Bulletin de l'ADMEE

Bulletin de l'ADMEE

europe
admee
association pour le développement des méthodologies d'évaluation en éducation

Numéro thématique :
« Évaluation des apprentissages en mathématiques »

SOMMAIRE

Rédactrice : Natacha Duroisin

Le mot du Président

En ce début de l'année 2017, mon second mandat de Président de l'ADMEE-Europe s'achève. Durant quatre années, le CA n'a pas ménagé ses efforts pour vous présenter le bilan riche en activités scientifiques et fort d'une gestion sans équivoque.

En effet, en plus des colloques internationaux traditionnels (Marrakech - 2014, Liège - 2015, Lisbonne - 2016, Dijon - 2017), nous avons mis en place de manière récurrente des universités d'été (Orleans - 2014, Mons - 2015, Bienne - 2016 et à venir Casablanca - 2017). Une nouvelle revue en ligne a été créée en janvier 2015 et parait de manière trisannuelle sous le nom d'e-JIREF. La revue MEE n'a pas été oubliée puisque le retard de publication observé au début de mandat a été résorbé et les délais d'attente pour les auteurs ont été réduits. Par ailleurs, une section libanaise a été créée en 2014. Elle renforce ainsi notre association qui compte aujourd'hui sept sections nationales (Belgique, France, Suisse, Portugal, Luxembourg, Maroc, Liban). La parution du bulletin a été assurée régulièrement durant toute la durée du mandat.

Du coté gestion, le secrétariat a été davantage professionnalisé et un nouvel accord a été signé avec l'IRDP pour maintenir Nathalie Nazzari dans ses fonctions. Un nouveau site Internet vous sera présenté au colloque de Dijon dont la gestion sera assurée, en interne, par Pascal Detroz.

Bien entendu, tout cela n'aurait pas été possible sans une équipe soudée et dynamique. C'est pourquoi, je tiens à remercier vivement tous les membres du CA et plus particulièrement :

- Nathalie Younès et Walther Tessaro pour m'avoir secondé et modéré au sein du bureau,
- Marc Demeuse et Annick Fagnant pour avoir assuré la direction de la revue e-JIREF,
- Christophe Dienrendonck pour avoir mené la rédaction européenne de la revue MEE,
- Mohamed Talbi, Mohamed Radid, Pascal Detroz, Carmen Cavaco et Nathalie Droyer pour l'organisation des colloques internationaux,
- Yann Mercier, Marc Demeuse, Pierre Petignat, Mohamed Talbi et Mohamed Radid pour l'organisation des universités d'été,
- Nathalie Nazzari pour le secrétariat,
- Natacha Duroisin pour la rédaction du bulletin,
- Fadi El Hage et Scarlet Sarraf pour la création de la section libanaise,
- Pascal Detroz pour le nouveau site Internet de l'Association.

Je pars le cœur léger puisque je sais que l'ADMEE-Europe devrait être entre de bonnes mains. En effet, une seule candidature de bureau m'est parvenue pour assurer le mandat 2017-2019. Elle comprend Nathalie Younès qui se présente comme Présidente, Walther Tessaro comme vice-Président et Pascal Detroz comme secrétaire-trésorier.

Enfin, si je quitte définitivement le CA de l'ADMEE-Europe, je resterai néanmoins actif au sein de mon association de cœur puisque l'Université du Luxembourg proposera à l'Assemblée Générale de Dijon une candidature pour organiser le colloque 2018 à Belval dans nos nouveaux locaux.

Réginald Burton
Président de l'ADMEE-Europe

L'édito

Chaque année, un numéro thématique du Bulletin est proposé. Les membres de l'ADMEE (enseignants, formateurs, conseillers pédagogiques, inspecteurs, décideurs, chercheurs, professeurs d'université, praticiens de la recherche…) préoccupés par des enjeux d'évaluation dans des systèmes éducatifs ont donc la possibilité de proposer des comptes rendus de pratiques, des présentations d'outils et de leurs usages en contexte, des exemples de démarches évaluatives, des synthèses de recherche, des questionnements critiques, etc. à travers des textes courts et illustrés.

