profil [1].

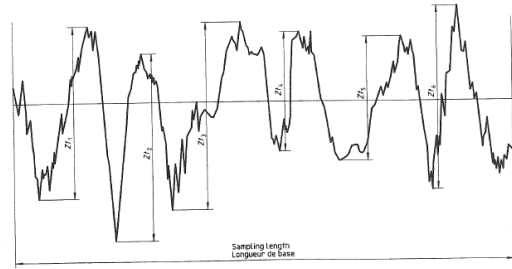


FIGURE 7.11 – Définition de la hauteur moyenne des éléments de profil [1].

TABLE 7.1 – Choix de la longueur de base en fonction de la rugosité maximale [4].

R_z (μm)	Longueur de base de rugosité (mm)	Longueur d'évaluation de rugosité (mm)
$0,0025 < R_z \leq 0,1$	0,08	0,4
$0,1 < R_z \leq 0,5$	0,25	1,25
$0,5 < R_z \leq 10$	0,8	4
$0 < R_z \leq 50$	2,5	12,5
$50 < R_z \leq 200$	8	40

7.2.5.2 Paramètres d'amplitude moyenne des ordonnées

L'écart moyen arithmétique (Z_a , P_a , R_a , W_a) est la moyenne arithmétique des ordonnées $Z(x)$ à l'intérieur d'une longueur de base :

$$Z_a = \frac{1}{l} \int_0^l |Z(x)| dx \quad (7.3)$$

avec $l = l_p$, l_r ou l_w suivant le cas.

En particulier, l'indication de rugosité arithmétique (définie par la formule 7.4) est une valeur moyenne, calculée selon :

$$R_a = \frac{1}{l_r} \int_0^{l_r} |R(x)| dx \quad (7.4)$$

Cet indicateur se retrouve nécessairement sur le plan d'une pièce, il permet de caractériser la valeur moyenne de la rugosité d'une surface. On peut citer les ordres de grandeurs suivants des rugosités attendues pour différentes fonctions mécaniques [8] :

- pour des surfaces brutes sans contacts, $R_a > 12,5$;
- pour des surfaces en contact statique, $12,5 > R_a > 3,2$;
- pour des surfaces en contact avec glissement ou pour des centrages, $3,2 > R_a > 0,4$;
- pour des surfaces garantissant une étanchéité, $R_a < 0,4$.

La rugosité arithmétique moyenne R_a est appelée en anglais arithmetic mean value ; elle s'appelait précédemment arithmetic average *AA* ou center-line average *CLA*. La table 7.2 donne la valeur de longueur de base à utiliser en fonction de la rugosité arithmétique à mesurer.

L'écart moyen quadratique (Z_p , P_q , R_q , W_q) est la moyenne quadratique des ordonnées $Z(x)$ à l'intérieur d'une longueur de base :

TABLE 7.2 – Choix de la longueur de base en fonction de la rugosité arithmétique [4].

R_a (μm)	Longueur de base de rugosité (mm)	Longueur d'évaluation de rugosité (mm)
$0,006 < R_a \leq 0,02$	0,08	0,4
$0,02 < R_a \leq 0,1$	0,25	1,25
$0,1 < R_a \leq 2$	0,8	4
$2 < R_a \leq 10$	2,5	12,5
$10 < R_a \leq 80$	8	40

$$Z_q = \sqrt{\frac{1}{l} \int_0^l Z^2(x) dx} \quad (7.5)$$

avec $l = l_p, l_r$ ou l_w suivant le cas. Cet indicateur est parfois employé en complément de la rugosité arithmétique.

7.2.5.3 Courbes et paramètres associés

On définit la longueur portante du profil [6] à un niveau c M_{lc} comme la somme des longueurs des segments obtenus en coupant l'élément du profil par une droite parallèle à l'axe des x à un niveau donné c . Le taux de longueur portante est le rapport de la longueur portante à la longueur d'évaluation.

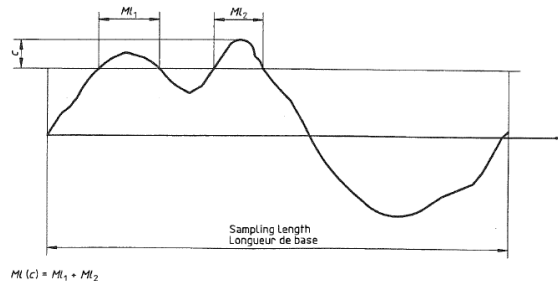


FIGURE 7.12 – Longueur portante à une hauteur c [5].

La courbe du taux de longueur portante ou courbe du taux de portance ou courbe d'Abbott-Firestone représente le pourcentage de la surface réelle qui porterait sur une surface plane (ou cylindrique) après une usure hypothétique égale à c . Cette courbe est utilisée, entre autres, pour prévoir la tenue à l'usure d'une pièce suivant trois critères :

- Le premier critère dit de rodage : les pics les plus saillants vont être usés et disparaître pendant les premières heures de fonctionnement de la pièce. L'absence de ce critère limitera d'autant le temps de rodage d'un moteur par exemple.
- Le deuxième critère dit de fonctionnement représente la quantité de matière disponible à l'usure pendant le fonctionnement de la pièce. Plus cette quantité est disponible, plus le moteur fonctionnera longtemps.
- Le troisième critère dit de lubrification détermine les creux disponibles et toujours utiles pour retenir un lubrifiant nécessaire au maintien de la fonction. L'absence ou la disparition des creux entraînera des pertes énergétiques et du grippage sur un moteur.

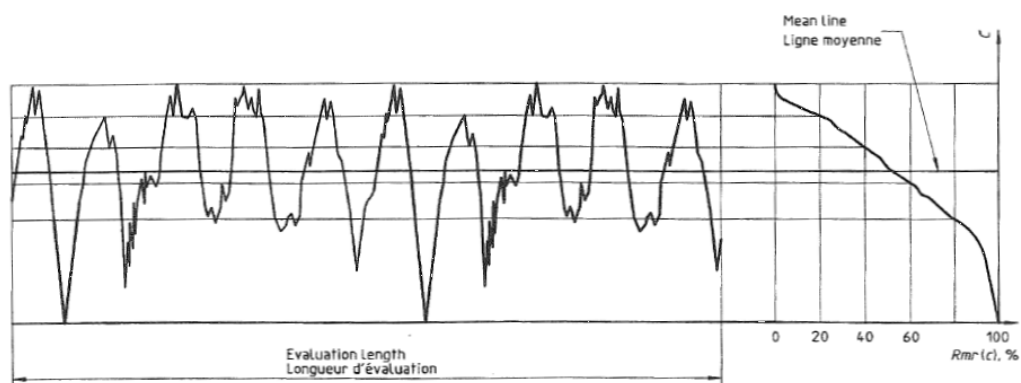


FIGURE 7.13 – Courbe de taux de longueur portante [5].

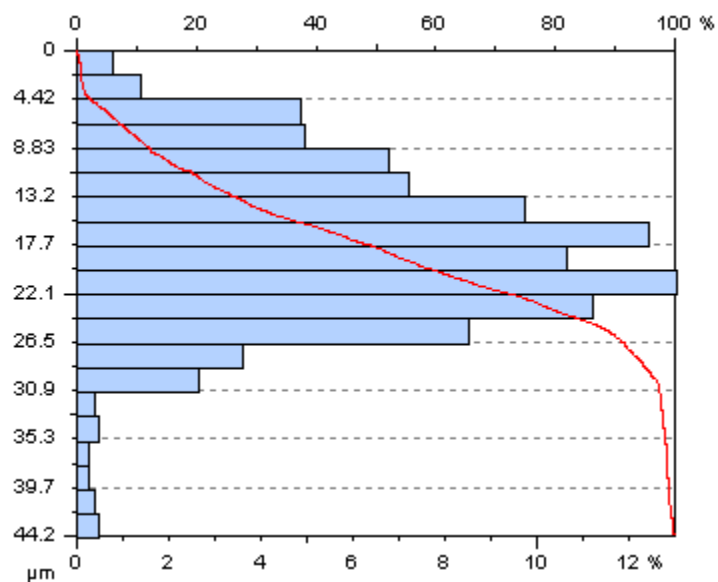


FIGURE 7.14 – Courbe de taux de longueur portante associée au profil de la figure 7.5.

7.3 Mesure des états de surface

La mesure des états de surface peut se faire avec différentes procédures. La plus répandue est l'utilisation d'appareils à palpeurs mécaniques.

7.3.1 Comparaison viso-tactile

Cette méthode de contrôle consiste à comparer la surface à contrôler à un échantillon dit *viso-tactile* de surface correspondant à la valeur exigée et au mode de façonnage utilisé (figure 7.15).

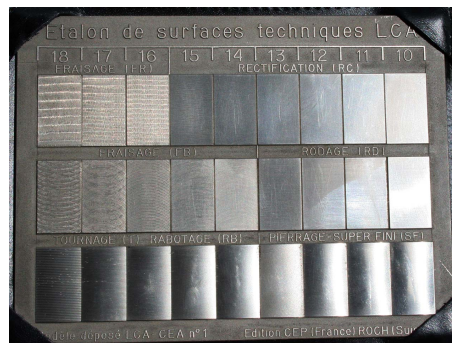


FIGURE 7.15 – Échantillons viso-tactile.

Les échantillons viso-tactiles sont des surfaces réelles ou des reproductions de surfaces réelles qui représentent toutes les caractéristiques de l'action normale du procédé d'élaboration qu'ils doivent représenter (rectification, tournage, alésage, fraisage, rabotage, électroérosion, grenaillage, polissage). Pour chaque procédé, on dispose d'échantillons échelonnés en R_a . Une pièce doit être comparée à des échantillons obtenus par le même procédé pour des valeurs de R_a compatibles. La comparaison utilise le toucher (bout du doigt et ongle) et la vue (pour des états de surface fins type polissage en utilisant la réflexion de la lumière).

7.3.2 Profilomètres d'états de surface à contact

Un appareil de mesure à palpeur génère le plan d'intersection et guide le capteur dans ce plan selon une trajectoire théoriquement exacte (profil de référence) qui est généralement une ligne droite. Ces appareils de mesure à contact (figures 7.16 et 7.17) explorent la surface avec un palpeur mécanique. Ils mesurent la rugosité et l'ondulation de surface. Ils sont constitués d'un capteur, d'un amplificateur, d'un calculateur et d'un enregistreur.

7.3.2.1 Capteurs

Un capteur est composé d'un palpeur aiguille ou constitué d'un faisceau laser et d'un dispositif de conversion déplacement-tension ou vitesse-tension. Actuellement, les résultats les plus probants sont obtenus avec un palpeur aiguille et un capteur inductif en particulier pour mettre en évidence l'ondulation. Les aiguilles sont des cônes d'angle $60 \pm 5^\circ$ ou $90 \pm 5^\circ$. Les rayons de courbure à la pointe sont de 2 à 10 μm associés respectivement à un effort statique maximal de mesurage de 0,7 mN à 16 mN avec une variation tolérée de 25%.

L'aiguille provoque un filtrage mécanique du profil car elle ne peut rentrer dans les creux plus fin que la dimension de sa pointe.

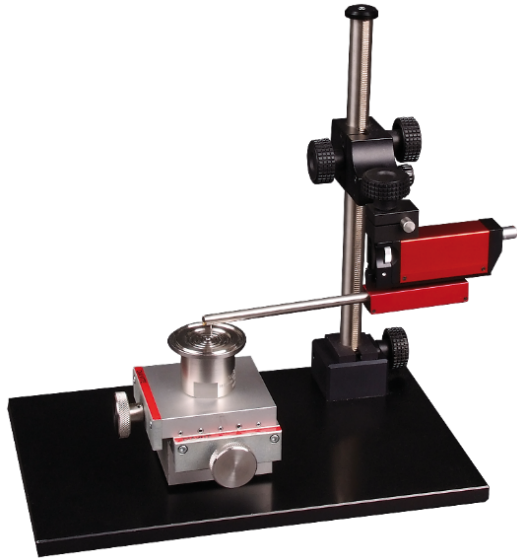


FIGURE 7.16 – Rugosimètre à patin (doc. Diavite).

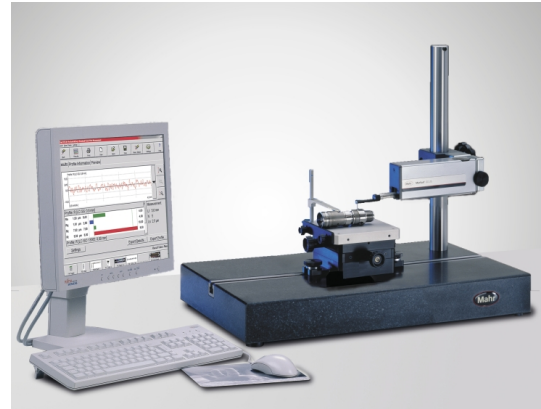


FIGURE 7.17 – Rugosimètre sans patin (doc. Mahr).

Les relations entre les valeurs normalisées des longueurs d'onde de coupure et des rayons de pointe du palpeur sont données dans le tableau 7.3.

TABLE 7.3 – Lien entre longueurs d'onde de coupure et rayon de pointe [7]).

λ_c (mm)	r_{tip} (μm)	Tolérance (μm)
0,08	2	0,5
0,25	2	0,5
0,8	2	0,5
2,5	5	1,5
8	10	5

7.3.2.2 Référence de captage

La référence de captage peut être soit externe, soit par patin. Lorsque la référence est indépendante de la surface réelle mesurée, elle est définie par le guidage du capteur, incorporée ou non dans la tête de palpation; le fabricant doit alors fournir le défaut de rectitude. Si la référence est prise directement sur la surface à mesurer par l'intermédiaire d'un patin, le profil enregistré dépend de la dimension du patin et de sa position par rapport au palpeur. Dans ce cas, le patin doit avoir un rayon de courbure au moins égal à 50 fois la longueur de base ainsi qu'une rugosité de surface faible ($R_z < 0,1 \mu m$) et exercer sur la pièce un effort maximum de 0,5 N.

La présence d'un patin provoque un filtrage mécanique qui a tendance à supprimer l'écart de forme de la surface mesurée. Un appareil avec patin ne pourra donc pas mesurer la hauteur d'une marche présente sur le profil

7.3.2.3 Filtrage du profil

Les profilomètres utilisent des filtres analogiques ou numériques dans une chaîne classique amplification, filtrage analogique passe-bas anti-repliement, amplification d'optimisation du convertisseur, convertisseur analogique-digital.

7.3.2.4 Procédure de mesure

Il faut rappeler que la longueur d'évaluation dépend de la rugosité de la surface à mesurer (cf table 7.2 en page 133). Il est donc nécessaire d'évaluer un ordre de grandeur de la rugosité (par exemple à l'aide d'échantillon viso-tactile) pour sélectionner la longueur de base. Après avoir effectué la mesure, si l'indication de rugosité est bien dans la gamme prescrite, on effectue une deuxième mesure avec la longueur de base directement inférieure. Si la rugosité mesurée se trouve à nouveau dans l'intervalle prescrit, c'est cette deuxième valeur qui est retenue, sinon c'est la première mesure qui est retenue (figure 7.18).

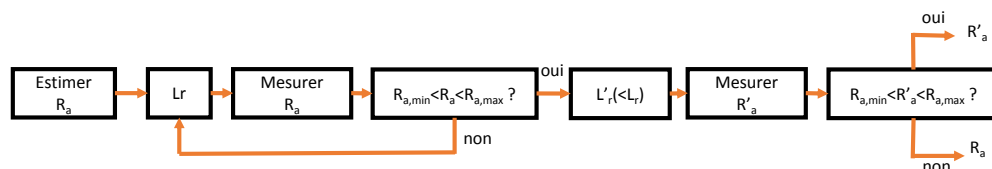


FIGURE 7.18 – Procédure pour la mesure de la rugosité arithmétique.

7.3.2.5 Vérification et étalonnage

Le rayon de courbure de la pointe peut être vérifié par palpéage de l'arête vive d'un dièdre ou visualisée directement au microscope optique à balayage. L'angle de la pointe peut être vérifié sur projecteur de profil. La mesure de l'effort statique de mesurage du palpeur est faite avec une balance de précision et cela en divers points de la course.

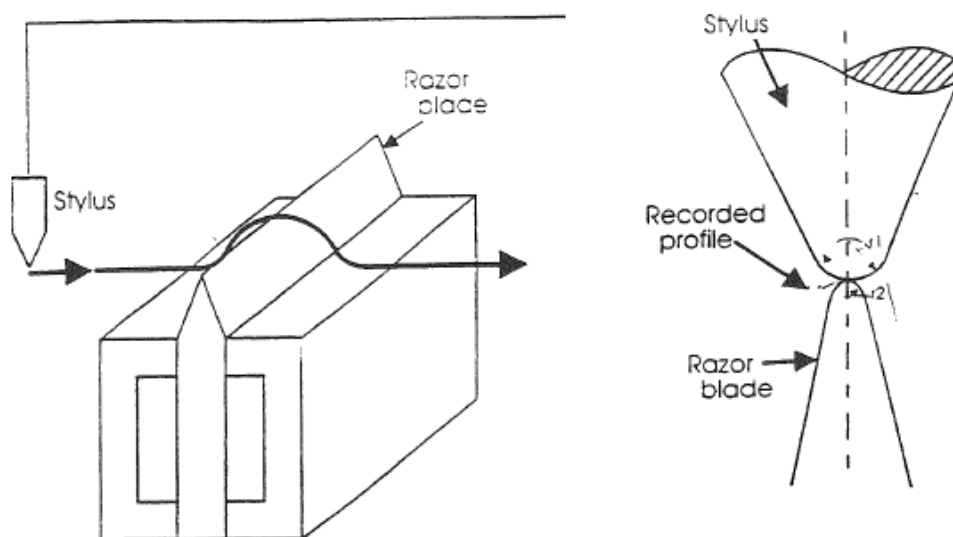


FIGURE 7.19 – Vérification du rayon d'un palpeur [9].

La chaîne de mesure est calibrée à l’aide de plaquettes étalon présentant un profil de rugosité connu (figures 7.20 et 7.21) mesuré précisément.

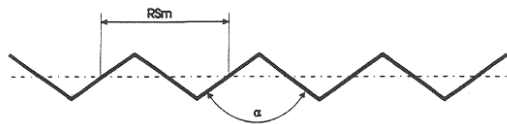


FIGURE 7.20 – Etalon type grille sensible [9].

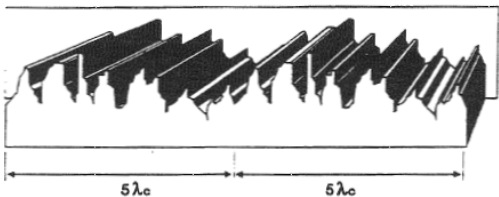


FIGURE 7.21 – Etalon type profil unidirectionnel irrégulier [9].

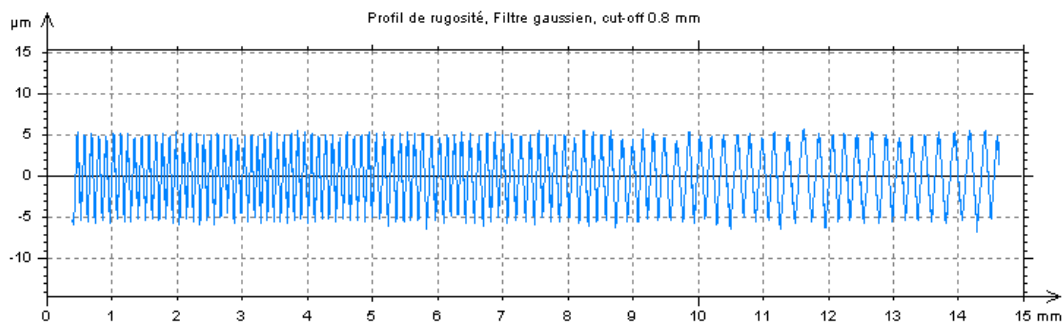


FIGURE 7.22 – Mesure d’un échantillon de référence.

7.3.3 Méthodes sans contact

Récemment, le développement de méthodes de mesures sans contact a ouvert la voie à l’analyse de la rugosité d’une surface dans son ensemble et non plus à des analyses le long de profils 2D. Plusieurs techniques existent, on peut citer par exemple :

- L’interférométrie à lumière blanche qui utilise le déphasage de deux rayons lumineux pour évaluer la distance entre un point de la surface et le capteur.
- Le microscope à balayage laser 3D qui effectue un scan de la surface de l’objet

L’interférométrie est limitée aux surfaces réfléchissantes et est sensible aux vibrations. L’analyse est plus rapide qu’avec le laser, qui présente l’avantage d’une plus grande profondeur de champ. Des valeurs indicatives des caractéristiques sont fournies en table 7.4.

TABLE 7.4 – Caractéristiques indicatives de mesures de rugosité sans contact (données Keyence).

Technologie	Résolution	Zone de travail	Profondeur de champ
interféromètre	< 0,1 nm	10 x 10 mm	< 1 mm
balayage laser	0,1 nm	3 x 3 mm	< 7 mm

La procédure d'extraction des indicateurs est modifiée pour prendre en compte l'aspect tridimensionnel de la mesure. Le principe général est le suivant :

- acquisition des points de la surface ;
- application de filtres pour obtenir la surface dite primaire ;
- application éventuelle de filtres complémentaires pour obtenir la surface dite de taille limitée ;
- spécification de la zone d'évaluations ;
- calcul des paramètres de rugosité de surface.

Les normes ISO 25718 [10, 11, 12] sont en cours de rédaction pour normaliser les éléments. On peut noter que la définition des indicateurs est une extrapolation de ce qui est effectué en 2D. Pour la rugosité arithmétique par exemple, la surface est d'abord redressée par rapport à son plan moyen (et plus sa ligne moyenne), l'indicateur arithmétique est calculé par intégration double :

$$S_a = \int \int_A |\tilde{Z}(x, y)| \cdot dx \cdot dy \quad (7.6)$$

avec A la surface et $\tilde{Z}(x, y)$ les élévations des points de la surface par rapport au plan moyen.

7.4 Indications des états de surface sur les dessins

L'indication des états de surface dans la documentation technique de produits est décrite dans la norme internationale ISO 1302 [13]. Le symbole de base est constitué par deux branches de longueur inégale, inclinées approximativement à 60° par rapport au trait qui représente la surface considérée. Si un enlèvement de matière par usinage est exigé, on complète le symbole de base par un trait, si un enlèvement de matière est interdit, on ajoute au symbole de base un cercle (figure 7.23).

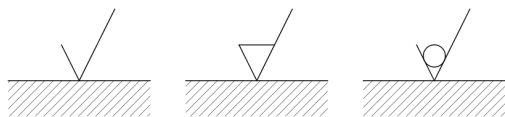


FIGURE 7.23 – Symbole de rugosité.

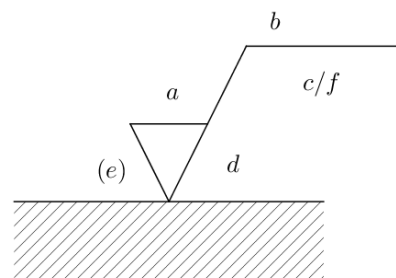


FIGURE 7.24 – Indications particulières de rugosité.

Conformément aux principes généraux de cotation :

- le symbole et les inscriptions doivent être orientées de façon à être lisibles depuis le bas ou depuis la droite ;
- le symbole ne figure qu'une fois pour une surface donnée et, si possible, sur celle des vues qui porte la cote définissant la dimension ou la position de cette surface.

Si nécessaire, le symbole est relié à la surface par une ligne de rappel terminée par une flèche. Le symbole, ou la flèche, doit pointer du côté extérieur du matériau, soit sur la ligne représentant la surface, soit sur la ligne qui la prolonge.

S'il est nécessaire d'indiquer des caractéristiques spéciales d'états de surface, la branche la plus longue du symbole de base est complétée par un trait horizontal. Les spécifications de l'état de surface doivent être disposées autour du symbole graphique comme l'indique la figure 7.24 :

- indication de rugosité en a : valeur de rugosité R_a en micromètres, précédée du symbole R_a , ou autre symbole de rugosité précédée du symbole correspondant ; la rugosité peut également être indiquée par les numéros de la classe de rugosité correspondants donnés dans la figure ci-dessous ; le risque d'erreur d'interprétation sera de cette façon évité ;
- procédé de fabrication, traitement ou revêtement en b : lorsque l'état de surface requis est à réaliser par une méthode de fabrication particulière, celle-ci doit être indiquée en toutes lettres ; toute indication relative au traitement ou au revêtement doit également figurer sur ce trait ;
- longueur de base en c : si nécessaire, en conformité avec l'ISO 4288 [4] ;
- direction des stries d'usinage en d (figure 7.25) :
 - un symbole $=$ si les stries doivent être globalement parallèles au plan de la vue ;
 - un symbole \perp si les stries doivent être globalement perpendiculaires au plan de la vue ;
 - un symbole X si les stries doivent être croisées dans deux directions obliques ;
 - un symbole M si les stries sont multidirectionnelles ;
 - un symbole C si les stries doivent globalement être concentriques par rapport au centre de la surface ;
 - un symbole R si les stries doivent être globalement radiales par rapport au centre de la surface ;
 - un symbole P si les stries ne doivent pas être directionnelles ou protubérantes.
- surépaisseur d'usinage en e ;
- autres valeurs de rugosité en f, entre parenthèses et précédées par le symbole adéquat (exemple : $R_t 0,4$).

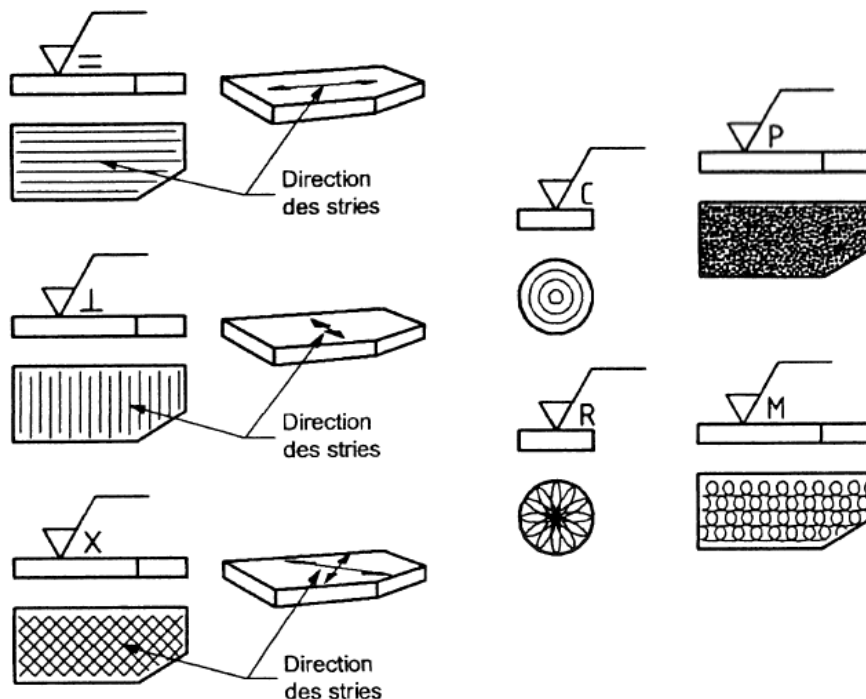


FIGURE 7.25 – Symboles définissant l'orientation des stries sur une surface [13].

Une norme ISO 1302 ancienne [14] spécifiait des classes de rugosité qui sont parfois encore aujourd'hui, celles-ci sont reprises en table 7.5) même si leur emploi n'est plus reconnu par les nouvelles versions de la norme.

TABLE 7.5 – Classes de rugosité (absentes des nouvelles normes).

Ra (mm)	N° classe de rugosité	Commentaires
50	N12	Surface brute, sans contact
25	N11	
12,5	N10	
6,3	N9	Précision moyenne, contact fixe
3,2	N8	
1,6	N7	Bonne précision, centrage, contact mobile, guidage
0,8	N6	
0,4	N5	Haute précision, étanchéité, trajectoire précise
0,2	N4	
0,1	N3	
0,05	N2	
0,025	N1	

Il est possible d'indiquer une rugosité générale valable pour toutes les surfaces ne présentant pas une imposition particulière sur sa rugosité. A cet effet, on place le symbole approprié au-dessus du cartouche et on indique à ses côtés et entre parenthèse l'ensemble des rugosités particulières présentes sur le plan. Il est également possible d'adjoindre un rond sur le symbole de rugosité (figure 7.26) pour indiquer qu'il s'applique tout autour de la surface mentionnée.

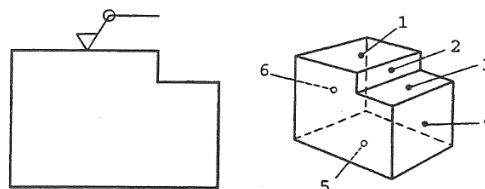


FIGURE 7.26 – Indication de rugosité tout autour d'une surface [13].

7.5 Aspect technologique de la rugosité

7.5.1 Lien rugosité - fabrication

Le choix de la rugosité indiquée sur le plan dépend de la fonction de la pièce. Ces paramètres peuvent conditionner le choix des procédés de fabrication. On peut en première approximation distinguer trois fourchettes de valeurs de spécification :

- $R_a > 6,3$: spécification peu sévère (souvent possible à obtenir sans usinage complémentaire) ;
- $1,6 < R_a < 6,3$: spécification moyenne (peut être obtenu avec les procédés d'usinage classiques) ;
- $R_a < 1,6$: spécification sévère (les coûts peuvent augmenter très rapidement).

De même que pour les tolérances géométriques, un état de surface ne doit pas être demandé s'il n'est pas essentiel pour la fonction du produit, car des spécifications de valeurs anormalement serrées augmentent inutilement le coût de la production (figure 7.27).

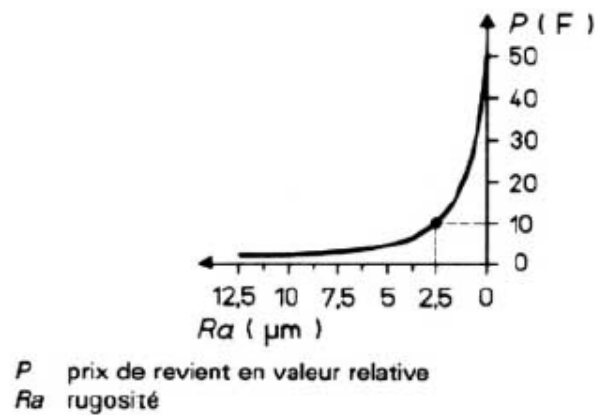


FIGURE 7.27 – Evolution schématique du coût de production en fonction de la rugosité attendue [15].

Chaque procédé de fabrication a ses spécificités propres. La figure 7.28 présente les ordres de grandeur des précisions et rugosités atteignables par différents procédés de fabrication. Les figures 7.29 et 7.30 présentent des ordres de grandeur typiques de rugosité arithmétiques et totales pour différents procédés de fabrication.

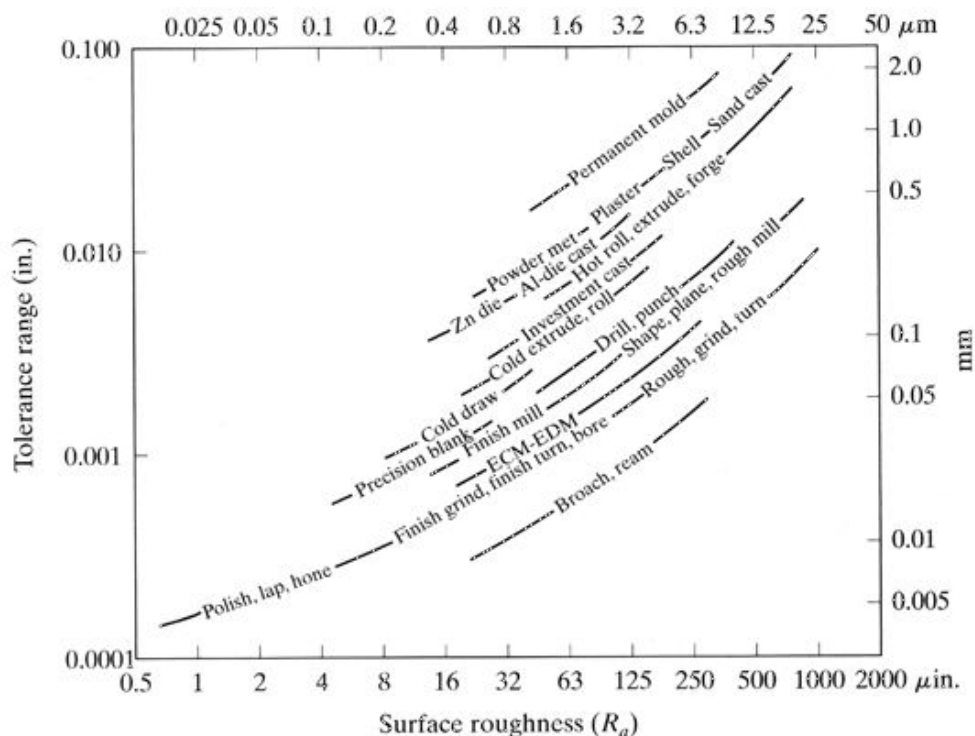


FIGURE 7.28 – Tolérances et rugosités réalisables par différents procédés de fabrication [16].

Rugosité Ra en micromètres		0,025	0,05	0,10	0,20	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12,5	25	50
Alésage (al)	outil acier												
	à alésoir												
Fraisage	en bout (frb)												
	en roulant (frr)												
Tournage (to)	sur le diamètre												
	mise à longueur												
Rabotage (rb)													
Mortaisage –													
Meulage (me)	à la main												
	au disque												
Rectification	cylindrique (rcc)												
	plane (rcp)												
Rodage (rd)	à la pierre												
	au rodoir												
Superfinition (sf)													
Limage –													
Perçage (pe)													
Grattage (gr)													
Brochage (br)													
Électro-érosion (ée)													
Taillage –	outil acier												
	fraise mère												
Sablage (sa)													
Estampage (es)													

FIGURE 7.29 – Rugosité totale typique pour différents procédés de finition [17].

Méthode d'usinage		Profondeur de rugosité R_a (μm)																						
Groupe	Désignation	0,1	0,18	0,25	0,4	0,6	1,0	1,8	2,5	4	6,3	10	18	25	40	63	100	180	250	400	630	1000		
Fonderie	Fonte au sable																							
	Fonte en coquille																							
	Fonte fine																							
Forgeage	Forge libre																							
	Estampage																							
	Forge de précision																							
Laminage	Laminage à chaud																							
	Laminage à froid																							
Emboutissage	Compression																							
	Matricage																							
Galetage	Galetage																							
	Roulage																							
Tournage (extérieur et intérieur)	Tournage dégrossissage																							
	Tournage d'ébauche																							
	Tournage de finition																							
	Tournage de précision avec carbure																							
	Tournage de haute précision avec diamant																							
Alésage par alésoir	Alésage normal																							
	Alésage de précision																							
	Alésage de haute précision																							
Fraisage	Fraisage d'ébauche																							
	Fraisage de finition																							
	Fraisage de précision																							
	Fraisage de haute précision																							
Brochage	Brochage normal																							
	Brochage de précision																							
Grattage	Grattage 1 à 3 points / cm^2																							
	Grattage 3 à 5 points / cm^2																							
Rectification	Rectification d'ébauche																							
	Rectification normale																							
	Rectification de précision																							
	Rectification de haute précision																							
Honing	Honing																							
	Honing de précision																							
	Honing de haute précision																							
Rodage	Rodage d'ébauche																							
	Rodage de finition																							
	Rodage de haute précision																							
	Rodage de très haute précision																							
Polissage	Polissage par polissoir à chiffon																							
	Polissage normal																							

FIGURE 7.30 – Rugosité arithmétique typique pour différents procédés de finition [17].

7.5.2 Correspondance $R_a - R_t$

De manière générale, il est possible de faire le lien entre les indicateurs de rugosité R_a et R_t à l'aide de la figure 7.31. La zone autour de la zone de dispersion englobe 70% des apairages R_a/R_t pour toute surface produite par enlèvement de copeaux. On utilise le schéma de la manière suivante :

- Pour passer de R_a à R_t : on emploie le cas le plus défavorable, c'est-à-dire la limite supérieure de R_t pour transmission de R_a à R_t , on a la valeur qui ne sera pas dépassée avec 85 % de probabilité.
- pour passer de R_t à R_a : on emploie le cas le plus défavorable, c'est-à-dire la limite supérieure de R_t pour transmission de R_t à R_a , on a la valeur qui ne sera pas dépassée avec 85 % de probabilité.

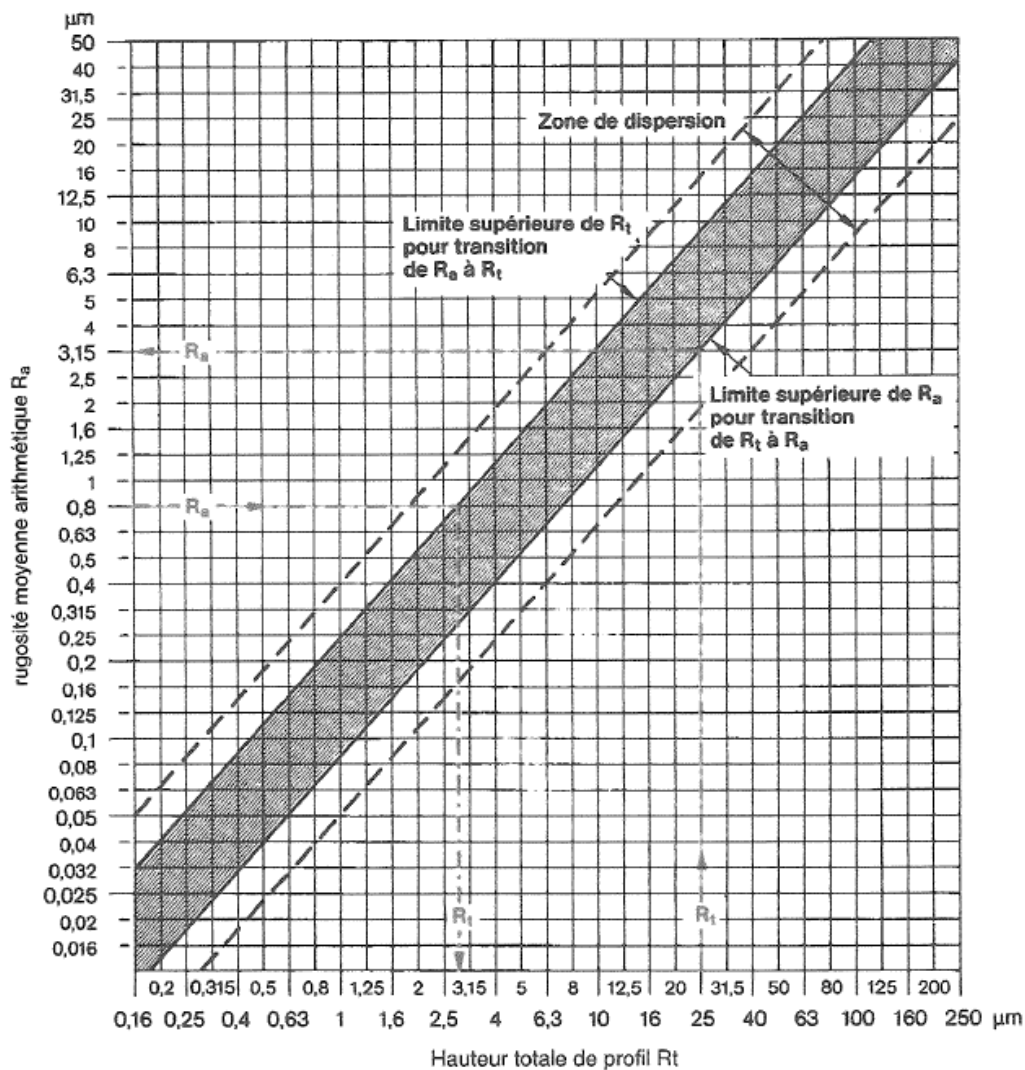


FIGURE 7.31 – Lien R_a/R_t [17].

7.5.3 Etats de surface et fonctions mécaniques

L'état de surface des pièces a une grande incidence sur leur aptitude à remplir les fonctions pour lesquelles elles ont été conçues : aptitudes tribologiques, aptitudes à l'assemblage (collage, emmanchement, etc.), à recevoir un revêtement, à résister à la corrosion, à la fatigue, etc. Un ensemble d'exigences de conception sont rassemblées dans les figures suivants. On notera que les amplitudes varient de plus de deux ordres de grandeur et que les coûts associés augmentent fortement lorsque les exigences sont sévères. On peut trouver dans les catalogues de composants les exigences sur les rugosités de surface. A titre indicatif, la figure 7.32 présente un inventaire des caractéristiques impactées par différents indicateurs de rugosité.

Surface		Fonction appliquée à la surface		Paramètres									
				Profil de rugosité			Profil d'ondulation				Profil primaire		
		Désignation	Symbole*)	R	Rx	AR	W	Wx	Wte	AW	Pt	P&c	
Contact de deux pièces	avec déplacement relatif	Glissement (lubrifié)	FG	●			≤ 0,8R			○		●	
		Frottement à sec	FS	●		○		●		○			
		Roulement	FR	●			≤ 0,3R	●		○		○	
		Résistance au matage	RM	○		○	○			○		●	
		Frottement d'un fluide	FF	●		○				○			
	assemblage fixe	Étanchéité dynamique	avec joint	ED	●	○	○	≤ 0,6R	●		○		
			sans joint		○	●		≤ 0,6R					●
		Étanchéité statique	avec joint	ES	○	●		≤ R		○	○		
			sans joint		○	●		≤ R		●			
		Ajustement fixe avec contrainte	AC	○									●
		Adhérence (collage)	AD	●								○	
Surface indépendante	avec contrainte	Outils (face de coupe)	OC	○		○	●			●			
		Résistance aux efforts alternés	EA	○	●	○							○
	sans contrainte	Résistance à la corrosion	RC	●	●								
		Revêtement (peinture)	RE			○					○		
		Dépôt électrolytique	DE	●	≤ 2R	●							
		Mesurage	ME	●			≤ R						
		Aspect	AS	●		○	○				○		

● Paramètres principaux: spécifier au moins l'un d'eux.
○ Paramètres secondaires: à spécifier éventuellement selon la fonction de la pièce.
L'indication ≤ 0,8R, par exemple, veut dire que si le symbole FG est indiqué sur le dessin et que W n'est pas spécifié par ailleurs, la tolérance supérieure sur W est égale à la tolérance sur R multipliée par 0,8.

FIGURE 7.32 – Lien entre fonction et paramètre de rugosité [5].

Références

- [1] ISO 8785 :1998. spécification géométrique des produits. imperfections de surface. termes, définitions et paramètres.
- [2] C. Bonzom and E. Fargier. Erreurs de forme, de position, d'orientation, de battement. partie 2. *Techniques de l'Ingénieur*, R1221 :1–17, 2008.
- [3] B. Raphet. Etats de surface. caractérisation. *Techniques de l'Ingénieur*, R1230 :1–22, 2008.
- [4] ISO 4288 :1996. spécification géométrique des produits (GPS). état de surface : Méthode du profil – règles et procédures pour l'évaluation de l'état de surface.

- [5] ISO 4287 :1997. spécification géométrique des produits (GPS). état de surface : Méthode du profil – termes, définitions et paramètres d'état de surface.
- [6] ISO 16610-1 :2015. spécification géométrique des produits (GPS). filtrage - partie 1 : Vue d'ensemble et concepts de base.
- [7] ISO 3274 :1998 spécification géométrique des produits (GPS). état de surface : méthode du profil - caractéristiques nominales des appareils à contact (palpeur).
- [8] S.F. Gabriel and R. Vincent. Indications ISO (GPS) pour tolérer la micro- et macrogéométrie des pièces mécaniques et leurs significations. *Techniques de l'Ingénieur*, bm7010 :1–23, 2011.
- [9] ISO 5436-1 :2000. spécification géométrique des produits (GPS). état de surface : Méthode du profil. étalons - partie 1 : Mesures matérialisées.
- [10] ISO 25178-1 :2016. spécification géométrique des produits (GPS). état de surface : Surfacing – partie 1 : Indication des états de surface.
- [11] ISO 25178-2 :2012. spécification géométrique des produits (GPS). état de surface : Surfacing – partie 2 : Termes, définitions et paramètres d'états de surface.
- [12] ISO 25178-3 :2012. spécification géométrique des produits (GPS). état de surface : Surfacing – partie 3 : Opérateurs de spécification.
- [13] ISO 1302 :2002. spécification géométrique des produits (GPS). indication des états de surface dans la documentation technique de produits.
- [14] ISO 1302 :1995. dessins techniques. indication des états de surface (annulée le 05/04/2002).
- [15] J. Boulanger. Tolérances et écarts dimensionnels, géométriques et d'états de surface. *Techniques de l'Ingénieur*, B7010 :1–27, 1997.
- [16] S. Kalpakjian. *Manufacturing engineering and technology. Third edition*. Addison-Wesley, 1995.
- [17] C. Barlier. *Memotech plus. Industrialisation et mécanique. Usinage des matériaux métalliques*. Casteilla, 2010.

Chapitre 8

Représentation de courbes et surfaces en CAO

I do not fear computers. I fear the lack of them.

- I. Asimov, *The Age of Miracle Chips*

8.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter des éléments avancés utiles à la compréhension des modélisations CAO. Il consiste en un bref rappel théoriques de notions fondamentales de géométrie analytique, une présentation des méthodes de représentation de courbes et de surfaces par voie infographique, une description des typologies de surfaces disponibles dans les logiciels de conception assistée par ordinateur, un commentaire sur les représentations volumiques et les formats de fichiers standards et un rappel des normes de cotation et de tolérancement des courbes et surfaces complexes.