Ce nouveau numéro thématique porte sur l'« **Evaluation des apprentissages en mathématiques** ». Quatre articles ont été retenus.

Le premier article est rédigé par **Eric Roditi** et **Franck Salles**. Leur texte est intitulé « **Ce que PISA pourrait encore apporter aux enseignants et aux décideurs quant aux apprentissages mathématiques** ». Ces auteurs posent un regard didactique sur l'évaluation PISA de 2012 en montrant que les classifications utilisées par l'OCDE ne permettent pas de recenser précisément des informations indispensables aux enseignants et aux décideurs sur les apprentissages mathématiques des élèves. Les auteurs proposent une nouvelle classification des items qui permet de distinguer différents niveaux d'utilisation des connaissances mathématiques pour résoudre les problèmes proposés. Leur objectif est de mieux connaître les acquis des élèves…

Le deuxième article, rédigé par **Anick Baribeau**, est intitulé « **Analyse de pratiques déclarées d'évaluation d'enseignants de mathématiques au secondaire dans des décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves** ». L'auteur expose quelques résultats de son étude doctorale concernant les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques au secondaire (IV et V) dans des décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves menant à l'obtention du diplôme d'études secondaires du Québec.

Le troisième article, intitulé « **Pratiques d'évaluation par la didactique des mathématiques : Construire, appliquer et justifier un barème de correction** », est rédigé par **Jérôme Proulx**. En se référant aux cours de Mesure et Evaluation dispensés à des futurs enseignants de mathématiques, l'auteur présente et illustre certaines questions d'évaluation en mathématiques du point de vue privilégié de la didactique.

Le quatrième article : **Exploiter les démarches des élèves pour soutenir leurs apprentissages : une illustration autour d'une activité intitulée «les puzzles de fractions»** est rédigé par **Fanny Boraita, Isabelle Demonty** & **Annick Fagnant.** Cet article illustre comment l'exploitation des démarches des élèves tout au long d'une activité permet de mettre en œuvre une évaluation formative informelle qui vise à soutenir les processus d'apprentissage.

En espérant que ce Bulletin thématique réponde à vos attentes, je vous souhaite de nouveau une agréable lecture et de bons moments de réflexion !

Natacha Duroisin,

Rédactrice du Bulletin de l'ADMEE-Europe

Ce que PISA pourrait encore apporter aux enseignants et aux décideurs quant aux apprentissages mathématiques

Eric Roditi, Université Paris Descartes, Sorbonne Paris Cité Laboratoire EDA (Éducation Discours Apprentissages)

eric.roditi@paris5.sorbonne.fr

Franck Salles, MEN-DEPP, Bureau de l'évaluation des élèves

franck.salles@education.gouv.fr

Un regard didactique porté sur l'évaluation PISA de 2012 montre que les classifications utilisées par l'OCDE ne permettent pas de recenser précisément des informations indispensables aux enseignants et aux décideurs sur les apprentissages mathématiques des élèves. Les auteurs de cet article proposent une nouvelle classification des items permettant de distinguer différents niveaux d'utilisation des connaissances mathématiques pour résoudre les problèmes proposés. Ils cherchent ainsi à mieux connaître les acquis des élèves. L'étude effectuée confirme la pertinence de la classification, elle apporte également un nouveau regard sur certains résultats du PISA.