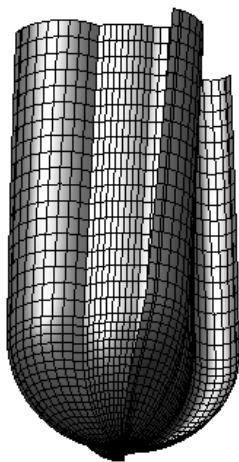


FIGURE 8.1 – Surface externe d’une fraise boule décrite par raccordement de sections.

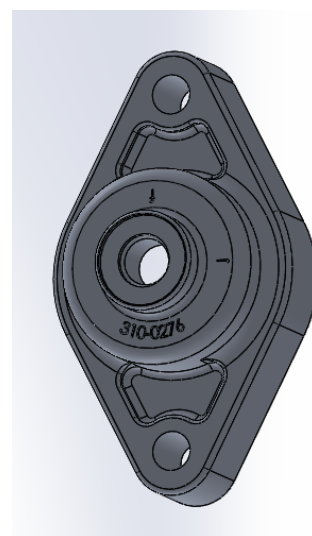


FIGURE 8.2 – Pièce de fonderie modélisée sous solidworks (projet de BA3 - Justin Jonas 2014-2015).

8.2 Rappels de géométrie analytique spatiale

Certains points précédemment abordés dans le cours de géométries et communication graphique [1] sont rappelés pour servir de base aux développements de ce chapitre.

8.2.1 Représentation de surfaces

Une surface peut être représentée sous deux grands types de formalismes : la forme cartésienne (implicite ou explicite) et la forme paramétrique. Chacune présente ses avantages et inconvénients.

8.2.1.1 Représentation cartésienne

Le forme cartésienne consiste en une relation entre les coordonnées cartésiennes des points de la courbe sous forme implicite (équation 8.1) ou explicite (équation 8.2).

$$F(x, y, z) = 0 \quad (8.1)$$

$$z = f(x, y) \quad (8.2)$$

L'interprétation de ces relations est que tous les points appartenant à la surface ont leurs coordonnées qui vérifient les relations précédentes. En chaque point de la surface on peut calculer le vecteur normal (figure 8.3) par :

$$\vec{N} = \left(\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_P, \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_P, \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_P \right) \quad (8.3)$$

pour autant que ce vecteur soit différent du vecteur nul (dans le cas contraire, le point considéré est un point singulier de la surface).

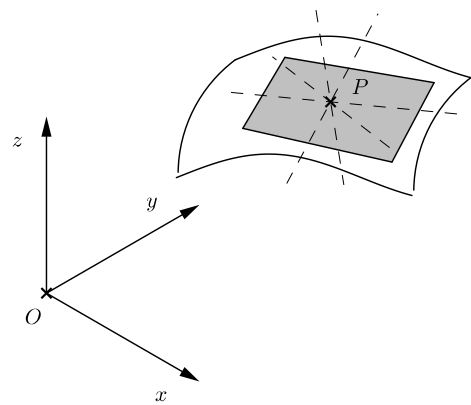
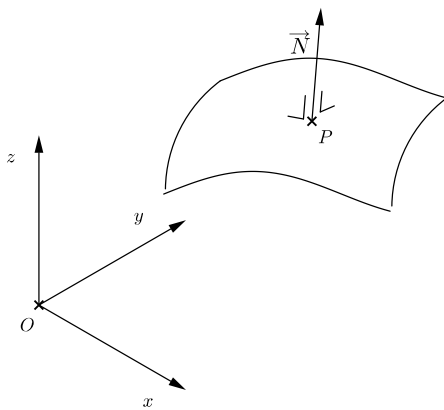


FIGURE 8.3 – Vecteur normal à une surface.

FIGURE 8.4 – Plan tangent à une surface.

En tout point régulier d'une surface, on peut trouver l'équation du plan tangent (figure 8.4) en un point P selon :

$$(x - x_P) \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_P + (y - y_P) \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_P + (z - z_P) \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_P = 0 \quad (8.4)$$

8.2.1.2 Représentation paramétrique/vectorielle

La représentation paramétrique d'une surface donne les coordonnées des points de cette surface via des fonctions dépendant de deux paramètres :

$$\begin{cases} x = f_1(u, v) \\ y = f_2(u, v) \\ z = f_3(u, v) \end{cases} \quad (8.5)$$

Cette représentation est généralement condensée en une forme vectorielle (équation 8.6) qui représente le vecteur joignant l'origine du repère à chaque point de la surface en fonction de deux paramètres :

$$\vec{V}(u, v) = f_1(u, v) \cdot \vec{u}_x + f_2(u, v) \cdot \vec{u}_y + f_3(u, v) \cdot \vec{u}_z \quad (8.6)$$

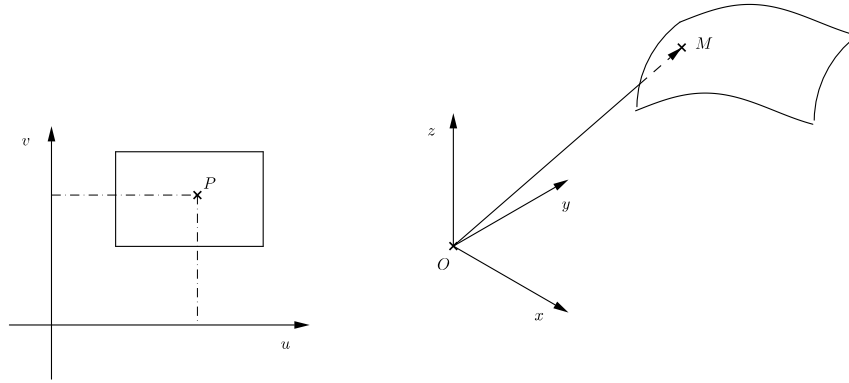


FIGURE 8.5 – Représentation vectorielle de surface.

En fixant un des paramètres à une valeur constante, on obtient un réseau de courbes appelées lignes coordonnées (ou courbes isoparamétriques) de la surface. En chaque point régulier de la surface, on peut déterminer un vecteur normal en faisant le produit vectoriel des vecteurs tangents aux deux lignes coordonnées passant par ce point :

$$\vec{V}(u_0, v_0) = \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial u} \right)_{(u_0, v_0)} \wedge \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial v} \right)_{(u_0, v_0)} \quad (8.7)$$

L'équation vectorielle du plan tangent s'établit donc par

$$\vec{T}(\alpha, \beta) = \vec{V}(u_0, v_0) + \alpha \cdot \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial u} \right)_{(u_0, v_0)} + \beta \cdot \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial v} \right)_{(u_0, v_0)} \quad (8.8)$$

8.2.1.3 Emploi en dessin assisté par ordinateur

Les formes paramétriques et cartésiennes présentent des avantages et des inconvénients :

- La forme cartésienne est parfaitement adaptée à vérifier si un point appartient à une surface (il suffit d'injecter ses coordonnées dans l'équation décrivant la surface et de vérifier si l'égalité est vérifiée), par contre il peut être délicat d'établir les coordonnées d'un ensemble de points appartenant à la surface ;
- la forme paramétrique permet de trouver, de manière très simple, un ensemble de points appartenant à la surface (il suffit de donner un ensemble de valeurs aux deux paramètres), mais il peut être plus délicat de déterminer a priori si un point appartient à la surface.

Dans les applications infographiques, une étape cruciale est de pouvoir discrétiser les surfaces en un ensemble de facettes triangulaires (on parle de rasterisation, cf figure 8.6) qui peut être menée simplement via l'algorithme suivant :

```

 $\overrightarrow{OP} = \vec{V}(u, v)$ 
 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\} \in u : \text{Double}$ 
 $\{v_1, v_2, \dots, v_m\} \in v : \text{Double}$ 
Pour i de 1 à n-1 faire
  Pour j de 1 à m-1 faire
    calculer  $\overrightarrow{OP}_1 = \vec{V}(u_i, v_j)$ ,  $\overrightarrow{OP}_2 = \vec{V}(u_i, v_{j+1})$ ,
     $\overrightarrow{OP}_3 = \vec{V}(u_{i+1}, v_{j+1})$  et  $\overrightarrow{OP}_4 = \vec{V}(u_{i+1}, v_j)$ 
    tracer le triangle  $P_1P_2P_3$ 
    tracer le triangle  $P_1P_3P_4$ 
  Fin Pour
Fin Pour
  
```

Algorithme 1: Discrétisation de surface en triangles.

Ceci explique que les formes vectorielles sont privilégiées pour ce type d'applications.

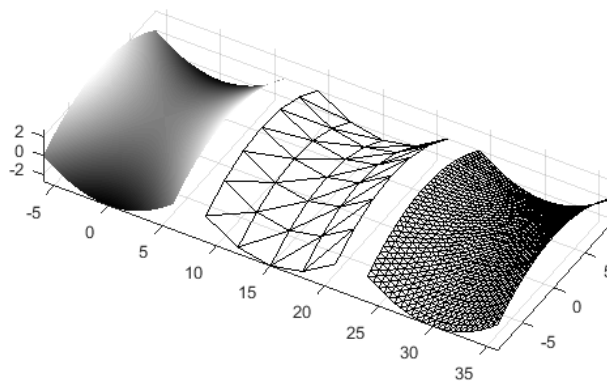


FIGURE 8.6 – Paraboloïde hyperbolique accompagné de sa discrétisation avec deux finesses différentes.

8.2.2 Représentation de courbes

Une courbe spatiale peut être représentée sous deux formalismes distincts :

- le représentation cartésienne (figure 8.7) dans laquelle la courbe est décrite comme l'intersection de deux surfaces données sous forme cartésienne (équation 8.9) ;
- la représentation vectorielle (figure 8.8) dans laquelle la fonction vectorielle de la courbe est donnée en fonction d'un paramètre (équation 8.10).

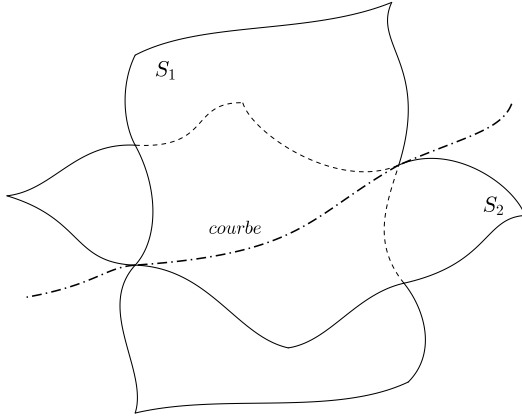


FIGURE 8.7 – Représentation cartésienne de courbe.

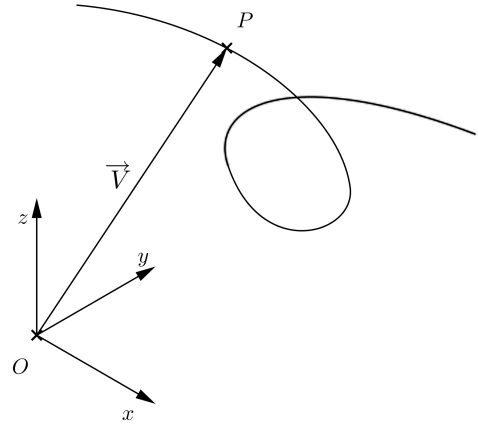


FIGURE 8.8 – Représentation vectorielle de courbe.

$$C \equiv \begin{cases} F_1(x, y, z) = 0 \\ F_2(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad (8.9)$$

$$\overrightarrow{OP} = \vec{V}(t) \quad (8.10)$$

La représentation vectorielle de courbe est généralement préférée puisqu'elle permet d'obtenir une discrétisation de la courbe de manière très simple (il suffit de calculer les coordonnées de points correspondant à un ensemble de valeurs croissantes du paramètre).

On peut démontrer [1] qu'il est possible d'obtenir un vecteur tangent à une courbe en prenant le premier vecteur dérivé non nul de la fonction vectorielle de la courbe

$$\vec{T}(t_0) = \min_{n \in [1, \dots, \infty[} \left(\frac{d^n \vec{V}}{dt^n} \right)_{t_0} \neq \vec{0} \quad (8.11)$$

Si la dérivée première de la fonction vectorielle correspond au vecteur nul, on parle de point singulier de la courbe. En ces points, on peut éventuellement avoir une discontinuité de tangence même si les fonctions décrivant chacune des coordonnées sont continues.

On peut obtenir une courbe appartenant à une surface en trouvant une relation reliant les deux paramètres décrivant la surface (figure 8.9) :

$$S \equiv \vec{V}(u, v) \rightarrow C \equiv \vec{V}(u(t), v(t)) \quad (8.12)$$

Les lignes coordonnées déjà citées précédemment en sont un exemple (figure 8.10).

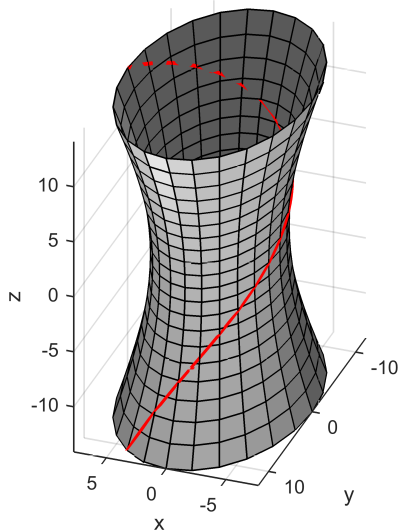


FIGURE 8.9 – Description d'une courbe appartenant à une surface.

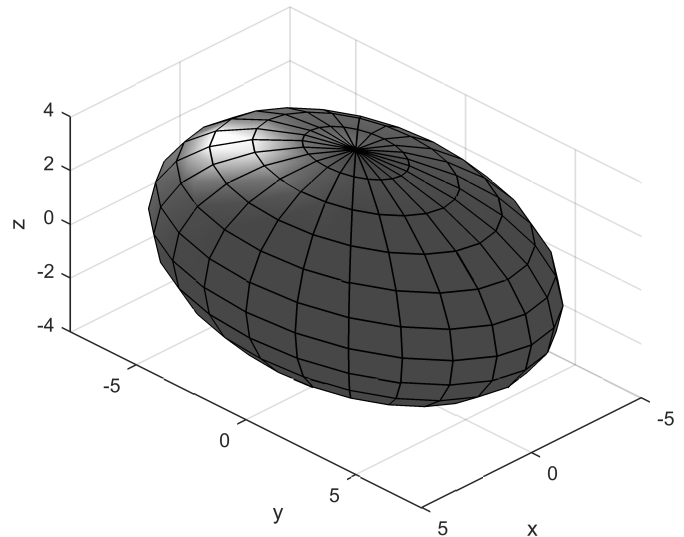


FIGURE 8.10 – Lignes coordonnées d'une surface ellipsoïde.

8.2.2.1 Continuité de courbes

La description de courbe fait appel à la notion de continuité de la courbe et de ses dérivées. On parle de classe de régularité. Une courbe est dite

- de classe C^0 si elle est continue ;
- de classe C^1 si elle est continue ainsi que sa dérivée première ;
- de classe C^2 si elle est continue ainsi que ses dérivées première et deuxième ;
- ...

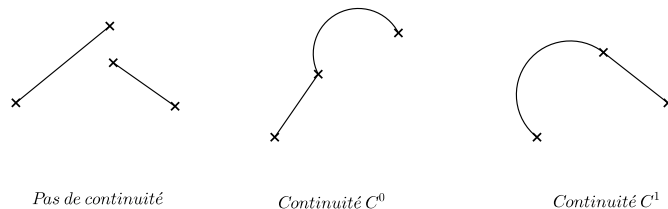


FIGURE 8.11 – Différents types de continuité de courbes.

8.3 Représentation de courbes complexes

8.3.1 Introduction

La représentation de courbes complexes peut selon les cas viser deux objectifs différents : l'interpolation (recherche d'une courbe passant par l'ensemble des points donnés) ou l'approximation (rechercher de courbe simple passant au plus proche des points donnés). Il existe plusieurs approches successives de ce problème :

- Les approches avec un degré de courbe fixé (splines de Hermite, spline naturelles, splines de Catmul-Rom,...) pour définir des courbe continues par morceaux (au moins de classe C_0 , voire plus) ;
- les approches où le degré de la courbe est fixé par le nombre de points (interpolation polynomiale, courbes de Bézier,...) ;
- les approches pour lesquelles l'utilisateur peut choisir le degré de la courbe indépendamment du nombre de points (courbes B-spline, courbes rationnelles, NURBS, ...).

Une partie de ces courbes est décrite plus en détail dans la suite de cette section

8.3.2 Courbes de degré fixé

8.3.2.1 Introduction

Il existe un très grand nombre de familles de courbes 'splines' qui visent à réaliser une interpolation dans un ensemble de point en conservant un degré raisonnable à la courbe. On définit donc un ensemble de courbes par morceaux respectant une continuité (généralement C^0 ou C^1). Ce type de courbe était employé pour la fabrication de formes complexes (par exemple la construction navale) avant même leur description mathématique. On les matérialisait par l'intermédiaire d'un câble reliant un ensemble de points fixes (matérialisés par des clous par exemple) auquel on suspendait des poids pour contraindre leurs courbures locales.

8.3.2.2 Spline d'Hermite

L'exemple le plus simple de spline est le spline d'Hermite [2]. L'idée de base est de trouver la fonction vectorielle qui permet de lier un point P_0 à un point P_1 tout en imposant les tangentes à la courbe aux extrémités selon des vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 . Le but est de pouvoir décomposer le mouvement d'un mobile dont on ne connaît les vitesses et positions qu'à des instants discrets. L'expression vectorielle de ce spline est donnée par :

$$\vec{OP}(t) = (2t^3 - 3t^2 + 1) \vec{OP}_1 + (-2t^3 + 3t^2) \vec{OP}_2 + (t^3 - 2t^2 + t) \vec{V}_1 + (t^3 - t^2) \vec{V}_2 \quad (8.13)$$

Les polynômes multipliant les vecteurs sont appelés polynômes d'Hermite. Cette forme de combinaison linéaire de vecteurs par des polynômes se retrouve de manière courante dans la construction de divers formes de courbes.

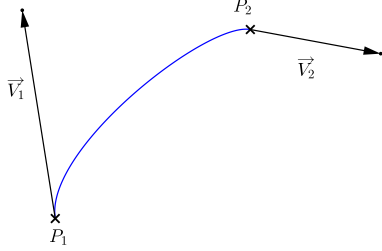


FIGURE 8.12 – Spline d'Hermite.

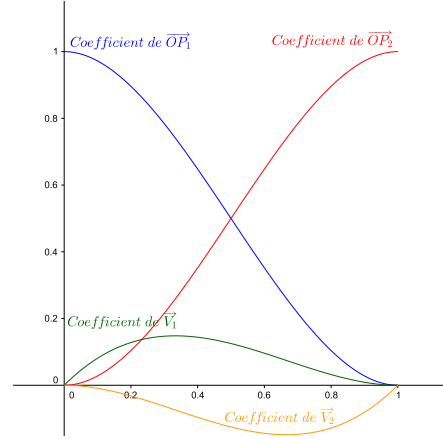


FIGURE 8.13 – Polynômes servant à l'interpolation d'Hermite.

8.3.2.3 Généralisation

L'idée générale est reprise pour l'interpolation avec un plus grand nombre de points : on conserve des fonctions définies localement en imposant une continuité de classe C^1 . On dispose donc de quatre relations (position aux extrémités et tangence aux extrémités), ce qui impose une fonction cubique de la forme :

$$\vec{V}(u) = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 \cdot u + \vec{A}_2 \cdot u^2 + \vec{A}_3 \cdot u^3 \quad (8.14)$$

Si on suppose que la paramétrisation est choisie pour que u varie de 0 à 1 sur chaque morceau de courbe (un raisonnement similaire peut être tenu pour généraliser à un autre choix de paramétrisation), les relations imposent :

$$\begin{cases} \vec{V}(0) = \vec{A}_0 = \vec{OP}_i \\ \vec{V}(1) = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 = \vec{OP}_{i+1} \\ \vec{V}'(0) = \vec{A}_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_i} \\ \vec{V}'(1) = \vec{A}_1 + 2\vec{A}_2 + 3\vec{A}_3 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_{i+1}} \end{cases} \quad (8.15)$$

Ces relations permettent de calculer :

$$\begin{cases} \vec{A}_0 = \vec{OP}_i \\ \vec{A}_1 = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_i} \\ \vec{A}_2 = 3(\vec{OP}_{i+1} - \vec{OP}_i) - 2\left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_i} - \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_{i+1}} \\ \vec{A}_3 = 2(\vec{OP}_{i+1} - \vec{OP}_i) + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_i} + \left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_{i+1}} \end{cases} \quad (8.16)$$

Le calcul de la dérivée en chaque point interne à la courbe peut être considéré de différentes manières (deux exemples sont montrés dans la table 8.1). Une formulation spéciale est adoptée pour le premier et le dernier noeud de la courbe.

	différence centrée	spline cardinale
$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_i}$	$\frac{\overrightarrow{OP_{i+1}} - \overrightarrow{OP_i}}{2 \cdot (u_{i+1} - u_i)} + \frac{\overrightarrow{OP_i} - \overrightarrow{OP_{i-1}}}{2 \cdot (u_i - u_{i-1})}$	$(1-c) \frac{(\overrightarrow{OP_{i+1}} - \overrightarrow{OP_{i-1}})}{2} \quad 0 \leq c \leq 1$
$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_0}$	$\frac{\overrightarrow{OP_1} - \overrightarrow{OP_0}}{u_1 - u_0}$	$(1-c) (\overrightarrow{OP_1} - \overrightarrow{OP_0}) \quad 0 \leq c \leq 1$
$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{P_{n-1}}$	$\frac{\overrightarrow{OP_{n-1}} - \overrightarrow{OP_{n-2}}}{u_{n-1} - u_{n-2}}$	$(1-c) (\overrightarrow{OP_{n-1}} - \overrightarrow{OP_{n-2}}) \quad 0 \leq c \leq 1$

TABLE 8.1 – Calcul de la tangente pour différents types de spline.

Le choix de la famille de spline cardinale donne un degré de liberté supplémentaire d'ajustement de la courbe. une valeur unitaire du paramètre donne une simple ligne brisée reliant les points de passage de la courbe (figure 8.14)

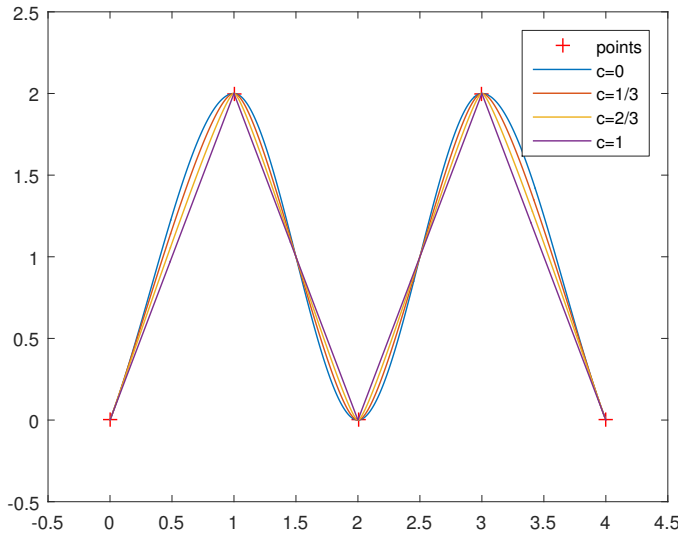


FIGURE 8.14 – Exemples de splines passant par les points (0,0), (1,2), (2,0), (3,2) et (4,0).



FIGURE 8.15 – Utilisation de courbes de subdivision sur un personnage du jeu 'team fortress 2' [2].

La spline cardinale avec $c = 0$ est fréquemment employée en infographie, on l'appelle spline de Catmull-Rom [3] (figure 8.15).

D'autres conditions peuvent être imposées, notamment une continuité en courbure ou l'imposition de dérivées aux extrémités de la courbe pour définir d'autres catégories de fonctions splines.

8.3.3 Méthodes sans contrôle du degré de la courbe

8.3.3.1 Introduction

Pour ces familles de méthodes, l'idée est d'avoir une courbe qui passe ou qui est influencée au niveau global par l'ensemble des points de définition. Le degré de la courbe employée est donc fonction du nombre de points utilisés.

8.3.3.2 Interpolation polynomiale

L'interpolation polynomiale vise à déterminer un polynôme $y = f(x)$ passant par un ensemble des points définis. Si on dispose de n points de passage $P_i = (x_i, y_i)$, le polynôme aura un degré $n - 1$ et devra vérifier :

$$f(x_i) = y_i \quad \forall i \quad (8.17)$$

Une approche naïve de résolution consiste à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} y_1 = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_1^2 \cdots + a_{n-1} \cdot x_1^{n-1} \\ \vdots \\ y_i = a_0 + a_1 \cdot x_i + a_2 \cdot x_i^2 \cdots + a_{n-1} \cdot x_i^{n-1} \\ \vdots \\ y_n = a_0 + a_1 \cdot x_n + a_2 \cdot x_n^2 \cdots + a_{n-1} \cdot x_n^{n-1} \end{cases} \quad (8.18)$$

La mise sous forme matricielle donne :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_i & x_i^2 & \cdots & x_i^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_i \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{pmatrix} \quad (8.19)$$

La matrice est appelée matrice de Vandermonde et est généralement mal conditionnée pour son inversion. Pour éviter les soucis numériques, le problème est résolu dans une base polynomiale différente : la base des polynômes de Lagrange.

On peut noter les désavantages suivants pour l'interpolation de Lagrange :

- le degré du polynôme est lié au nombre de points ce qui pose des soucis numériques lorsque le nombre de points dépasse une cinquantaine ;
- la représentation polynomiale implique une forme explicite (à une coordonnée x correspond au plus une coordonnée y) ce qui est rarement le cas en pratique ;
- on ne peut pas imposer de contraintes sur la dérivée de la courbe aux différents points.

Tous ces éléments rendent l'emploi de cette méthode inadaptée pour les applications infographiques.

8.3.3.3 Courbes de Bézier

Ce modèle a été développé par Pierre Bézier (ingénieur travaillant chez Renault) pour la modélisation informatique d'éléments de carrosseries. Les premières divulgations datent des années 1980, bien que le développement initial date des années 1960. La définition de base consiste à représenter la fonction vectorielle de la courbe (figure 8.17) comme une combinaison de différents points (appelés pôles) pondérés par des fonctions polynomiales :

$$\overrightarrow{OM}(t) = \sum_{i=0}^n B_n^i(t) \overrightarrow{OP_i} \quad (8.20)$$

La famille de polynômes retenue est la famille des polynômes de Bernstein (figure 8.16).

$$B_n^i(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} = C_n^i t^i (1-t)^{n-i} \quad (8.21)$$

qui sont obtenus en développant l'expression $(t + (1-t))^n$.

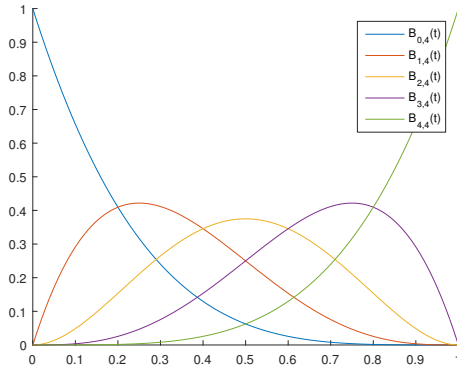


FIGURE 8.16 – Polynômes de Bernstein d'ordre 4.

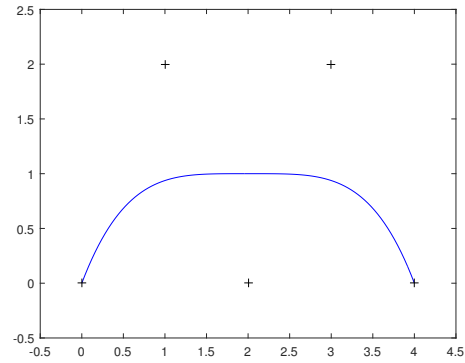


FIGURE 8.17 – Courbe de Bézier utilisant les points de contrôle $(0,0)$, $(1,2)$, $(2,0)$, $(3,2)$ et $(4,0)$.

Pour deux points, la courbe de Bézier est une droite, pour trois points on a une parabole (figure 8.18). Avec quatre points, on obtient une courbe similaire à une interpolation d'Hermitte.

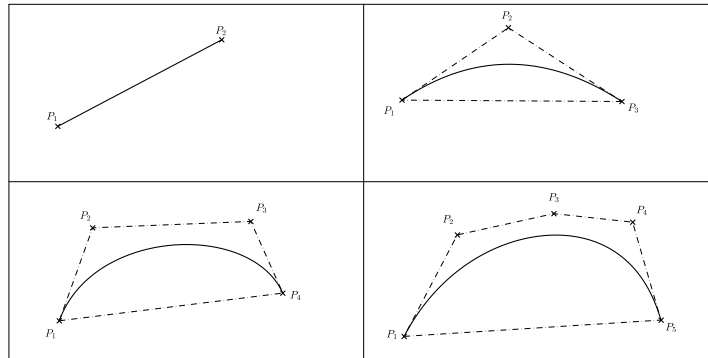


FIGURE 8.18 – Exemple de courbes de Bézier construites sur 2, 3, 4 et 5 points.

Ces courbes présentent les caractéristiques suivantes :

- elle sont continues et dérivables en tout point ;
- leur image par une transformation géométrique simple (rotation, translation, homothétie,...) donne une courbe de Bézier basée sur les points ayant eux-même subi la transformation ;
- elles sont entièrement contenues dans l'enveloppe convexe de leurs pôles ;
- leur degré est uniquement lié au nombre de pôle ;
- la modification de la position d'un point de contrôle modifie la courbe de manière globale (figures 8.19 et 8.20).

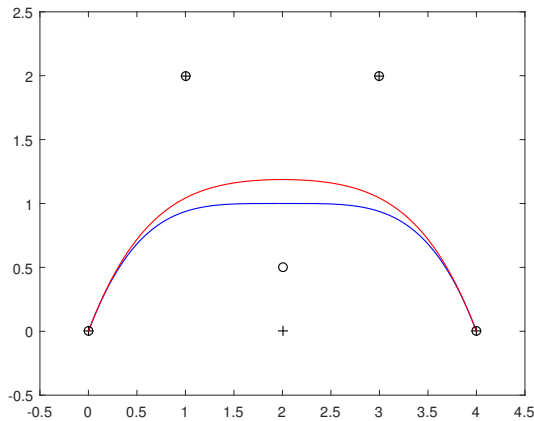


FIGURE 8.19 – Modification du troisième point de la courbe donnée en figure 8.17).

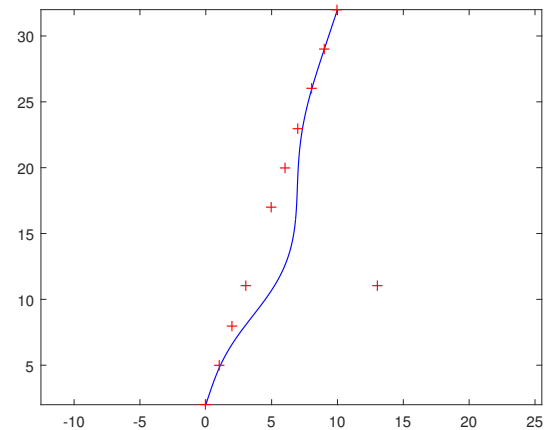


FIGURE 8.20 – Déplacement normal d'un point d'une droite d'équation $y=3x+2$.

Ce type de représentation est d'utilisation fréquente en infographie, on peut citer notamment la représentation de courbe dans des images vectorielles (SVG par exemple), pour la modélisation de polices de caractères (polices 'true type'), dans divers logiciels de dessin assisté par ordinateur (Solidworks l'utilise sous l'appellation 'spline de style' figure 8.21).

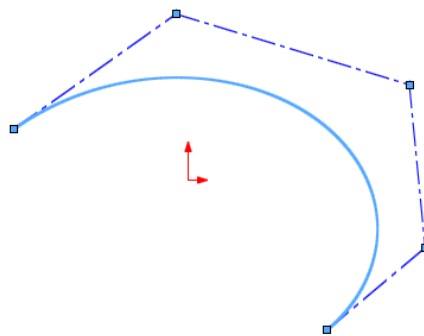


FIGURE 8.21 – Exemple de courbes de Bézier sous solidworks.

8.3.3.3.1 Algorithme de Casteljau De manière quasi simultanée avec les travaux de Bézier, Paul de Casteljau (ingénieur travaillant chez Citroën) a mené une réflexion similaire pour le développement de formes à pôles. Il a constaté que l'obtention des points d'une courbe de Bézier par l'intermédiaire de sa définition générale (équation 8.20) n'est pas très efficace d'un point de vue algorithmique (notamment à cause de l'appel fréquent de la factorielle pour l'évaluation des polynômes de Bernstein). Cet obstacle important à son utilisation pour des graphiques interactifs l'a conduit à la mise au point de l'algorithme (qui porte son nom) encore actuellement employé pour les courbes de Bézier.

Le principe général consiste à remplacer le calcul de la position d'un point sur la courbe par une interpolation linéaire progressive entre les points de contrôle de la courbe. Si on note

$$\overrightarrow{OP_j^{(k)}}(t) \begin{cases} 0 \leq k \leq n-1 \\ 0 \leq j \leq n-k-1 \end{cases} \quad (8.22)$$

le vecteur désignant la position au temps t sur la branche j de la courbe de degré k , la définition des polynômes de Bernstein conduit à la relation fondamentale suivante [4] :

$$\overrightarrow{OP_j^{(k)}}(t) = (1-t) \cdot \overrightarrow{OP_j^{(k-1)}}(t) + t \cdot \overrightarrow{OP_{j+1}^{(k-1)}}(t) \quad (8.23)$$

($k = 0$ correspond aux points de contrôle de la courbe).

Cette définition (appelée suite barycentrique) permet la génération d'un point de la courbe à partir d'une suite de combinaison linéaires de points intermédiaires. L'algorithme récursif consiste donc :

- à initialiser les $\overrightarrow{OP_j^{(0)}}(t)$ à partir des points de contrôle de la courbe ;
- à calculer les $n-1$ vecteurs $\overrightarrow{OP_j^{(1)}}(t)$ par combinaison linéaires ;
- à répéter le processus pour les $n-2$ valeurs d'ordre 2, les $n-3$ valeurs d'ordre 3, ... jusqu'à calculer $\overrightarrow{OP_0^{(n)}}(t)$ qui est le point de la courbe recherché.

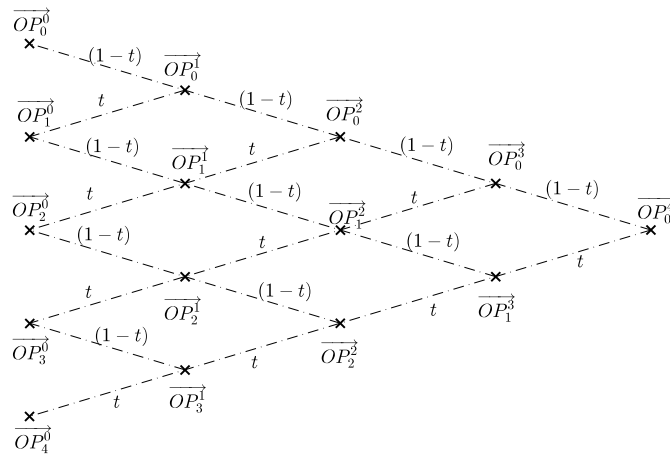


FIGURE 8.22 – Définition itérative des points pour l'algorithme de Casteljau.

Cette définition implique le remplissage progressive d'une structure triangulaire (figure 8.22). Un algorithme récursif existe également. Sa mise en oeuvre est très efficace d'un point de vue calcul, ce qui permet la génération des points d'une courbe de Bézier de manière interactive.

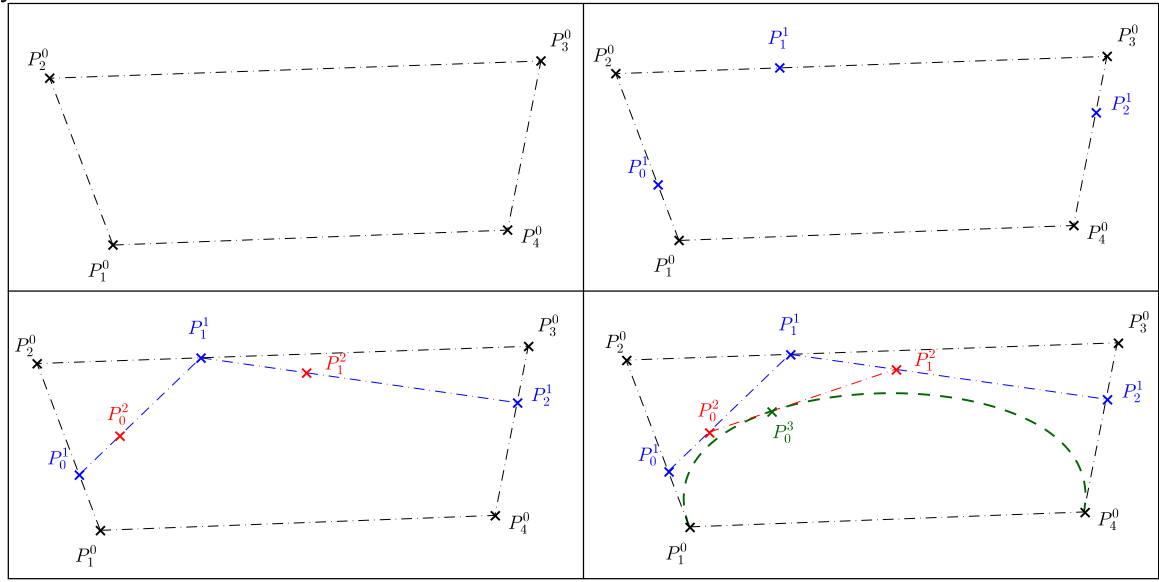


FIGURE 8.23 – Exemple de définition du point correspondant à une coordonnée $1/3$ sur une courbe de Bézier cubique.

8.3.4 Courbes B-Splines

La représentation sous forme de courbe de Bézier souffre de quelques limitations, notamment sur le fait d'une définition globale d'une courbe et d'un degré nécessairement lié au nombre de points de la courbe. Une méthode employée pour pallier à ces problèmes est le remplacement des polynômes de Bernstein pour la définition de courbe par une famille de polynômes appelés B-Splines. La construction de ces polynômes se base sur un vecteur de valeurs (non strictement) croissantes $U = \{u_0, u_1, \dots, u_m\}$ appelé vecteur nodal. La construction de la i^e fonction B-spline de degré p (ordre $p+1$) notée $N_{i,p}(u)$ est réalisée par récurrence :

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8.24)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

Lorsque le calcul conduit à une relation de type $0/0$, cette valeur est fixée conventionnellement à 0.

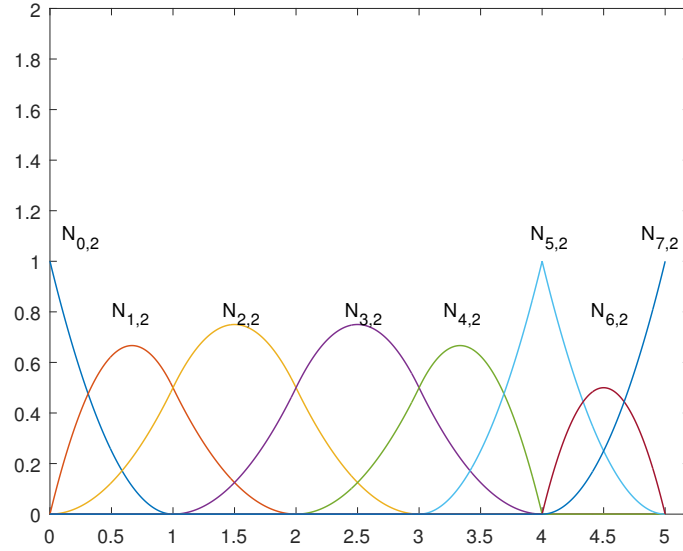


FIGURE 8.24 – Exemple de fonction B-Spline d'ordre 2 basées sur le vecteur nodal $\{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$ [5].

Ces Fonction B-spline présentent les caractéristiques suivantes :

- $N_{i,0}$ est une fonction échelon valant zéro partout sauf dans l'intervalle $[u_i, u_{i+1}[$;
- pour $p > 0$, $N_{i,p}$ est une combinaison linéaire de deux fonctions de degré $p-1$;
- les fonction B-spline sont des fonctions polynomiales continues par morceaux.

La définition d'une courbe de degré p variant d'une valeur de paramètre a à une valeur de paramètre b fait appel à un ensemble de n points P_i et à une séquence nodale contenant $m + 1$ valeurs de la forme

$$U = \left\{ \underbrace{a, \cdot, a}_{p+1}, u_{p+1}, \cdot, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \cdot, b}_{p+1} \right\} \quad (8.25)$$

La fonction vectorielle est définie par

$$\overrightarrow{OM} = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) \overrightarrow{OP_i} \quad a \leq u \leq b \quad (8.26)$$

La figure 8.25 montre un exemple de construction. Il faut noter que la relation fondamentale $m = n - p$ doit être vérifiée pour que la définition soit valide. Si le vecteur nodal est constitué de $p + 1$ valeurs nulles et de $p + 1$ valeurs unitaires, on retrouve une courbe de Bézier (figure 8.26).

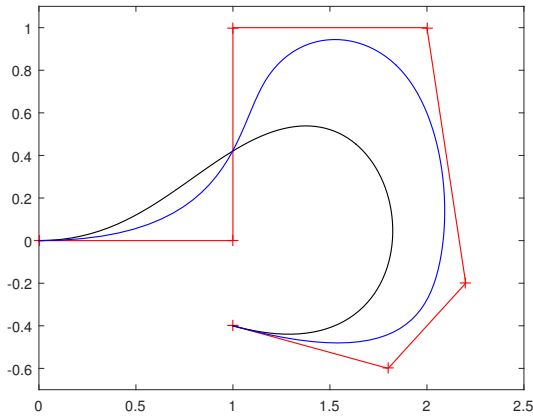


FIGURE 8.25 – B-Spline cubique basé sur 7 point avec vecteur nodal $\{0, 0, 0, 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1, 1, 1, 1\}$ (bleu) comparé à la courbe de Bézier basée sur les mêmes points (noir).

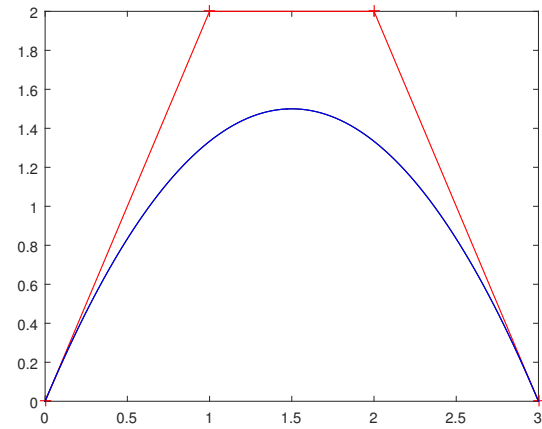


FIGURE 8.26 – Un B-Spline avec un vecteur-noeud $\{0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$ correspond à la courbe de Bézier basée sur les mêmes points.

L'emploi de points non uniformément espacés est possible dans la séquence (figure 8.27); l'utilisation d'une séquence nodale répétant également deux de ses valeurs permet de définir un points anguleux sur la courbe (figure 8.28).

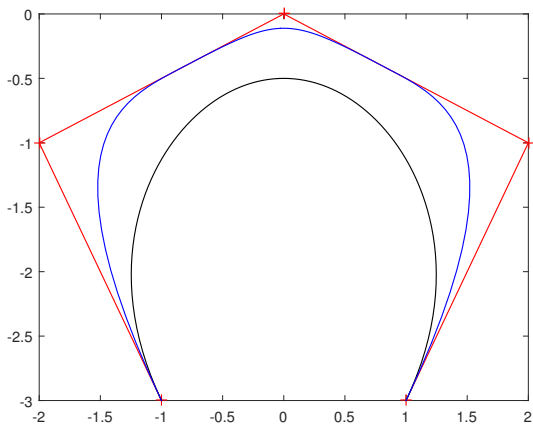


FIGURE 8.27 – B-Spline cubique basé sur 6 point (le point central est double) avec vecteur nodal $\{0, 0, 0, 0, 1/4, 3/4, 1, 1, 1, 1\}$.

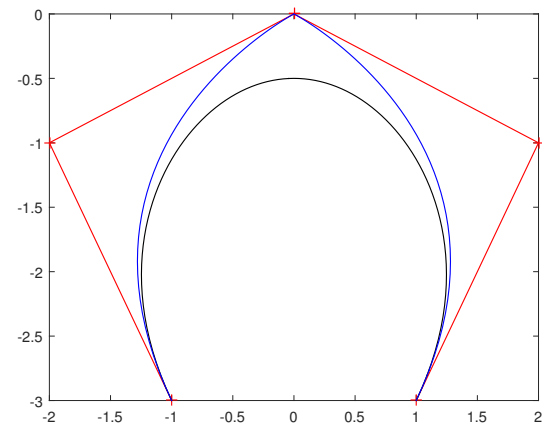


FIGURE 8.28 – B-Spline cubique basé sur 6 point (le point central est double) avec vecteur nodal $\{0, 0, 0, 0, 1/2, 1/2, 1, 1, 1, 1\}$ présente une discontinuité de tangence.

Les courbes B-Spline ne subissent que des modifications locales lors de la modification des coordonnées d'un de leurs points de contrôle, au contraire d'une courbe de Bézier (figure 8.29).

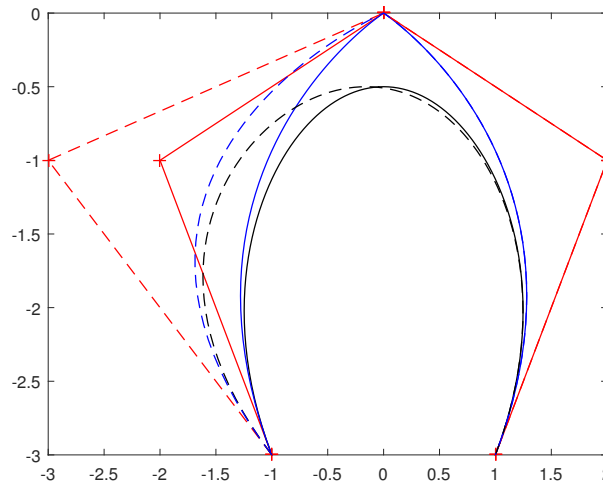


FIGURE 8.29 – La modification d'un point entraîne une modification locale de la courbe B-Spline et globale de la courbe de Bézier

8.3.5 Formes rationnelles

8.3.5.1 Introduction

L'un des objectifs majeurs de la CAO est la représentation la plus fidèle possible des objets manipulés par les concepteurs. Dans ce contexte, la définition de courbes par l'intermédiaire de points de contrôles associés à des fonctions polynomiales (courbes de Bézier, B-splines,...) souffre d'une limitation majeure qui est l'impossibilité de représenter de manière fidèle une coniques (sauf la parabole) alors que de nombreuses géométries industrielles les incorporent. Prenons par exemple la représentation du cercle unité centré en l'origine. On peut proposer trois paramétrisations différentes :

$$\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} x = t \\ y = \pm \sqrt{1 - t^2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{2t}{1+t^2} \\ y = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases} \quad (8.27)$$

Ces trois formes ne sont pas réductibles sous forme de polynômes (présence de fonctions trigonométriques, racine carrée, fraction). La troisième forme est toutefois intéressante dans le sens où elle présente une forme générale de type :

$$\begin{cases} X = 2t \\ Y = (1 - t^2) \\ W = 1 + t^2 \end{cases} \quad (8.28)$$

qui s'apparente à l'utilisation de coordonnées homogènes ($x = X/W, y = Y/W$). Les coniques peuvent donc être vues comme équivalente à une courbe polynomiale projetée sur un plan via une projection centrale.

De manière générale, cette définition est généralisée pour la définition de courbes rationnelles selon la forme suivante

$$\overrightarrow{OM}_w(t) = \sum_{i=0}^n f_i^w(t) \cdot \overrightarrow{OP}_i^w \quad (8.29)$$

avec

$$\overrightarrow{OP}_i^w = \begin{Bmatrix} x_i \cdot w_i \\ y_i \cdot w_i \\ z_i \cdot w_i \\ w_i \end{Bmatrix} \quad (8.30)$$

en coordonnées homogènes. Sous forme cartésienne, on obtient donc la forme générale suivante

$$\overrightarrow{OM}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n f_i^w \cdot \overrightarrow{OP}_i \cdot w_i}{\sum_{i=0}^n f_i^w \cdot w_i} \quad (8.31)$$

Les poids w_i permettent d'ajouter des degrés de libertés supplémentaires pour contraindre la courbe dans une optique déterminée. La forme la plus fréquemment employée pour l'échange de fichiers graphiques se base sur une forme non uniforme (vecteur nodal non régulièrement espacé) basé sur les fonction B-Spline : le formalisme NURBS (Non Uniform Rational B-Spline).

8.3.5.2 Cas du cercle

La représentation d'un quart de cercle peut s'effectuer avec les trois points de contrôle situés en des coordonnées $(r, 0)$, (r, r) et $(0, r)$ (r étant le rayon du quart de cercle). On utilise en vecteur nodal identique à une courbe de Bézier $u = (0, 0, 0, 1, 1, 1)$. Les poids des deux points extrêmes sont unitaires, le point central a un poids valant $\sqrt{2}/2$ (figure 8.30).

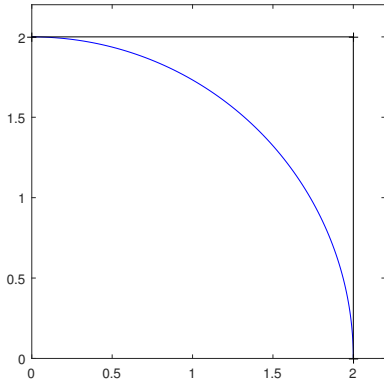


FIGURE 8.30 – NURBS définissant un quart de cercle avec ses points de contrôle.

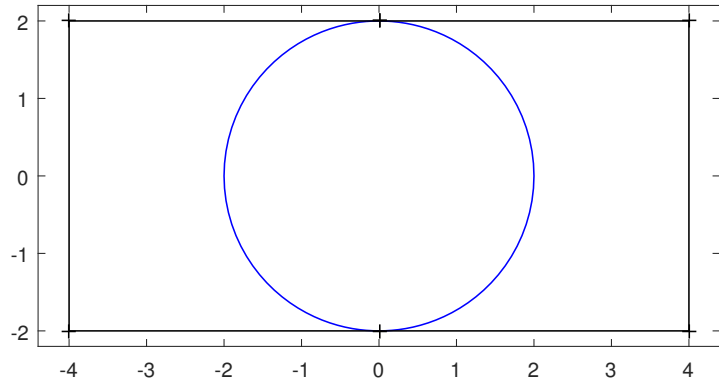


FIGURE 8.31 – Cercle donné par une courbe NURBS.

Pour la représentation d'un cercle complet, il est nécessaire de passer par une courbe de degré 3 [6]. Les sept points de contrôle et les poids sont repris dans le tableau 8.2.

numéro	point	poids
0	$(0, 1)$	1
1	$(2, 1)$	$1/3$
2	$(2, -1)$	$1/3$
3	$(0, -1)$	1
4	$(-2, -1)$	$1/3$
5	$(-2, 1)$	$1/3$
6	$(0, 1)$	1

TABLE 8.2 – Définition d'un cercle complet par NURBS.

La forme correspondante associe en fait deux demi-cercles (figure 8.31), la jonction se fait au point de coordonnées $(0, -1)$, ce qui explique la forme du vecteur nodal $(0, 0, 0, 0, 1/2, 1/2, 1, 1, 1, 1)$.

8.3.5.3 Effet du poids

Comme annoncé précédemment, le poids associé aux différents points permet de donner des degrés de liberté supplémentaires au concepteur pour contraindre la courbe. Ce poids représente un 'degré d'attraction' du pôle correspondant par rapport à la courbe. Plus celui-ci est élevé, plus la courbe tend à se rapprocher du pôle (dans le cas extrême d'un poids infini, la courbe passe par le pôle). La définition des NURBS permet éventuellement la définition d'un poids nul (la pôle n'a alors plus d'influence sur la courbe. La figure présente le cas de l'adaptation du poids du deuxième noeuds définissant un quart de cercle (figure 8.32).

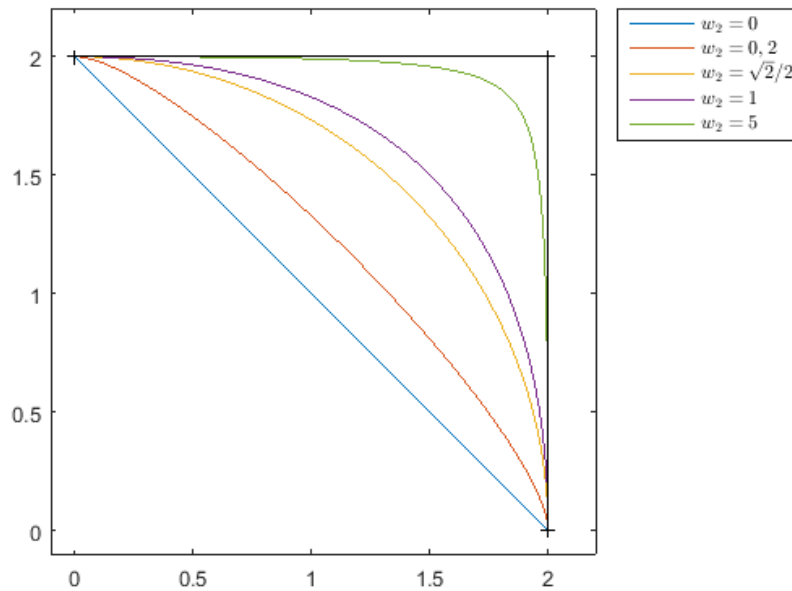


FIGURE 8.32 – Effet de la modification du poids sur la forme d'une NURBS.

8.4 Représentation de surfaces

8.4.1 Patch de Coons

Le patch de Coons bilinéaire est la construction de surface la plus simple. Il consiste à réaliser une surface fermant une zone délimitée par quatre courbes $C_1(u)$, $C_2(v)$, $C_3(u)$ et $C_4(v)$ se rejoignant en quatre points A , B , C et D (figure 8.33).

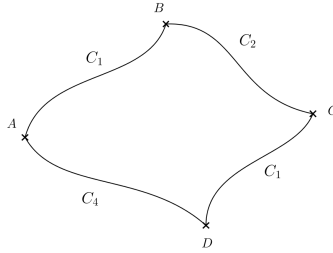


FIGURE 8.33 – Éléments servant à la définition d'un patch de Coons bilinéaire.

Dans sa version bilinéaire, on impose uniquement des conditions de passage par les courbes frontières, sans conditions particulières sur les dérivées. Sa construction passe par la définition de trois surfaces :

- une surface réglée S_1 reliant des points de C_1 et de C_3 ;
- une surface réglée S_2 reliant les points de C_2 et de C_4 ;
- une surface réglée S_3 s'appuyant sur les droites AB et CD .

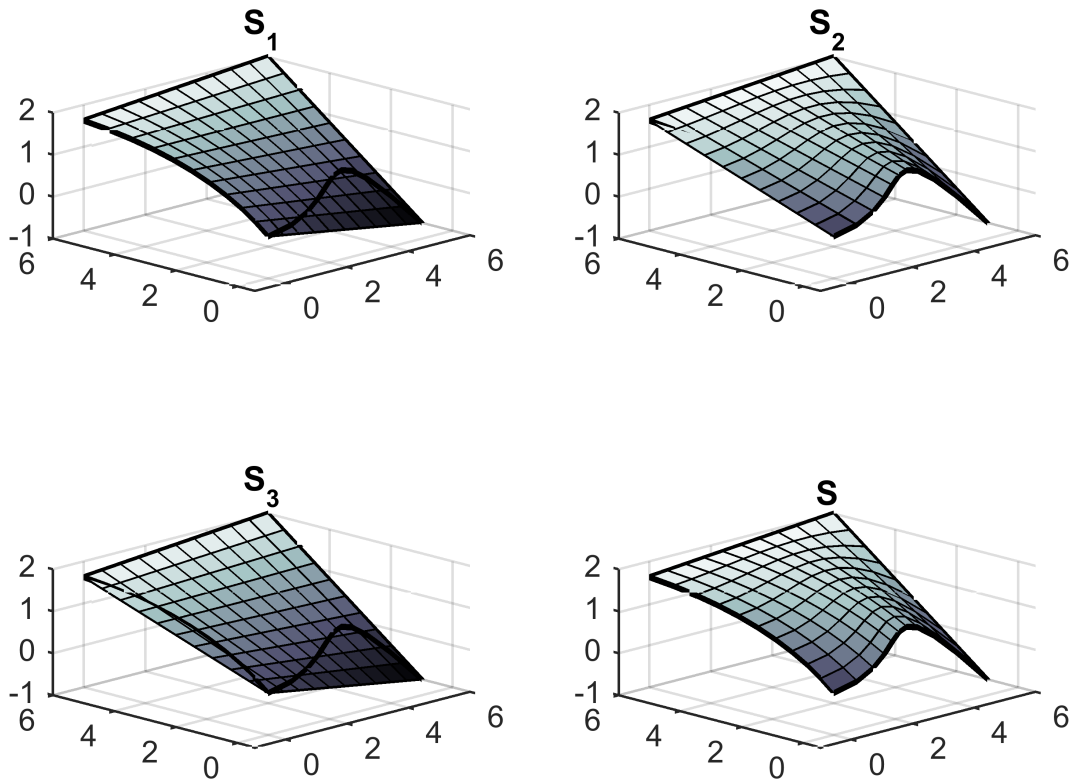


FIGURE 8.34 – Exemple de patch de Coons basé sur quatre courbes de Bézier avec les constructions intermédiaires.

On a :

$$\overrightarrow{OS}(u, v) = \overrightarrow{OS}_1(u, v) + \overrightarrow{OS}_2(u, v) - \overrightarrow{OS}_3(u, v) \quad (8.32)$$

avec

$$\overrightarrow{OS}_1(u, v) = (1 - v) \cdot \overrightarrow{OC}_1(u) + v \cdot \overrightarrow{OC}_3(u) \quad (8.33)$$

$$\overrightarrow{OS}_2(u, v) = (1 - u) \cdot \overrightarrow{OC}_2(v) + u \cdot \overrightarrow{OC}_4(v) \quad (8.34)$$

$$\overrightarrow{OS}_3(u, v) = (1 - u) \cdot (1 - v) \cdot \overrightarrow{OA} + u \cdot (1 - v) \cdot \overrightarrow{OB} + (1 - u) \cdot v \cdot \overrightarrow{OC} + u \cdot v \cdot \overrightarrow{OD} \quad (8.35)$$

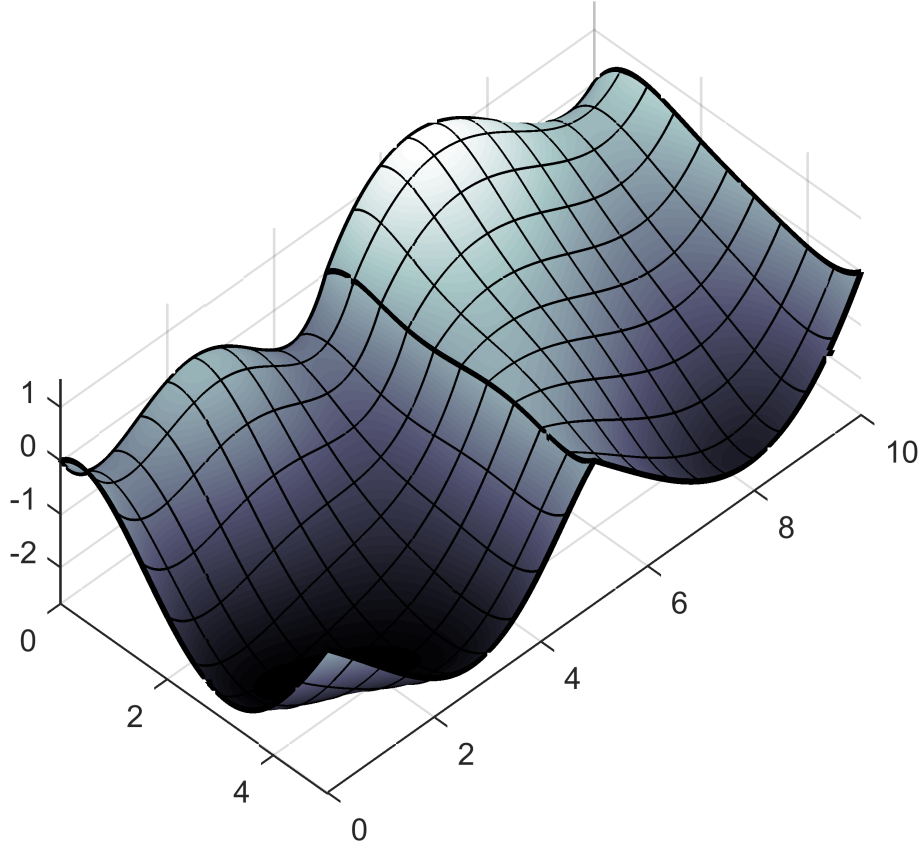


FIGURE 8.35 – Union de deux patches de Coons bilinéaires.

La continuité en tangence entre deux surfaces adjacentes n'est pas garantie de manière générale. Des versions plus sophistiquées existent, notamment avec une imposition des dérivées aux frontières pour assurer cette continuité entre deux surfaces adjacentes [5].

8.4.2 Produit tensoriel

Une méthode classique de construction de surface est d'étendre le formalisme rencontré pour la définition de courbes à pôles à une deuxième dimension. Dans le cadre de ce cours, les développements seront précisés uniquement pour les surfaces de Bézier. Le lecteur intéressé pourra se référer aux ouvrages spécialisés (par exemple [5]) pour de plus amples détails. L'idée générale de la méthode est basée sur les éléments suivants :

- le paramètre t est remplacé par deux paramètres indépendants u et v ;
- l'ensemble des n points P_i est remplacé $n \times m$ points $P_{i,j}$;
- la combinaison linéaire est remplacée par une forme de produit tensoriel (équation 8.36).

$$\overrightarrow{OM}(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,n}(u) \cdot B_{j,m}(v) \overrightarrow{OP_{i,j}} \quad (8.36)$$

On peut remarquer que les lignes coordonnées pour $u = u_0$ ou $v = v_0$ sont des courbes de Bézier (figures 8.36 et 8.37). En effet on a successivement :

$$\overrightarrow{OM}(u_0, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{i,n}(u_0) \cdot B_{j,m}(v) \overrightarrow{OP_{i,j}} \quad (8.37)$$

$$\overrightarrow{OM}(v) = \sum_{j=0}^m B_{j,m}(v) \left(\sum_{i=0}^n B_{i,n}(u_0) \cdot \overrightarrow{OP_{i,j}} \right) \quad (8.38)$$

$$\overrightarrow{OM}(v) = \sum_{j=0}^m B_{j,m}(v) \overrightarrow{OQ_j}(u_0) \quad (8.39)$$

avec Q_j les points de contrôle de la courbe de Bézier. Par ailleurs, la surface a ses coins définis par la position des noeuds extrêmes ($\overrightarrow{OM}(0, 0) = \overrightarrow{OP_0}$ par exemple).

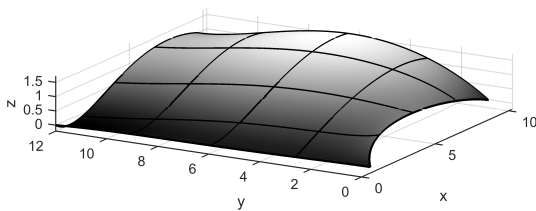


FIGURE 8.36 – Exemple de surfaces de Bézier avec quelques lignes coordonnées.

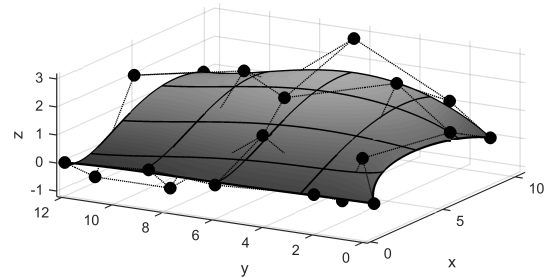


FIGURE 8.37 – Exemple de surfaces de Bézier avec ses points de contrôle.

Ces surfaces conservent les propriétés démontrées pour les courbes correspondantes, notamment le fait que leur modification par une opération géométrique quelconque est réalisée en appliquant l'opérateur à l'ensemble des points de définition de la surface.

8.5 Typologie de surfaces en CAO

Les modélisateurs volumiques présents dans les logiciels de CAO emploient comme primitives des typologies classiques de surfaces (qui sont par ailleurs employées pour limiter la frontière de volumes). Ce chapitre présente leur définition et les méthodes de construction

8.5.1 Surface cylindrique

Soit une courbe donnée par sa forme vectorielle $\vec{V}(u)$ et un vecteur unitaire \vec{n} donnant la direction des génératrices de la surface cylindrique. On peut construire une surface cylindrique selon la forme :

$$\vec{OS}(u, v) = \vec{V}(u) + v \cdot \vec{n} \quad (8.40)$$

Le paramètre v varie de zéro à la hauteur du cylindre. Les courbes isoparamétriques en u correspondent à des droites parallèles à \vec{n} , celles selon v correspondent à la courbe de base translatée selon $v \cdot \vec{n}$ (figure 8.38).

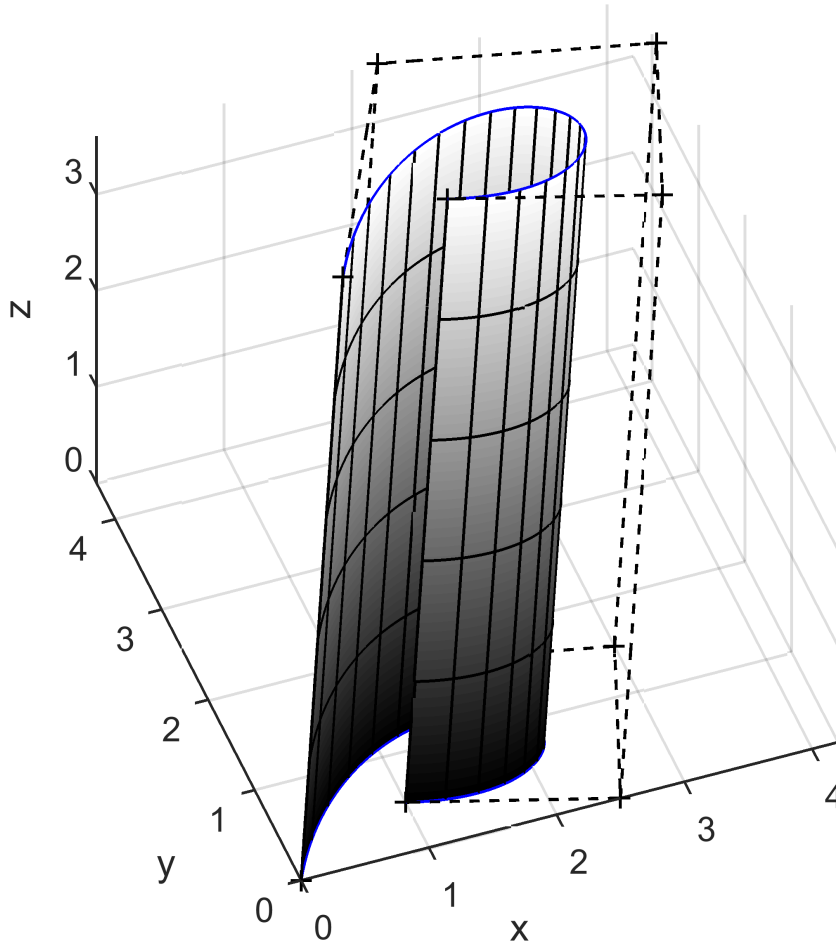


FIGURE 8.38 – Exemple de surfaces de Bézier extrudée avec représentation des points de contrôle et de quelques lignes isoparamétriques.

Les points de contrôle de la surface sont simplement les points de contrôle de la courbe de départ et leur image translatée du vecteur $v_{max} \cdot \vec{n}$.

8.5.2 Surface réglée

La définition la plus simple d'une surface réglée passe par la définition de deux courbes données par leurs formes vectorielles $\vec{V}_1(u)$ et $\vec{V}_2(u)$. La surface réglée est obtenue par la forme suivante :

$$\vec{OS}(u, v) = \vec{V}_1(u) + v \cdot (\vec{V}_2(u) - \vec{V}_1(u)) \quad (8.41)$$

Les courbes isoparamétriques en u correspondent à des droites (les génératrices de la surface), celles selon v correspondent un réseau de courbes du même type que les courbes de base (figure 8.39).

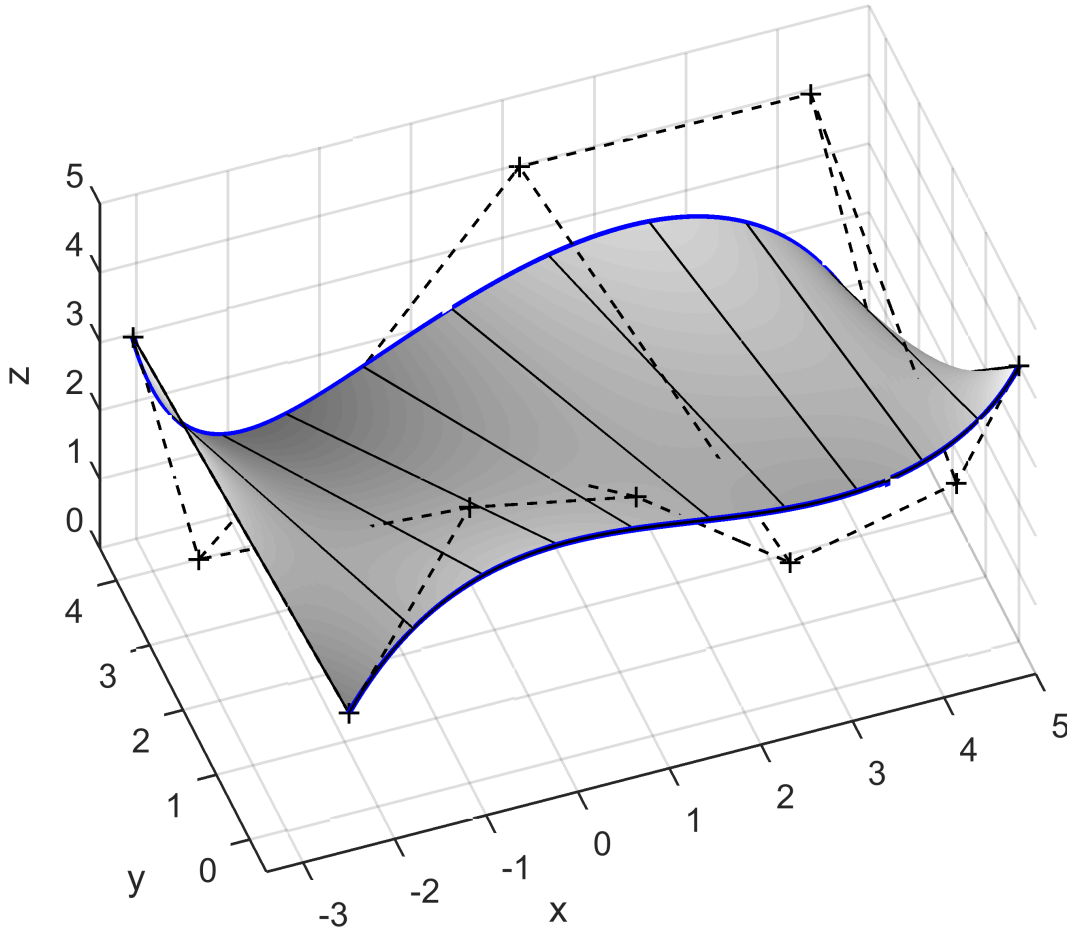


FIGURE 8.39 – Exemple de surface réglée de Bézier avec représentation des points de contrôle et de quelques lignes isoparamétriques.

Si les deux courbes possèdent le même nombre de pôles, les pôles de la surface sont simplement les pôles des deux courbes de base. Dans le cas contraire, il est nécessaire d'augmenter le nombre de pôles de la courbe en possédant le nombre le plus faible [5]

8.5.3 Surface de révolution

Une surface de révolution est définie à partir d'une courbe plane qui décrit une trajectoire circulaire autour d'un axe contenu dans le plan de la courbe. Nous allons présenter le cas où la courbe est contenue dans le plan Oxz et l'axe de révolution est l'axe Oz . En cas de choix différent, il suffit d'employer les matrices de transformation homogènes [1] pour revenir à ce cas simple.

La construction vectorielle de la surface basée sur une courbe $\vec{V}(u) = f_1(u)\vec{u}_x + f_2(u)\vec{u}_z$ est obtenue par

$$\vec{OS}(u, \theta) = (f_1(u) \cdot \cos \theta, f_1(u) \cdot \sin \theta, f_2(u)) \quad (8.42)$$

Les courbes isoparamétriques selon u sont des cercles centrés sur l'axe Oz contenus dans des plan horizontaux, celles selon v sont des images de la courbe $\vec{V}(u)$ ayant subi une rotation autour de l'axe Oz (figure 8.40).

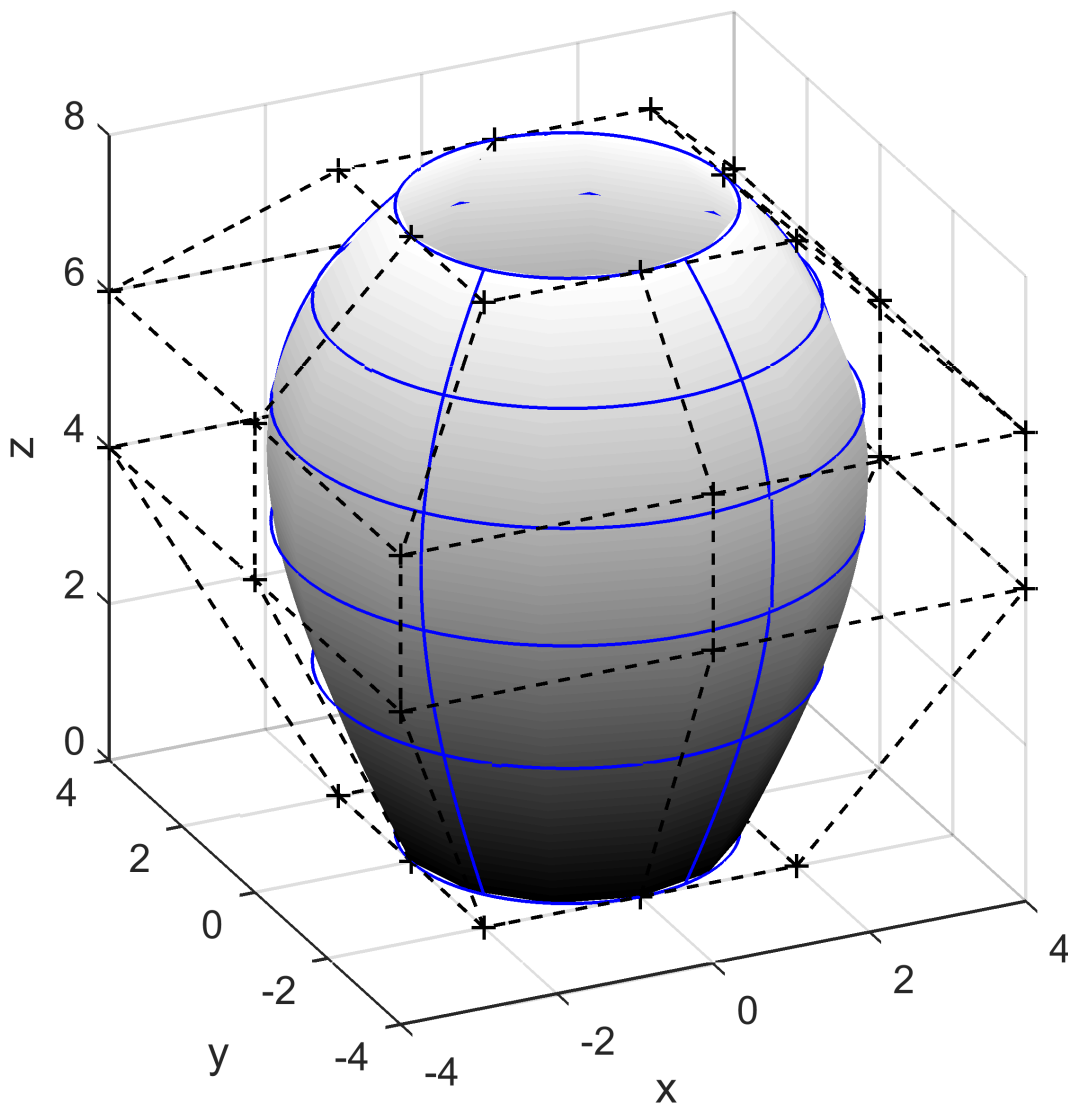


FIGURE 8.40 – Exemple de surfaces NURBS de révolution représentation des points de contrôle et de quelques courbes isoparamétriques.

Comme le cercle ne peut être représenté exactement via des courbes de Bézier, ces surfaces sont nécessairement des NURBS dont les poids sont adaptés pour garantir la symétrie de révolution [5].

8.5.4 Surface de révolution généralisée (swung surface)

Pour la généralisation de la surface de révolution, on considère une courbe donnant le profil $\vec{P}(u)$ dessinée dans le plan Oxz et une courbe trajectoire $\vec{T}(v)$ dessinée dans le plan Oxy . La surface est obtenue en réalisant un glissement de la courbe profil selon la trajectoire simultanément avec une rotation et une mise à l'échelle (figure 8.41). La relation vectorielle décrivant cette opération correspond à :

$$\vec{OS}(u, v) = (\alpha \cdot P_x(u) \cdot T_x(v), \alpha \cdot P_x(u) \cdot T_y(v), P_z(u)) \quad (8.43)$$

α est un paramètre d'échelle réel (si on veut que les deux courbes appartiennent à la surface, il faut que $\vec{P}(0) = \vec{C}(0) = (1/\alpha, 0, 0)$).

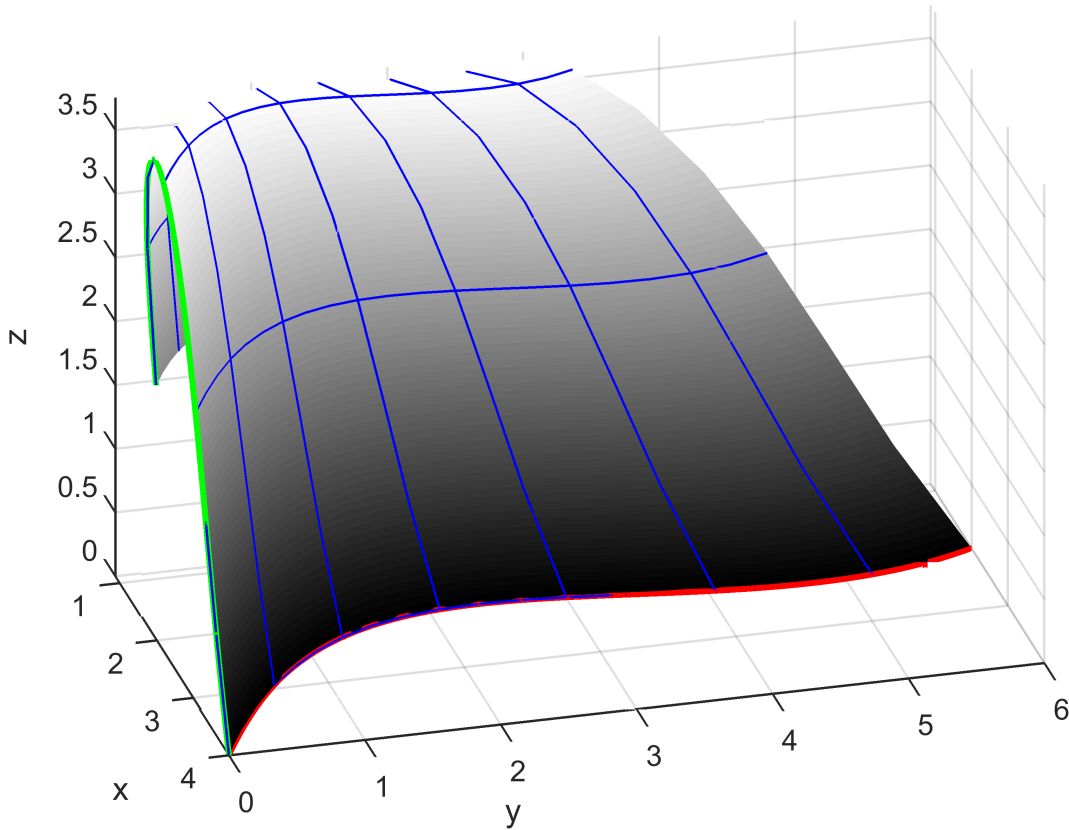


FIGURE 8.41 – Exemple de surface de révolution généralisée avec la courbe de profil (vert), la courbe de trajectoire (rouge) et un ensemble de courbes isoparamétriques.

Les courbes isoparamétriques selon u sont de même nature que la trajectoire, mais avec application d'un facteur d'échelle différent selon x et y . Les courbes isoparamétriques selon v correspondent à la courbe de contour tournant autour de l'axe Oz pour conserver le même angle par rapport à la normale à la trajectoire, assortie d'un facteur d'échelle selon les axes Ox et Oy . Comme dans le cas de la surface de révolution, une forme plus générale peut être obtenue via l'emploi de transformations homogènes.

8.5.5 Raccordement de courbes (skinned surface)

Le raccordement de courbes consiste à réaliser la fusion d'un ensemble de courbes en une surface pour laquelle l'un des réseaux de courbes isoparamétriques corresponde à ces courbes de base. La construction de ce type de surface consiste à généraliser la méthode de régression vue pour les courbes (partie 13.5.1) à la troisième dimension. Une valeur de paramètre doit être choisie pour chacune des courbes considérées (figure 8.42). Le groupe de fonction associé sous Solidworks est le lissage (figures 8.43 et 8.44).

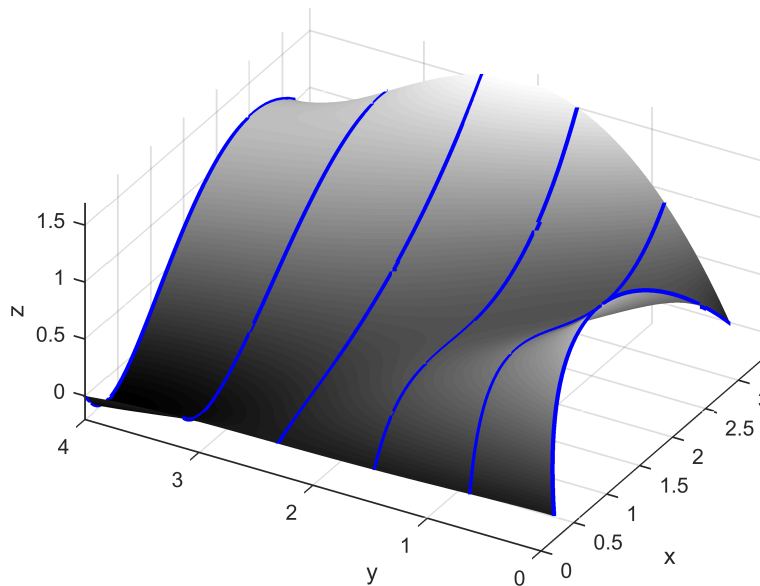


FIGURE 8.42 – Exemple de surface de raccordement.

Il est également possible d'ajouter une ou plusieurs courbes guides pour marquer l'évolution des sections dans la direction transversale.

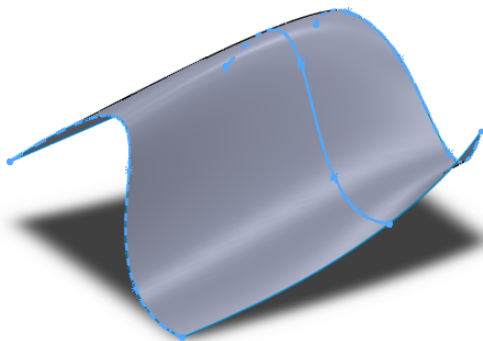


FIGURE 8.43 – Lissage entre deux courbes sous solidworks.

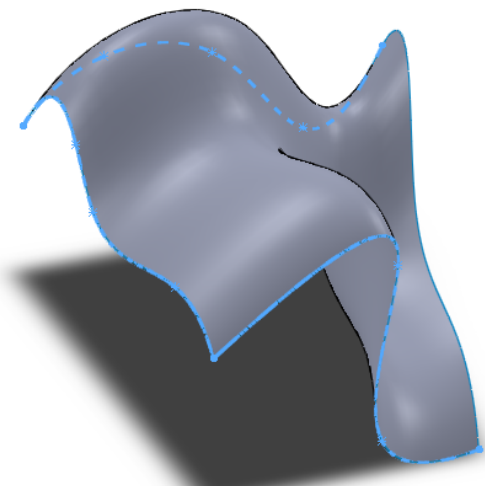


FIGURE 8.44 – Lissage avec courbe guide sous solidworks.

8.5.6 Surface balayée (swept surface)

Une surface balayée est construite sur base d'une courbe trajectoire $\vec{T}(v)$ et d'une courbe profil $\vec{C}(u)$. La surface est engendrée par la translation de la courbe profil le long de la trajectoire, éventuellement assortie d'une opération de transformation homogène dépendant de l'évolution le long de la courbe guide. La formulation mathématique est donnée par :

$$\vec{OS}(u, v) = \vec{T}(v) + M(v) \cdot \vec{C}(u) \quad (8.44)$$

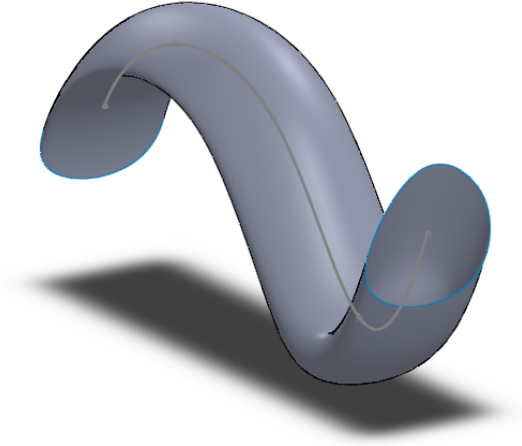


FIGURE 8.45 – Exemple de surface balayée sous solidworks.

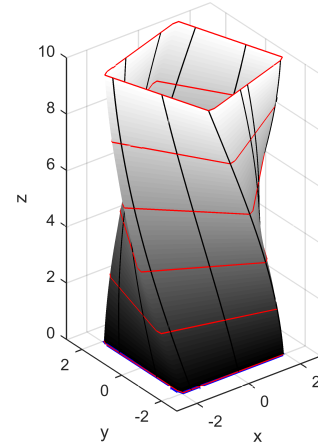


FIGURE 8.46 – Surface obtenue par balayage avec torsion.

La matrice de transformation peut impliquer par exemple une torsion de la courbe autour de son axe (figure 8.46) ou le maintient d'une orientation particulière du profil (normale au plan de définition selon l'axe de la courbe guide par exemple (figure 8.47). S'il s'agit de la matrice identité, la fonction consiste uniquement à un balayage simple de la courbe (figures 8.45 et 8.48).

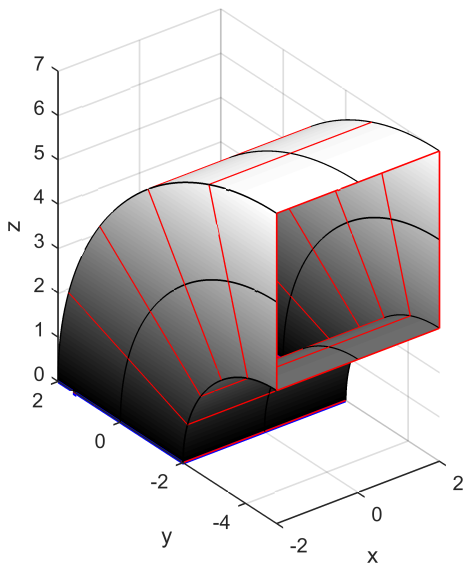


FIGURE 8.47 – Surface obtenue par balayage avec rotation de la section pour rester normale à la courbe guide.

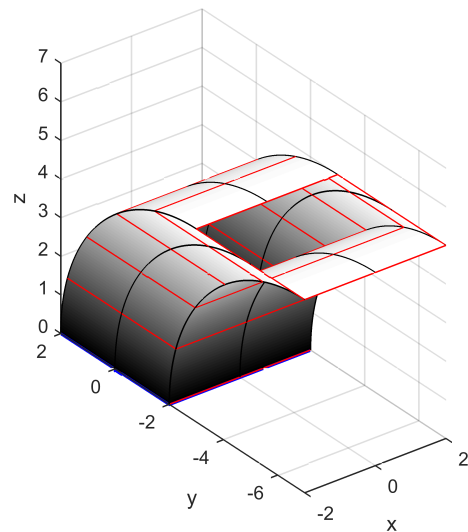


FIGURE 8.48 – Surface obtenue par balayage sans rotation de la section.

8.6 Représentation volumique

La représentation volumique en CAO fait appel à trois grandes familles de méthodes [7] employées dans les formats standard de fichiers : la représentation fil de fer, la représentation surfacique et la représentation volumique. Les principes, avantages et inconvénients des méthodes sont présentés par la suite.

8.6.1 Représentation fil de fer

Il s'agit des méthodes les plus rudimentaires pour décrire un volume. On énumère l'ensemble des arêtes et des sommets du volume dans des tables (figure 8.49). Ce type de modèle n'est quasiment plus utilisé de nos jours.

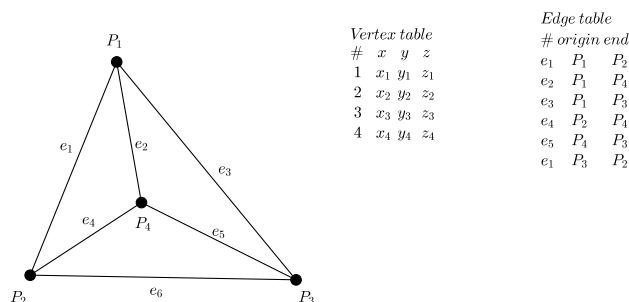


FIGURE 8.49 – Modèle filaire d'un tétraèdre accompagné des tables de sommets (vertex) et d'arêtes (edges).