Afin de mesurer les acquis des élèves en mathématiques, l'OCDE utilise des catégories d'items comme celle des « domaines » (quantité, incertitude et données, variations et relations, espace et formes) ou des « processus psycho-cognitifs » en jeu dans la résolution d'un problème : formuler (mathématiser les situations de vie réelle), employer (travailler au sein du modèle mathématique) et interpréter/évaluer (mettre un résultat mathématique à l'épreuve d'une situation réelle). Les destinataires des résultats du PISA comme les enseignants et les décideurs manquent d'informations complémentaires pour qu'une telle enquête leur soit plus utile : quels sont précisément les connaissances acquises et quel est leur niveau d'acquisition ? Une étude a été réalisée par un groupe d'experts de la DEPP composé d'enseignants, de formateurs, d'inspecteurs et d'un professeur des universités. Ce dernier et l'enseignant responsable du groupe sont les deux auteurs de cet article. L'étude a fait l'objet d'un rapport et d'un article détaillé (Roditi & Salles, 2015) dont sont extraits ici les résultats essentiels pour l'enseignement : apports pour l'analyse des items et pour l'interprétation des résultats du PISA.

1. Proposition d'une nouvelle classification des items

La référence à la didactique des mathématiques, telle qu'elle s'est développée en France depuis les années 1970, a conduit le groupe d'experts à différencier les items du PISA selon deux premières catégories de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques : ceux pour lesquels la réponse repose uniquement sur la compréhension qualitative de contenus – concepts, théorèmes, etc. –, sans réalisation de la part de l'élève, et ceux qui nécessitent la mise en œuvre d'une procédure reposant sur des contenus mathématiques. Les items PISA de la première catégorie évaluent ainsi la compréhension d'un savoir mathématique en contexte, mais seulement en tant qu'objet ; ceux de la seconde catégorie évaluent, en revanche, l'acquisition de ce savoir en tant qu'outil (Douady, 1986).

Pour répondre aux questions qui évaluent le caractère outil des savoirs, l'élève doit mettre en fonctionnement une connaissance mathématique après s'être assuré de la pertinence de cette connaissance pour traiter la question posée dans le contexte indiqué. À la suite de Robert (1998), ces mises en fonctionnement sont distinguées suivant qu'elles sont plus ou moins suggérées par l'énoncé, suivant aussi le degré d'initiative demandée à l'élève. Cela correspond en effet, selon nous, à différents niveaux d'acquisition mathématique. Nous considérons ainsi trois niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques.

Le premier d'entre eux est celui où l'élève effectue une tâche courante et obtient directement le résultat attendu par la mise en œuvre d'une procédure, souvent unique, qui est indiquée ou suggérée par l'énoncé, et dont les programmes scolaires permettent de penser qu'elle est automatisée pour les élèves. Les items correspondant à ce premier niveau de mise en fonctionnement sont regroupés dans une catégorie appelée « Mise en fonctionnement directe d'une procédure » ou plus simplement « Directe ». Ceux qui relèvent du second niveau nécessitent que l'élève adapte ou transforme l'énoncé – les données ou la question posée – avant d'appliquer ses connaissances. La transformation peut prendre la forme d'une transformation d'information (conversion d'unité, mise en équation d'un problème, traduction d'une propriété géométrique par une relation numérique dans un système de coordonnées, etc.) ou d'un changement de registre sémiotique (Duval, 1995). Tous ces items ont été regroupés dans une catégorie appelée « Mise en fonctionnement d'une procédure avec adaptation de l'énoncé » ou plus simplement « Adaptation ». Dans les items du troisième niveau, la mise en fonctionnement des contenus nécessite que l'élève, de manière autonome, introduise un ou plusieurs intermédiaires : décomposer une question en plusieurs étapes ; considérer une nouvelle variable combinant deux variables déjà explicitées ; introduire une fonction là où deux variables étaient indiquées avec une relation numérique les reliant ; etc. Les items de ce type sont regroupés dans une catégorie appelée « Mise en fonctionnement d'une procédure avec introduction d'intermédiaires » ou plus simplement « Intermédiaires ».