8.6.2 Modèles surfaciques

Ce type de modélisation représente le volume via ses surfaces externes et possède également une information sur la position de la matière (notion d'intérieur / extérieur). Ce type de modèle est appelé *Modèle par frontières* ou B-Rep (boundary representation). Ce type de modèle est bien adapté à la visualisation, à la réalisation de calculs (de surface, de volume,...) ; il rencontre des difficultés pour la modification puisqu'il n'intègre pas, en toute généralité, l'historique des opérations ayant permis sa création.

8.6.3 Modèles volumiques

Les modèles volumiques ont pour but de représenter une description complète du volume occupé par la pièce. Deux grands types de modèles sont rencontrés selon les applications : des modèles basés sur une partition de l'espace (modèles de type 'boîte') et les modèles basés sur les arbres de création (CSG : Constructive Solid Geometry)

8.6.3.1 Modèles de partitionnement d'espace

Les modèles par partitionnement d'espace considèrent un découpage de l'espace de travail en cellules (généralement parallélépipédiques) pour lesquelles on associe une information sur la présence ou non de matière dans la cellules :

- si la cellule est entièrement remplie de matière, on passe la variable à 1 ;
- si la cellule est entièrement vide, on passe la variable à 0 ;
- si la cellule est partiellement remplie, on associe un seuil au-delà duquel on considèrera la cellule remplie (50 % par exemple).

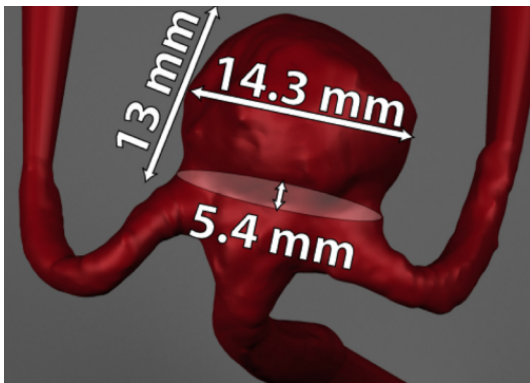


FIGURE 8.50 – Reconstitution d'un anévrisme obtenu par tomographie [8].

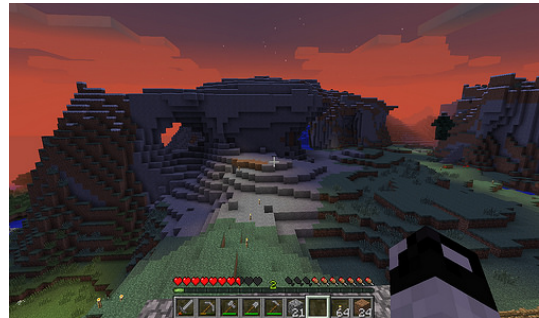


FIGURE 8.51 – Image issue du jeu 'minecraft' exploitant la décomposition en octree (© Wesley Fryer).

Dans le cas d'un découpage en cellules de même taille, la quantité d'information évolue comme une fonction cubique avec la taille des cellules, ce qui conduit à une place mémoire pouvant être déraisonnable pour une discrétisation fine de l'espace. Pour pallier partiellement à cet inconvénient, on utilise fréquemment un partitionnement évolutif sous forme d'octree :

- l'espace est découpé en huit cellules égales ;
- pour chaque cellule, on évalue la proportion occupée par de la matière :
 - si la cellule est à 100% remplie, la cellule est considérée comme pleine ;
 - si elle est à 0% remplie, on la considère comme vide ;
 - sinon, on la décompose en huit cellules égales ;
- l'algorithme est répété de manière récursive jusqu'à rencontrer une condition d'arrêt (nombre de partitionnements limite par exemple).

Ce type de modèle présente les avantages suivants :

- le calcul du volume est immédiat (il suffit de sommer le volume de chaque cellule occupée par de la matière) ;
- les opérations booléennes (intersection, union,...) entre deux volumes sont simple à gérer.

Leurs inconvénients sont toutefois nombreux :

- La consommation mémoire est très importante si on veut une représentation fine du volume ;
- Les surfaces externes du volume ne sont par nature pas continues (aspect crénelé) ;

— le calcul des propriétés de surface extérieure sont assez complexes à mettre en oeuvre. Cette représentation est fortement utilisée en reconstitution de volume à partir de techniques d'imagerie médicale (scanner, tomographie,... cf figure 8.50) mais assez peu en CAO. Le jeu vidéo Minecraft exploite nativement ce type de modélisation (figure 8.51).

8.6.3.2 Modèles par arbres de création

Ce type de représentation utilise des modèles hiérarchiques qui représentent un volume par l'intermédiaire de primitives (volumes obtenus par des opérations simples, cf partie 8.5) associées à des opérations booléennes. Ces modèles sont associés à une structure d'arbre qui reprend l'historique de la création du modèle (figures 8.52 et 8.53). Lors de la modification d'une partie du volume, l'arbre de création permet de réévaluer la nouvelle géométrie obtenue.

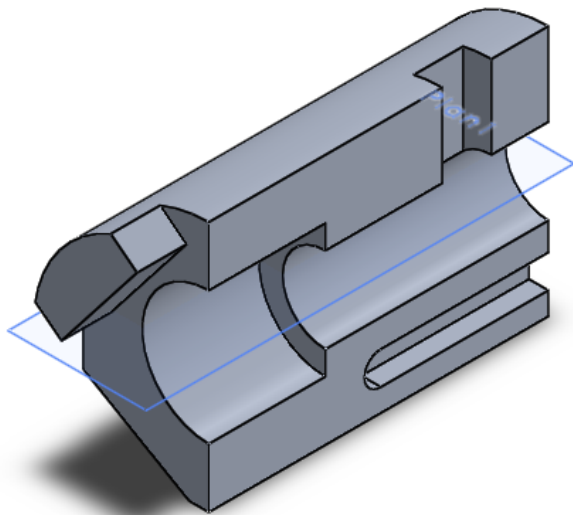


FIGURE 8.52 – Pièce dessinée sous solidworks.

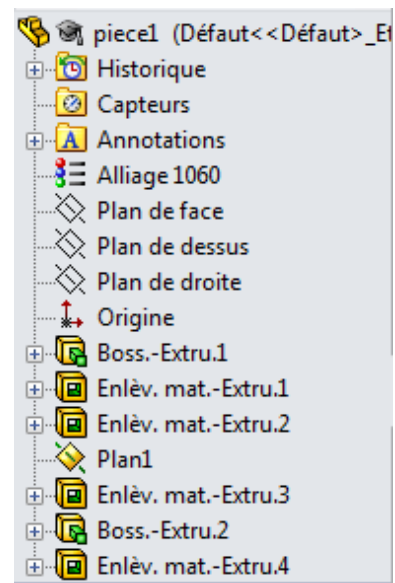


FIGURE 8.53 – Arbre de création associé.

L'avantage principal de ce type de modélisation est la grande souplesse lors de la modification d'éléments (tout l'historique de création est conservé). On peut noter que la réalisation de calculs basés sur ce type de modèles (estimation de volume, de surface, intersection,...) est beaucoup plus coûteuse en temps de calcul.

De nombreux logiciels de CAO industriels intègrent une modélisation sous forme d'arbres de création pour exploiter leur souplesse d'emploi. Toutefois, une modèle correspondant par représentation frontière (B-Rep) est quasi systématiquement utilisé pour les opérations de mesures courantes. Tant que le modèle de base n'est pas modifié, le modèle B-Rep est employé (calcul de volume, de surfaces, projections et cotation,...), ce modèle est remis à jour via l'arbre de création à chaque modification de la pièce.

8.6.4 Formats standard de fichiers

Chaque éditeur possède ses formats personnels pour la sauvegarde des pièces CAO (Solidworks passe par l'extension .SLDPRT par exemple). Il faut noter l'existence de quelques formats standard permettant l'échange d'informations entre différents logiciels :

- le formalisme STEP (STandard for the Exchange of Products) dont la définition est basée sur la norme ISO10303 qui couvre un domaine assez vaste (garantir interopérabilité tout au long de la chaîne numérique indépendamment du logiciel et du matériel employé) ;
- le formalisme IGES (Initial Graphics Exchange Specification) issu de normes américaines qui définit la surface externe de la pièce d'un point de vue mathématique pour minimiser la perte d'information.

Ces formats se limitent à des représentations B-Rep, il n'existe actuellement pas de formats standard conservant l'arbre de création. On peut noter que les logiciels de CAO incorporent maintenant également des algorithmes de reconstruction volumique pour retrouver un arbre de création associé à un fichier déterminé (fonctionnant avec un succès variable suivant la complexité de la pièce).

Un autre format particulier est fréquemment employé : le standard STL (stéréolithographie). On le rencontre de manière quasi systématique pour le transfert d'information vers des machines de fabrication, notamment les imprimantes 3D. Ce format représente l'objet sous forme de sa surface externe discrétisée en un ensemble de facettes triangulaires. La finesse de discrétisation est un paramètre à entrer lors de l'importation vers ce format (plus la discrétisation est fine, plus le volume sera fidèle, mais plus le fichier sera volumineux). Le stockage sous forme numérique de la représentation 3D se fait soit sous format ASCII, soit sous format binaire. Le fichier comporte l'en-tête *solid name* avec *name* un nom d'identification du solide. Chaque facette triangulaire est ensuite identifiée par un vecteur normal sortant et la position de ses trois sommets énumérés dans le sens positif (figure 8.54). A l'ouverture, les logiciels de CAO (figure 8.55) pratiquent une vérification du fichier (cohérence des normales, présence de défauts de maillage,...) et proposent également des outils de réparation de fichiers défectueux.

```

solid test
  facet normal  $n_x$   $n_y$   $n_z$ 
    outer loop
      vertex  $v_{1x}$   $v_{1y}$   $v_{1z}$ 
      vertex  $v_{2x}$   $v_{2y}$   $v_{2z}$ 
      vertex  $v_{3x}$   $v_{3y}$   $v_{3z}$ 
    endloop
  endfacet
  :
endsolid name

```

FIGURE 8.54 – Syntaxe d'un fichier STL.

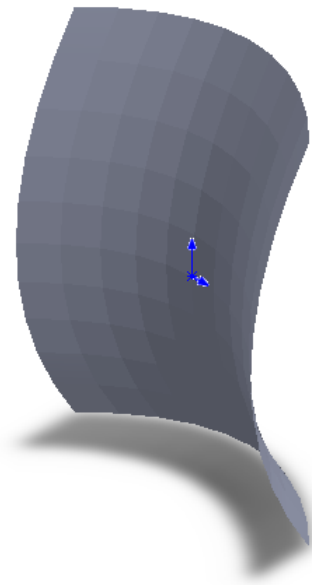


FIGURE 8.55 – Paraboloïde hyperbolique modélisé par fichier STL.

Références

- [1] E. Rivière-Lorphèvre. *Géométries et communication graphique*. Mutuelle des éditions FPMs, 2014.
- [2] J. F. Hughes, A. Van Dam, M. McGuire, D. Sklar, J. D. Foley, S. K. Feiner, and K. Akeley. *Computer Graphics Principles and Practice. Third Edition*. Addison-Wesley, 2014.
- [3] E. Catmull and R. Rom. A class of local interpolating splines. In Robert E. Barnhill Richard F. Riesenfeld, editor, *Computer Aided Geometric Design*, pages 317 – 326. Academic Press, 1974.
- [4] G. Demengel and J.P. Pouget. *Mathématiques des courbes et des surfaces : Modèles de Bézier, des B-splines et des NURBS*. Ellipse, 1998.
- [5] L. Piegl and W. Tiller. *The NURBS book 2nd edition*. Springer, 1997.
- [6] D. Eberly. Representing a circle or a sphere with NURBS. Technical report, Geometric Tools, LLC, 2015.
- [7] Y. Gardan. CAO : modélisation géométrique. *Techniques de l'ingénieur*, H3750 :1–12, 2002.
- [8] B. N. Roszelleand, P. Nair, L. F. Gonzalez, M. H. Babiker, J. Ryan, and D. Frakes. Comparison among different high porosity stent configurations : Hemodynamic effects of treatment in a large cerebral aneurysm. *Journal of Biomechanical Engineering*, 136 :021013–1–9, 2014.

Deuxième partie

Métrologie dimensionnelle

Chapitre 9

Introduction à la métrologie dimensionnelle

Every line is the perfect length if you don't measure it.

- M. Rubin, *The boiled frog syndrome*

9.1 Introduction

La métrologie dimensionnelle reprend l'ensemble des techniques s'attachant à la vérification des spécifications GPS sur un produit (Tolérances dimensionnelles, géométriques et d'état de surface). Pour l'entreprise, la détection des défauts, la diminution des rebuts, le perfectionnement des procédés de fabrication nécessitent une amélioration constante des méthodes de mesure et de contrôle.

Les normes ISO 9001 [1] et 9002 [2] formulent un ensemble d'exigences relatives à la maîtrise des équipements de contrôle, de mesure et d'essais. Il est donc important qu'une structure bien adaptée aux besoins de l'entreprise et bien organisée soit en place à tous les niveaux de la chaîne de mesure.

L'analyse de ces exigences conduit les entreprises à entreprendre les actions suivantes :

- identifier puis analyser les besoins internes en matière de vérification ;
- désigner les responsabilités ;
- définir des étalons de référence et assurer la traçabilité aux étalons nationaux ;
- établir des procédures d'étalonnage ;
- vérifier l'adéquation incertitude de mesure et spécification ;
- mettre en place un environnement convenable ;
- assurer la formation du personnel ;
- mettre en place des vérifications et des étalonnages périodiques des instruments de mesure,

Le département qualité a donc un rôle central dans de nombreuses fonctions relatives à la production.

9.2 Vocabulaire de la mesure

La terminologie employée en métrologie a été standardisée, ce paragraphe reprend une partie des termes utiles à la compréhension de la suite du cours. Le lecteur peut se référer au glossaire édité par le bureau international des poids et mesures [3] pour l'ensemble des définitions.

9.2.1 Grandeur et unité

- Grandeur : propriété d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance, que l'on peut exprimer quantitativement sous forme d'un nombre et d'une référence.
- Unité (de mesure) : grandeur scalaire réelle, définie et adoptée par convention, à laquelle on peut comparer toute autre grandeur de même nature pour exprimer le rapport des deux grandeurs sous la forme d'un nombre.

9.2.2 Mesurages

- Mesurage : processus consistant à obtenir expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.
- Mesurande : grandeur que l'on veut mesurer.
- Grandeur d'influence : grandeur qui, lors d'un mesurage direct, n'a pas d'effet sur la grandeur effectivement mesurée, mais a un effet sur la relation entre l'indication et le résultat de mesure.

9.2.3 Etalons

- Etalon : réalisation de la définition d'une grandeur donnée, avec une valeur déterminée et une incertitude de mesure associée, utilisée comme référence.
- Etalonnage : opération qui, dans des conditions spécifiées, établit en une première étape une relation entre les valeurs et les incertitudes de mesure associées qui sont fournies par des étalons et les indications correspondantes avec les incertitudes associées, puis utilise en une seconde étape cette information pour établir une relation permettant d'obtenir un résultat de mesure à partir d'une indication.
- Traçabilité métrologique : propriété d'un résultat de mesure selon laquelle ce résultat peut être relié à une référence par l'intermédiaire d'une chaîne ininterrompue et documentée d'étalonnages dont chacun contribue à l'incertitude de mesure.

9.2.4 Caractéristiques des instruments de mesure

Parler simplement de « précision » pour un appareil de mesure n'a pas de sens normalisé. Il existe en réalité plusieurs caractéristiques liées à la qualité de l'appareil de mesure qui peuvent être vérifiées et attestées individuellement.

- Incertitude de mesure : paramètre non négatif qui caractérise la dispersion des valeurs attribuées à un mesurande, à partir des informations utilisées.
- Fidélité de mesure : étroitesse de l'accord entre les indications ou les valeurs mesurées obtenues par des mesurages répétés du même objet ou d'objets similaires dans des conditions spécifiées (caractérise l'erreur aléatoire).
- Justesse de mesure : étroitesse de l'accord entre la moyenne d'un nombre infini de valeurs mesurées répétées et une valeur de référence (caractérise l'erreur systématique).

- Répétabilité : étroitesse de l'accord entre les résultats de mesurages successifs (fidélité d'un appareil).
- Reproductibilité : étroitesse de l'accord entre les résultats de mesurages non-successifs.
- Hystérésis : propriété d'un instrument de mesure dont la réponse à un signal d'entrée donné dépend de la séquence des signaux d'entrées précédents.

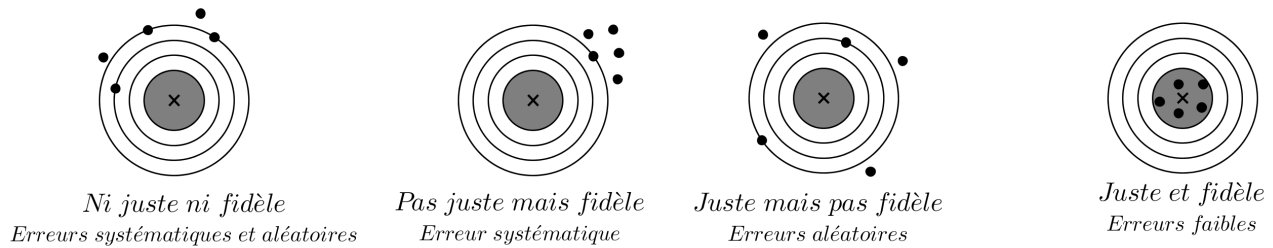


FIGURE 9.1 – Caractérisation d'un instrument de mesure ou d'une procédure.

L'erreur de justesse est la différence entre la valeur de la moyenne arithmétique d'un grand nombre de résultats de mesure et la valeur vraie du mesurande. L'erreur de justesse est une erreur systématique due par exemple aux défauts de l'étalonnage de l'instrument.

Les causes des erreurs de fidélité sont multiples et seront discutées au chapitre 10.

L'erreur d'hystérésis traduit l'histoire de l'instrument. Soumis à la même grandeur, l'instrument ne reprend pas le même état suivant que l'on procède par valeurs croissantes ou décroissantes, vite ou lentement, après un court ou un long temps d'arrêt à une autre valeur. L'erreur d'hystérésis est due à l'irréversibilité des phénomènes mis en jeu dans l'instrument. un exemple classique de sources d'hystérésis est la présence de jeux dans les mécanismes.

9.3 Types de métrologie

On peut définir trois types de métrologie : la métrologie en l'air, la métrologie traditionnelle au marbre et une métrologie basée sur des machines spéciales dont la métrologie dimensionnelle fait partie.

- La métrologie en l'air utilise des instruments à main sans support ni référence de longueur (pied à coulisse, jauge de profondeur à coulisseau, micromètre à vis, calibres lisses, tampon fileté,...).
- La métrologie au marbre utilise comme référence la surface plane et horizontale d'un marbre réalisé en fonte stabilisée, en granit ou en diabase. Elle consiste généralement en un mesurage unidirectionnel au moyen de comparateurs, colonnes de mesure, palpeurs et d'éléments de comparaison (cales étalons par exemple). Pour que la mesure ait un sens, il est indispensable de procéder à une orientation (ou dégauchissage) de la pièce par rapport à la direction de mesure. Pour une pièce mécanique, le contrôle doit s'effectuer au moins suivant 3 directions, ce qui nécessite plusieurs mises en position de la pièce et du matériel de mesure.
- la métrologie tridimensionnelle sur machine à mesurer tridimensionnelle permet le mesurage dans au moins trois directions sans manipulation de la pièce. Une MMT possède 3 axes de déplacement perpendiculaires et un palpeur permettant de détecter le point de contact avec une surface de la pièce à contrôler. L'opérateur associe à chaque ensemble de points un type de surface (plan, cylindre,...) et le calculateur détermine la surface théorique moyenne passant au mieux par l'ensemble des points.

9.4 Notion de capabilité

Le concept de capabilité est initialement lié aux moyens de production. Il permet de définir si l'ensemble des résultats obtenus pour une caractéristique est inclus dans les tolérances spécifiées, et ce pour toutes les pièces produites. Il s'applique à une caractéristique pour une pièce donnée et un procédé d'élaboration donné ou un paramètre du procédé [4].

La capabilité est définie par l'intermédiaire d'index qui permettent d'exprimer si le processus, compte tenu de sa variabilité peut respecter les exigences en terme de qualité :

- le procédé de fabrication permet-il de produire des pièces contenues dans un intervalle de tolérance donné ?
- l'appareil ou le processus de mesure permet-il de déterminer si une cote est conforme ou non par rapport à un intervalle de tolérance ?

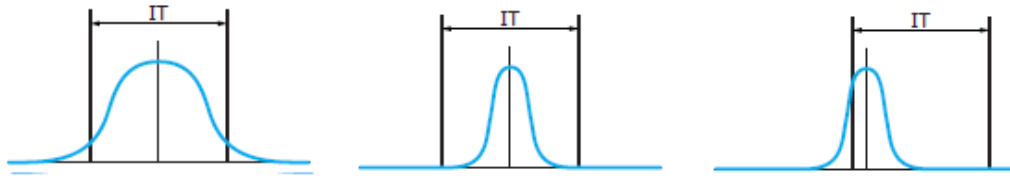


FIGURE 9.2 – Si la courbe en bleu représente la distribution des cotes produites, on a à droite un procédé non capable ; au centre un procédé capable et à droite un procédé capable moyennant réglage[4].

L'évaluation des indicateurs considère (sauf information contraire) que les distributions de résultats suivent des lois normales. On considère un procédé capable si on a \pm trois écarts types dans l'intervalle de tolérance. L'indicateur (lié à la dispersion) est noté C_p (ou C_m ou C_{ap} selon les sources) et se calcule selon :

$$C_p = \frac{IT}{6\sigma} \approx \frac{IT}{6s} \quad (9.1)$$

Si la distribution n'est pas normale, l'indicateur est appelé « capabilité potentielle » et se calcule également selon :

$$IC = \frac{IT}{6\sigma} \quad (9.2)$$

Un procédé est dit « juste capable » si on a $C_p = 1$. De manière générale, on considère :

- que la capacité est très mauvaise pour si $C_p \leq 0,67$;
- que la capacité est mauvaise si $0,67 < C_p \leq 1$;
- que la capacité est très moyenne si $1 < C_p \leq 1,33$;
- que la capacité est moyenne si $1,33 < C_p \leq 1,67$;
- que la capacité est bonne si $1,67 < C_p \leq 2$;
- que la capacité est excellente si $C_p > 2$;

Sur des petites séries, on considère généralement un seuil de capabilité de 1,33 [4]. Le tableau 9.1 donne le taux de rejet (nombre de pièces mauvaises par million produites) pour différente valeurs de la capabilité.

Le non respect des exigences de qualité peut provenir soit d'une trop grande dispersion, soit d'un décentrage par rapport à l'objectif. L'indicateur C_{pk} permet d'évaluer le décentrage de la dispersion autour de la moyenne. On le calcule selon :

$$C_{pk} = \min \left[\frac{T_s - \bar{X}}{3\sigma}, \frac{\bar{X} - T_i}{3\sigma} \right] \approx \min \left[\frac{T_s - \bar{X}}{3s}, \frac{\bar{X} - T_i}{3s} \right] \quad (9.3)$$

Cp	rejet (ppm)
0,67	44431
1	2700
1,33	66
1,67	0,5
2	< 0,01

TABLE 9.1 – Taux de rejet en fonction de la capacité.

T_s et T_i étant les limites supérieures et inférieures de l'intervalle de tolérance. Dans un cas idéal, $C_p = C_{pk}$. Un écart important entre les deux valeurs indique la nécessité d'un réglage au niveau du moyen de production.

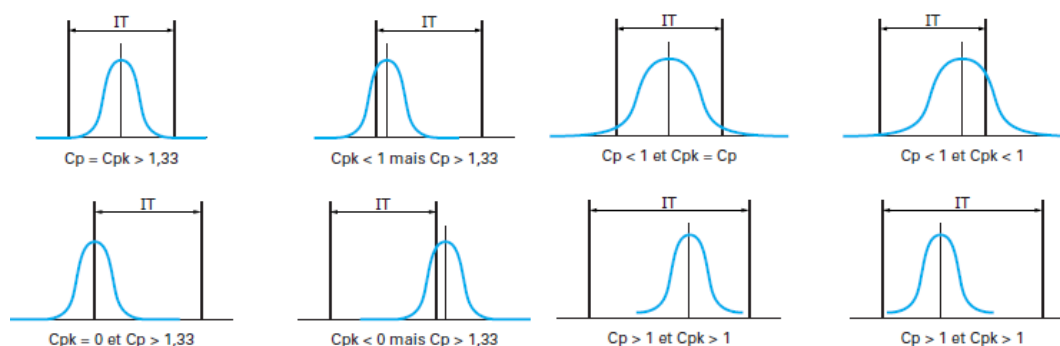


FIGURE 9.3 – Illustration de différents cas de figures possibles de combinaison entre C_p et C_{pk} [4].

Plus de détails sur l'utilisation de la notion de capacité est donnée dans la référence [5] au chapitre 11.

Références

- [1] ISO 9001 :2015. systèmes de management de la qualité – exigences.
- [2] ISO/TS 9002 :2016. systèmes de management de la qualité – lignes directrices pour l'application de l'ISO 9001 :2015.
- [3] JCGM, editor. *Vocabulaire international de métrologie - concepts fondamentaux et généraux et termes associés*. Bureau international des poids et mesures, 2012.
- [4] F. Desnoyer and R. Vincent. Mémento sur la notion de capacité. *Techniques de l'Ingenieur*, ag1775 :1–11, 2004.
- [5] B. Anselmetti. *Tolérancement (volume 5) : métrologie avec les normes ISO*. Hermès Lavoisier, 2003.

Chapitre 10

Incertitude de mesure

Il n'est pas certain que tout soit incertain.

- B. Pascal, *Pensées*

10.1 Introduction

Lors de la réalisation d'une mesure, on ne peut se contenter d'annoncer le résultat sans donner un étendue dans laquelle on estime raisonnable que la valeur vraie se situe. Cette dispersion est appelée incertitude de mesure.

Historiquement on rattachait l'incertitude de mesure aux limites maximales de variation que pouvait présenter le résultat par rapport à la valeur réelle. On faisait pour cela appel au calcul d'erreur. Cette notion assez restrictive a été progressivement étendue pour tenir compte de la probabilité des erreurs commises pour évoluer vers la notion d'incertitude de mesure.

L'incertitude de mesure est définie comme l'étendue estimée des valeurs dans laquelle se situe la valeur vraie de la grandeur mesurée. Elle caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient être raisonnablement attribuées au mesurande.

Toute indication de résultat de mesurage doit donc être accompagnée de l'incertitude de mesurage.

Cette incertitude est la résultante de :

- facteurs intrinsèques aux instruments utilisés ;
- facteurs intrinsèques aux méthodes utilisées ;
- facteurs d'influence extérieurs.

Son estimation nécessite une analyse approfondie du processus de mesure.

10.2 Décision de conformité

L'objectif du métrologue est de déclarer la conformité ou la non-conformité du produit fabriqué avant de le livrer au client. Outre un intervalle de mesure à respecter et la valeur du résultat de mesure, des critères objectifs sont nécessaires pour déclarer cette conformité.

Tout résultat de mesure étant entaché d'une certaine incertitude, émettre un jugement définitif sur une pièce représente donc un risque qu'il faut gérer. Soit IT l'intervalle de tolérance, i l'incertitude de mesure, d_{nom} la dimension nominale et d_i la dimension mesurée. La zone de tolérance (dans l'hypothèse d'un intervalle centré) a pour étendue $d_{nom} \pm IT/2$ alors que l'intervalle d'incertitude a pour étendue $d_i \pm i$. Une mesure sera jugée conforme si l'ensemble de l'intervalle d'incertitude est inclus dans l'intervalle de tolérance, elle sera jugée non conforme si l'ensemble de l'intervalle d'incertitude est extérieur à l'intervalle de tolérance. Dans le cas où il y a un recouvrement partiel, il y a un risque soit d'accepter une pièce hors tolérance (risque fonctionnel) ou de refuser une pièce conforme (risque économique).

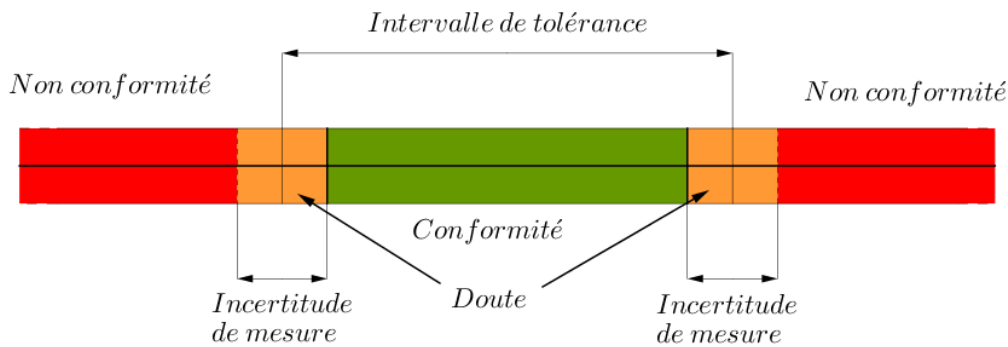


FIGURE 10.1 – Tolérance, incertitude et décision de conformité.

En l'absence d'accord préalable entre les parties, la norme ISO 14253-1 [1] a une approche très conservatrice qui consiste à déclarer non conforme toute pièce ayant une cote mesurée dans cette zone 'grise'.

De manière plus raisonnable, un dialogue doit s'établir entre les intervenants pour aboutir à une résolution du conflit :

- envisager de relâcher l'intervalle de tolérances si c'est acceptable d'un point de vue fonctionnel ;
- demander une mesure avec une méthode plus précise pour réduire l'intervalle d'incertitude ;
- effectuer une mise à la cote de la pièce si cela est possible.

Il est clair que plus l'incertitude de la mesure sera importante en comparaison de l'intervalle de tolérance, plus le risque d'obtenir un cas de figure où la décision n'est pas claire augmente. Pour cette raison, il est généralement recommandé [2] d'employer une procédure de mesure donnant une incertitude maximale de l'ordre de :

$$\begin{aligned} i_{max} &= IT/8 \text{ si la classe de qualité ISO} > 5 \\ i_{max} &= IT/4 \text{ si la classe de qualité ISO} \leq 4 \end{aligned}$$

Une nouvelle approche consiste à prévoir (via la fonction de probabilité décrivant la tolérance et le moyen de mesure ou à l'aide de simulation) la valeur des risques liés au processus :

- le risque client qui est le risque qu'une pièce hors tolérance soit considérée comme conforme ;
- le risque fournisseur qui est le risque qu'une pièce conforme soit rejetée par le contrôle métrologique.

Il est dès lors possible d'estimer la valeur de l'incertitude nécessaire pour atteindre un niveau de risque acceptable par les deux parties.

10.3 Types d'erreurs à prendre en compte

Le résultat annoncé est une valeur mesurée (M) associée à un intervalle dans lequel on estime raisonnablement que la valeur vraie (V) se trouvera (intervalle d'incertitude). En pratique, lors d'une mesure, on peut commettre deux types d'erreurs : une erreur aléatoire E dont l'effet est non prévisible et une erreur systématique D dont l'effet est prévisible. On aura donc :

$$M = V + D + E \quad (10.1)$$

L'objectif de l'analyse du procédé de mesure est d'annuler le terme d'erreur systématique (en adaptant la procédure de mesure ou en corrigeant les termes pouvant être estimés) et de minimiser l'impact de l'erreur aléatoire (par répétition de mesures).

Le résultat final annoncé doit inclure la confiance qui est donnée à la mesure. On annonce par exemple pour une mesure de longueur :

$$L = 102,35 \pm 0,15 \text{ (à 95 \%)} \quad (10.2)$$

ce qui signifie qu'il y a une probabilité de 95 % que la quantité mesurée soit dans l'intervalle allant de 102,2 mm à 102,5 mm. Il faut noter que l'incertitude est arrondie à un ou deux chiffres significatifs et que le résultat est annoncé en arrondissant au même nombre de décimales que l'incertitude.

10.3.1 Erreur systématique

Les conditions normales de mesure standardisées sont :

- une température 20°C ;
- une pression atmosphérique de 101 325 Pa ;
- une pression partielle de vapeur d'eau de 1333 Pa (ce qui correspond à une humidité relative d'environ 55%).

Lorsque les conditions de mesure s'écartent des conditions normales, la moyenne des mesures effectuées s'écarte significativement de la valeur vraie. Cet écart est appelé erreur systématique. Il faut effectuer les corrections nécessaires pour compenser son effet. D'autres sources peuvent conduire à une erreur systématique comme un mauvais étalonnage de l'appareil de mesure, les déformations produites par la force appliquant l'appareil de mesure sur la pièce ou la déformation élastique due à la pesantur.

10.3.1.1 Effet de la température

Dans la mesure du possible, un laboratoire de métrologie doit être climatisé pour permettre de garantir une régulation de la température autour de 20°C quelles que soient les conditions atmosphériques. Lors des mesurages, il faut tenir compte de la température de chacun des éléments mis en présence (pièce à mesurer, appareil de mesure, éventuel étalon,...). On préconise de placer tous les éléments dans la salle de mesure suffisamment longtemps avant la mesure pour garantir la stabilisation thermique.

L'estimation de l'erreur systématique se base généralement sur la dilatation différentielle. Pour rappel, si une pièce de longueur L_0 est soumise à une différence de température ΔT , l'allongement ΔL se calcule selon :

$$\Delta L = \lambda \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad (10.3)$$

λ est le coefficient de dilatation thermique (unité : K^{-1}). Un gradient de température peut également provoquer des déformations en bilame. Le phénomène se marque d'autant plus que le matériau conduit mal la chaleur, que son rapport volume/surface d'échange est grand.

L'impact de ces deux phénomènes est loin d'être négligeable comme le montrent les deux exemples suivants :

- Si on mesure à 25°C une pièce en magnésium ($\lambda = 26 \cdot 10^{-6} K^{-1}$) par rapport à un étalon en carbure de tungstène ($\lambda = 7 \cdot 10^{-6} K^{-1}$), on commet une erreur de 9,5 μm pour une pièce de 100 mm.
- S'il existe un gradient de température de 1°C entre les faces supérieures et inférieures d'un marbre en granit de 1000 x 630 x 250 mm, on observe une flèche de 3 μm .

10.3.2 Erreur aléatoire

L'erreur aléatoire résulte d'un effet hasardeux et non prévisible ou de la fluctuation d'une grandeur d'influence non prise en compte (variation de température, champ magnétique perturbateur). Ces erreurs présentent une moyenne nulle, la répétition des mesures permet de la réduire en prenant comme résultat de mesure M_e la moyenne expérimentale :

$$M_e = \frac{\sum_{i=1}^n M_{e,i}}{n} \quad (10.4)$$

$$M_e \approx V + D \quad (10.5)$$

Statistiquement parlant, le nombre de répétitions souhaitable est de l'ordre de plusieurs dizaines alors qu'à cause de considérations pratiques (coût, temps,...) on se contente généralement d'un nombre plus faible de mesures.

10.3.2.1 Fonctions de répartition

Afin de pouvoir exploiter au mieux les résultats de mesure, il est intéressant de pouvoir associer une fonction de répartition statistique aux erreurs aléatoires. Il existe plusieurs distributions typiques d'erreur pouvant être rencontrées en pratique.

10.3.2.1.1 Loi normale La plus courante (souvent choisie par défaut) est la loi normale dont la fonction de probabilité est donnée par :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (10.6)$$

Elle est caractérisée par une moyenne μ et un écart type σ . Dans une loi normale, 68 % de la distribution est comprise entre $-\sigma$ et $+\sigma$, 95 % entre -2σ et $+2\sigma$ et 99 % entre -3σ et $+3\sigma$. Si on présuppose que la distribution de l'incertitude est normale, on peut donc annoncer non par la probabilité mais le coefficient d'élargissement. Les formulations suivantes sont possibles pour la même mesure :

$$134,6 \pm 0,1 \quad (\text{à } 95 \%) \quad \text{ou } (k = 2) \quad (10.7)$$

$$134,6 \pm 0,15 \quad (\text{à } 99 \%) \quad \text{ou } (k = 3) \quad (10.8)$$

10.3.2.1.2 Loi de Student Il faut noter que des erreurs aléatoires bidirectionnelles se combinant tendent vers une distribution normale (théorème central limite). Par exemple, 4 mesures avec une erreur U peuvent se combiner en :

- 4 erreurs dans le même sens $\epsilon_A = \pm 4U$;
- 3 erreurs dans le même sens et une dans l'autre $\epsilon_A = \pm 2U$;
- 2 erreurs dans chaque sens $\epsilon_A = 0$.

Plus le nombre d'essais augmente, plus la fonction de répartition tend vers une loi normale. En pratique, on considère qu'à partir de trente mesures, on converge vers une loi normale. La figure 10.2 illustre par exemple la superposition de la fonction de répartition normale avec la combinaison de dix tirages aléatoires.

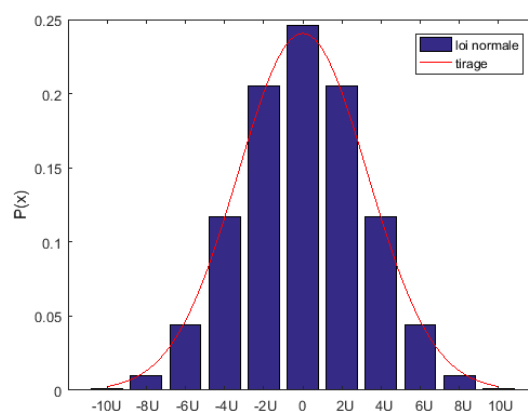


FIGURE 10.2 – Combinaison d'incertitudes élémentaires.

Si on a un nombre de répétitions plus faible, la loi est une loi de Student, le nombre d'écarts types nécessaires à obtenir un niveau de confiance donné est repris en table 10.1.

Nombre de degrés de liberté	Niveau de confiance					
	68,27	90	95	95,45	99	99,73
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,78
2	1,32	2,92	4,3	4,53	9,92	19,21
3	1,2	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,6	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,9
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,5	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,8	2,2	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,2	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,9	3,51
18	1,03	1,73	2,1	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,7	2,04	2,09	2,75	3,27
inf	1	1,65	1,96	2	2,58	3

TABLE 10.1 – Loi de Student.

10.3.2.1.3 Loi uniforme La loi uniforme a une fonction de densité qui est constante sur un intervalle donné. Sa fonction de répartition est la suivante :

$$f(x) = \begin{cases} 1/d & \text{si } \mu - d/2 \leq x \leq \mu + d/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (10.9)$$

avec μ la moyenne et d l'amplitude.

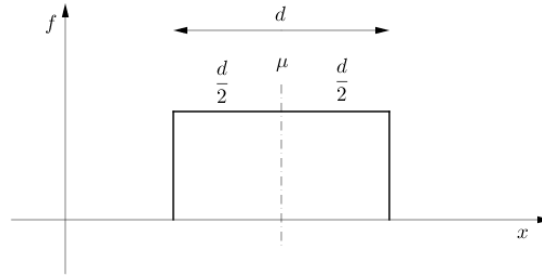


FIGURE 10.3 – Fonction de répartition d'une loi uniforme.

On peut calculer l'écart type d'une telle distribution qui vaut :

$$\sigma = \frac{d}{\sqrt{12}} \quad (10.10)$$

La loi uniforme est employée notamment pour l'estimation de l'incertitude d'instruments à affichage digital. En effet, si un pied à coulisse numérique affiche une valeur de 122,12 mm, la valeur peut être indifféremment dans l'intervalle $[122,115 \text{ } 122,125[$.

10.3.2.1.4 loi en inverse d'arcsinus Cette loi est utilisée en métrologie en particulier pour calculer l'incertitude sur des grandeurs oscillant autour d'une valeur. C'est par exemple typiquement le cas de la température dans un bain thermostaté qui va osciller autour de sa température de consigne ou dans une pièce climatisée. Si une grandeur oscille de manière périodique autour d'une valeur moyenne selon une loi de type

$$x(t) = \mu + d \sin t \quad (10.11)$$

On peut démontrer que la densité de probabilité associée est

$$f(x) = \frac{1}{\pi \cdot d} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x-\mu}{d}\right)^2}} \text{ avec } \mu - d < x < \mu + d \quad (10.12)$$

avec μ la moyenne. On peut démontrer que l'écart type d'une telle distribution est égal à :

$$\sigma = \frac{d}{\sqrt{2}} \quad (10.13)$$

10.4 Processus de mesure

L'instrument de mesure est un maillon d'un procédé de mesure constitué par :

- un principe de mesure ;
- un méthode de mesure ;
- un mode opératoire ;
- un instrumentation ;
- des étalons ;
- un environnement (température, pression, humidité, vibrations, environnement électromagnétique,...).

Il s'agit de se préoccuper de chaque maillon pour assurer la qualité du résultat de mesure.

Il est donc primordial de connaître et de documenter le processus de mesurage (procédure de mesure, inventaire des grandeurs d'influence,...). Les sources d'incertitudes sont multiples, leur inventaire peut être assez délicat. En pratique, on utilise la règle des 5 M pour les regrouper en catégories

- Matière : toute les matière employées dans le processus de mesure (air comprimé, huile,...) ;
- Main d'oeuvre : qualification de l'opérateur, respect des procédures ;
- Machine : qualification du matériel employé pour les mesures et réglage adapté ;
- Méthode : mode opératoire supprimant les erreurs systématiques et réduisant les erreurs aléatoires.
- Milieu : conditions ambiantes pour la mesure (température, pression, ...).

10.5 Estimation de l'incertitude composée

Comme les sources d'incertitude sont multiples, il est nécessaire de le regrouper pour estimer l'incertitude résultante sur le mesurande (incertitude composée). Des règles de bonnes pratiques ont été normalisées dans le Guide to the expression of Uncertainty in Measurement [3] (GUM, dédiée aux métrologues adeptes de l'étalonnage) et dans les norme ISO 5725 [4, 5, 6, 7, 8, 9]. Les méthodes sont voisines et le GUM a été utilisé à la place des norme ISO 5725 lorsque celles-ci n'explicitaient pas totalement la détermination de telle ou telle incertitude.

10.5.1 Principe de base

Une fois listées toutes les grandeurs perturbatrices, il faut déterminer l'influence de chacune sur la mesure. Il faut s'arranger pour écrire un modèle mathématique reflétant le mesurage :

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (10.14)$$

avec Y le résultat de mesure et x_1, x_2, \dots, x_n les grandeurs d'influence. La valeur annoncée sera espérance mathématique de la variable aléatoire « résultat de mesure », l'incertitude-type u_x est l'estimateur de l'écart-type σ de la variable mesurée. L'intervalle d'incertitude annoncé sera généralement choisi pour englober une proportion donnée des résultats (généralement 95 %). On utilisera donc l'incertitude élargie $U = k \cdot u_x$ obtenue en multipliant l'incertitude type par un coefficient d'élargissement k . La valeur du coefficient d'élargissement dépend de la loi de probabilité associée à la valeur mesurée (si la loi est normale, $k=2$ correspond à un intervalle de confiance de 95 %). Le résultat de mesure s'exprime de la façon suivante :

$$\text{Résultat} = \text{valeur annoncée} \pm U (\text{à } 95\%) \quad (10.15)$$

10.5.2 Propagation de l'incertitude

Le doute sur chacune des grandeurs d'entrée va se propager et engendrer un doute sur le résultat final. La loi de propagation des incertitudes est la suivante :

$$u^2(c) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot \rho(x_i, x_j) \quad (10.16)$$

Les termes $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ sont les facteurs d'influence (ou sensibilité), les termes $\rho(x_i, x_j)$ les covariances. Les termes covariances sont nuls si les x_i ne sont pas corrélés entre eux, c'est l'hypothèse qui est généralement pratiquée :

$$u^2(c) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \cdot u^2(x_i) \quad (10.17)$$

On déduit donc les règles suivantes pour les cas simples :

$$Y = x_1 + x_2 \rightarrow u^2(c) = u_1^2 + u_2^2 \quad (10.18)$$

$$Y = x_1 - x_2 \rightarrow u^2(c) = u_1^2 + u_2^2 \quad (10.19)$$

$$Y = k \cdot x_1 \rightarrow u^2(c) = k^2 \cdot u_1^2 \quad (10.20)$$

$$Y = x_1 \cdot x_2 \rightarrow u^2(c) = x_2^2 \cdot u_1^2 + x_1^2 \cdot u_2^2 \quad (10.21)$$

$$Y = \frac{x_1}{x_2} \rightarrow u^2(c) = \frac{u_1^2 \cdot x_2^2 + u_2^2 \cdot x_1^2}{x_2^4} \quad (10.22)$$

$$(10.23)$$

Un cas fréquemment rencontré en pratique est lors de la simple addition de valeurs, dans ce cas de figure, l'incertitude composée est obtenus simplement par :

$$u^2(c) = \sum_{i=1}^n u^2(x_i) \quad (10.24)$$

10.5.3 Estimation des incertitudes élémentaires

Il existe deux modes d'estimation des incertitudes élémentaires :

- évaluation de type A : via une analyse statistique de séries de mesures, l'incertitude est calculée sur un ensemble de valeurs issues de cette population.
- évaluation de type B : évaluation par tout autre moyen de l'effet sur l'incertitude finale des différentes sources d'incertitude (cas de la mesure unique) :
 - via le résultat de mesures antérieures ;
 - via les spécifications données par la fabricant de l'instrument ;
 - via les données du certificat d'étalonnage.