La distinction de ces niveaux de mises en fonctionnement des connaissances

(NMFC), qui portent sur leur dimension objet comme sur leur dimension outil, conduit à poser un nouveau regard sur les items du PISA ainsi que sur les résultats produits par ce programme.

2. Apports de la nouvelle classification pour l'analyse des items

L'analyse des items suivants illustre l'intérêt de cette classification par les NMFC : Direct, Adaptation et Intermédiaires. L'énoncé du premier item est celui de la figure n°1.

Question 1 : SAUCE

Vous préparez votre propre vinaigrette pour une salade.

Voici une recette pour préparer 100 millilitres (mL) de vinaigrette :

Huile pour salade	60 mL
Vinaigre	30 mL
Sauce soja	10 mL

De combien de millilitres (mL) d'huile pour salade avez-vous besoin pour préparer 150 mL de cette vinaigrette ?

Réponse : ....mL

Figure 1. Un item de la catégorie « Directe »

Après avoir reconnu une situation de proportionnalité, l'élève doit appliquer ses connaissances sur cette notion dans un cas numériquement simple. La reconnaissance du savoir en jeu ici est fortement suggérée par la situation de la recette : elle est très familière pour les élèves et toujours reliée – souvent implicitement – à la notion de proportionnalité. Plusieurs méthodes sont possibles, mais toutes relèvent de la même procédure et du même registre numérique : passage à l'unité, coefficient de proportionnalité, produit en croix, etc. Il n'y a pas de conversion à effectuer. Cet item relève donc de la catégorie des questions nécessitant la mise en fonctionnement directe d'une procédure connue. La documentation produite par le PISA (OCDE, 2014) nous apprend que cet item du domaine « quantité » évalue le processus « formuler ». Elle ne dit rien des performances différentes des élèves aux problèmes de proportionnalité suivant que le tableau des données est présent ou qu'il doit être construit comme adaptation de l'énoncé, suivant la nécessité d'introduire le coefficient de proportionnalité comme un intermédiaire pour le calcul de la quatrième proportionnelle, etc. Bien qu'on sache que les problèmes de proportionnalité sont toujours difficiles pour beaucoup d'élèves (celui-ci est réussi par 56% des élèves de 15 ans scolarisés en France), de telles informations portant sur l'apprentissage de cette notion mathématiques pourraient constituer des résultats complémentaires important du PISA et seraient grandement utiles aux décideurs comme aux enseignants.

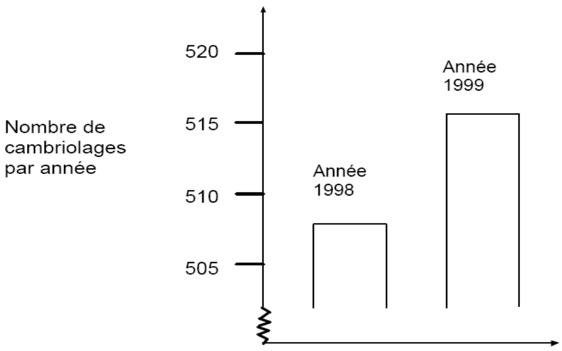
L'exercice suivant (figure n°2) demande davantage aux élèves quant à la mise en fonctionnement des connaissances : sa résolution repose sur une adaptation de l'énoncé. Cet item est ancien, mais les items libérés de l'enquête de 2012 ne permettent pas de couvrir l'ensemble de la classification que nous proposons.

CAMBRIOLAGES

Question 1 : CAMBRIOLAGES *M179Q01 - 01 02 03 04 11 12 21 22 23 99*

Lors d'une émission télévisée, un journaliste montre ce graphique et dit :

« Ce graphique montre qu'il y a eu une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999. »



Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifiez votre réponse par une explication.