10.5.3.1 Evaluation de type A

Pour rappel, la moyenne d'une valeur aléatoire (\bar{x}_R) est approximée par son espérance mathématique (\bar{x}). On a les relations suivantes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \bar{x}_R \quad (10.25)$$

L'écart type d'une série est calculée selon :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_R)^2} \quad (10.26)$$

qui n'est pas calculable en pratique car \bar{x}_R est inconnu. Un estimateur non biaisé de cet écart type est l'écart type expérimental s qui se calcule selon :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_R)^2} \quad (10.27)$$

L'incertitude sur une série de mesure est l'incertitude liée à la moyenne de cette série. On la calcule en divisant l'écart type expérimental par la racine carrée du nombre de mesures effectuées.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (10.28)$$

10.5.4 Exemple

Un métrologue mesure une pièce d'une longueur L (75 mm environ) à l'aide d'un pied à coulisse digital étalonné. Le certificat d'étalonnage de l'instrument définit l'erreur de justesse de celui-ci par son incertitude élargie $U = 0,012$ mm avec un coefficient d'élargissement $k = 2$.

L'affichage numérique du pied à coulisse est caractérisé par une incertitude de résolution qui est de $1/100$ mm.

Une série de 15 mesures est réalisée par le métrologue (table 10.2).

Mesure	Résultat	Mesure	Résultat	Mesure	Résultat
1	74,98	6	74,99	11	75
2	74,99	7	75	12	75,02
3	75,01	8	75,01	13	75,01
4	75,01	9	74,98	14	75
5	75,01	10	75	15	75,01

TABLE 10.2 – Mesures de l'exemple.

Les mesures sont réalisées dans un local où la température est de 21°C à $\pm 1^\circ\text{C}$ (loi dérivée arcsinus). Sachant que le coefficient de dilatation du matériau est de $11,5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$, l'incertitude liée aux variations de température du milieu ambiant sur la dilatation thermique de l'instrument est considérée comme négligeable. On considère également que les causes d'erreur liées à la main-d'oeuvre négligeable. On demande de calculer la valeur annoncée (en faisant l'hypothèse d'une distribution normale du résultat) et l'incertitude associée liées à cette mesure.

10.5.4.1 Valeur annoncée

La moyenne des mesures vaut 75,01333 mm. Les conditions de mesure s'écartent des conditions standard (température de référence de 20 °), il faut donc calculer une correction sur ce terme. La valeur vraie est donc calculée selon :

$$L_{vraie} = \bar{x} - \bar{x}\lambda\Delta T = 75,01333 - 75,01333 \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = 75,00047 \quad (10.29)$$

10.5.4.2 Incertitudes élémentaires

Il y a quatre sources d'incertitude élémentaire :

- u_1 liée à la justesse de l'appareil (donné par le certificat de l'appareil) ;
- u_2 liée à la résolution (loi uniforme) ;
- u_3 liée à la dispersion des mesures (incertitude expérimentale) ;
- u_4 liée à la variation de température (loi normale).

on peut calculer successivement :

$$u_1 = U/k = 0,012/2 = 0,006 \text{ mm} \quad (10.30)$$

$$u_2 = 0,01/\sqrt{12} = 0,00288 \text{ mm} \quad (10.31)$$

$$u_3 = s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_R)^2} = 0,01182 \text{ mm} \quad (10.32)$$

$$u_3 = s/\sqrt{n} = 0,01182/\sqrt{15} = 0,003065 \text{ mm} \quad (10.33)$$

$$u_4 = L_{vraie}\lambda\Delta T/\sqrt{2} = 75,0004 \cdot 11,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1/\sqrt{2} = 0,000614 \text{ mm} \quad (10.34)$$

10.5.4.3 Incertitude composée

Le résultat est obtenu en sommant les différentes valeurs, l'incertitude composée se calcule simplement suivant :

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} = 0,007355 \text{ mm} \quad (10.35)$$

10.5.4.4 Résultat annoncé

On peut par exemple choisir un coefficient d'élargissement de 2. L'incertitude élargie vaut donc :

$$U = 2u = 0,014711 \text{ mm} \quad (10.36)$$

qu'on arrondi à deux décimales. Le résultat final annoncé est donc :

$$75,001 \text{ mm} \pm 0,014 \text{ mm} (k = 2) \quad (10.37)$$

Références

- [1] ISO 14253-1. spécification géométrique des produits (GPS). vérification par la mesure des pièces et des équipements de mesure - partie 1 : Règles de décision pour prouver la conformité ou la non-conformité à la spécification.
- [2] Norme NF E 02-204 : vérification de tolérances des produits, conditions d'acceptation.
- [3] JCGM, editor. *Évaluation des données de mesure. Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure. (Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement) JCGM 100 :2008*. Bureau international des poids et mesures, 2008.
- [4] ISO 5725-1 :1994. exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. partie 1 : Principes généraux et définitions.
- [5] ISO 5725-2 :1994. exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. partie 2 : Méthode de base pour la détermination de la répétabilité et de la reproductibilité d'une méthode de mesure normalisée.
- [6] ISO 5725-3 :1994. exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. partie 3 : Mesures intermédiaires de la fidélité d'une méthode de mesure normalisée.
- [7] ISO 5725-4 :1994. exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. partie 4 : Méthodes de base pour la détermination de la justesse d'une méthode de mesure normalisée.
- [8] ISO 5725-5 :1994. exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. partie 5 : Méthodes alternatives pour la détermination de la fidélité d'une méthode de mesure normalisée.
- [9] ISO 5725-6 :1994. exactitude (justesse et fidélité) des résultats et méthodes de mesure. partie 6 : Utilisation dans la pratique des valeurs d'exactitude.

Chapitre 11

Instruments de mesure

L'ignorance coûte plus cher que les matériels.

- A. Ribeau, *Revue EPI intersection*

11.1 Introduction

Les appareils de mesure doivent être choisis afin de remplir leur fonction de vérification. Lors de leur choix, il est nécessaire de tenir compte de leurs caractéristiques intrinsèques :

- le calibre (ou gamme de mesure) qui donne l'étendue des dimensions mesurables par un instrument de mesure ;
- la sensibilité qui est le quotient de l'accroissement de la réponse d'un instrument de mesure par l'accroissement correspondant du signal d'entrée ;
- la résolution qui est la plus petite différence d'indication d'un dispositif afficheur qui peut être perçue de manière significative.

les instruments de mesure sont également caractérisés par leur classe d'exactitude qui permet de déterminer les bornes maximales des erreurs attendues lors de l'utilisation de l'appareil.

11.1.1 Vérification et étalonnage des appareils de mesure

La qualité d'un appareil de mesure dépend de la confiance qu'on peut avoir dans le résultat annoncé. A ce titre, tout élément apparaissant dans une chaîne de mesure doit nécessairement être accompagné d'un certificat d'étalonnage qui précise l'incertitude attendue lors de l'utilisation de l'appareil, la date à laquelle la vérification a été effectuée et la durée de validité (généralement de une à cinq années). Cela signifie que de manière périodique, les instruments de mesure doivent subir une vérification de l'étalonnage qui peut avoir plusieurs issues (figure 11.1) :

- la confirmation que l'appareil reste apte à garantir sa fonction d'origine ce qui permet de produire un certificat d'étalonnage renouvelé ;
- la constatation que l'appareil a perdu ses caractéristiques métrologiques, donnant lieu à trois conséquences possibles :
 - la possibilité via une réparation ou un entretien de rétablir ces qualités (attestées par une nouvelle vérification) ;

- la rétrogradation de l'appareil de mesure d'une ou plusieurs classes de qualité attestée dans un nouveau certificat d'étalonnage ;
- la révocation de l'appareil de mesure.

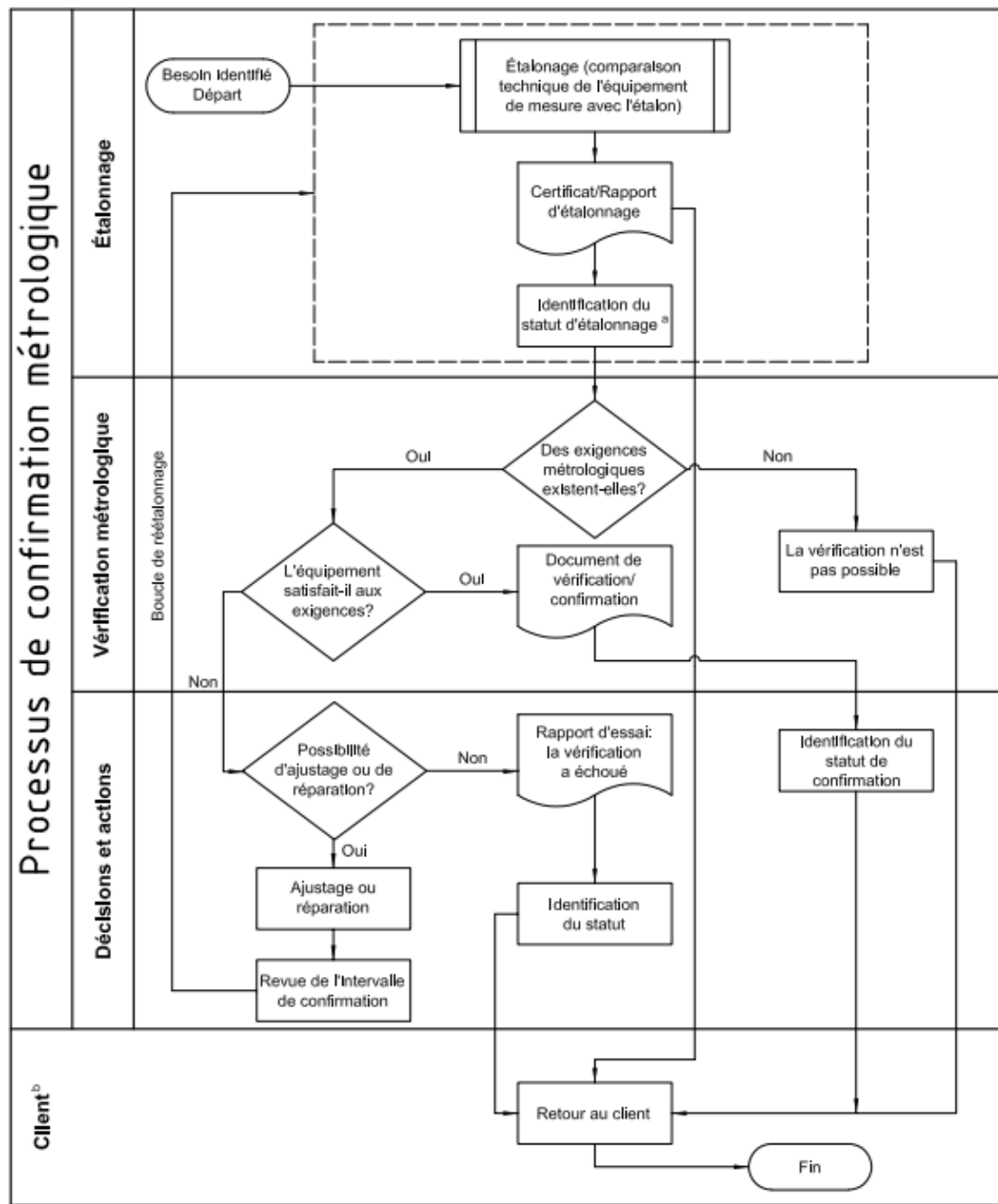


FIGURE 11.1 – Processus de confirmation métrologique d'un équipement de mesure [1].

Il est nécessaire de pouvoir garantir la traçabilité au mètre. Cela signifie qu'il faut relier les instruments à des étalons appropriés, généralement internationaux ou nationaux, par l'intermédiaire d'une chaîne ininterrompue de comparaisons pour garantir la traçabilité. La chaîne de contrôle peut être vue comme une structure pyramidale qui permet de rattacher les instruments et étalons d'usage courant à la définition fondamentale des unités du système international. Chaque maillons de la chaîne vérifie les éléments du maillon inférieure.

11.1.1.1 Exemple : estimation des capacités d'un comparateur

La norme AFNOR NF E 11-050 [2] précise les conditions d'essais pour l'étalonnage de comparateurs mécaniques. La procédure consiste à mesurer sur l'ensemble de la course du comparateur (au moins 11 points) des étalons de longueur et de relever les écarts entre la mesure et la référence. On répète la procédure (au moins 5 fois) dans les deux sens de mesure (courses montantes et descendantes). On porte en graphique les moyennes des mesures (figure 11.2).

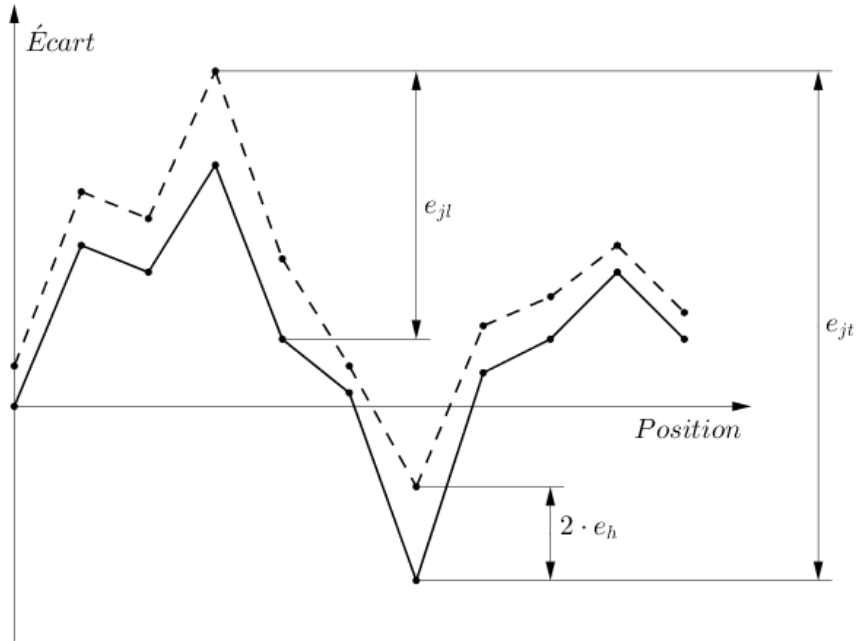


FIGURE 11.2 – Courbe d'étalonnage d'un comparateur (trait pleins : course montante, traits pointillés : course descendante) d'après [2].

On peut calculer :

- l'erreur de justesse totale e_{jt} qui est l'écart maximum des moyennes mesurées (il y a un maximum admis par la norme) ;
- l'erreur de justesse locale e_{jl} qui est l'écart maximum constaté entre deux points successifs de la courbe d'étalonnage ;
- l'erreur d'hystérésis qui est l'écart maximum constaté en un point entre les mesures montantes et descendantes ;
- l'erreur de fidélité e_f qui est l'écart maximum entre la moyenne de plusieurs mesures en un point et la valeur la plus éloignée.

L'erreur intrinsèque E_i communiquée au final est calculée en faisant une moyenne quadratique des erreurs de justesse totale et de fidélité selon :

$$E_i = \sqrt{e_{jt}^2 + \frac{e_f^2}{n}} \quad (11.1)$$

n étant le nombre de mesures réalisées pour obtenir l'erreur de fidélité.

11.2 Types d'instruments de mesure

Selon les principes de fonctionnement et le mode d'utilisation les moyens de mesure peuvent être classés en plusieurs familles :

- les moyens de mesurage directs ;
- les moyens aux limites ;
- les moyens de mesurage indirects.

Pour le mesurage par lecture directe, l'appareil ou le système indique directement la valeur de la grandeur mesurée. Dans cette catégorie de matériels figurent les dispositifs à traits, à vernier, à vis micrométrique, à règles,... Il s'agit de solution simple, rapide, peu coûteuse, moyennement exacte, qui nécessite une grande accessibilité des éléments. Lorsqu'on emploie ce type de matériel, on parle généralement de métrologie « en l'air », ce qui signifie que les appareils de mesure n'ont pas besoin de références pour effectuer la mesure.

Les moyens aux limites utilisent des calibres qui matérialisent une longueur, un volume, un profil limite qui permet de s'assurer immédiatement, sans avoir recours à une mesure explicite, que les dimensions du produit sont situées dans les limites de tolérance fixées par le plan. Ces calibres contrôlent sans mesurer les cotes minimales et maximales. Ils sont constitués d'un calibre *entre* et d'un calibre *n'entre pas* exécutés respectivement à la limite au maximum et au minimum de matière de l'élément (en anglais : *go* et *no go*). Il s'agit de moyens d'une grande simplicité d'emploi mais qui ne renseignent pas sur la valeur de la cote. Il faut noter que la vérification par calibre à limites fait foi en cas de litige.

Le mesurage indirect par méthode différentielle compare, dans des conditions expérimentales identiques, l'objet à mesurer à un étalon de même nature. L'évaluation indirecte d'un mesurande est basée sur la relation

$$d = h - e \quad (11.2)$$

avec d le mesurande, h la dimension de l'étalon et e l'écart. Il est fait pour cela appel à des comparateurs qui peuvent être avec ou sans contact. On parle dans ce cas de « métrologie au marbre », ce qui signifie qu'une référence externe (généralement un marbre) est employée dans le processus de mesure.

Le mesurage comprend une phase d'étalonnage du comparateur (mise à zéro) sur un étalon de hauteur h déterminée en fonction de d ; ensuite, après mise en place du comparateur sur la pièce, on mesure la différence e entre h et d . Cette solution est moins rapide mais normalement plus précise que le mesurage par lecture directe.

11.3 Eléments auxiliaires

Une montage classique de métrologie fait appel à un ensemble d'éléments auxiliaires destinés à matérialiser des références. Leur emploi est nécessaire en métrologie au marbre mais également pour la vérification d'appareils de métrologie en l'air.

11.3.1 Marbres

Un marbre de métrologie (figure 11.3) est un bloc parallélépipédique servant de plan de pose de grande qualité à des appareils ou des montages métrologiques. Il est réalisé en fonte stabilisée, en granit gris ou noir, en diabase.



FIGURE 11.3 – Marbre de métrologie.



FIGURE 11.4 – Marbre de métrologie et son support.

Il se caractérise par sa grande précision et sa grande stabilité et son indéformabilité. Il est généralement posé sur un support (figure 11.4) réglable permettant d'assurer sa parfaite horizontalité. Il existe différentes dimensions et différentes classes de précision. La tolérance de planéité totale pour les classes de précision est présentée au tableau 11.3.1.

Dimensions (mm)	Diagonale (mm)	Planéité (μm)			
		0	1	2	3
160x100	188	3	6	12	25
250x160	296	3,5	7	14	27
315x200	373	4	7,5	15	30
400x250	471	4	8	16	32
500x315	591	4,5	9	18	35
630x400	745	5	10	20	39
800x500	943	5,5	11	22	44
1000x630	1180	6	12	24	49
1000x800	1280	6,5	13	26	52
1250x800	1484	7	14	28	56
1600x1000	1880	8	16	33	66
2000x1000	2236	9,5	19	38	75
2000x1250	2358	10	20	41	78
2000x1600	2561	10,5	21	42	83
2500x1600	2960	11,5	23	46	92

TABLE 11.1 – Tolérances de planéité sur les marbres de métrologie.

11.3.2 Etalons linéaires et angulaires

11.3.2.1 Cales étalons

Les cales étalons sont des étalons de longueur en forme de parallélépipède rectangle dont deux faces opposées, dites faces mesurantes, ont une qualité de surface telle qu'elles ont la propriété d'adhérer à des faces de même qualité superficielle.

Elles constituent la base du rattachement au mètre des ateliers de mécanique. En raison de leur très grande précision et de leur facilité d'emploi, les cales étalons [3] sont utilisées, non seulement comme étalons de longueur de référence dans le domaine de la recherche, mais aussi comme l'étalon le plus précis dans l'industrie.

Il existe 6 classes de précision :

- 00, K, 0 : laboratoires et étalons de référence de l'entreprise ;
- 1 : cales étalon de la métrologie : étalons de transfert, étalonnage des éléments et vérification périodique des instruments de mesure ;
- 2 : cales étalons du contrôle atelier permettant la vérification et l'étalonnage des outils, la vérification des machines à mesurer de l'atelier, le contrôle des pièces mécaniques en métrologie ;
- 3 : cales étalons du contrôle atelier permettant les vérifications, réglages sur machines-outils, le dégauchissage des pièces en usinage.

Les cales étalons sont susceptibles d'usure en fonction du taux d'utilisation et il est donc nécessaire d'effectuer des ré-étalonnages périodiques.

Elles sont fabriquées en acier de haute qualité ou tout autre matériau résistant à l'usure d'une dureté supérieure à 800 HV (par exemple en céramique). Une grande stabilité dimensionnelle est exigée selon des normes : l'écart constaté ne doit pas excéder :

- $(0,02 \mu m + 0,0005 \cdot L_{[mm]})$ pour les classes de 00 à K ;
- $(0,05 \mu m + 0,001 \cdot L_{[mm]})$ pour les classes de 1 à 3.

Des tolérances très serrées (dimensionnelles et géométriques) sont imposées sur les faces de mesure. A titre d'exemple, la tolérance de planéité des faces mesurantes ne doit pas excéder les valeurs données au tableau 11.3.2.1.

Longueur nominale L (mm)	Classes de précision			
	00 et K	0	1	2 et 3
non adhéree	4	4	4	4
Jusqu'à 2,5 inclus adhéree	0,05	0,1	0,15	0,25
Plus de 2,5 à 150 inclus	0,05	0,1	0,15	0,25
Plus de 150 à 500 inclus	0,1	0,15	0,18	0,25
Plus 500 à 1000 inclus	0,15	0,18	0,2	0,25
Plus de 1000 à 2000 inclus	-	-	0,25	0,3
Plus de 2000 à 3000 inclus	-	-	0,3	0,35

TABLE 11.2 – Ecarts de planéité admissibles sur des cales étalons.

Les cales étalons sont généralement fournies en différentes mesures avec lesquelles il est possible de réaliser par empilage de trois à quatre cales toutes les longueurs comprises entre 1 et 1000 mm par pas de 1 ou 10 μm selon les jeux de cales. Il est souhaitable de ne pas empiler plus de 4 cales pour éviter de cumuler une trop grande incertitude.

Les cales étalons peuvent avoir plusieurs fonctions. On peut citer notamment l'étalonnage d'autres cales (la classe K est la plus utilisée en tant qu'étalon de référence pour l'étalonnage

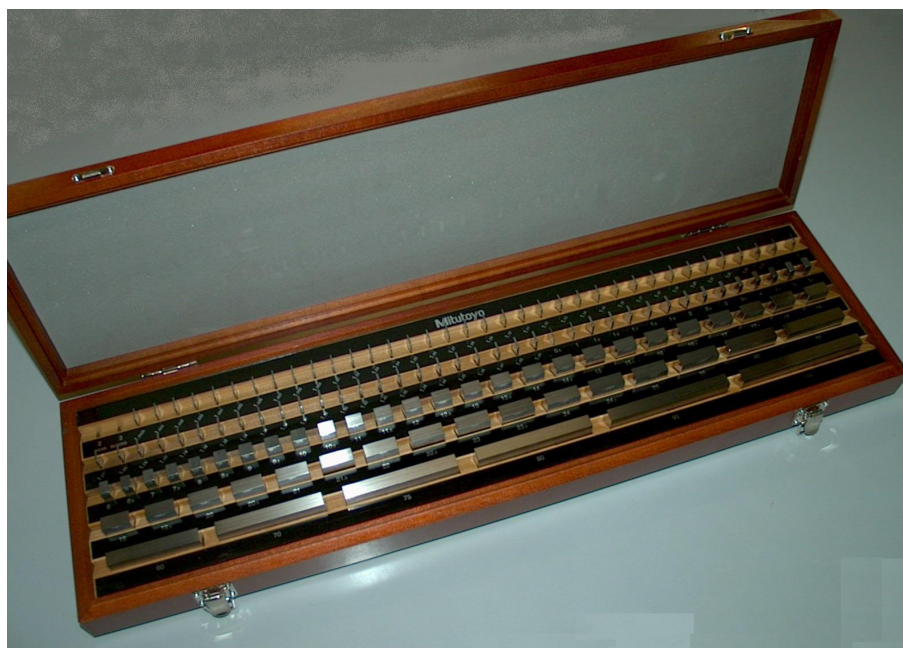


FIGURE 11.5 – Cales du service de Génie Mécanique (boîte de 122 cales).

des cales de classe 0,1,2), l'étalonnage des instruments (les classes de précision 1, 2, voire 3 sont utilisées pour l'étalonnage des instruments de mesure usuels) ou l'étalonnage des instruments de contrôle aux limites. A titre indicatif, le tableau 11.3.2.1 donne une ordre de grandeur des prix d'un jeu standard d'une centaine de cales étalons en acier.

classe	min - max (mm)	prix (€)
K	1,005 - 75	8500
0	1,005 - 75	4500
1	1,005 - 75	3700
2	1,005 - 75	3000

TABLE 11.3 – Prix indicatif de cales étalon (en 2017).

11.3.2.2 Etalons angulaires

Les étalons angulaires remplissent le même rôle que les cales étalons pour matérialiser un angle déterminé (figure 11.6).



FIGURE 11.6 – Cales angulaires.

Comme les cales étalons, il est possible par empilement de réaliser un angle intermédiaire entre deux valeurs discrètes. On peut également citer le polygone étalon, prisme droit à section polygonale régulière qui matérialise des valeurs angulaires en nombre entier de degrés en fonction du nombre de faces. Il est utilisé en référence pour l'étalonnage d'instruments de mesure.

11.3.3 Références

Dans de nombreux cas de figure, les pièces à mesurer doivent être installées de manière appropriée sur le marbre (dégauchissage de pièces parallélépipédiques, positionnement de pièces cylindriques,...). A cet effet, on peut employer des équerres (figures 11.7 et 11.8) qui sont des pièces en granit ou en acier dont les différentes faces ont des tolérances de perpendicularité serrées. Elles servent également à matérialiser des plans de référence dans des montages de métrologie.



FIGURE 11.7 – Equerre en acier.



FIGURE 11.8 – Equerre en granit.

La mise en position d'éléments cylindriques est réalisée au moyen de Vés de centrage (figure 11.9). Ils permettent leur mise en position horizontale et leur immobilisation.



FIGURE 11.9 – Vé de centrage.

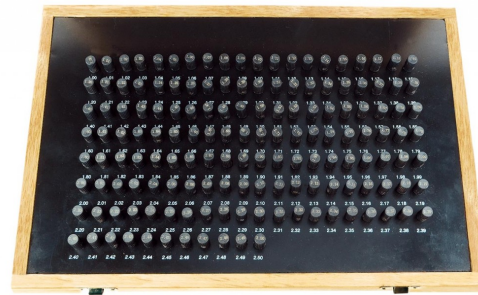


FIGURE 11.10 – Jeu de piges.

Les piges sont des cylindres dont le diamètre est précisément calibré. Elle permettent de matérialiser un alésage ou de réaliser des mesures indirectes d'angles ou de cotes sur des filetages.

11.4 Mesurage par lecture directe

Les principaux instruments de mesurage par lecture directe sont les instruments à coulisse et les instruments à vis micrométrique. Ces instruments sont pourvus de deux touches de palpement, dont l'une est fixe et l'autre est mobile. Ces deux touches matérialisent les plans tangents à la surface dont la distance s'identifie à la cote à mesurer. Il s'agit d'instruments d'usage courant qui utilisent des principes de mesure simple et qui ne nécessitent donc pas une formation très longue pour être utilisés. La lecture des résultats peut se faire soit par l'intermédiaire de règles et de vernier, soit via un affichage digital. Les capteurs des appareils digitaux sont généralement des capteurs relatifs, il faut donc s'assurer d'une mise à zéro correcte lors de leur mise sous tension. Bien qu'ils permettent de limiter le risque d'erreur grossière de lecture, les appareils digitaux ne sont pas fondamentalement plus précis que leurs homologues manuels.

11.4.1 Instruments coulissants

On trouve dans cette catégorie les pieds à coulisse, les jauges de profondeur et les trusquins. Les instruments à coulisse à vernier utilisent le principe du vernier qui consiste à placer sur la règle graduée en mm une réglette gravée à un pas différent. Le vernier le plus courant est le vernier au 1/50 mm, la règle est graduée tous les millimètres et le vernier est constitué de 50 traits sur 49 mm. Pour rappel, la valeur principale est la graduation de la règle directement avant le zéro du vernier, la valeur secondaire est la graduation du vernier située exactement en correspondance avec une graduation de l'échelle principale (figure 11.11).

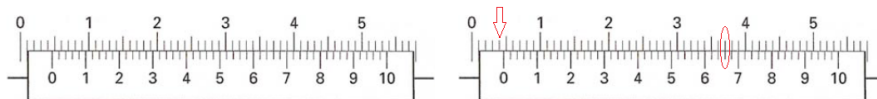


FIGURE 11.11 – Exemple de vernier au 1/50e de mm, lecture 4,66 mm.

11.4.1.1 Pied à coulisse

Le pied à coulisse (figures 11.12 à 11.14) est un instrument de mesure de longueur qui est destiné à mesurer des distances extérieures entre deux plans parallèles. Les caractéristiques métrologiques et les méthodes de contrôle ne s'appliquent donc qu'à ces conditions normales d'utilisation. Toutefois, certains pieds à coulisse ont été conçus avec des becs supplémentaires (mesurage d'intérieur) ou avec des becs de forme particulière.

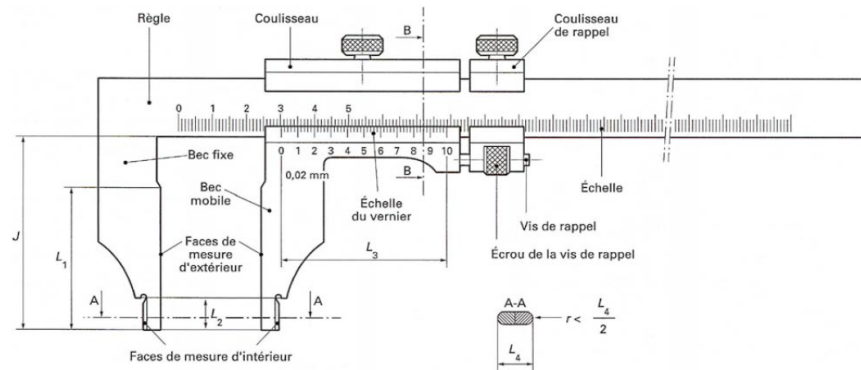


FIGURE 11.12 – Pied à coulisse à vernier [4].

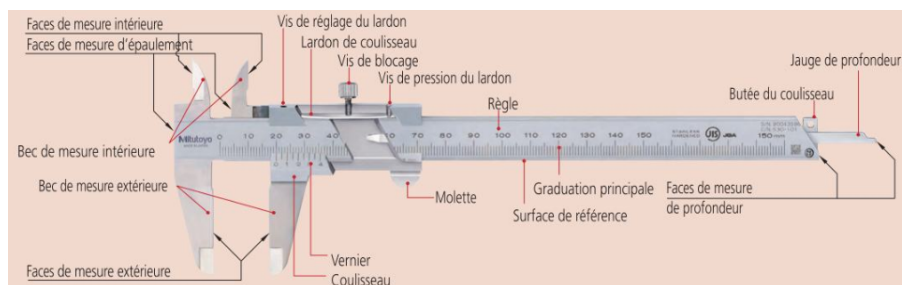


FIGURE 11.13 – Pied à coulisse à vernier (document Mitutoyo).

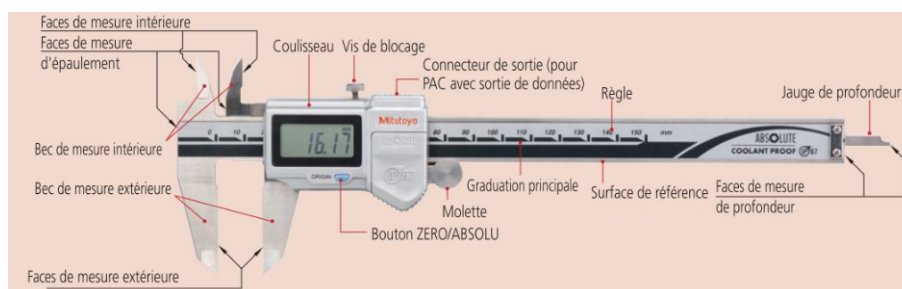


FIGURE 11.14 – Pied à coulisse à vernier (document Mitutoyo).

Pour mesurer une longueur correctement, il faut placer la longueur à mesurer dans le prolongement de la règle (Principe d'Abbe). On remarquera aussi que si l'évolution technologique a permis de concevoir des dispositifs de lecture à 0,01 mm (cadran ou afficheur numérique), il convient de noter que ces dispositifs n'apportent qu'un avantage sur la lecture (facilité, acquisition des données, zéro flottant) mais que la structure mécanique des pieds à coulisse limite leurs caractéristiques métrologiques à celles des instruments à vernier au 1/50 mm.

Les instruments à coulisseau craignent les poussières et les chocs. L’opérateur doit donc prendre le maximum de soin lors de l’utilisation et du stockage. Il doit effectuer régulièrement un nettoyage de l’instrument pour éliminer toutes particules abrasives pouvant marquer le coulisseau. Comme pour tout instrument à main, il est recommandé, pour effectuer des mesures avec une incertitude optimale, de limiter les effets thermiques en utilisant l’instrument avec des gants pour réduire la dilatation de la règle.

A titre indicatif, le tableau 11.4.1.1 donne le prix de vente approximatif de pieds à coulisse.

à vernier			digital		
incertitude	gamme	prix	incertitude	gamme	prix
(μm)	(mm)	(€)	(μm)	(mm)	(€)
30	0-150	35	20	0-150	150
30	0-300	200	30	0-300	300
20	0-800	700	50	0-800	900
20	0-1000	1100	70	0-1000	1500

TABLE 11.4 – Prix indicatif de pieds à coulisse (en 2017).

11.4.1.2 Jauges de profondeur

La jauge de profondeur (figure 11.15) est, comme le pied à coulisse, un instrument de mesure de longueur qui, par sa conception même, est destiné à mesurer des distances entre deux plans parallèles.

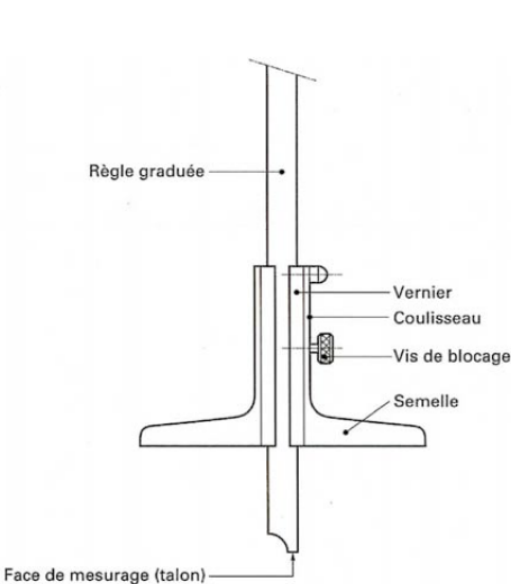


FIGURE 11.15 – Jauge de profondeur [4].



FIGURE 11.16 – Trusquin (document Mitutoyo).

11.4.1.3 Trusquins

Le trusquin (figure 11.16) est un instrument de mesure de longueur au marbre c'est-à-dire que contrairement aux instruments à mains qui se suffisent à eux-mêmes, cet instrument nécessite un plan de référence pour effectuer les mesures.

Il permet des mesures de hauteur, d'épaisseur, de profondeur, de diamètre intérieur ou extérieur, suivant la configuration du palpeur de mesure qui lui est associé. L'axe de mesure étant normal au plan du marbre, la pièce qui fait l'objet de la mesure doit être dégauchie (le mesurande doit être normale au plan du marbre). Le trusquin est constitué d'un socle reposant sur le marbre, d'une règle verticale fixée au socle et d'un coulisseau solidaire d'un porte-palpeur. Les palpeurs sont interchangeables pour les adapter aux formes des pièces à mesurer. Le trusquin est également employé en atelier pour le traçage et le pointage de références sur la pièce à usiner. A titre d'exemple, un trusquin mécanique mesurant dans une gamme de 0 à 200 mm avec une incertitude de $20\mu\text{m}$ coûte plus ou moins 350 € (en 2017).

11.4.2 Instruments à vis micrométrique

Les instruments à vis constituent une importante famille d'instruments à main, ayant pour point commun l'utilisation d'une vis dite micrométrique, avec un pas de 0,5 à 1 mm par tour de la vis. Cet élément leur donne une meilleure sensibilité et permet généralement une précision de mesure plus importante (de 0,01 mm à 0,001 mm classiquement pour les micromètres d'extérieur). Afin de limiter les erreurs parasites, ces dispositifs sont munis de dispositifs spéciaux :

- poignées isolantes pour limiter l'apport de chaleur lors de la manipulation ;
- limiteur de couple permettant d'éviter un serrage trop important de l'appareil induisant une déformation élastique.

Les micromètres ont généralement une gamme de mesure limitée, ce qui implique qu'ils ne permettent pas tous de mesurer à partir de zéro (typiquement, on trouve des appareils dont la gamme est 0-25 mm, 25-50 mm, 50-75 mm,...).

11.4.2.1 Micromètres d'extérieur à vis

Le micromètre d'extérieur à vis (figures 11.17 à 11.19) est un instrument de mesure de longueur qui est destiné à mesurer les distances extérieures entre deux plans parallèles en contact avec la totalité de la surface des touches.

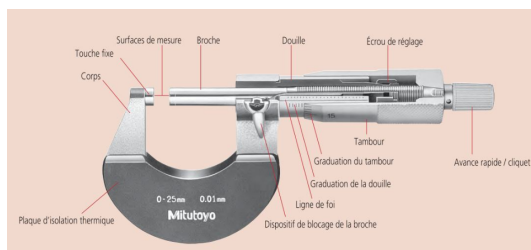


FIGURE 11.17 – Micromètre d'extérieur (document Mitutoyo).



FIGURE 11.18 – Exemple de forme pour les touches d'un micromètre (document Mitutoyo).

Lorsque le micromètre est utilisé pour la mesure de pièces de formes particulières (diamètre d'arbre, distance entre arêtes, mesure entre plans parallèles en contact partiel avec les touches), la forme des touches de mesure doit être adaptés (figure 11.20).

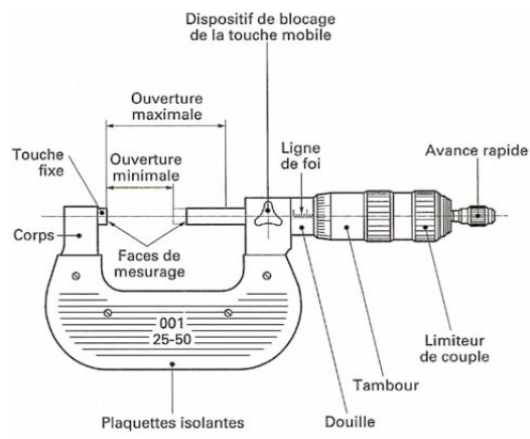


FIGURE 11.19 – Micromètre d’extérieur [4].

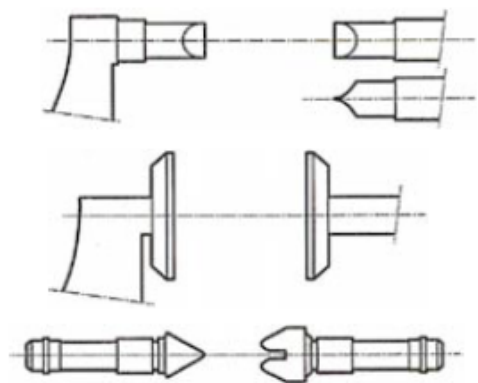


FIGURE 11.20 – Exemple de forme pour les touches d’un micromètre [4].

Les micromètres doivent toujours être utilisés et étalonnés avec le limiteur de couple. La régularité de fonctionnement de la friction et donc la valeur de l’effort de mesure doivent être vérifiées à chaque étalonnage, car les dérèglages de la friction sont parmi les principales causes d’erreur.

A titre indicatif, le tableau 11.4.2.1 donne un ordre de grandeur des prix de micromètres d’extérieur.

à vernier			digital		
incertitude (μm)	gamme (mm)	prix (€)	incertitude (μm)	gamme (mm)	prix (€)
2	0-25	55	0,1	0-25	1400
2	0-25	75	1	0-25	200
2	25-50	80	1	25-50	300
2	50-75	120	1	50-75	350
			1	75-100	500

TABLE 11.5 – Prix indicatif de micromètres d’extérieur (en 2017).

11.4.2.2 Jauges de profondeur à vis

Les jauges de profondeur à vis sont des instruments de mesure destinés à mesurer des distances entre deux surfaces planes parallèles, par déplacement de l'extrémité d'une tige mobile par rapport à une semelle fixe, à l'aide d'une vis micrométrique.



FIGURE 11.21 – Jauge de profondeur micrométrique (document Mitutoyo).

La tige de mesure est en général interchangeable pour adapter la gamme de mesure. A titre indicatif, le tableau 11.4.2.2 reprend des ordres de grandeur de prix pour ces dispositifs.

incertitude (μm)	gamme (mm)	prix (€)
3	0-25	100
4	0-50	200
4	0-100	250
20	0-200	350

TABLE 11.6 – Prix indicatif de jauges de profondeur micrométriques (en 2017).

11.4.2.3 Alésomètres

La mesure d'alésages s'effectue à l'aide d'alésomètres qui peuvent appartenir à deux grandes familles :

- instruments à deux points de mesure pour lesquels les touches de mesure palpent un diamètre de l'alésage ;
- instruments à trois points de mesure pour lesquels trois touches de mesure palpent l'alésage de manière radiale.

L'utilisation des instruments à deux touches de mesure nécessitent un soin particulier dans leur mise en position car leur conception ne garantit pas automatiquement le centrage sur la portée mesurée. Il existe des modèles à levier de précision de l'ordre de $10\ \mu m$ (prix indicatif de 100 € pour les gammes usuelles en 2017) et des modèles à vis micrométrique dont la précision varie de 2 à $10\ \mu m$ selon la gamme de mesure (prix indicatif de 200 € en 2017).



FIGURE 11.22 – Micromètre d'intérieur à levier (document Mitutoyo).



FIGURE 11.23 – Micromètre d'intérieur à deux points de mesure (document Mitutoyo).

Les instruments à trois touches de mesure sont munis à leur extrémité d'une tête qui guide trois touches de mesure pouvant se déplacer radialement. La mise en mouvement est effectuée par l'intermédiaire d'une tige dont l'extrémité est conique.

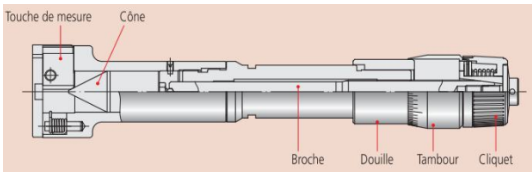


FIGURE 11.24 – alésomètre à trois points de mesure (document Mitutoyo).

Cette tige est mise en mouvement par un dispositif à vis micrométrique. La manipulation est simplifiée grâce à l'auto-centrage de l'appareil dans l'alésage. A titre indicatif, le tableau 11.7

à vernier			digital		
incertitude (μm)	gamme (mm)	prix (€)	incertitude (μm)	gamme (mm)	prix (€)
2	10-12	300	2	10-12	900
2	20-25	400	2	20-25	1000
3	40-50	450	3	40-50	1100
5	100-125	800	5	100-125	1500

TABLE 11.7 – Prix indicatif d'alésomètres à trois points de mesure (en 2017).

11.5 Moyens aux limite

Les moyens aux limites sont des éléments de vérification et non de mesure. Sur ces instruments on matérialise les valeurs limites maximales et minimales d'une spécification à contrôler. L'une de ces valeurs limites doit entrer, l'autre limite ne doit pas entrer pour que la spécification soit respectée et que la pièce soit bonne. Il faut noter qu'en cas de litiges, si un calibre fonctionnel a été défini, c'est lui qui fait foi pour attester de l'acceptation de la pièce.

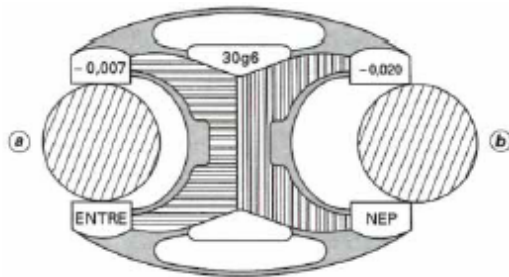


FIGURE 11.25 – Principe d'emploi d'un calibre fonctionnel [5].



FIGURE 11.26 – Calibre h6 (document Eriks).

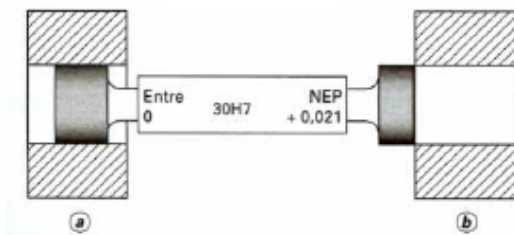


FIGURE 11.27 – Principe d'emploi d'un tampon [5].



FIGURE 11.28 – Tampon H7 (document Eriks).

On parle de calibre (figures 11.25 et 11.26) pour les pièces permettant la vérification d'arbres et de tampons (figures 11.27 et 11.28) pour les éléments permettant la vérification d'alésages. De manière indicative, on calibre dans des dimensions standard coûte 100 €, un tampon 60 € (en 2017). Ces dispositifs permettent une vérification fonctionnelle rapide de pièces, mais sont limitées par plusieurs éléments :

- il est nécessaire d'avoir le calibre fonctionnel adapté pour la cote nominale et l'intervalle de tolérances spécifiés (multiplication des éléments, il n'est pas garanti que toutes les tolérances existent en standard) ;
- il s'agit d'un moyen de contrôle et non de mesure, il est impossible d'observer l'évolution des cotes qui permettrait par exemple d'observer des dérives dans un processus de fabrication.

Pour résoudre le premier problème, il est possible de travailler avec des calibres construits. Le principe est d'utiliser un jeu de cales étalon pour matérialiser successivement les bornes de la spécifications. Le second problème peut être levé par l'emploi de micromètres à comparateurs

11.6 Moyens par comparaison

Les comparateurs mécaniques ou électroniques sont les instruments de mesure et de comparaison les plus utilisés aussi bien en métrologie que dans l'atelier sur les machines ou sur des montages de contrôle. On distingue deux grandes familles : les comparateurs à tige radiale et les comparateurs à levier

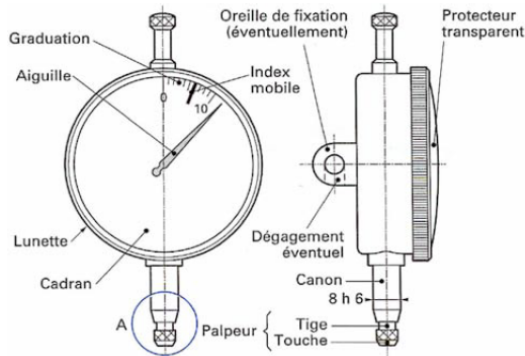


FIGURE 11.29 – Comparateur à tige radiale [4].

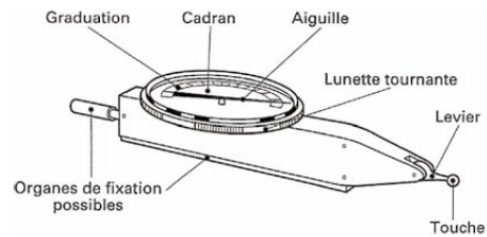


FIGURE 11.30 – Comparateur à levier [4].

11.6.1 Comparateurs à tige radiale

Le comparateur (figure 11.29) est un amplificateur mécanique de déplacements. Les déplacements d'un palpeur sont transmis par un système pignon crémaillère à une aiguille se déplaçant devant un cadran circulaire gradué en divisions égales sur toute la longueur de la circonférence. Un dispositif permet de totaliser le nombre de tours de cadran de l'aiguille. La résolution varie généralement de 0,1 à 10 μm . La course du palpeur est généralement assez faible (3,5 ou 10 mm pour une résolution de 10 μm et 0,25 à 1 mm pour une résolution inférieure). La touche du palpeur est facilement démontable pour en adapter la forme à l'utilisation ; elle est le plus souvent sphérique, elle est parfois à aiguille ou plane. Le guidage de la tige doit être de qualité, afin de conserver un effort de mesure de 1,5 N au maximum, réalisé par un ressort, avec une variation maximale de 0,6 N sur la course.

Dans la version mécanique, le cadran peut tourner afin d'amener le zéro de la graduation à une position quelconque de départ. Deux index réglables pincés sur le boîtier du cadran permettent de situer facilement la tolérance entre les deux repères.

Les comparateurs à affichage numérique sont essentiellement constitués de trois parties :

- une partie capteur, souvent de conception identique aux comparateurs mécaniques à cadran
- une partie traitement du signal, la tige du capteur entraîne un dispositif de mesure transformant le déplacement en signal électrique numérisé (règle capacitive ou règle incrémentale) ;
- une partie affichage avec une touche de mise à zéro.

Certains comparateurs à affichage numérique possèdent des options supplémentaires comme : l'introduction de tolérances, la mémorisation des bornes extrêmes d'une campagne de mesure, une sortie numérique (RS232 ou USB) pour l'acquisition des données ce qui est aujourd'hui la principale raison de leur utilisation.

Pour obtenir des lectures correctes et éviter une poussée latérale dans les surfaces de guidage, il faut orienter la tige du palpeur perpendiculairement aux surfaces mesurées. Le corps du comparateur peut s'adapter à une grande variété de montures, fixes ou mobiles, pour mesures extérieures, intérieures et de profondeur. Ces accessoires indispensables contribuent à la qualité des mesures par leur rigidité en rapport avec les efforts de mesure ; leur plan support. A titre indicatif, le tableau 11.6.1 donne des ordres de grandeur des prix de comparateurs.

à vernier			digital		
incertitude (μm)	course (mm)	prix (€)	incertitude (μm)	course (mm)	prix (€)
5	0,5	150	1	12,7	300
10	2,5	130	10	12,7	150

TABLE 11.8 – Prix indicatif de comparateurs à tige radiale (en 2017).

11.6.2 Comparateurs mécaniques à levier

Un comparateur a levier a sa partie active réalisant un mouvement de rotation autour d'un axe et non une translation. Il a une course plus limitée (0,5 et 0,8 mm), mais son utilisation est intéressante en cas de problèmes d'accessibilité.

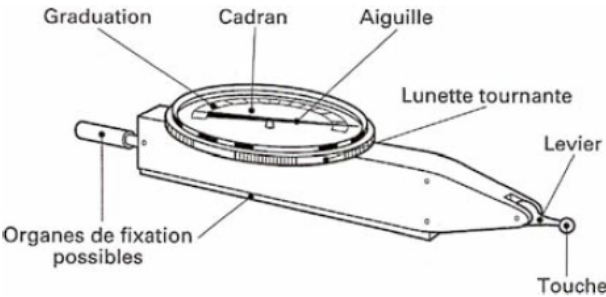


FIGURE 11.31 – Comparateur à levier [4].



FIGURE 11.32 – Comparateur à levier sur son support (document Mitutoyo).

Le comparateur fournit en vraie grandeur le déplacement de la bille terminale de la touche dans une direction perpendiculaire de la touche. La transformation du mouvement de mesure du déplacement n'est pas linéaire, donc cet instrument ne doit jamais être utilisé pour la mesure de grands déplacements mais pour la mesure de faibles écarts. Toute utilisation suivant un angle décalé de θ par rapport à la normale au levier va entraîner une erreur sur le déplacement mesuré proportionnelle à $\cos \theta$. C'est un instrument fragile, sensible aux vibrations, qui doit être fixé rigidement.

11.6.3 Micromètres à comparateur

Le micromètre à comparateur est un appareil associant la simplicité d'emploi d'un dispositif à comparateur et la polyvalence d'un micromètre d'extérieur.



FIGURE 11.33 – Micromètre à comparateur intégré (document Mitutoyo).



FIGURE 11.34 – Micromètre à comparateur déporté (document Mitutoyo).

La touche de mesure qui est fixe dans un micromètre classique est maintenant reliée à un comparateur mécanique intégré (figure 11.33) ou déporté (figure 11.34). Le réglage du zéro du comparateur s'effectue sur une référence (généralement une cale étalon).

11.7 Mesure des angles

11.7.1 Généralités

Le radian (rad) est l'angle plan compris entre deux rayons qui interceptent, sur la circonférence, un arc de longueur égale à celle du rayon. Les autres unités courantes sont :

- le tour (*tr*) : $1 \text{ tr} = 2\pi \text{ rad}$;
- le degré ($^{\circ}$) : $1^{\circ} = (\pi/180) \text{ rad}$;
- la minute d'arc ($'$) : $1' = 1/60^{\circ}$;
- la seconde d'arc ($''$) : $1'' = 1/3600^{\circ}$

La nature abstraite de l'unité d'angle lui confère une exactitude absolue et, d'autre part, contrairement au mètre par exemple, la met à la portée de chaque laboratoire ou industrie. Mais les difficultés apparaissent lorsqu'il faut matérialiser cet étalon par des instruments de mesure. Les moyens et méthodes de contrôle sont soit rattachés directement à la nature abstraite de l'angle, soit rattachés à l'unité de longueur et indirectement à l'unité d'angle par des relations trigonométriques, ces angles étant générés par des variations de longueur.

11.7.2 Instruments de mesurage angulaire

11.7.2.1 Niveaux

Un niveau est un dispositif équipé d'un détecteur mesurant des angles angulaires par rapport à la verticale locale. Le détecteur peut être du type à amplification hydrostatique (niveau à bulle) ou à capteur électronique (niveau électronique). La référence est la verticale terrestre du lieu. Les niveaux à bulles comportent des échelons (repères successifs d'une échelle) dont les valeurs recommandées sont 0,01 - 0,02 - 0,05 et 0,1 mm/m. Le réglage de la position zéro est effectué sur une surface proche de l'horizontale par une méthode de retournement à 180° . Une construction possible d'un niveau électronique consiste en une masse suspendue par des lames minces en acier à haute limite d'élasticité. Lorsque le boîtier est incliné, un dispositif mesure le mouvement relatif boîtier-masse. Ce dispositif doit être très sensible et ne pas générer de frottement sec.

11.7.2.2 Barres et plateaux sinus

La barre sinus est un levier effectuant une rotation α autour d'un axe perpendiculaire au levier ; un point du levier situé à une distance L (connue) de l'axe effectue un déplacement h (imposé) perpendiculairement à la direction initial du levier. La rotation α est déterminée par la relation :

$$\sin\alpha = h/L \quad (11.3)$$

Si α est petit, on peut écrire $\alpha = h/L$. Les barres sinus sont des dispositifs mécaniques générateurs d'angle, la variation h étant obtenue à l'aide de cales étalons.

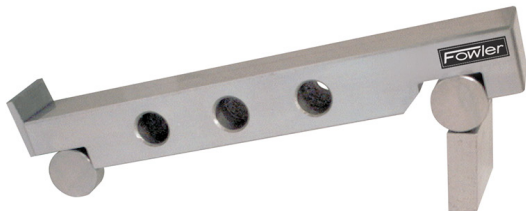


FIGURE 11.35 – Barre sinus (document Fowler).

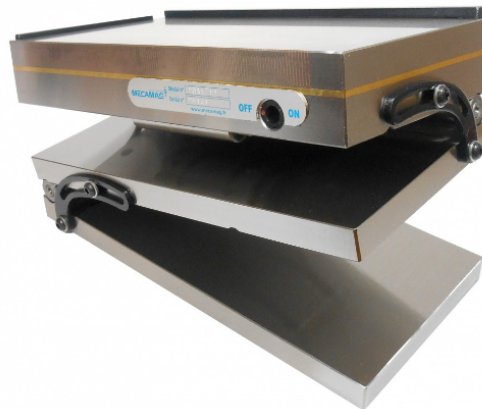


FIGURE 11.36 – Plateau sinus (document Mecamag).

Une manière commode de comparer l'angle à mesurer avec l'angle étalon ainsi matérialisé consiste à placer la pièce à contrôler sur la barre-sinus de façon que les angles se soustraient et de vérifier l'horizontalité de la seconde face de la pièce au moyen d'un niveau ou d'un comparateur, l'empilement permet de mesurer indirectement l'angle

Le plateau sinus est basé sur le même principe mais a une surface de pose plus importante et combine souvent une rotation autour de deux axes perpendiculaires.

11.7.2.3 Théodolites

Un théodolite est un dispositif opto-mécanique qui comprend une lunette de visée permettant d'effectuer des pointés à grande distance (de 1 m à quelques kilomètres) dans toutes les directions et de déterminer les positions angulaires dans les plans horizontal et vertical. Son emploi est répandu en topographie[6], on peut également l'employer pour la mesure de pièces de grandes dimensions [7].

11.7.2.4 Appareils mesureurs divers

Outre les appareils mesureurs déjà cités, il existe de nombreux autres appareils d'usage courant, principalement en atelier :

- rapporteurs d'angles : dispositif mécanique constitué d'une semelle fixe et d'une règle pivotante permettant de générer ou de mesurer un angle, à l'aide d'un cercle gravé et d'un système de lecture optique ou mécanique (vernier au 1/10 ou au 1/20) ; cet appareil s'apparente au pied à coulisse ;

- projecteurs de profils : dispositif à amplification optique qui permet, par analyse de l'image d'une pièce mécanique (projection), d'effectuer des mesures comparatives, d'angles entre autres. Le contrôle ne s'effectue pas sur la pièce mais sur une image de son contour qui n'est pas toujours représentative du contour réel.

11.8 Mesures sur piges

Les piges étalons sont des étalons de longueur en forme de cylindres qui sont utilisées pour la vérification de pièces et d'instruments de mesure. Différents montages existent pour permettre de mesurer des éléments difficilement mesurables (diamètres d'une vis, diamètre primitif d'un engrenage, diamètre d'un cône dans un plan de jauge,...) ou de réaliser des mesures indirectes (mesure d'un angle par exemple). Quelques exemples sont repris dans cette section.

11.8.1 Mesure d'un angle avec deux piges

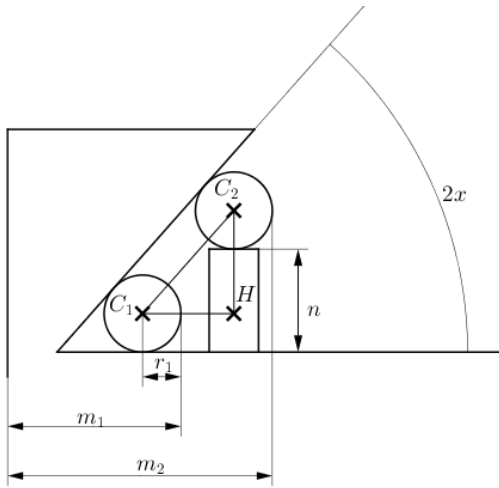


FIGURE 11.37 – Mesure d'un angle avec une pige et une cale étalon.

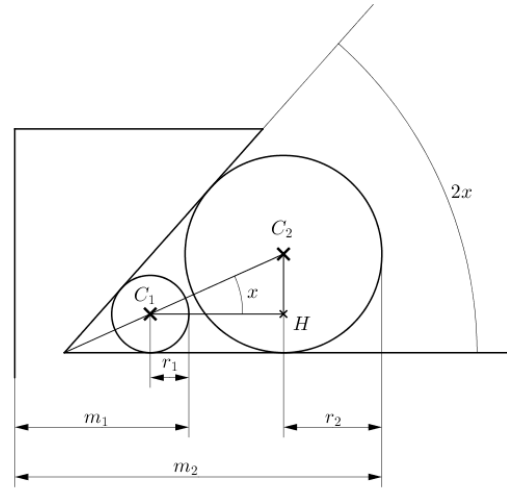


FIGURE 11.38 – Mesure d'un angle avec deux piges de diamètres différents.

On peut utiliser soit une pige et une cale étalon, soit deux piges de diamètres différents.

Avec une pige et une cale étalon, on mesure successivement la distance entre un plan de référence et le plan tangent à la pige posées successivement sur le marbre et sur une cale étalon de hauteur n (figure 11.37). Dans le triangle C_1C_2H rectangle en H , on établit immédiatement que :

$$\tan 2x = \frac{C_2H}{C_1H} = \frac{n}{m_2 - m_1} \quad (11.4)$$

Avec deux piges, on mesure successivement la distance entre un plan de référence et le plan tangent aux deux piges (figure 11.38).

Connaissant les diamètres des deux piges ($d_1 = 2r_1$ et $d_2 = 2r_2$), il suffit de mesurer les distances m_1 et m_2 entre un plan de références et le plan tangent aux deux piges. En considérant le triangle rectangle C_1C_2H , on peut calculer aisément la valeur de x selon :

$$\tan x = \frac{r_2 - r_1}{(m_2 - m_1) - (r_2 - r_1)} \quad (11.5)$$

L'angle $2x$ est obtenu en multipliant par deux cette valeur.

11.8.2 Mesure du diamètre de plan de jauge d'un cône

On utilise deux piges de même diamètre placées de part et d'autre du cône.

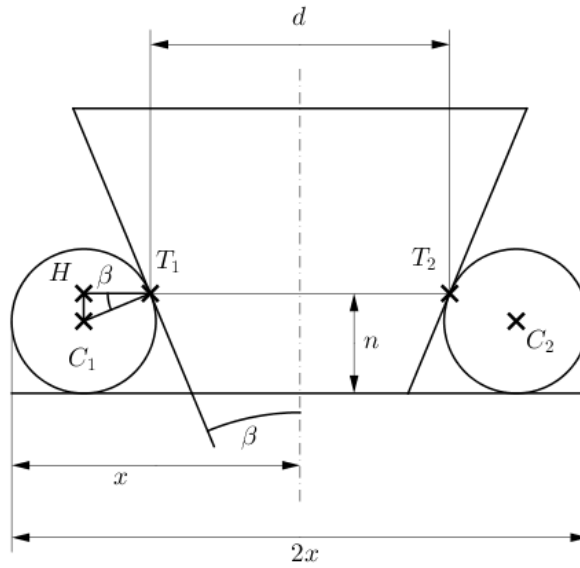


FIGURE 11.39 – Mesure d'un cône dans un plan de jauge.

Si on veut que la mesure soit effectuée dans le plan de jauge, il faut choisir le rayon r des piges de sorte que le point de tangence entre le cône et la pigue soit à une hauteur n correspondant à ce plan. La hauteur n peut être décomposées (en utilisant le triangle rectangle C_1HT_1) selon :

$$n = r + OH = r + r \cdot \sin \beta \quad (11.6)$$

on a donc la relation suivante :

$$r = \frac{n}{1 + \sin \beta} \quad (11.7)$$

en mesurant la distance $2x$ entre les plans tangents aux deux piges placées de part et d'autre , on peut retrouver le diamètre d dans le plan de jauge selon :

$$x = r + HG + d/2 = r + R \cdot \cos \beta + d/2 \quad (11.8)$$

ce qui donne au final :

$$d = 2x - 2r \cdot (1 + \cos \beta) \quad (11.9)$$

11.9 Moyens de contrôle visuel

Pour la vérification rapide d'éléments de précision moyenne, il est possible de placer en vis-à-vis de la pièce des calibres reprenant la forme locale à contrôler. Ces éléments sont notamment employés pour vérifier les jeux dans les mécanismes (cales d'épaisseur), estimer les dimensions de congés de raccordement (alibres à congés) ou pour vérifier la forme et le pas de pièces filetées (peignes à filetage).

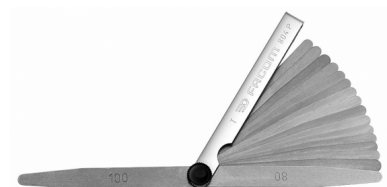


FIGURE 11.40 – Cales d'épaisseur (document Facom).

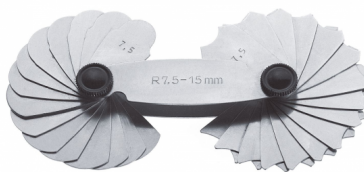


FIGURE 11.41 – Calibres à congé (document Facom).



FIGURE 11.42 – Peignes à filet (document Facom).

Références

- [1] NF EN ISO 10012 (2003). systèmes de management de la mesure. exigences pour les processus et les équipements de mesure.
- [2] NF E 11-050 :1990. instruments de mesurage de longueur. comparateurs mécaniques à cadran, à tige rentrante radiale. sspécification - méthodes d'essais.
- [3] ISO 3650 :1998. spécification géométrique des produits (GPS). étalons de longueur – cales-étalons.
- [4] B. Schatz. Instruments usuels de mesure de longueur. *Techniques de l'Ingénieur*, R1260 :1–26, 2008.
- [5] B. Théron. Calibres à limites pour vérification des pièces lisses. *Techniques de l'Ingénieur*, r1270 :1–15, 2008.
- [6] E. Rivière-Lorphèvre. *Topographie*. Mutuelle d'édition FPMs, 2015.
- [7] M. Gelman. Utilisation des théodolites en mécanique. *Techniques de l'ingénieur*, R1382 :1–16, 1986.

Chapitre 12

Vérification des tolérances géométriques au marbre

The man of science has learned to believe in justification, not by faith, but by verification.

- T. Huxley, *Collected Essays of Thomas Henry Huxley*

12.1 Introduction

Ce chapitre reprend quelques exemples de procédures de mesure pour la vérification de tolérances géométriques en métrologie au marbre.

12.2 Ecart de forme

12.2.1 Eléments linéaires

12.2.1.1 Ecart de rectitude

La rectitude est, par définition, la qualité de ce qui est droit. Elle caractérise une ligne (arête, axe, ou ligne d'une surface) mais elle ne suffit pas à caractériser une surface dans son ensemble. La tolérance de rectitude est la dimension maximale admissible de la zone de tolérance dans laquelle doit se situer la ligne considérée. Suivant la spécification du dessin, la zone de tolérance peut être limitée par :

- deux droites parallèles, projetées sur un plan, la tolérance correspond à la distance entre ces deux droites ;
- par un parallélépipède, la tolérance correspond au côté de la section de ce parallélépipède ;
- par un cylindre, la tolérance correspond alors au diamètre de ce cylindre.

Suivant la longueur à contrôler, on utilisera le niveau de précision ou la règle pour les longueurs inférieures à 1600 mm, le niveau et les procédés optiques pour les longueurs supérieures à 1600 mm.

12.2.1.1.1 Mesure avec règle et comparateur La règle est placée sur deux cales (figure 12.1). Elle représente la droite théorique. Le coulisseau d'une équerre comporte, à la partie supérieure, un comparateur et à la partie inférieure une touche qui vient palper la surface réelle. On mesure ainsi les variations de cote h en fonction du déplacement longitudinal suivant la règle. On estime que l'incertitude est de l'ordre de 0,01mm.

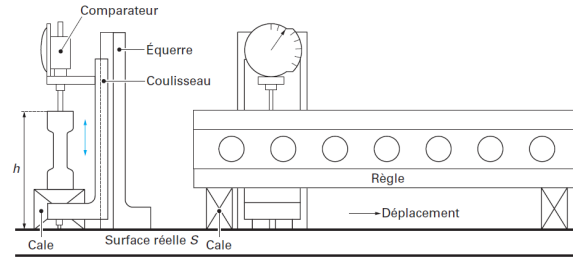


FIGURE 12.1 – Mesure de rectitude avec règle et comparateur [1].

L'écart de rectitude est l'étendue de la course du comparateur le long de la génératrice.

12.2.1.1.2 Mesure avec marbre et comparateur Plusieurs montages de mesure existent en fonction de l'élément à mesurer :

- Rectitude d'une génératrice : on dispose l'objet avec la génératrice à vérifier parallèle au marbre, on relève les mesures tout au long de la génératrice.
- Rectitude de l'axe d'un parallélépipède : on aligne l'objet parallèlement au marbre et on relève les mesures le long des deux génératrices (supérieure et inférieure). On porte sur un diagramme la demi-différence entre les deux lectures du comparateur en chaque point ; le diagramme permet d'estimer l'écart de rectitude.
- Rectitude de l'axe d'un cylindre : on serre l'objet entre deux pointes coaxiales au marbre, on fait tourner l'objet autour de l'axe fixe. On porte sur le diagramme à coordonnées polaires la demi-différence des lectures du comparateur autour d'une révolution complète. On mesure le nombre requis de sections axiales. L'écart maximal entre les centres ainsi déterminés constitue l'écart de rectitude de l'axe de l'objet.

12.2.1.1.3 Mesure par niveau Le long d'une ligne, on déplace un niveau (figure 12.2) enregistrant à chaque pas les écarts par rapport à l'horizontale qui est la droite de référence.

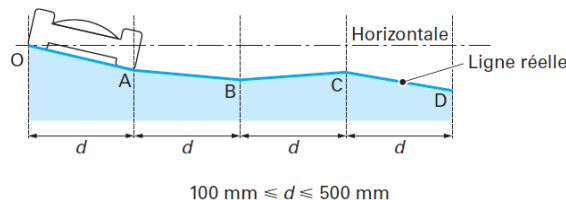


FIGURE 12.2 – Mesure de rectitude par niveau [1].

Arrivé à l'extrémité, on revient à l'origine de la même façon pour obtenir une moyenne des résultats. Dans le cas d'une ligne non horizontale, le niveau est monté sur un support présentant un même angle d'inclinaison que le plan. Il s'agit d'une méthode par propagation, la différence entre l'altitude h_{i+1} du point $i+1$ et l'altitude h_i du point i s'écrit :

$$h_{i+1} - h_i = l \cdot \sin \alpha_i \quad (12.1)$$

α_i étant l'angle mesuré exprimé en radian et l étant la distance entre les points i et $i+1$.

12.2.1.1.4 Contrôle optique On mesure une déviation angulaire avec une lunette (dite autocollimatatrice) et un miroir mobile. La déviation du rayon réfléchi par le miroir mobile est mesurée au micromètre oculaire. On peut également mesurer directement l'écart de position.

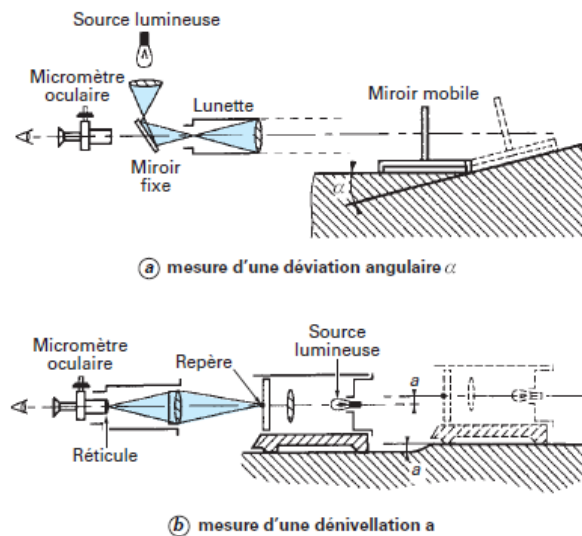


FIGURE 12.3 – Mesure de rectitude avec lunette autocollimatatrice [1].

12.2.1.1.5 Microscope et fil tendu Un fil d'acier est tendu sensiblement parallèle à la ligne à vérifier (figure 12.4). Un microscope disposé verticalement et muni d'un dispositif de déplacement horizontal micrométrique permet de lire dans le plan horizontal de mesurage les écarts de la ligne par rapport au fil tendu. La méthode est intéressante pour des longueurs supérieures à 2m. Le fil est une corde à piano de 0,1 à 0,3 mm de diamètre qu'il est souhaitable de tendre au-delà de la limite élastique pour assurer sa rectitude. Dans le plan vertical, la déformation du fil en chaînette ne peut être négligée.

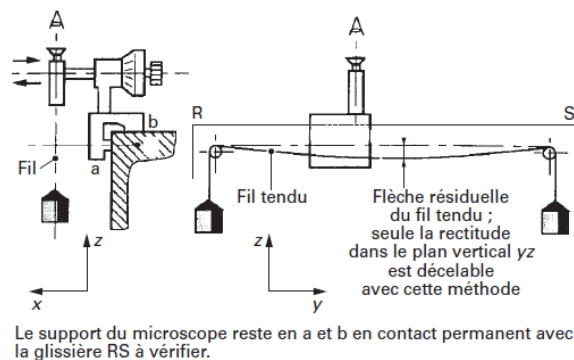


FIGURE 12.4 – Mesure de rectitude avec fil tendu [1].

12.2.1.1.6 Interférométrie laser La mesure de rectitude par interférométrie laser utilise un ensemble optique à deux éléments : un interféromètre et un réflecteur en forme de toit. Le premier est fixe et le second se déplace suivant la direction à vérifier. Les erreurs de rectitude du déplacement induisent des variations de longueur dans le trajet de chacun des deux rayons entre l'interféromètre et le réflecteur en toit. Ces variations sont contrôlées par comptage des franges d'interférences lumineuses induites lors de la superposition des deux rayons réfléchis. On en déduit l'erreur de rectitude par calcul géométrique. Un simple pivotement de l'ensemble optique permet d'opérer dans des plans différents. La capacité de mesure de l'interféromètre à laser va jusqu'à 30m avec une grande précision. Cette méthode est généralement employée pour la vérification de la précision des guidages de machines outils (figure 12.5).

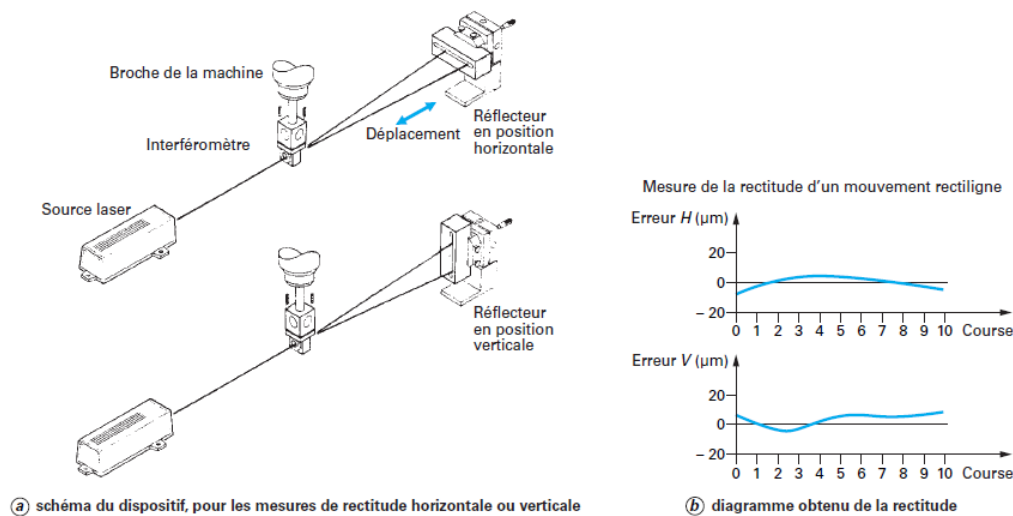


FIGURE 12.5 – Mesure de rectitude par interférométrie laser [1].

12.2.1.2 Ecart de planéité

La planéité est, par définition, la qualité de ce qui est plan. Le défaut de planéité est mesuré par la variation de la distance de chacun des points réels du plan (ou de points choisis) à un plan géométrique de référence parallèle à la direction générale du plan à contrôler. Le plan géométrique peut être matérialisé :

- soit au moyen d'un marbre,
- soit au moyen d'un faisceau de droites obtenu par déplacement d'une règle,
- soit au moyen d'un niveau,
- soit à l'aide de rayons lumineux.

12.2.1.2.1 Vérification par comparaison avec un élément plan Du point de vue de la norme, il faut rappeler que l'erreur de planéité est l'écart entre deux plans parallèles qui englobent l'ensemble des points mesurés sur la surface plane. L'orientation des plans doit être telle qu'elle minimise l'écart maximum. La pièce peut être placée directement sur le marbre ou via trois points de support. Ceci a pour conséquence qu'en pratique, il est difficile de respecter scrupuleusement la condition de minimisation de l'écart maximal (figure 12.6). Les mesures effectuées donneront une borne inférieure de l'écart réel.

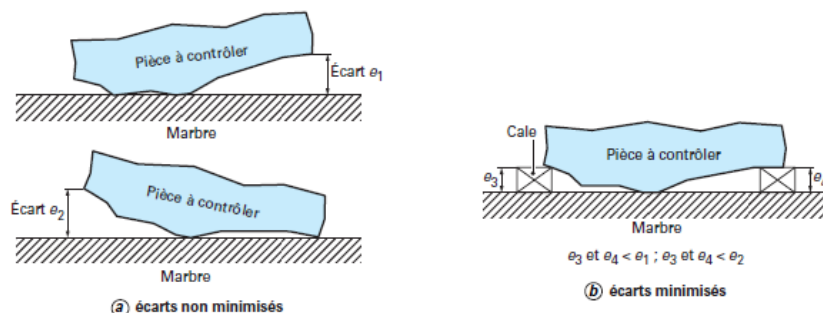


FIGURE 12.6 – Positionnement d'une pièce sur le marbre [1].

12.2.1.2.2 Vérification par comparaison avec un élément rectiligne dans plusieurs directions La méthode consiste à combiner des profils de rectitude entre eux ou des profils de rectitude et des profils par rapport à des lignes circulaires (utilisation d'un plateau tournant ou d'une broche tournante). La finesse du maillage est chaque fois un cas d'espèce mais il est impératif de choisir les pas de mesure pour obtenir des recoupements suffisants. Pour une pièce rectangulaire, on peut envisager, par exemple :

- La méthode du damier consiste à mesurer une série de lignes sans modifier le zéro de la référence pour ne pas éliminer un défaut de vrille puis une série de colonnes dans les mêmes conditions. Cette méthode est généralement utilisée pour vérifier les marbres.
- La méthode du drapeau anglais (figure 12.7) consiste à mesurer un ensemble de lignes parallèles aux côtés et aux diagonales de la pièce.

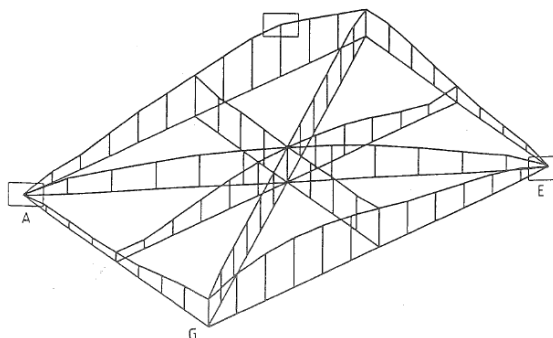


FIGURE 12.7 – Mesure de planéité avec la méthode dite du drapeau anglais [2].

Une méthode de dépouillement au sens des moindres carrés tient compte de toute l'information obtenue. Les méthodes appliquées pour les mesures individuelles de rectitude (fil tendu, règle et comparateur, faisceau lumineux, niveaux, autocollimateur) ont été décrites en mesure de rectitude.

12.2.2 Eléments circulaires

12.2.2.1 Ecart de circularité

La circularité est, par définition, la qualité de ce qui est circulaire. La tolérance de circularité est la distance maximale admissible entre deux circonférences concentriques entre lesquelles doit être comprise la ligne considérée. Sur une même surface de révolution, la tolérance de circularité ne s'applique qu'à la ligne circulaire de chaque section prise séparément. Elle ne suffit donc pas à définir dans son ensemble une surface de révolution.

La déformation d'un profil circulaire peut présenter des particularités dangereuses vis à vis de certaines techniques de mesure qui ne les mettent pas en évidence. Une pièce non circulaire peut par exemple présenter un diamètre constant.

12.2.2.1.1 Méthodes en deux ou trois points Le principe consiste à relever les indications de l'instrument dans deux ou trois positions angulaires d'une même section et de répéter l'opération dans le nombre requis de sections. Le contact entre l'appareil de mesure et la pièce se fait via un palpeur qui permet un contact ponctuel. Il faut utiliser une touche de rayon de courbure aussi grand que possible. Les appuis et le dispositif de bridage éventuel doivent être choisis pour obtenir une déformation minimale de la pièce.

Dans les méthodes à deux points (figure 12.8), on a deux touches diamétralement opposées soit une touche mesurante et une touche fixe ; soit deux touches mesurantes.

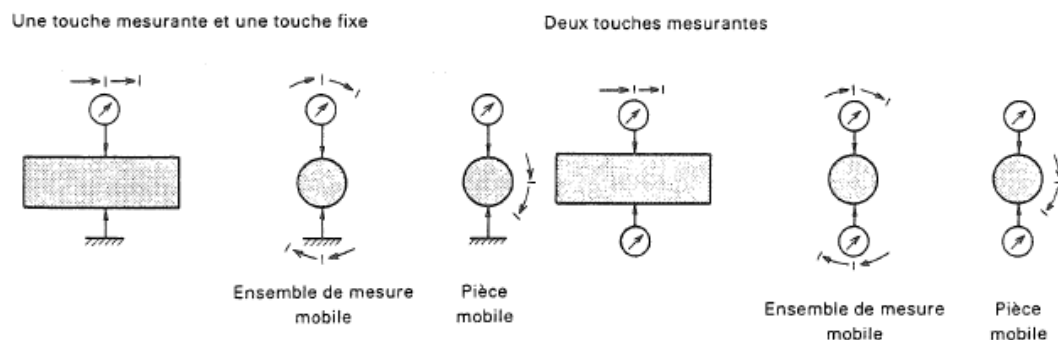


FIGURE 12.8 – Mesure de circularité à deux points [3].

Dans les méthodes à trois points, on a trois touches qui peuvent être toutes mesurantes mais le plus souvent on a une touche mesurante et deux touches fixes (figure 12.9). En montage symétrique, la touche mesurante est à égale distance angulaire des touches fixes ; en montage asymétrique, elle ne l'est pas. L'axe de la pièce doit être perpendiculaire à la direction de mesurage.

Ces méthodes fournissent une évaluation du défaut mais présentent des risques pour des déformations particulières des pièces. Les méthodes à deux points ne sont applicables qu'à des pièces dont la circonférence présente un nombre pair de lobes. Les méthodes à trois points et montage symétrique ne s'appliquent qu'à des pièces dont la circonférence présente un nombre impair de lobes. Le montage asymétrique permet, par un choix judicieux des angles, de s'affranchir de certains défauts et, en particulier, de mesurer des pièces ayant un nombre pair de lobes.

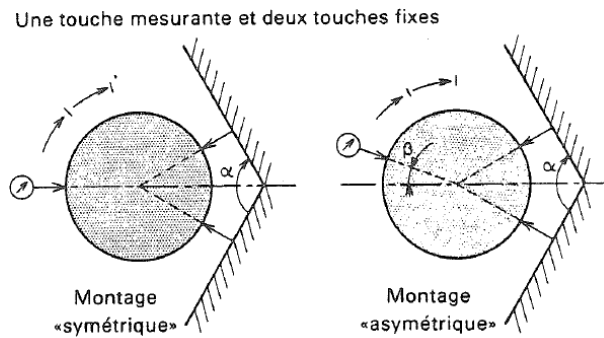


FIGURE 12.9 – Mesure de circularité à trois points [3].

Pour tenir compte de tous les écarts de forme possibles et du nombre de lobes, un mesurage complet doit toujours utiliser un moyen de mesurage en 2 points et deux moyens de mesurage en 3 points sous des angles différents de position des touches fixes.

12.2.2.1.2 Méthodes par variation de rayon Ces méthodes utilisent des capteurs tournants ou des plateaux tournants (figure 12.10). Après avoir dégauchi la pièce par rapport à l'axe de rotation référence des mesures, le principe consiste à déterminer les variations radiales dans une même section sur une révolution complète, et de répéter cette opération au nombre requis de sections. Par leur principe, ces méthodes sont la meilleure approche du défaut de circularité.

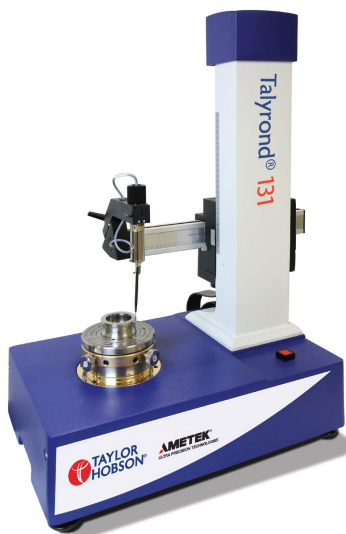


FIGURE 12.10 – Appareil de mesure de circularité a plateau tournant (doc Taylor Hobson).

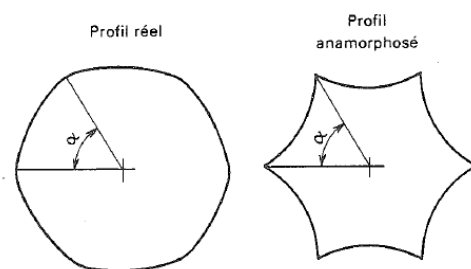


FIGURE 12.11 – Profil amplifié [3].

Dans le cas d'enregistrement en coordonnées polaires du profil, il convient de noter que seules les variations radiales sont considérablement amplifiées, ce qui peut entraîner que des défauts de nature convexe de la pièce apparaissent concaves sur l'enregistrement (figure 12.11). L'exploitation des résultats consiste à superposer sur l'image obtenue un gabarit de contrôle muni de circonférences concentriques et à rechercher les deux circonférences les plus proches entre lesquelles est compris le contour de l'image. La différence entre les rayons de ces deux circonférences est une estimation de l'écart de circularité.

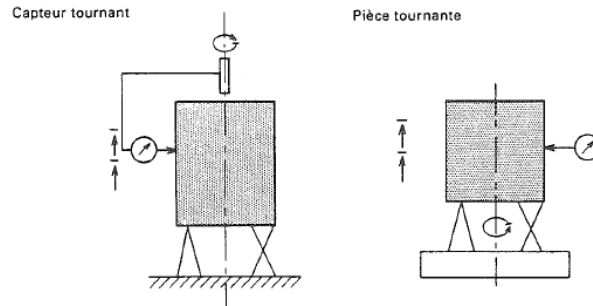


FIGURE 12.12 – Appareils à capteur tournant ou à pièce tournante [3].

L'écart est déterminé graphiquement à partir de l'estimation du centre des deux circonférences de contrôle. En pratique, on peut employer différentes méthodes (figures 12.13 et 12.14).

- la méthode de la zone minimale consiste à rechercher la position du centre qui minimise l'écart maximal entre les deux cercles tangents qui englobent le profil (cette méthode est en accord avec la norme mais elle est assez complexe à mettre en oeuvre en pratique) ;
- la méthode du cercle circonscrit minimal qui positionne le centre des deux cercles au centre du plus grand cercle englobant l'ensemble des mesures (généralement utilisé pour les mesurages extérieurs) ;
- la méthode du cercle inscrit maximal qui positionne le centre des deux cercles au centre du plus grand cercle situé à l'intérieur du profil mesuré (utilisé généralement pour les mesurages intérieurs) ;
- numériquement par la méthode des moindres carrés (ce qui nécessite de disposer d'un enregistrement numérique et du logiciel adapté).

L'écart de circularité est la différence de rayon entre les deux cercles concentriques englobant le profil mesuré.

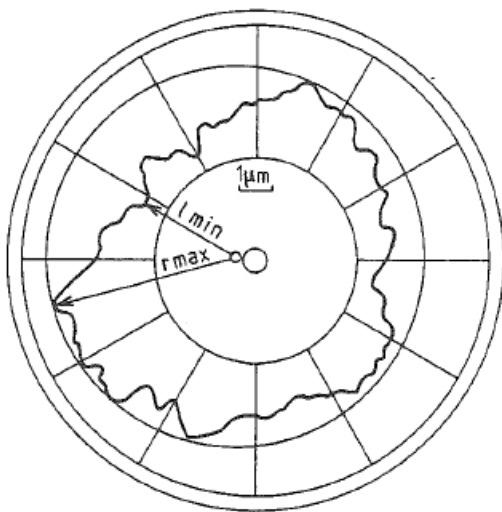


FIGURE 12.13 – Estimation du centre du cercle par le critère du cercle circonscrit minimum [3].

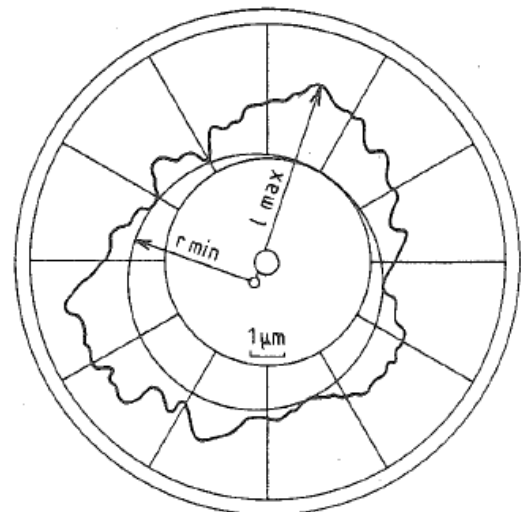


FIGURE 12.14 – Estimation du centre du cercle par le critère du cercle inscrit maximum [3].

12.2.2.2 Ecart de cylindricité

La cylindricité est la qualité de ce qui est cylindrique. Elle caractérise une surface de révolution. La tolérance de cylindricité est la distance maximale admissible entre deux cylindres coaxiaux entre lesquels doit être comprise la surface cylindrique considérée. Les défauts de cylindricité particuliers :

- défauts de circularité des sections ;
- défauts des génératrices ou de l'axe (tonneau, diabolé, arcure ou flèche, cônécité,...) ;
- défauts de vrillage (sections lobées déphasées les unes par rapport aux autres).

La mesure de cylindricité s'effectue en réalisant différentes mesures de circularité le long de l'axe de la pièce (figure 12.15). On projète ensuite les relevés de circularité dans un plan perpendiculaire à un axe moyen défini à partir des relevés de rectitude (figure 12.16). La tolérance de cylindricité est évaluée à partir du rayon du plus petit cercle qui englobe les position des centres des sections aux différents niveaux.

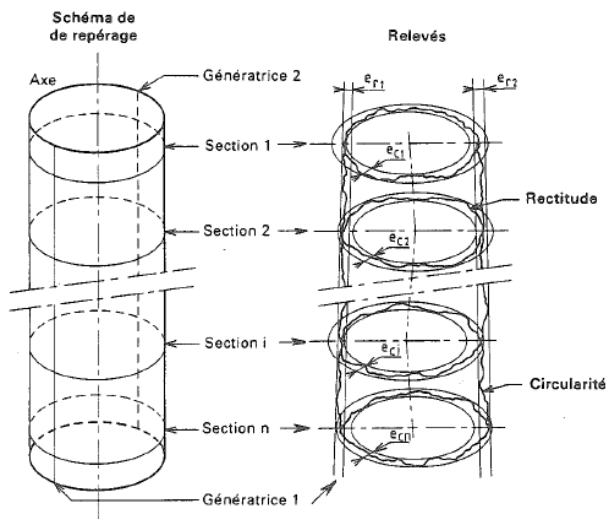


FIGURE 12.15 – Mesure de cylindricité : principe [4].