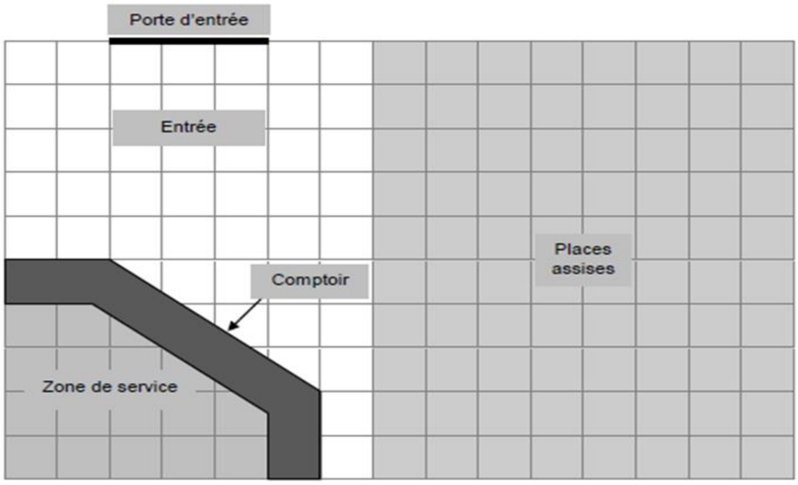
Figure 2. Item libéré du PISA 2000 classé dans la catégorie « Adaptation »

La tâche proposée consiste à croiser deux informations : celle portée par un graphique et celle de l'affirmation d'un journaliste fictif à propos de ce graphique. L'analyse a priori de la tâche montre que le graphique laisse apparaître une différence importante de hauteur entre les deux barres représentant les cambriolages en 1998 et en 1999, et que l'élève doit relativiser cette information visuelle en se référant à l'axe des ordonnées dont l'origine n'est pas sur le graphique : le nombre de cambriolages passe de 507 à 516, il augmente de moins de 2%. L'élève doit donc adapter l'information visuelle du graphique qui devrait être celle à percevoir (c'est en effet le rôle d'un graphique) pour lui associer une variation quantitative précise. L'adaptation est légèrement induite par l'énoncé qui ne demande pas une lecture directe du graphique, mais de juger de la qualité de l'interprétation de ce graphique par un journaliste. L'item appartient donc à la catégorie de ceux nécessitant la mise en fonctionnement d'une connaissance (la lecture d'un graphique en barres) avec adaptation. La classification OCDE conduit à associer cet item au domaine « incertitude et données » et au processus psycho-cognitif « interpréter ». Comme l'analyse précédente le laissait prévoir, bien que la lecture directe des effectifs d'un diagramme en barres soit une connaissance acquise par de nombreux élèves de 15 ans scolarisés en France, l'item n'est pas bien réussi : moins d'un quart des élèves (24%) trouvent le commentaire erroné, et moins de 10 % peuvent expliquer la raison de cette erreur. Ici aussi, les analyses produites en référence à la didactique des mathématiques enrichissent celles du PISA.

Pour terminer l'illustration des apports de notre classification, analysons un item (figure n°3) nécessitant que l'élève, à son initiative, introduise des intermédiaires au cours de la résolution du problème.

Voici le plan du magasin de glaces de Marie, qu'elle est en train de rénover.

La zone de service est entourée d'un comptoir.



Remarque : Chaque carré de la grille représente 0,5 mètre sur 0,5 mètre.

Question 1 : CHEZ LE GLACIER

Marie veut installer une nouvelle bordure le long de la paroi extérieure du comptoir. Quelle est la longueur totale de bordure dont elle a besoin ? Montrez votre travail.

Figure 3. Un item de la catégorie « Intermédiaires »

Après lecture de l'énoncé et identification de la paroi extérieure du comptoir sur le plan, plusieurs méthodes de résolution sont possibles qui reposent sur des connaissances mathématiques différentes : mesure de la longueur du comptoir sur le dessin et application d'une échelle ; raisonnement géométrique fondé sur le théorème de Pythagore (après avoir introduit sur le plan un triangle rectangle dont l'hypoténuse est la partie oblique du comptoir) ; ou calculs trigonométriques. Savoir quelles sont les connaissances mises en fonctionnement par les élèves, selon quel niveau et avec quel succès semble une information importante qui, à n'en pas douter, intéresserait les enseignants. Le PISA retient seulement néanmoins que cet item relève de la géométrie (domaine espace et formes) et que le contexte n'a pas grande influence sur l'activité de l'élève puisque l'item a été classé dans la catégorie « employer ».

Cette classification fondée sur la mise en fonctionnement requise des savoirs mathématiques révèle ainsi des caractéristiques des items qui ne sont pas prises en compte par l'OCDE. Son utilisation sur l'ensemble du questionnaire du PISA 2012 apporte un éclairage nouveau aux résultats de l'enquête.

3. Les items mathématiques du PISA 2012 : domaines, NMFC et difficulté

Nous présentons ici deux analyses croisées successives des items : selon le domaine mathématique et le NMFC, puis selon le NMFC et la difficulté.

3.1. Domaines et NMFC des items

La répartition des 85 items selon les quatre NMFC confirme le choix de l'OCDE d'évaluer essentiellement la capacité à utiliser ses connaissances dans des situations issues de la vie réelle plutôt que l'acquisition de notions pour elles-mêmes en tant qu'objet. Seulement 7 items concernent en effet la compréhension qualitative d'un concept. Les 78 autres se répartissent assez équitablement selon les trois autres niveaux : 29 relèvent d'une mise en œuvre directe d'une procédure connue, 27 exigent une adaptation de l'énoncé et 22 nécessitent de prendre l'initiative d'introduire des intermédiaires.

Nous avons ensuite mené une analyse croisée des items suivant le domaine mathématique et le NMFC requis. Les résultats sont rassemblés dans le tableau n°1 où figurent, dans chaque case, l'effectif des items, à gauche, et le pourcentage-ligne, entre parenthèses à droite. En cas d'indépendance entre le domaine mathématique évalué et le NMFC, nous devrions observer des pourcentages globalement identiques au sein de chaque colonne.

Les effectifs de la dernière colonne du tableau témoignent de la volonté des experts du PISA 2012 de répartir équitablement les questions suivant les quatre domaines.

Les écarts de pourcentage qui apparaissent dans les quatre colonnes du tableau révèlent que les savoirs en jeu dans les items PISA ne sont pas évalués de manière équivalente. Ainsi, le champ « quantité » est essentiellement évalué par des tâches nécessitant la mise en œuvre directe d'une procédure connue (68% des items) alors que le champ « espace et formes » l'est le plus souvent par des problèmes nécessitant l'introduction d'intermédiaires (57% des items). Si le NMFC n'est pas indépendant de la difficulté, ce résultat éclaire les variations de performances selon les différents domaines. C'est ce que l'étude suivante va permettre d'apprécier.

Classifications		**Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances**				
		Concept	*Directe*	*Adaptation*	*Intermédiaires*	*Total*
Domaines	*Espace et formes*	0 (0%)	2 (10%)	7 (33%)	12 (57%)	21 (100%)
	Incertitude et données	5 (24%)	7 (33%)	7 (33%)	2 (10%)	21 (100%)
	Quantité	0 (0%)	15 (68%)	4 (18%)	3 (14%)	22 (100%)
	Variations et relations	2 (9%)	5 (24%)	9 (43%)	5 (24%)	21 (100%)
	Ensemble	7 (8%)	29 (34%)	27 (32%)	22 (26%)	85 (100%)

Tableau 1. Domaines mathématiques et NMFC

3. 2. Difficulté et NMFC des items

La classification des items selon le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances s'effectue indépendamment de toute mesure de difficulté (réussite aux items). Les trois NMFC concernant les items qui portent sur le caractère outil des savoirs différencient toutefois ces items selon une activité mathématique de plus en plus riche et autonome. Un croisement entre NMFC et difficulté a donc été effectué, les résultats sont représentés par la figure n°4.