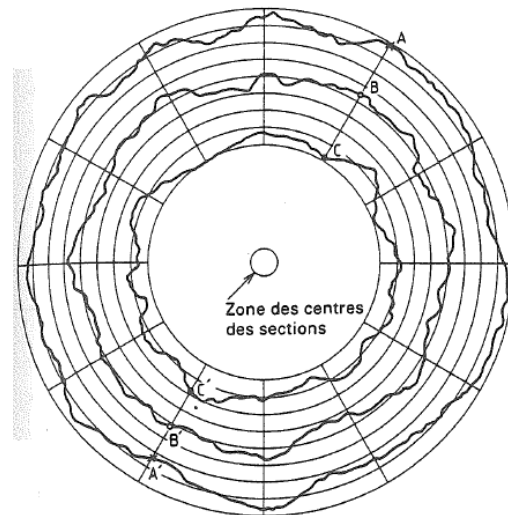


FIGURE 12.16 – Mesure de cylindricité : exemple de relevé [4].

12.2.3 Éléments quelconques

Pour la vérification de lignes ou de surfaces quelconques, il est difficile de se contenter de mesures au marbre. La mesure d'un nuage de points par l'intermédiaire d'une machine à mesurer tridimensionnelle (cf chapitre 13), couplée à un logiciel adapté est généralement réalisée en pratique.

12.3 Etablissement des références spécifiées lors du mesurage

Les erreurs d'orientation, de position et de battement se rapportent à une référence spécifiée. Pour rappel, cette dernière est généralement identifiée par une lettre de référence qui est répétée dans le cadre de tolérance. Les éléments de référence utilisés pour imposer une référence spécifiée possèdent des irrégularités inhérentes résultant des procédés de fabrication. Ils peuvent prendre la forme d'écarts convexes, concaves ou coniques. Ces défauts géométriques peuvent rendre aberrantes les vérifications notamment lorsque la surface de référence est convexe.

Lorsqu'il est difficile d'établir une référence spécifiée à partir d'un élément réel de la pièce, il peut être nécessaire d'utiliser une référence simulée. Celle-ci doit avoir des qualités géométriques en rapport avec l'incertitude de mesure admise.

En général, la disposition relative de l'élément réel de la pièce et de la référence simulée doit être telle que l'écart de distance entre les deux soit minimale, pour que l'orientation de la référence simulée soit représentative de celle de la référence réelle.

Si l'appui de la référence réelle et de la référence simulée n'est pas stable, on recherchera par tout moyen approprié à une position stable qui respecte la condition précédente.

12.3.1 Axe utilisé en tant que référence spécifiée

L'utilisation d'un axe en tant que référence spécifiée est toujours un élément abstrait et doit être établi par un élément de référence simulée ou par un calcul mathématique. La référence spécifiée pour un élément intérieur (extérieur) doit être établie par un élément inscrit (circonsrit) de forme géométrique correcte. Si la surface cylindrique de référence est soignée, on peut la placer dans un vé pour une mesure de coaxialité par exemple

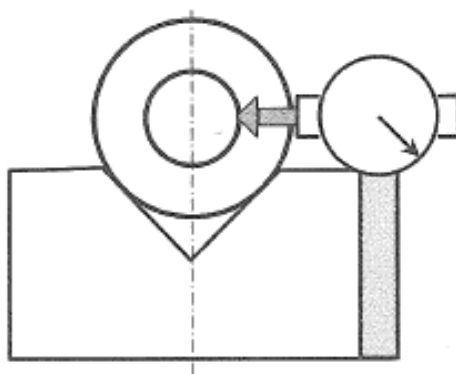


FIGURE 12.17 – Placement d'un cylindre dans un vé [5].

12.3.1.1 Eléments intérieurs

Pour les alésages cylindriques, la référence spécifiée peut être établie par un mandrin cylindrique de la plus grande dimension inscrite ou par un mandrin expansible. Cette solution est toutefois assez rare car il faut éviter tout mouvement relatif du mandrin dans l'alésage (mandrin expansible par exemple). Si le mandrin ne peut conserver une position stable dans l'alésage, sa position doit être ajustée de telle manière que son déplacement possible dans toutes les directions soit égal.

12.3.1.2 Eléments extérieurs

Pour les arbres cylindriques, la référence spécifiée peut être établie par un calibre bague cylindrique de la plus petite dimension circonscrite ou par un mandrin à pince. Si la position du calibre ne peut être stabilisée, elle doit être ajustée de manière que le déplacement possible dans toutes les directions soit égal.

La référence spécifiée pour les arbres cylindriques peut être établie facilement en utilisant par exemple des vés, des étriers en V, des blocs en L ou des étriers en L. Un axe utilisé en tant que référence spécifiée peut également être établi par une évaluation graphique.

12.3.2 Surface plane utilisée en tant que référence spécifiée

Dans la pratique, la référence spécifiée sera établie simplement au moyen de trois appuis (points) situés le plus loin possible les uns des autres sur l'élément de référence. Lorsque certains points ou certaines surfaces sur le dessin sont spécifiés en tant que références partielles, ils doivent être utilisés pour l'alignement des éléments de référence simulée.

12.3.3 Références spécifiées multiples

Si la référence spécifiée est constituée par deux ou plusieurs éléments de référence, leur ordre peut avoir de l'importance. Si la référence spécifiée est constituée par trois éléments de référence, il y a lieu de noter que l'élément de référence primaire est aligné sur trois points ; l'élément de référence secondaire est aligné sur deux points et l'élément de référence tertiaire sur un point.

12.4 Ecart d'orientation

On trouve, dans le mesurage des écarts de parallélisme et des écarts de perpendicularité des méthodes basées sur des mesures par variation de distance ou par variation d'angle.

- Pour la variation de distance, on palpe directement les éléments pour estimer l'écart via une lecture directe ou une méthode similaire aux mesures de rectitude ou de planéité.
- Pour variation d'angle, la mesure se fait directement sur l'élément, soit sur des éléments simulés.

Avant d'entreprendre la vérification d'une tolérance de parallélisme ou de perpendicularité, il convient en premier lieu de s'assurer que les défauts de forme de l'élément tolérancé ne sont pas supérieurs à la tolérance de parallélisme ou de perpendicularité auquel cas il n'est plus nécessaire de la vérifier. Si les défauts sont compatibles, il convient alors de rechercher les points les plus représentatifs de l'élément tolérancé, en un nombre suffisant de points ou de positions de mesure. Dans ce cas, le calcul des erreurs de parallélisme ou de perpendicularité comprend des défauts de forme. Par souci de simplification, la mise en oeuvre des méthodes proposées considère que les défauts de forme de l'élément tolérancé sont faibles, voire négligeables, en regard de la tolérance spécifiée.

12.4.1 Ecart de parallélisme

12.4.1.1 Parallélisme entre deux axes

On simule l'axe de référence et l'axe de l'élément par les axes des cylindres inscrits dépassant des alésages. Les mandrins cylindriques doivent s'ajuster sans jeu dans l'alésage ce qui est difficile à réaliser en pratique.

12.4.1.2 Parallélisme entre un axe et un plan

On simule la référence spécifiée en posant la totalité de la référence réelle sur un plan. On effectue des mesures M_1 et M_2 en un nombre requis de points sur les deux génératrices contenues dans le plan diamétral perpendiculaire à la référence. Dans chaque section, on calcule

$$E = (M_1 - M_2)/2 \quad (12.2)$$

L'écart de parallélisme est tel que $e = E_{max} - E_{min}$.

12.4.1.3 Parallélisme entre deux plans

On simule la référence spécifiée en posant la totalité de la référence réelle sur un plan, l'écart de parallélisme est l'amplitude maximale mesurée par un comparateur se déplaçant sur la surface tolérancée.

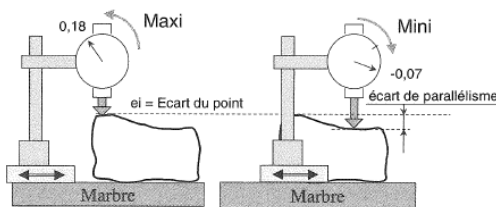


FIGURE 12.18 – Principe de la mesure de parallélisme entre plans [5].

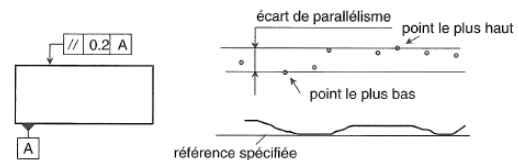


FIGURE 12.19 – Ecart de parallélisme mesuré [3].

12.4.2 Ecarts de perpendicularité

Souvent le contrôle de perpendicularité se ramène à un contrôle de parallélisme entre un des éléments et la surface d'une équerre ou d'un cylindre étalon. Ce principe est valable pour des longueurs explorées inférieures à 600 mm ; au-dessus, on utilise les principes optiques. Pour une vérification plus rapide et moins précise, on peut utiliser la règle-rapporteur en mesurant l'angle.

12.4.2.1 Perpendicularité de deux axes

Si les deux axes sont fixes, on vérifie le parallélisme entre un axe matérialisé par un cylindre et une branche d'équerre. Si un des deux axes est un axe de rotation, un comparateur à cadran, lié au bras fixé sur l'axe de rotation vient palper deux points du cylindre matérialisant l'autre axe de la génératrice.

12.4.2.2 Perpendicularité d'un axe et d'un plan

Si l'axe est fixe, une équerre avec une base appropriée appuyée sur le cylindre matérialisant l'axe. Si l'axe est un axe de rotation, un bras portant un comparateur à cadran est fixé sur la broche, la touche du comparateur étant orientée parallèlement à l'axe de rotation. En tournant, on explore le plan, contrôlant sa perpendicularité à l'axe.

12.4.2.3 Perpendicularité de deux plans

La mesure consiste à prendre la référence du comparateur sur une équerre espacé du support à l'aide d'une cale. la face de référence est ensuite placée sur le marbre et la mesure s'effectue comme une mesure de parallélisme

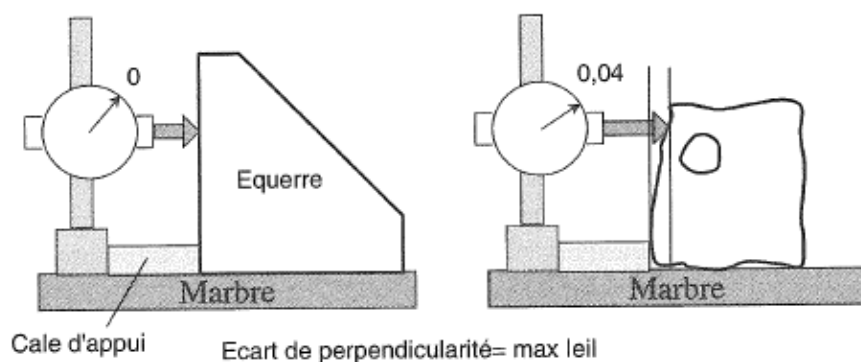


FIGURE 12.20 – Vérification de perpendicularité entre plans [5].

12.4.3 Ecarts d'inclinaison

La mesure d'un écart d'inclinaison se résumé généralement à donner à la surface de référence un angle rendant la ligne ou la surface à mesurer théoriquement parallèle au marbre. On estime ensuite l'erreur d'inclinaison par les méthodes employées en mesure de rectitude ou de planéité (figure 12.21).

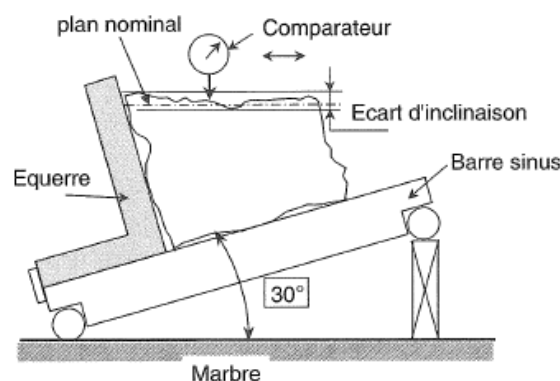


FIGURE 12.21 – Mesure de l'erreur d'inclinaison à l'aide d'une barre sinus [5].

12.5 Ecart de position

12.5.1 Ecart de symétrie

Pour la mesure de la symétrie de l'axe d'une rainure, on mesure en différents points les cotes de part et d'autre de la pièce (a_i : première pose, b_i : deuxième pose) à l'aide d'un comparateur à levier (figures 12.22 et 12.23). L'écart de symétrie est calculé selon :

$$ecart = \max \frac{|a_i - b_i|}{2} \quad (12.3)$$

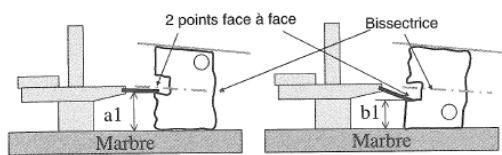


FIGURE 12.22 – Principe de la mesure de symétrie de l'axe d'une rainure [5].

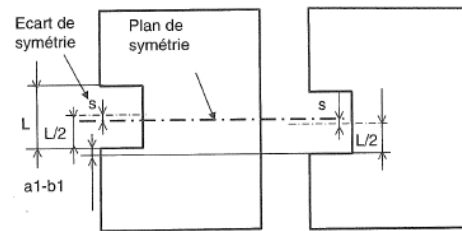


FIGURE 12.23 – Vérification de symétrie de l'axe d'une rainure [5].

12.5.2 Ecart de localisation

La tolérance de localisation est définie par la (les) dimension(s) maximale(s) admissible(s) de la zone de tolérance dans laquelle doit se situer l'élément considéré (point, ligne ou surface).

Conditions de mesurage :

- L'élément tolérancé peut être un élément intégral de la pièce, une ligne médiane (axe) ou une surface médiane.
- La tolérance de localisation limitant le défaut de forme et d'orientation de l'élément tolérancé, il convient dans la mesure du possible d'effectuer les mesurages sur l'élément intégral de la pièce.

Lorsqu'il apparaît que les défauts de forme et d'orientation de l'élément tolérancé sont supérieurs à la tolérance de localisation, il n'est pas nécessaire de poursuivre la vérification, sauf pour savoir si la pièce est retouchable. Dans le cas d'un axe, la matérialisation de l'axe se fait par palpation de la surface de l'arbre ou de l'alésage, ou, en utilisant un élément simulé. Il en est de même pour une surface médiane.

12.5.2.1 Exemple de la localisation d'un alésage

Prenons l'exemple de la localisation du centre d'un alésage (figure 12.24). On va mesurer (par exemple avec un comparateur à levier) les cotes $X1$ et $X2$ en posant la référence primaire sur le marbre.

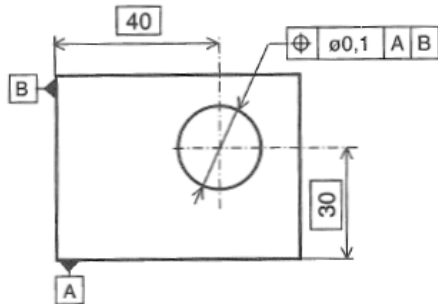


FIGURE 12.24 – Tolérance de localisation d'un alésage [5].

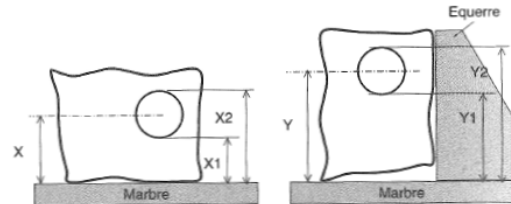


FIGURE 12.25 – Principe de la mesure de l'écart de localisation [5].

On va ensuite mesurer les cotes $Y1$ et $Y2$ en prenant soin de respecter l'ordre des références (d'abord aligner A sur une équerre perpendiculaire au marbre puis mettre B en appui, figure 12.25). L'erreur de position se calcule selon :

$$X = \frac{X1 + X2}{2} \quad (12.4)$$

$$Y = \frac{Y1 + Y2}{2} \quad (12.5)$$

$$ecart = \sqrt{(X - 30)^2 + (Y - 40)^2} \quad (12.6)$$

12.5.2.2 Exemple de la localisation de l'axe d'une rainure

Soit à vérifier la tolérance de position présentée en figure 12.31.

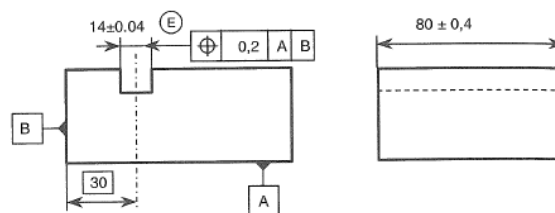


FIGURE 12.26 – Imposition d'une tolérance de position sur un plan médian [5].

La mesure va consister à relever la position moyenne de lectures effectuées sur les deux faces de la rainure en différentes positions, au moins une à chaque extrémités (figure 12.27). L'écart (figure 12.28), se calcule selon :

$$m_i = \frac{b_i + h_i}{2} \quad (12.7)$$

$$e_i = |30 - e_i| \quad (12.8)$$

$$ecart = \max(e_i) \quad (12.9)$$

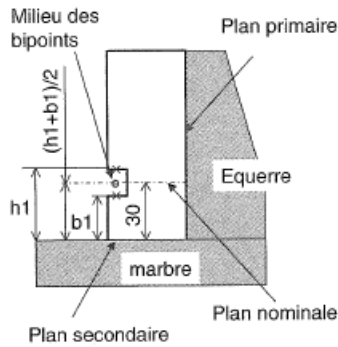


FIGURE 12.27 – Principe de mesure [5].

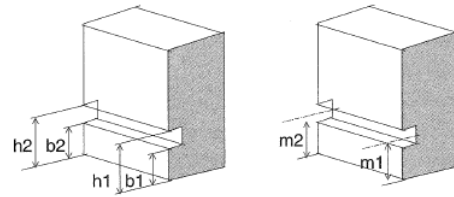


FIGURE 12.28 – Principe du calcul de l'écart de position [5].

Pour la mesure (figures 12.29 et 12.30), on emploiera des cales étalons ayant la cote théorique exacte (23 et 37 mm), la pièce devra être placée en respectant l'ordre des références (d'abord sur la face A via une équerre, puis sur la face B en appui sur la marbre).

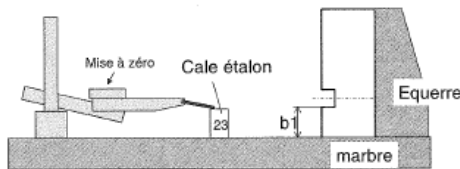


FIGURE 12.29 – Mesure des cotes b_i [5].

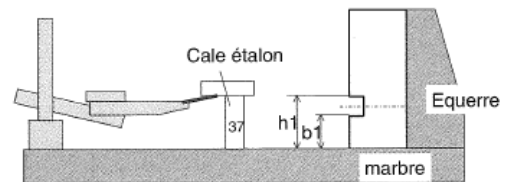


FIGURE 12.30 – Mesure des cotes h_i [5].

12.5.3 Ecart de coaxialité

Si le cylindre de référence est tels qu'on puisse négliger son erreur de forme, on peut placer la pièce sur un vé et mesurer l'amplitude de variation enregistrée par un comparateur. L'écart de coaxialité est alors le moitié de l'étendue de la variation mesurée.

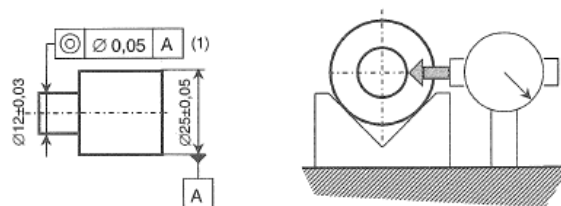


FIGURE 12.31 – Tolérance de coaxialité et principe de mesure [5].

Références

- [1] C. Bonzom and E. Fargier. Erreurs de forme, de position, d'orientation, de battement. partie 2. *Techniques de l'Ingénieur*, R1221 :1–17, 2008.
- [2] NF E 10-102. méthodes de mesurage dimensionnel. troisième partie : écarts de planéité.
- [3] NF E 10-103. méthode de mesurage dimensionnel. quatrième partie : Ecarts de circularité.

- [4] NF E 10-104. méthodes de mesurage dimensionnel : Cinquième partie : Ecart de cylindricité.
- [5] B. Anselmetti. *Tolérancement : langage des normes ISO de cotation : volume 4*. Hermès Lavoisier, 2003.

Chapitre 13

Machines à mesure tridimensionnelles et moyens associés

'Data ! Data ! Data !' he cried impatiently. 'I can't make bricks without clay.

- C. Doyle, The Adventure of the Copper Beeches

13.1 Introduction

De plus en plus de dispositifs de mesure consistent à obtenir les coordonnées de points sur la surface de l'objet qui sont traités numériquement. On distingue les mesures avec contact (colonne à mesurer, machines à mesurer tridimensionnelles) ou sans contact (scanner 3D).

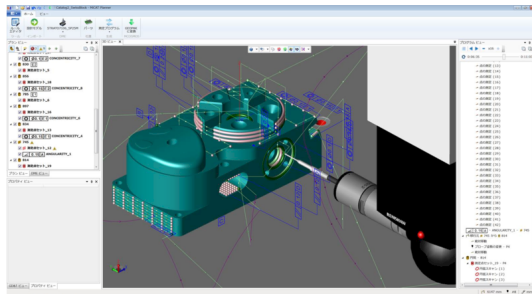


FIGURE 13.1 – Exploitations de mesures à la machine à mesurer tridimensionnelle (Doc. Mitutoyo).

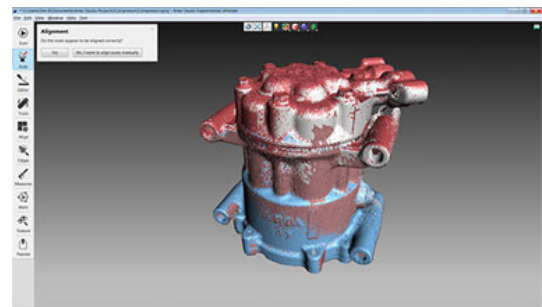


FIGURE 13.2 – Exploitation du nuage de points produit par un scanner 3D (Doc. Artec).

13.2 Moyens de mesure

13.2.1 Colonnes de mesure verticales

Les colonnes de mesure verticales sont des machines à mesurer le long d'un axe. Elles sont constituées des éléments suivants :

- un socle composé de trois plots, incluant souvent un coussin d'air, pour faciliter le déplacement sur le marbre de référence ;
- un bâti vertical assurant le guidage et le déplacement d'un chariot de mesure ;
- un dispositif de mesure du déplacement (résolution de l'ordre du micron) ;
- un porte-palpeur solidaire du chariot de mesure, permettant la réalisation de diverses mesures ;
- un calculateur qui permet au minimum :
 - le choix d'une position de référence ;
 - le calibrage du palpeur sur un étalon ou via une introduction manuelle ;
 - la mesure de diamètres extérieurs ou intérieurs à partir d'un palpé sur deux points d'un cercle ;
 - le calcul d'un point de symétrie intérieur ou extérieur.

Les capacités de mesure vont de quelques centaines de mm à plus d'un mètre selon les modèles.



FIGURE 13.3 – Gamme de colonnes à mesurer Tesa Micro-Hite, le modèle intermédiaire est utilisé au laboratoire de métrologie de la FPMs (Doc. Tesa).

13.2.2 Machines à mesurer tridimensionnelles

Les machines à mesurer tridimensionnelles (MMT ou MMC : machine à mesurer en coordonnées) sont des équipements de mesure dans lesquelles un palpeur (généralement sphérique) peut se déplacer dans son espace de travail pour enregistrer la position de point de la pièce de manière manuelle, motorisée ou automatique. Les machines conventionnelles ont un espace de travail de l'ordre de 300 mm de côté, certaines machines de type portique peuvent avoir un espace de travail de plusieurs mètres (utilisées pour la mesure de carrosseries de voitures par exemple). La précision des machines à mesurer tridimensionnelles est généralement exprimée par des formules de type $A + L/K$ avec A une valeur de base en microns, L la longueur mesurée et K une constante. La machine à mesurer du service de génie mécanique (figure 13.4) a par exemple une précision annoncée de $3 + L(mm)/300$ microns.



FIGURE 13.4 – MMT du service de génie mécanique de la FPMs.



FIGURE 13.5 – Machine à mesurer de grande dimension (Doc. Leiz).

13.2.3 Scanner tridimensionnels

Avec le développement des moyens d'impression 3D, un besoin fort s'est fait sentir vers la mesure rapide d'un objet en vue de sa digitalisation. Un grand nombre de principes ont été développés pour la réalisation de scanners 3D (figure 13.6).

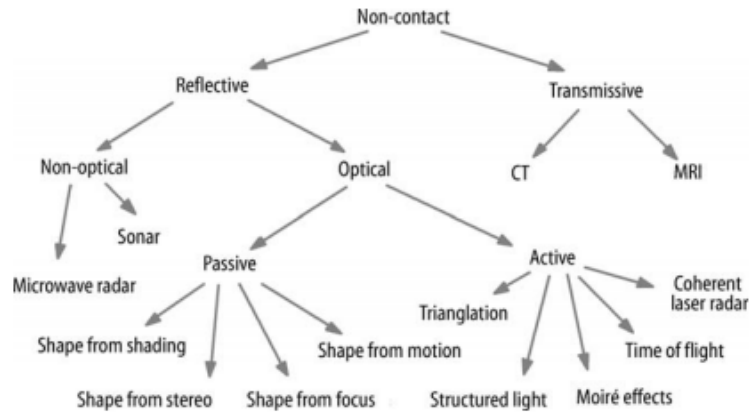


FIGURE 13.6 – Principes des appareils de mesure sans contact [1].

De nombreux principes de mesure existent, eux, on peut citer le mesures laser (figure 13.7) ou par lumière structurée.

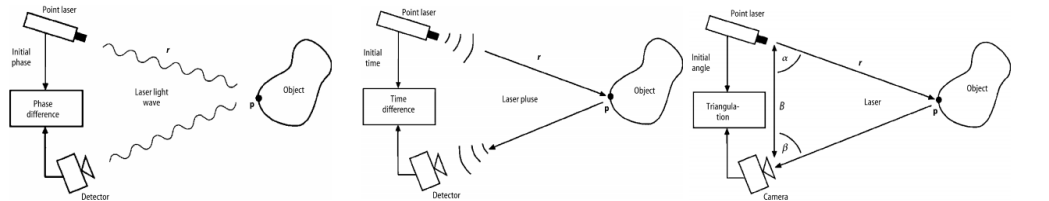


FIGURE 13.7 – Mesure laser par différence de phase, par mesure de temps de vol et par triangulation [1].

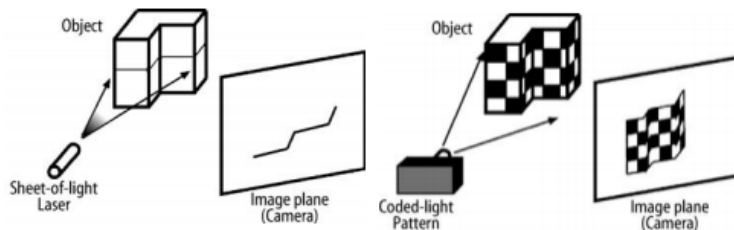


FIGURE 13.8 – Mesure par projection de lumière structurée [1].

Ces dispositifs permettent la mesure d'un grand nombre de point en un délai court (de l'ordre de 1000 à 1 million de points pas seconde) avec une précision moyenne (de 0,1 à 0,01 mm au mieux). D'un point de vue métrologie, ces dispositifs permettent la vérification de pièces de grandes dimensions de formes complexes en comparant le nuage de points avec une géométrie nominale CAO.

13.3 Machines à mesurer tridimensionnelles

Une machine à mesurer tridimensionnelle est constituée (figure 13.9) :

- d'un marbre pour la pose de la pièce ;
- d'un palpeur servant à la mesure d'un point sur la pièce ;
- de trois axes de mouvement cartésiens ;
- de capteurs permettant la mesure le long des axes ;
- d'un élément de référence (généralement sphérique) pour l'étalonnage du palpeur.

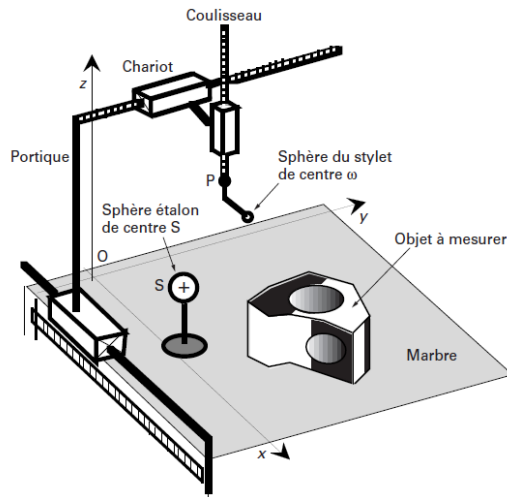


FIGURE 13.9 – Principe de base d'une MMT [2].

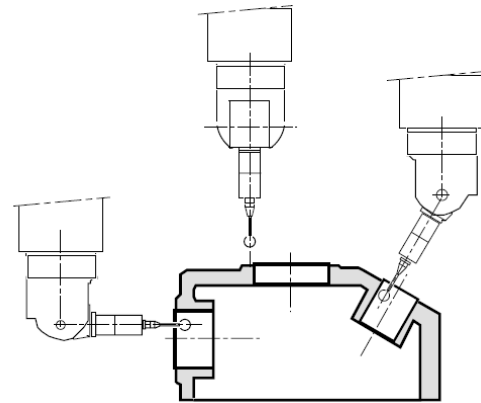


FIGURE 13.10 – Orientation du palpeur d'une MMT [2].

Afin d'augmenter l'accessibilité, certaines machines intègrent la possibilité d'orientation du palpeur (figure 13.10) selon différents axes de rotation.

13.3.1 Éléments constitutifs

13.3.1.1 Structure

Les machines à mesurer peuvent avoir une structure cartésienne (portique ou col de cygne) ou série (bras liés par des liaisons sphériques). Les structures cartésiennes par portique (figure 13.11) sont les plus rigides et donc les plus précises mais peuvent avoir des soucis d'accessibilité pour des mesures particulières. Les modèles en col de cygne (figure 13.12) ou à bras articulés (figure 13.13) permettent une accessibilité accrue au détriment de la précision.

Pour les structures cartésiennes, les guidages sont généralement assurés par des patins aérostatiques donnant un bon compromis entre rigidité élevée et faible coefficient de frottement. La mesure des déplacements s'effectue avec des capteurs inductifs ou capacitifs. La calibration des machines à mesurer font l'objet de procédures normalisées [3].



FIGURE 13.11 – MMT à portique (Doc. Leitz).

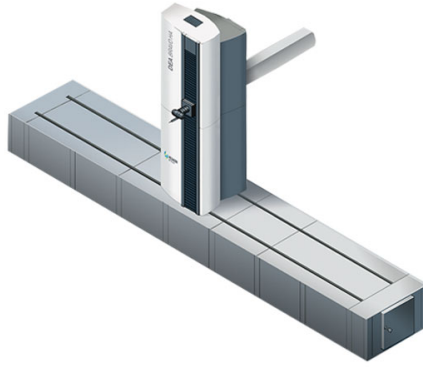


FIGURE 13.12 – MMT à col de cygne (doc. Bravo).



FIGURE 13.13 – Bras de mesure (Doc. Kreon).

13.3.1.2 Palpeurs

L'élément de contact entre la machine et la pièce est un palpeur constitué d'une sphère en matériau dur (rubis d'usage général, nitrure de silicium recommandé pour les pièces en aluminium, zirconium recommandé pour les pièces en fonte) placée au bout d'une tige métallique (allonge) reliée à un capteur. Il existe deux types de capteurs :

- les capteurs à déclenchement ;
- les capteurs à mesure continue basés sur la mesure de déformation à la base de la tige.

Les capteurs à déclenchement sont les plus employés en pratique. Ils sont constitués à leur base de trois appuis en configuration isostatique sur trois support (on parle de liaison isostatique de Boys, figure 13.14).

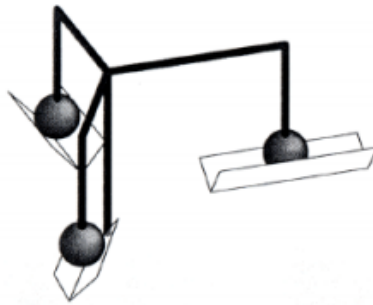


FIGURE 13.14 – Principe de la liaison isostatique de Boys.

Lorsqu'un point est mesuré, l'un des supports au moins se soulève de son appui, ce qui interrompt un contact électrique qui déclenche la mesure. Un ressort de rappel maintient le dispositif en place dans sa configuration de repos (figure 13.15).

La tige peut être plus ou moins longue pour permettre d'optimiser l'accessibilité (figure 13.16). Il faut toutefois limiter l'élancement pour éviter d'introduire une flexion excessive. Des formes plus complexes peuvent être données au palpeur pour augmenter les possibilités de mesure (figure 13.17).

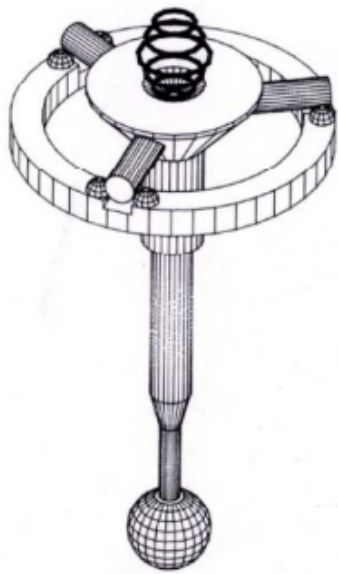


FIGURE 13.15 – Principe du palpeur à déclenchement.



FIGURE 13.16 – Palpeur simple.



FIGURE 13.17 – Palpeur étoile.

13.3.1.3 Mesure d'un point

Lors de la prise de mesure d'un point sur la surface, il est nécessaire de connaître la nature de la surface palpée pour pouvoir obtenir avec précision ses coordonnées. En effet, la mesure effectuée sur les axes de la machine permet de connaître la position du centre du palpeur (« point saisi »), mais le point de contact réel est situé quelque part sur la sphère définie par ce palpeur.

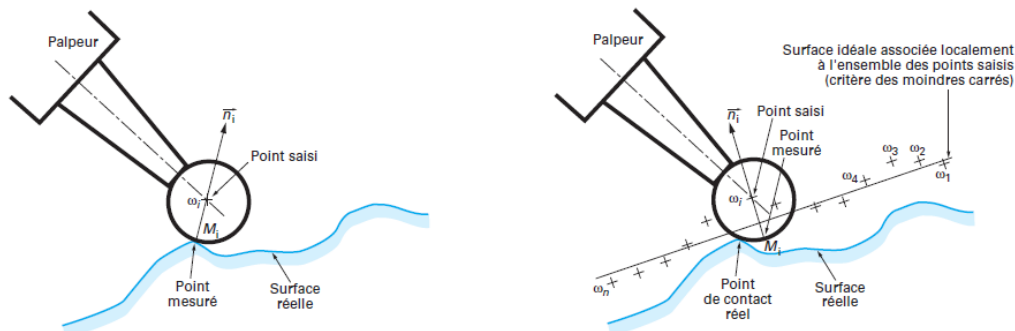


FIGURE 13.18 – Point saisi, point de contact et point mesuré. [2].

Il faut donc connaître la normale locale à la surface pour calculer les coordonnées du point mesuré qui soit une bonne approximation du point de contact réel. Ceci implique :

- que l'opérateur impose la direction de cette normale (par exemple après dégauchissage de la pièce) ;
- que la typologie de la forme soit connue de la commande de la machine pour un palpé automatique ;
- qu'une surface soit associée aux point mesurés dans la phase de dépouillement avant d'effectuer la correction ;
- de mesurer trois points proches du point à mesurer pour estimer la normale locale comme le vecteur normale au plan construit sur ces trois points.

Erreur		Diamètre palpeur (mm)					
angle (rad)	pente $\mu m/100mm$	1	2	4	10	20	40
10^{-4}	10	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2
$2 \cdot 10^{-4}$	20	0,1	0,2	0,4	1	2	4
$3 \cdot 10^{-4}$	30	0,15	0,3	0,6	1,5	3	6
$4 \cdot 10^{-4}$	40	0,2	0,4	0,8	2	4	8
$5 \cdot 10^{-4}$	50	0,25	0,5	1	2,5	5	10
$6 \cdot 10^{-4}$	60	0,3	0,6	1,2	3	6	12
$7 \cdot 10^{-4}$	70	0,35	0,7	1,4	3,5	7	14
$8 \cdot 10^{-4}$	80	0,4	0,8	1,6	4	8	16
$9 \cdot 10^{-4}$	90	0,45	0,9	1,8	4,5	9	18
$10 \cdot 10^{-4}$	100	0,5	1	2	5	10	20

TABLE 13.1 – Ecart entre le point mesuré et le point de contact (d'après [2]).

L'écart entre le point mesuré et le point de contact réel est d'autant plus grand que le rayon du palpeur est grand et que l'erreur angulaire sur la normale à la surface est grand (tableau 13.1).

13.3.2 Exploitation des mesures

Afin de pouvoir décrire les caractéristiques géométriques, dimensionnelles, ou d'état de surface, huit opérations élémentaires sont nécessaires [4] :

- partition : séparation de la pièce en éléments simples (plans, cylindres,...) ;
- extraction : récupérer sur un élément simples un ou des points particuliers de la pièce ;
- filtrage - lissage : réduire le niveau d'information d'un ensemble mesuré ;
- association : définir un élément parfait dont le type est connu par la partition ;
- construction : définir un ensemble géométrique simple sur des éléments parfaits ;
- collection : définir un ensemble d'éléments géométriques simples comme un seul élément géométrique ;
- évaluation : quantifier une dimension.

Pour ces opérations, différents types peuvent exister. Par exemple, pour l'opération d'association, on parle de critère d'association pour évoquer les types d'association influant sur le résultat de la caractéristique (figure 13.20). Ce point est détaillé au §13.4. Pour l'opération de filtrage, on parle tout simplement de filtre (filtre gaussien, gaussien robuste, ondelette, morphologique...). Ils définissent des perceptions différentes de la surface ou lignes observées.

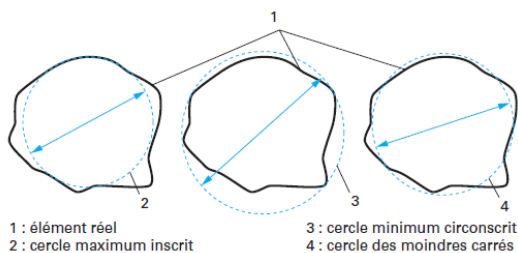


FIGURE 13.19 – Différents critères d'association pour un cercle [4].

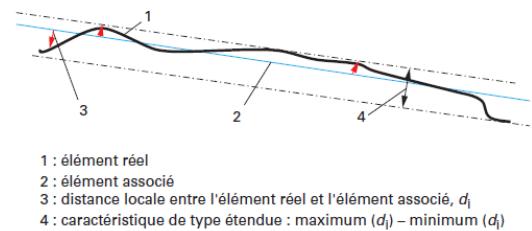


FIGURE 13.20 – Définition d'une erreur de rectitude[4].

Ces différenciations donnent des moyens pour comparer qualitativement ou quantitativement un mesurage avec un autre. L'opération d'évaluation permet de définir la caractéristique GPS sous forme d'une fonction prenant en compte des dimensions locales entre éléments géométriques ou sur un élément géométrique (figure 13.20).

La procédure d'exploitation doit être soigneusement préparée pour s'assurer qu'elle sera en accord avec la norme (ou tout au moins la plus en accord possible si certaines fonctions ne sont pas disponibles dans le logiciel de la machine à mesurer tridimensionnelle). De manière générale, la procédure consiste à :

- lire le dessin de définition pour déterminer les tolérances à vérifier ;
- choisir l'orientation de la pièce pour la réalisation des mesures ;
- déterminer la géométrie du palpeur pour s'assurer une accessibilité optimale à l'ensemble des points mesurés ;
- calibrer le palpeur ;
- réaliser les mesures ;
- dépouiller les résultats.

13.3.2.1 Pose de la pièce

Les efforts de palpation sont relativement réduits sur une MMT (de l'ordre de quelques newtons au plus), il n'est donc pas nécessaire de prévoir des fixations complexes pour les pièces, sauf dans les cas suivants :

- les pièces élancées placées en porte-à faux ou verticalement (et donc instables) ;
- les pièces de faible masse et donc sujette au glissement sur le marbre ;
- les pièces ne présentant pas un plan de pose (billes, cylindres,...).

La fixation s'effectue généralement via des mors en polymère ou à l'aide de pâte à modeler.

L'orientation de la pièce n'a théoriquement pas d'importance puisque le traitement numérique va réaliser un changement de repère global (repère machine) vers un repère local (repère pièce). On essaye généralement de s'arranger pour aligner la pièce avec les axes de la machine pour simplifier les commandes manuelles. La précision est généralement meilleure si le mouvement de la machine n'est effectué que selon un axe.

13.3.2.2 Calibration du palpeur

Lorsque le palpeur touche la surface à mesurer, la rupture du contact n'est pas instantanée. Il y a donc deux effets à prendre en compte : l'angle de déclenchement et la flexion de la tige (qui dépend de la raideur du ressort de rappel). Avant une campagne de mesure, le palpeur est donc utilisé pour mesurer un étalon (généralement une sphère) pour déterminer un rayon équivalent qui sera employé par la suite de la campagne de mesure. Il faut évidemment calibrer chacune des touches de mesure d'un palpeur en étoile.

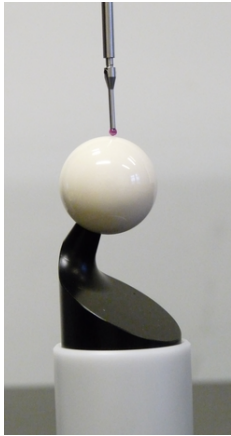


FIGURE 13.21 – Calibration du palpeur sur une sphère.

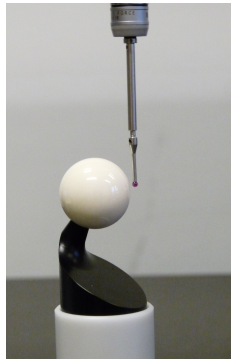


FIGURE 13.22 – Calibration du palpeur sur une sphère.

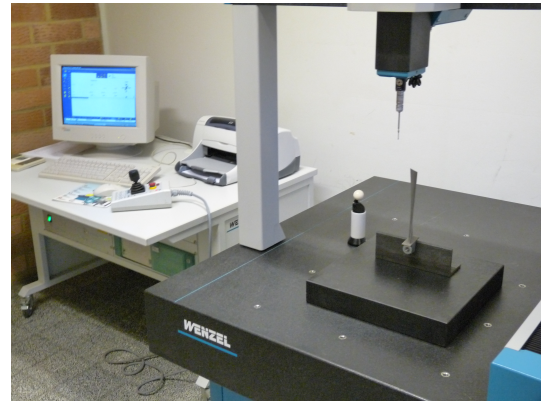


FIGURE 13.23 – Sphère de calibration sur le marbre.

13.3.2.3 Nombre de points de mesure

Il n'y a pas de normes établies sur les stratégies de mesure des points sur une pièce. Lors de la mesure d'éléments associés (références), les logiciels intègrent généralement quelques formes géométriques simples (droite, cercle, plan, cylindre, sphère, cône). Pour la mesure de ces éléments, il est recommandé de prendre plus de points que le nombre strictement nécessaire à les définir géométriquement [2] :

- une droite est définie par deux points, mais on recommande d'en mesurer au moins trois ;
- un cercle est défini par trois points, mais on recommande d'en mesurer au moins quatre ;
- un plan est défini par trois points, mais on recommande d'en mesurer au moins quatre ;
- une sphère est définie par quatre points, mais on recommande d'en mesurer au moins neuf ;
- un cylindre est défini par cinq points, mais on recommande d'en mesurer au moins huit ;
- un cône est défini par six points, mais on recommande d'en mesurer au moins huit.

Pour la matérialisation des références, les opérations vectorielles classiques permettent de réaliser les opérations suivantes [5] :

- construction de points (projection orthogonale sur un plan ou une droite, milieu d'un segment intersection de droite avec un plan ou une droite) ;
- construction de droites (passant par deux points, perpendiculaire à une droite ou un plan et passant par un point, parallèle à une droite et passant par un point, projection orthogonale sur un plan, intersection de plans) ;
- construction de plans (contenant un point et une droite, perpendiculaire à un plan passant par un point, parallèle à un plan passant par un point, perpendiculaire à un plan passant par une droite, parallèle à une droite passant par une droite).

Certaines précautions doivent être prises pour obtenir un résultat même si le problème n'est pas défini géométriquement (si deux droites sont non coplanaires, le point d'intersection n'existe pas, il est remplacé par le milieu de la perpendiculaire commune aux deux droites).

Pour la vérification de tolérances géométriques sur les surfaces, le choix du nombre de points est à l'appréciation du métrologue. A titre indicatif [6], on peut citer comme ordre de grandeur de prendre au moins neuf points uniformément répartis sur une surface plane de 100 mm de côté et de prendre une matrice uniforme de points espacés de 50 mm pour une surface plus grande. Idéalement, il faut s'assurer de mesurer des points sur la périphérie de la surface et un ensemble de points uniformément espacés au centre.

13.3.3 Exemple de mesure

Examinons par exemple la figure tirée de la référence [7].

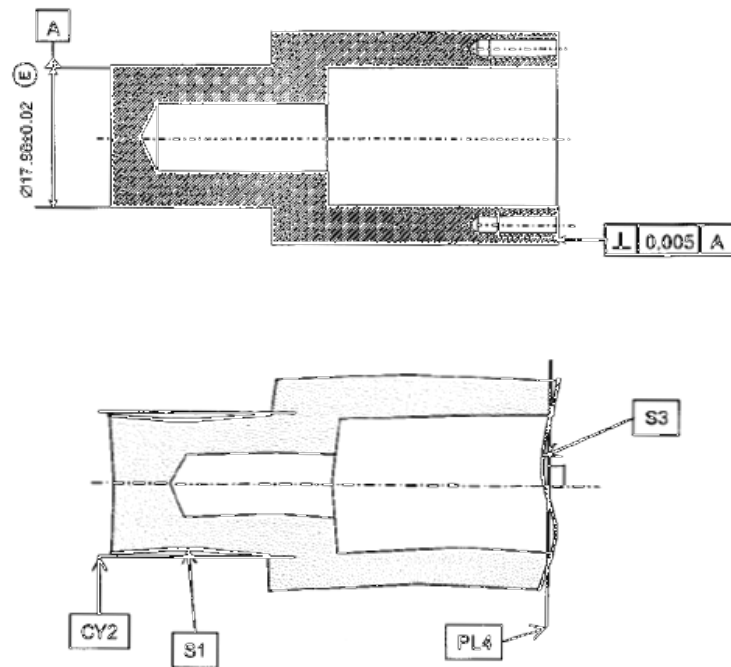


FIGURE 13.24 – Exemple de contrôle à la MMT [7].

La première partie consiste à établir la référence A, pour ce faire, on réalise les opérations suivantes :

- partition : on définit une surface cylindrique S1 ;
- association : on associe aux points mesurés sur S1 un cylindre CY2 qui doit respecter les contraintes imposées (être extérieur tout en minimisant le diamètre).

Ensuite, on traite la tolérance de perpendicularité elle-même :

- partition : on définit la surface plane S3 ;
- association ; on associe aux mesures sur S3 un plan P4 qui doit respecter les contraintes imposées (perpendiculaire à l'axe de CY2 et minimisant la plus grande des distances entre les points mesurés et P4).

Pour finir, l'évaluation consiste à prendre deux fois la valeur de la plus grande distance entre P4 et les points mesurés sur S3. On peut comparer cette valeur à la tolérance imposée.

13.4 Critères d'association

Suivant les possibilités du logiciel de dépouillement, il n'est pas toujours possible de respecter la norme pour l'association d'une géométrie à un nuage de points. Lors de la vérification d'une tolérance géométrique par exemple, il est nécessaire d'associer un élément géométriquement parfait (élément associé) au nuage de point. Par défaut, le critère des moindres carrés est fréquemment employé (trouver la forme théorique qui minimise la somme des écarts au sens des moindres carrés) car il est simple à programmer. Il ne permettra toutefois d'obtenir qu'une valeur approchée de l'écart car la norme impose que l'élément soit choisi « pour minimiser l'écart maximum mesuré ». Des stratégies d'optimisation sont alors nécessaires pour se rapprocher des conditions de la norme. Si une pièce est contrôlée conforme avec le critère des moindres carrés, il n'est pas nécessaire de poursuivre la démarche puisqu'on obtient une borne supérieure du défaut.

13.4.1 Plan de référence

La création d'un plan de référence par palpation est normalement privilégiée à la pose de la pièce directe sur le marbre de la machine. Le critère d'association défini par la norme doit minimiser l'erreur maximale observée (critère de minmax ou de Tchebitchev). La programmation de ce critère peut se révéler délicate, c'est pourquoi en pratique, on va généralement procéder en deux étapes :

- association du plan des moindres carrés au nuage de points mesurés ;
- décalage de ce plan selon sa normale vers l'extérieur pour atteindre le point le plus éloigné.

13.4.2 Exemple d'erreur de rectitude

Considérons un exemple simple qui consiste à mesurer dans un plan les coordonnées x et y de points puis d'estimer l'écart de rectitude.

point	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5,2	8,1	10,7	14,2	17,4	19,8	22,8	26,3	29	31,8

TABLE 13.2 – Données pour le calcul de rectitude.

13.4.2.1 Ecart au sens des moindres carrés

Pour effectuer le calcul de la meilleure droite au sens des moindres carrés, il faut rechercher les meilleures valeurs des coefficients m et p qui placent les points sur le modèle théorique de la droite $y = mx + p$. On doit donc résoudre le système surdéterminé suivant :

$$\begin{Bmatrix} 5,2 \\ \vdots \\ 31,8 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} m \\ p \end{Bmatrix} \quad (13.1)$$

On peut réécrire le système comme suit :

$$\{y\} = [A] \cdot \{coef\} \quad (13.2)$$

$$[A]^T \cdot \{y\} = [A]^T \cdot [A] \cdot \{coef\} \quad (13.3)$$

$$\left([A]^T \cdot [A]\right)^{-1} \cdot \left([A]^T \cdot \{y\}\right) = \{coef\} \quad (13.4)$$

$$(13.5)$$

Par cette méthode, on obtient la droite d'équation :

$$y = 2,9812x + 2,1333 \quad (13.6)$$

L'écart entre les points et la droite est obtenu par la distance (signée) entre le point et la droite, calculée selon :

$$d_{(P,d)} = \frac{mx_P - y_P + p}{\sqrt{m^2 + 1}} \quad (13.7)$$

En prenant la différence entre la valeur maximale et minimale de ces distances, on trouve un écart de rectitude de 0,2346. La figures 13.25 présente les deux droites par rapport aux points mesurés.

13.4.2.2 Ecart au sens de la norme

Si on souhaite appliquer strictement la norme, il faut rechercher l'orientation θ qui permet d'encadrer l'ensemble des points par deux droite parallèles dont la distance est minimale. L'équation de la droite est donc :

$$y - \tan \theta \cdot x = 0 \quad (13.8)$$

On doit donc minimiser la fonction suivante :

$$f(\theta) \equiv \max_{i=1:10} d_{(P_i,d')} - \min_{i=1:10} d_{(P_i,d')} \quad (13.9)$$

La distance signée par rapport à la droite est calculée selon :

$$d_{(P,d')} = \frac{y_P - \tan \theta x_P}{\sqrt{\tan^2 \theta + 1}} \quad (13.10)$$

Il faut donc avoir recours à un algorithme d'optimisation numérique qui permet d'obtenir la meilleure droite d'équation :

$$y = \tan(1,2505...) \cdot x \quad (13.11)$$

L'écart de rectitude est dans ce cas estimé à 0,2114 (valeur comme attendu inférieure à ce qui a été calculé par l'approche aux moindres carrés). La figure 13.26 présente l'allure de la fonction objectif pour la minimisation.

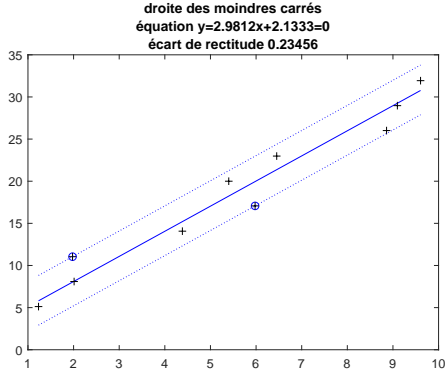


FIGURE 13.25 – Meilleure droite au sens des moindres carrés passant par les points mesurés (les écarts ont été amplifiés par un facteur 10).

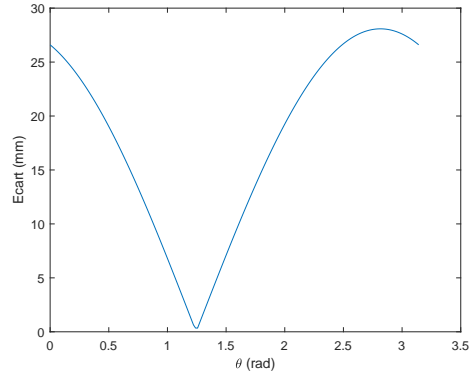


FIGURE 13.26 – Evolution de l'écart en fonction des coefficients de la droite.

13.4.3 Erreur de planéité

Le principe employé en rectitude peut se transposer immédiatement pour l'erreur de planéité, via l'ajustement de l'équation employée (plan d'équation $ax + by + cz + d = 0$). Si on fait l'hypothèse que le coefficient c est non-nul, l'équation du plan s'écrit :

$$a/cx + b/cy + z + d/c = 0 \quad (13.12)$$

$$z = a'x + b'y + d' \quad (13.13)$$

avec $a' = -a/c$, $b' = -b/c$ et $d' = -d/c$. Le système est donc de la forme :

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a' \\ b' \\ d' \end{Bmatrix} \quad (13.14)$$

La minimisation au sens des moindres carrés se poursuit comme expliqué au point précédent. Concernant l'optimisation, il faut cette fois-ci employer la distance (signée) entre un point et un plan obtenue par :

$$d_{(P,\pi)} = \frac{a'x_P + b'y_P - z_P + d'}{\sqrt{a'^2 + b'^2 + 1}} \quad (13.15)$$

13.4.4 Erreur de circularité

Lors de l'estimation de l'erreur de circularité, l'objectif est de déterminer le centre des deux cercles concentriques englobant les points. L'écart de rayon entre ces deux cercles donne l'écart de circularité. Plusieurs méthodes existent en pratique.

13.4.4.1 Moindres carrés

L'approche au sens des moindres carrés consiste à écrire l'écart entre un point et le cercle associé. Cette méthode est généralement programmée par défaut dans les logiciels de MMT. En se plaçant dans un repère centré en l'origine et dont l'axe passe par l'un des points, on peut calculer les coordonnées polaires de chacun des points ρ et θ . L'écart d'un point suite à une modification de la position du cercle d'un vecteur (u, v) et de son rayon d'une valeur ΔR se calcule selon [6] :

$$e_i = \rho_i - (u \cdot \cos \theta_i + v \cdot \sin \theta_i) - \Delta R \quad (13.16)$$

la somme des carrés des erreurs vaut donc :

$$S = \sum e_i^2 = \sum (\rho_i - (u \cdot \cos \theta_i + v \cdot \sin \theta_i) - \Delta R)^2 \quad (13.17)$$

S dépend de trois paramètres $u, v, \Delta R$, le minimum est obtenu en annulant les trois dérivées partielles :

$$\frac{\partial S}{\partial u} = 2 \sum \sum (\rho_i - (u \cdot \cos \theta_i + v \cdot \sin \theta_i) - \Delta R) \cdot \cos \theta_i \quad (13.18)$$

$$\frac{\partial S}{\partial v} = 2 \sum \sum (\rho_i - (u \cdot \cos \theta_i + v \cdot \sin \theta_i) - \Delta R) \cdot \sin \theta_i \quad (13.19)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \Delta R} = 2 \sum \sum (\rho_i - (u \cdot \cos \theta_i + v \cdot \sin \theta_i) - \Delta R) \quad (13.20)$$

Le calcul passe par la résolution d'un système linéaire de trois équations à trois inconnues (n est le nombre de points mesurés) :

$$\begin{bmatrix} \sum \cos^2 \theta_i & \sum \cos \theta_i \cdot \sin \theta_i & \sum \cos \theta_i \\ \sum \cos \theta_i \cdot \sin \theta_i & \sum \sin^2 \theta_i & \sum \sin \theta_i \\ \sum \cos \theta_i & \sum \sin \theta_i & n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \Delta R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum \rho_i \cdot \cos \theta_i \\ \sum \rho_i \cdot \sin \theta_i \\ \sum \rho_i \end{Bmatrix} \quad (13.21)$$

La méthode est sensible au choix de la position du centre du repère qui ne doit pas être trop éloignée de la « vraie » position pour éviter d'obtenir des résultats aberrants.

13.4.4.2 Plus petit cercle circonscrit

L'algorithme pour rechercher le plus petit cercle circonscrit est utile pour associer un cercle parfait à un arbre. La procédure est la suivante (figure 13.27) :

1. placer un point au centre de gravité du nuage de points et identifier le point le plus éloigné de ce centre provisoire ;
2. rapprocher le centre sur la droite le joignant à ce point jusqu'à obtenir un deuxième point du nuage sur le cercle ;
3. rapprocher le centre du cercle sur la corde jusqu'à toucher un troisième point.

Il est possible que le cercle optimal ne touche que deux points (dans ce cas, le cercle trouvé à la deuxième étape est le cercle minimum).

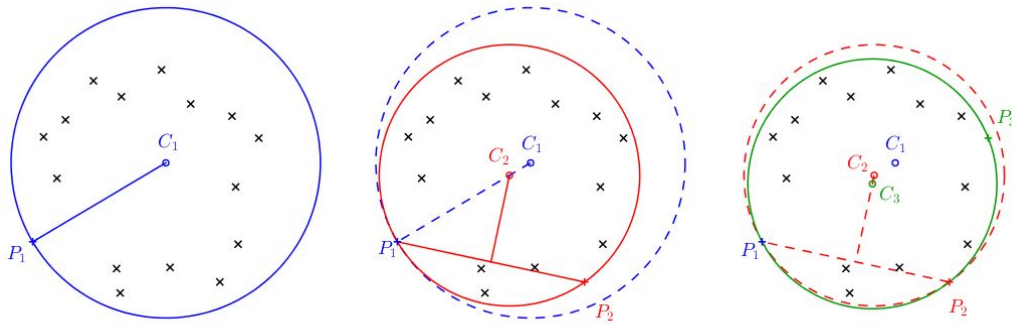


FIGURE 13.27 – Recherche du plus petit cercle circonscrit à l'ensemble des points.

Cette méthode est simple à programmer mais ne donne un résultat satisfaisant que si les points sont mesurés de manière assez uniforme autour de l'objet.

13.4.4.3 Plus grand cercle inscrit

Ce problème est utile pour associer un cercle à un alésage mesuré, il est également appelé « problème du plus grand cercle vide ». L'approche naïve consistant à tester l'ensemble des cercles passant par trois points et des cercles admettant deux points comme diamètre est très peu efficace (complexité en $o(n^3)$). Un algorithme en $o(n \cdot \log n)$ utilisant les diagrammes de Voronoï a été développé.

13.4.4.4 Optimisation

Une approche conforme à la norme fait appel à un algorithme d'optimisation. La fonction objectif (à minimiser) est la zone minimale extrême entre tous les points mesurés :

$$f(x_c, y_c) = \max \left[\sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2} \right] - \min \left[\sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2} \right] \quad (13.22)$$

En cherchant les (x_c, y_c) qui minimisent cette fonction, on trouve le centre du cercle permettant d'évaluer l'erreur de circularité. L'algorithme d'optimisation doit être suffisamment robuste pour éviter d'être bloqué dans un minimum local.

13.4.4.5 Exemples

13.4.4.5.1 Exemple 1 Considérons six points répartis uniformément autour d'un cercle centré en l'origine de rayon 10. Chaque point est déplacé radialement d'une valeur donnée :

$$\delta_1 = 0,19 \quad \delta_2 = -0,02 \quad \delta_3 = 0,18 \quad \delta_4 = -0,06 \quad \delta_5 = 0,15 \quad \delta_6 = 0,03 \quad (13.23)$$

Le tableau 13.4.4.5.1 présente les résultats de différents algorithmes programmés sous matlab. Ces résultats sont présentés graphiquement à la figure 13.28.

Méthode	x_c	y_c	r	écart
Cercle circonscrit minimum	0,0167	0,0173	10,1733	0,21669
Moindres carrés	0,0201	0,0115	10,0635	0,22014
Optimisation	0,0167	0,0173	10,0683	0,21668

TABLE 13.3 – Ecart de circularité pour différents algorithmes.

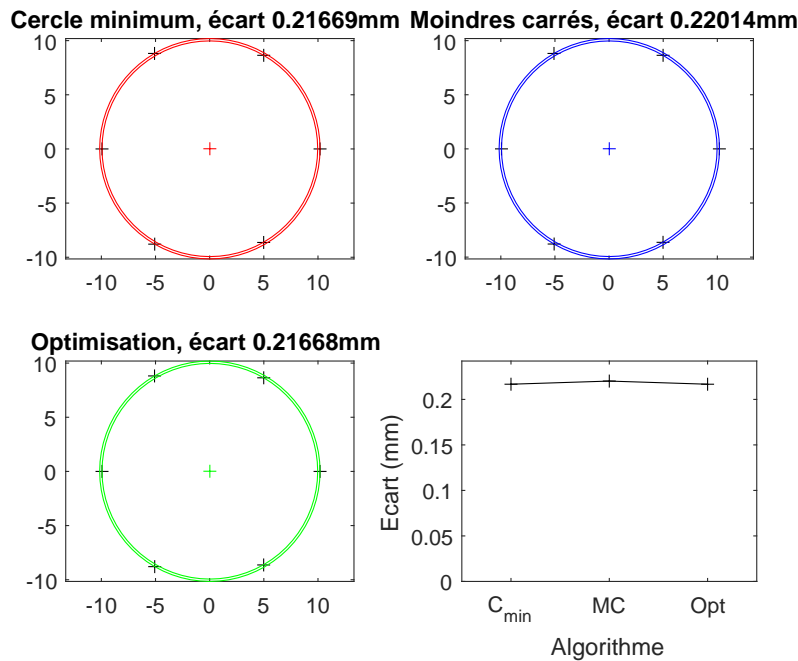


FIGURE 13.28 – Exemple 1 de calcul d'écart de circularité.

13.4.4.5.2 Exemple 2 Afin d'illustrer la nécessité de conserver un oeil critique sur les résultats, prenons l'exemple de points pris sur un arc de 60° . Chaque point est déplacé radialement d'une valeur identique au cas précédent :

$$\delta_1 = 0,19 \quad \delta_2 = -0,02 \quad \delta_3 = 0,18 \quad \delta_4 = -0,06 \quad \delta_5 = 0,15 \quad \delta_6 = 0,03 \quad (13.24)$$

Le tableau 13.4.4.5.2 présente les résultats des différents algorithmes programmés sous Matlab. Ces résultats sont présentés graphiquement à la figure 13.29.

On peut constater :

- que la méthode du cercle circonscrit minimum n'est pas adaptés dans ce cas car le cercle identifié est nettement plus petit que le cercle réel ;

Méthode	x_c	y_c	r	écart
Cercle circonscrit minimum	8,2993	3,8187	4,2612	3,069
Moindres carrés	204,9052	36,5427	197,9717	2,475
Optimisation	0,1734	0,0018	9,9177	0,2273

TABLE 13.4 – Ecart de circularité pour différents algorithmes.

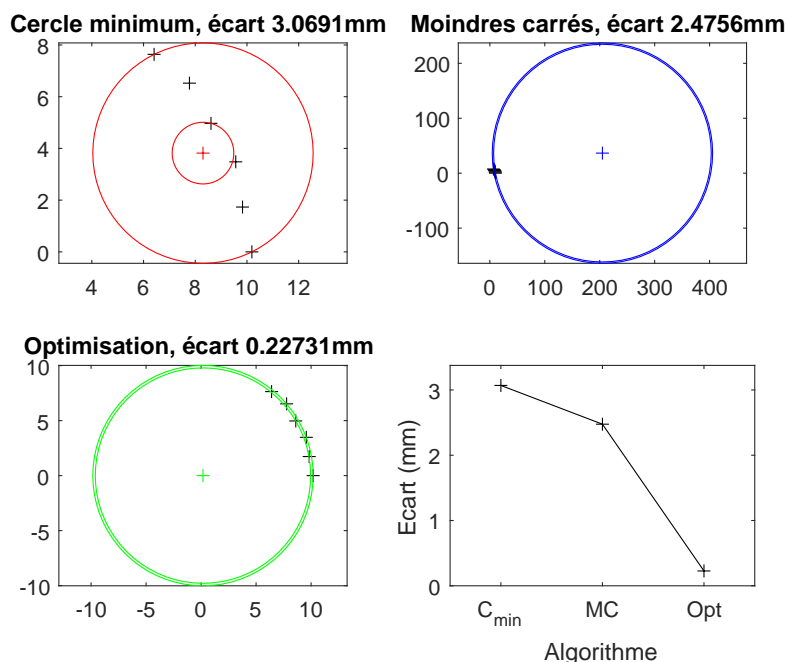


FIGURE 13.29 – Exemple 2 de calcul d'écart de circularité.

- que la méthode des moindres carrés peut donner un résultat aberrant si la première itération est éloignée de la position du centre des points ;
- que la méthodes d'optimisation, bien que plus lourde, est plus robuste dans ce cas de figure.

13.4.5 Modificateurs pour les dimensions

Avec l'intensification de l'utilisation des machines à mesurer, le besoin s'est fait sentir de pouvoir définir clairement les traitements à retenir pour la mesure des écarts dimensionnels et géométriques. A ce titre, les normes ISO14405 [8, 9] et ISO 17450 [10, 11, 12, 13] définissent un nouvel ensemble de modificateurs (lettres encadrées par un rectangle oblong) permettant de déterminer le ou les traitements à associer à la mesure des cotes. On distingue différents cas de figure. Pour les cotes locales : LP (dimensions entre bipoints, ce qui est le modificateur par défaut) et LS (dimension locale d'orientation quelconque) figures 13.30 et 13.31.

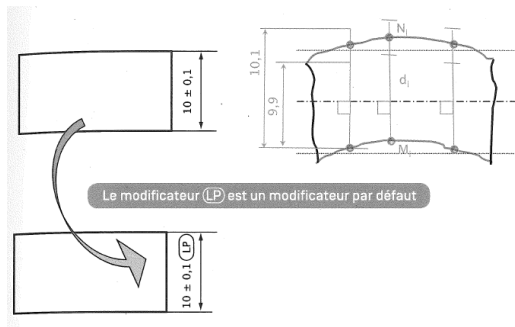


FIGURE 13.30 – Modificateur LP [14].

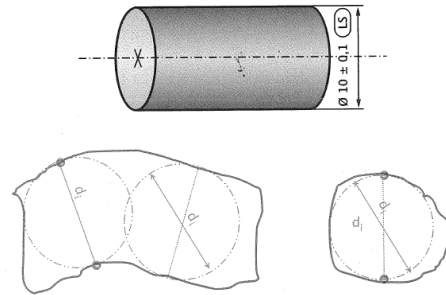


FIGURE 13.31 – Modificateur LS [14].

Pour les tailles globales (diamètre d'un cylindre par exemple) : GN (taille globale à savoir le diamètre du plus petit cylindre circonscrit), GX (taille minimale inscrite à savoir le diamètre du plus grand cylindre inscrit) et GG (taille au sens des moindres carrés), figures 13.32 à 13.34

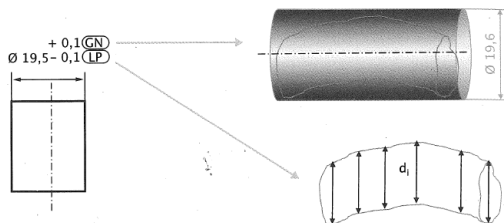


FIGURE 13.32 – Modificateur GN [14].

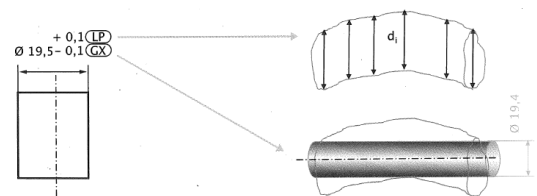


FIGURE 13.33 – Modificateur GX [14].

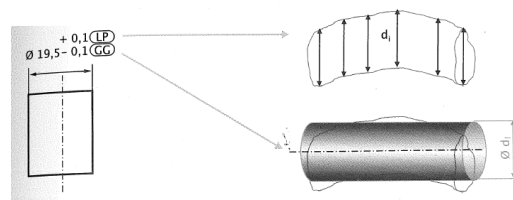


FIGURE 13.34 – Modificateur GG [14].

Pour les dimensions calculées (diamètre par exemple) : CC (dimension par rapport au périmètre), CA (dimension par rapport à l'aire) et CV (dimension par rapport au volume) figures 13.35 à 13.37.

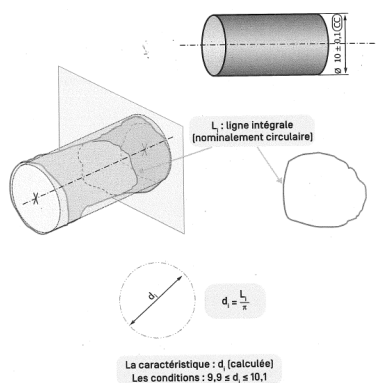


FIGURE 13.35 – Modificateur CC [14].

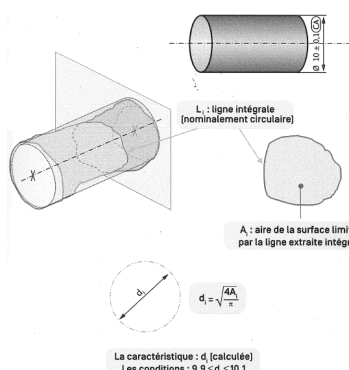


FIGURE 13.36 – Modificateur CA [14].

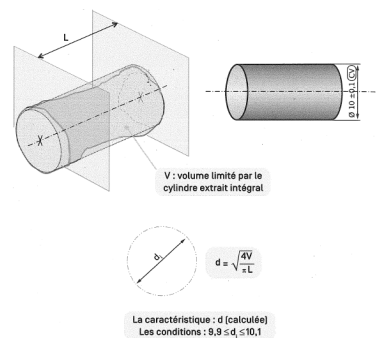


FIGURE 13.37 – Modificateur CV [14].

Il est également possible de mettre des conditions sur des indicateurs extraits d'un ensemble de mesures d'une dimension (figure 13.38) SN (maximum de l'échantillon), SX (minimum de l'échantillon), SA (moyenne de l'échantillon), SM (médiane de l'échantillon), SD (étendue de l'échantillon) et SR (milieu de l'échantillon) figures 13.39 à 13.41.

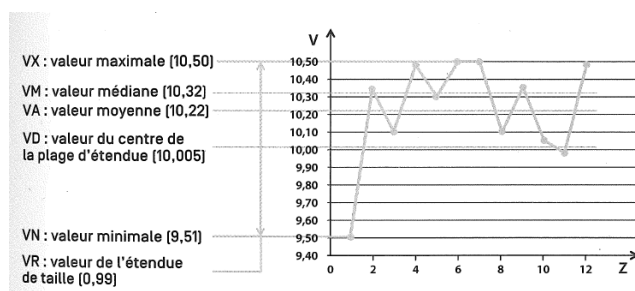


FIGURE 13.38 – Exemple fictif d'échantillon de mesure [14].

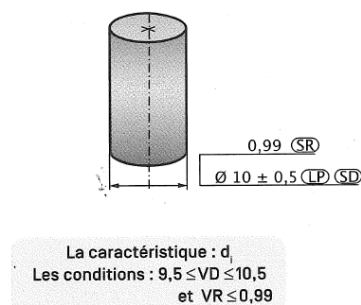


FIGURE 13.39 – Modificateurs SR/SD [14].

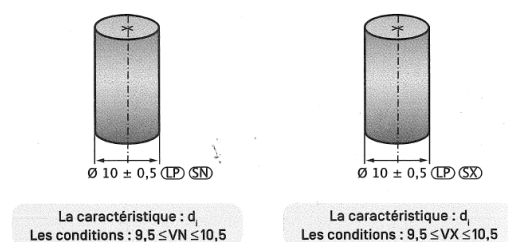


FIGURE 13.40 – Modificateurs SN/SX [14].

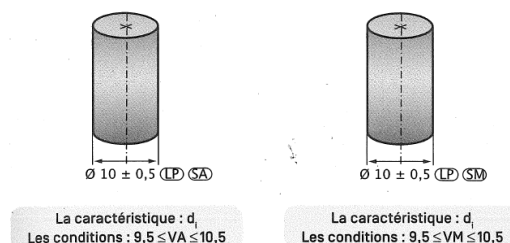


FIGURE 13.41 – Modificateurs SM/SA [14].

Il existe un ensemble de modificateurs identiques prévus pour les spécifications des tolérances géométriques, elles sont reprises dans la norme ISO1101 dans sa version de 2017 [15].

13.5 Rétroconception

La rétroconception (rétro-ingénierie ou ingénierie inverse) est l'ensemble des techniques permettant de reproduire un objet ou une fonction technologique existant en l'absence d'informations précises (gamme de fabrication, plans techniques, code source d'application...). Son emploi peut se justifier dans les cas de maintenances de machines anciennes dont la documentation a été égarée, ou dans le cas de veille technologique (voire dans des applications hors de la légalité comme le contournement de brevets ou la contrefaçon).

Dans le domaine de la CAO, une des étapes importante est la reconstruction d'un fichier à partir d'un ensemble de mesures qui ont été effectuées sur un objet existant. Cette opération se déroule de manière générale en trois étapes :

- acquisition d'un nuage de points mesurés sur la pièce ;
- pré-traitement du nuage de points (application de filtres, réorganisation,...) ;
- modélisation de la surface externe de la pièce par dans un formalisme déterminé (interpolation).



FIGURE 13.42 – Exemple d'application en rétroconception : reproduction d'une statue après acquisition par scanner 3D [16].

Dans des cas de figures où le type de surface est connu, il est possible de se contenter d'une approche par interpolation à partir d'un type de surface connu : plan, cylindre, sphère pour des vérifications métrologiques, courbes et surfaces à pôles (cf partie 13.5.1). Dans le cas contraire, les algorithmes de traitement doivent permettre la reconstruction de la surface externe de la pièce présentant des caractéristiques à priori inconnues. La plupart des techniques permettent à l'utilisateur d'interagir en cours de reconstruction pour adapter visuellement les paramètres des algorithmes mis en oeuvre.

13.5.1 Interpolation avec des courbes à pôles

Comme vu précédemment, la définition de courbes à pôles (courbe de Bézier, B-spline, NURBS,...) passe par l'intermédiaire de points de contrôle pour lesquels on n'impose pas strictement un passage de la courbe mais qui influencent sa forme générale. Dans le cas où une interpolation stricte est à réaliser, il est nécessaire d'envisager le problème dans l'autre sens à savoir de rechercher les pôles qui définiront une courbe passant strictement par les points donnés.

La procédure est ici illustrée pour les courbes de Bézier, la transposition est quasi immédiate pour les autres types de courbes ou pour les surface à pôles via l'adaptation des relations correspondantes [17].

Dans un premier temps, supposons qu'on dispose de n points M_i de passage par lesquels on souhaite faire passer une courbe de Bézier de degré $n - 1$. La première étape consiste à leur assigner une valeur de paramètre de parcours, c'est à dire discrétiser t en n valeurs $\{t_0 = 0, \dots, t_{n-1} = 1\}$. Deux méthodes sont classiquement employées :

- une discrétisation uniforme ($t_i = i/n - 1$) ;
- une discrétisation pour laquelle l'écart temporel est proportionnel à la distance entre deux points successifs.

La relation 8.20 alors se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} x_{M_0} & y_{M_0} & z_{M_0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{M_{n-1}} & y_{M_{n-1}} & z_{M_{n-1}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_n^1(t_0) & \cdots & B_n^1(t_{n-1}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_n^n(t_0) & \cdots & B_n^n(t_{n-1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_{P_1} & y_{P_1} & z_{P_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{P_n} & y_{P_n} & z_{P_n} \end{Bmatrix} \quad (13.25)$$

soit un système de la forme

$$\{M\}_{n \times 3} = [B]_{n \times n} \cdot \{P\}_{n \times 3} \quad (13.26)$$

Les pôles de la courbe P_i sont obtenus par simple inversion matricielle du système

$$\{P\} = [B]^{-1} \cdot \{M\} \quad (13.27)$$

Une exemple est illustré en figures 13.43 et 13.44.

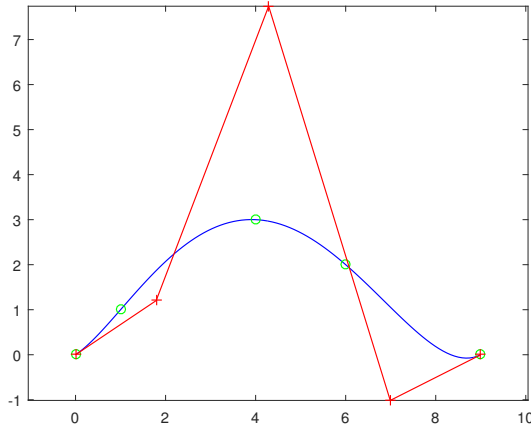


FIGURE 13.43 – Courbe de Bézier de degré 4 passant par cinq points (o : points de passage, + : pôles).

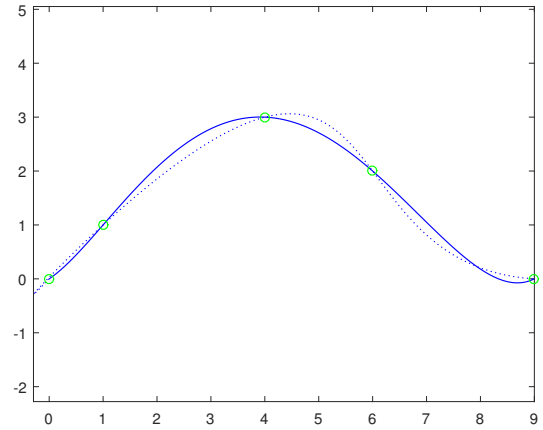


FIGURE 13.44 – Comparaison entre un choix uniforme (trait plein) et non uniforme (pointillés) de la position des points de passage.

Le degré de la courbe n'est pas nécessairement lié au nombre de points d'interpolation. En effet, si un degré inférieur est choisi, le système a alors la forme

$$\{M\}_{n \times 3} = [B]_{n \times m} \cdot \{P\}_{m \times 3} \quad (13.28)$$

Il s'agit d'un système surdéterminé, la solution minimisant l'écart au sens des moindres carrés est obtenue par :

$$\{P\}_{m \times 3} = \left([B]_{m \times n}^T \cdot [B]_{n \times m} \right)^{-1} \cdot \left([B]_{m \times n}^T \cdot \{M\}_{n \times 3} \right) \quad (13.29)$$

Une exemple est donnée en figure 13.45.

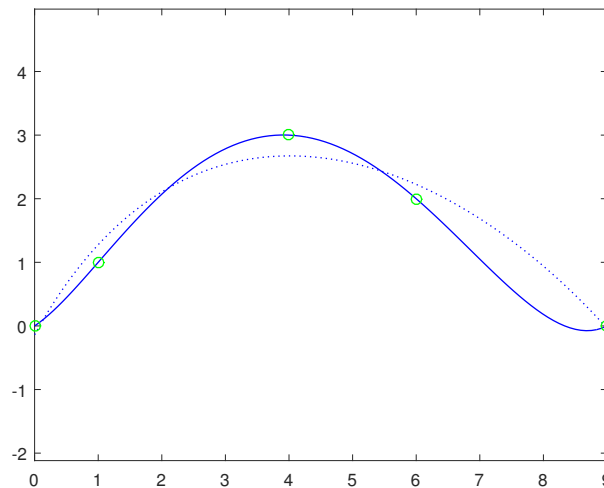


FIGURE 13.45 – Comparaison entre une interpolation exacte (degré 5) et la meilleure approximation cubique.

La transposition du raisonnement est quasi-immédiat dans le cas de courbes B-Splines (mais il faut également prédéterminer un vecteur nodal) ou NURBS (avec définition complémentaire de poids). Pour l'interpolation de surfaces, l'idée de base est similaire, mais elle nécessite l'organisation des points de passage sous forme de grille ordonnée de $m \times n$ points.

13.5.2 Techniques de reconstruction avancées [16]

Dans un cas général, le nuage de point mesuré ne peut être directement relié à une typologie de surface déterminée. Les algorithmes de reconstruction ont alors pour but d'utiliser l'information des mesures pour reconstruire une surface la plus fidèle possible à la pièce mesurée. De nombreuses difficultés pratiques doivent être prises en compte, on peut citer notamment :

- la gestion du bruit inhérent à toute techniques de mesure qui nécessite éventuellement un pré-traitement du nuage de points (application de filtres) ;
- une éventuelle hétérogénéité de densité de mesure suivant les différentes zones mesurées ;
- la nécessité de combiner diverses mesures entre elles pour des objets volumineux ;
- la présence de détails petite échelle sur des éléments de grande taille nécessitant une approche multi-résolution.

Un exemple simplifié est présenté en figure 13.46.

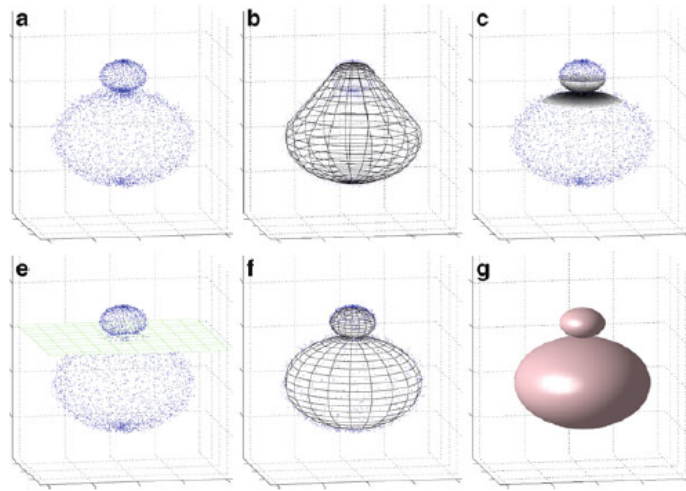


FIGURE 13.46 – Approche multi-résolution pour reconstruire une surface [16].

L'algorithme va successivement reconstruire la surface en partant de l'enveloppe convexe construite sur l'ensemble des points mesurés. Une analyse de déviation entre les points mesurés et cette première surface est effectuée pour conduire à la définition de sous-surfaces permettant d'aboutir à un résultat correct (figure 13.46). Cette opération peut se faire par exemple :

- en diminuant progressivement la taille des éléments servant à la modélisation et en détectant à chaque transition les éléments 'instables' (c'est-à-dire qui sont brusquement modifiés suite à une faible modification de la taille des éléments, figure 13.47)
- en proposant à l'utilisateur de gérer interactivement un paramètre d'écart maximum entre deux points décrivant la surface externe de l'objet (figure 13.48).

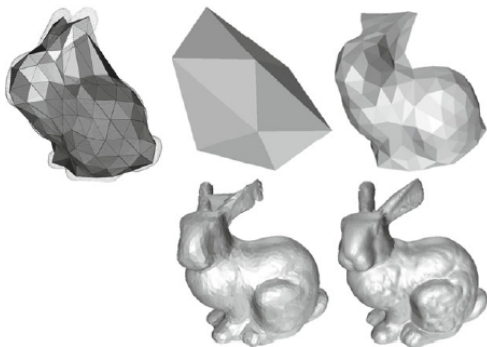


FIGURE 13.47 – Reconstitution de surface avec élimination progressive d'éléments instables[16].

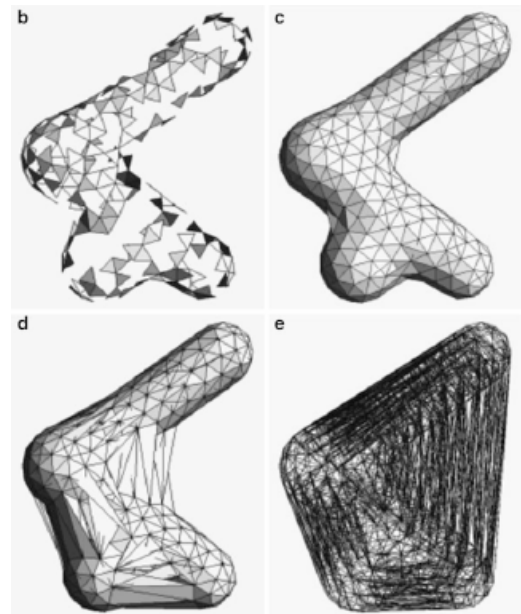


FIGURE 13.48 – Reconstruction d'une surface à partir d'un nuage de points avec différentes valeurs seuil de distance maximale entre deux points d'un même élément[16].

D'autres approches sont basées sur la décomposition de la surface suivant différentes couches avec détection de contour dans chacune d'entre elles. A nouveau, l'utilisateur a le contrôle visuel sur ce paramètre pour optimiser le rendu de la surface.

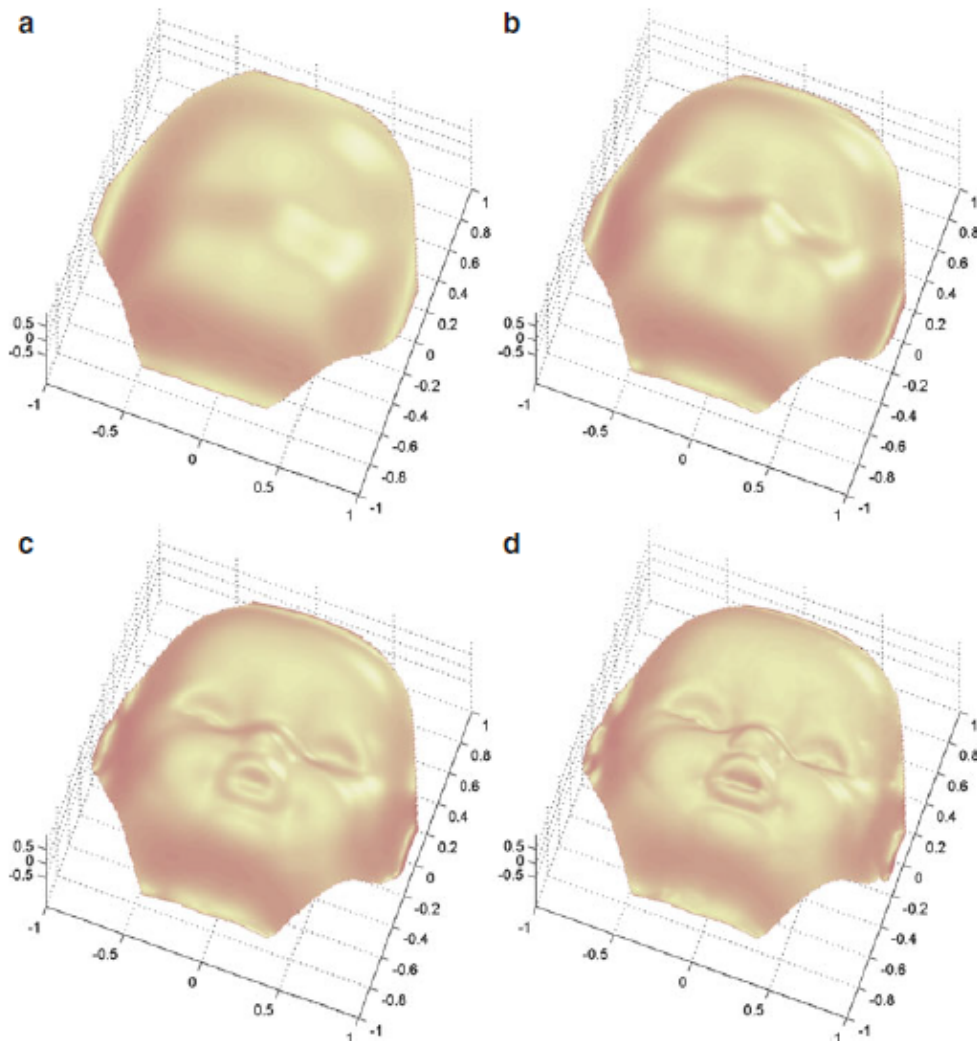


FIGURE 13.49 – Approche multi-grille pour reconstruction de surface [16].

Ces éléments ne sont bien sûr que quelques exemples parmi la multitude d'approches existantes.

Références

- [1] V. Raja and K. J. Fernandes, editors. *Reverse engineering. An industrial perspective*. Springer, 2008.
- [2] P. Bourdet. Logiciels des machines à mesurer tridimensionnelles. *Techniques de l'Ingénieur*, r1316 :1–22, 2008.
- [3] J.-P. Mathien. Contrôle des machines à mesurer tridimensionnelles. *Techniques de l'Ingénieur*, R1318 :1–9, 1999.
- [4] S.F. Gabriel and R. Vincent. Indications ISO (GPS) pour tolérer la micro- et macrogéométrie des pièces mécaniques et leurs significations. *Techniques de l'Ingénieur*, bm7010 :1–23, 2011.

- [5] P. Bourdet and L. Mathieu. *Qualité des produits dans les entreprises. Tolérancement et métrologie dimensionnelle*. CETIM, 1998.
- [6] B. Anselmetti. *Tolérancement (volume 5) : métrologie avec les normes ISO*. Hermès Lavoisier, 2003.
- [7] B. Anselmetti. *Tolérancement (volume 1) : langage des normes ISO de cotation*. Hermès Lavoisier, 2003.
- [8] ISO 14405-1 :2016. geometrical product specifications (GPS). dimensional tolerancing - part 1 : Linear sizes.
- [9] ISO 14405-2 :2011. geometrical product specifications (GPS). dimensional tolerancing - part 2 : Dimensions other than linear sizes.
- [10] ISO 17450-1 :2011. geometrical product specifications (GPS). concepts généraux. partie 1 : Modèle pour la spécification et la vérification géométrique.
- [11] ISO 17450-2 :2012. geometrical product specifications (GPS). concepts généraux. partie 2 : Principes de base, spécifications, opérateurs, incertitudes et ambiguïtés.
- [12] ISO 17450-3 :2016. geometrical product specifications (GPS). concepts généraux. partie 3 : Éléments tolérancés.
- [13] ISO 17450-4 :2017. geometrical product specifications (GPS). concepts généraux. partie 4 : Caractéristiques géométriques pour la quantification des écarts gps.
- [14] F. Charpentier. *Mémento de spécification géométrique de produits. Les normes ISO-GPS*. 2015.
- [15] ISO 1101 :2017. spécification géométrique des produits (GPS). tolérancement géométrique : Tolérancement de forme, orientation, position et battement.
- [16] F. Bellochio, N. A. Borghese, S. Ferrari, and V. Piuri. *3D surface reconstruction : multi-scale hierarchical approach*. Springer, 2013.
- [17] F.-X. De Permentier. *Etude des modèles de construction géométrique à partir d'un nuage de points en C.A.O.* Université de Mons, 2014.