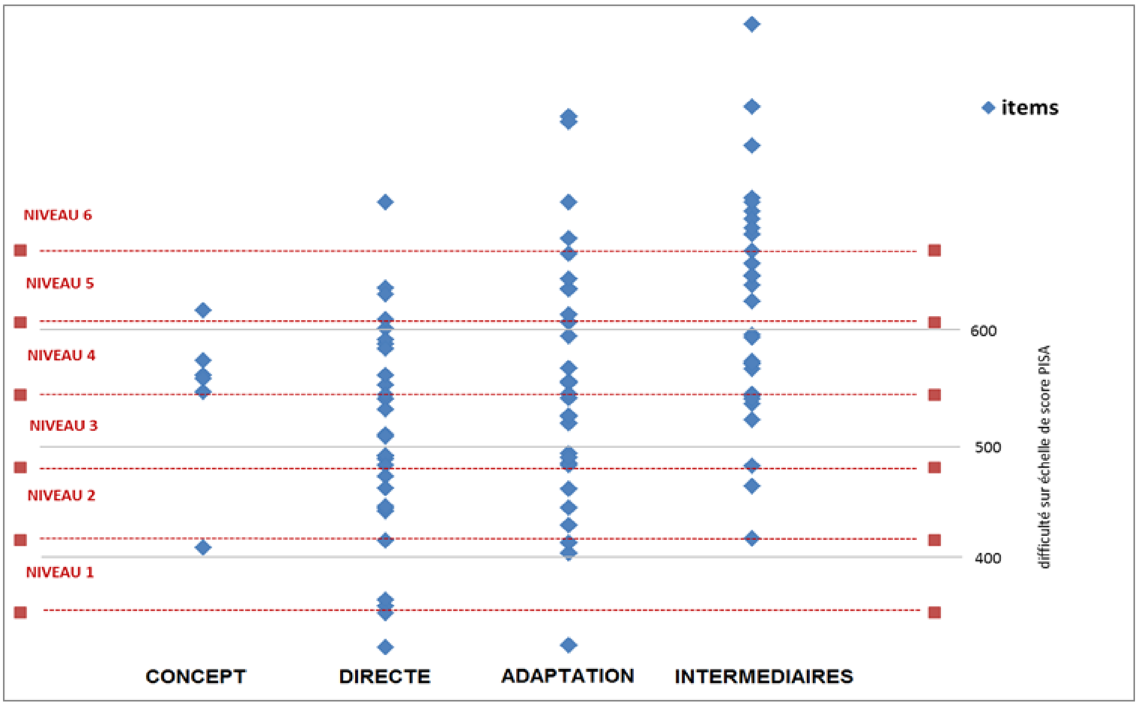


Figure 4. Difficulté des items selon le niveau de mise en fonctionnement des connaissances

Le graphique met en lumière une dispersion relativement importante de la difficulté des items de chaque niveau de mise en fonctionnement, cela signifie que ce critère ne suffit pas pour déterminer la difficulté d'un item. Il montre aussi que les trois niveaux « directe », « adaptation » et « intermédiaires », qui correspondent à une exigence croissante de l'activité mathématique, correspondent également à une difficulté croissante pour les élèves. Les items de ces trois niveaux sont en effet réussis en moyenne par respectivement 59,3%, 46,8% et 33,9% des élèves scolarisés en France et, de manière comparable, par 59,8%, 45,1% et 34,8% des élèves scolarisés dans les pays de l'OCDE.

L'étude réalisée indique que le niveau de mise en fonctionnement constitue un facteur de difficulté mais ne l'explique pas à lui seul. D'autres facteurs interviennent comme, sans doute, la connaissance en jeu, la familiarité avec le contexte du problème, la lisibilité de l'énoncé, etc. Une étude parallèle à celle des NMFC a été réalisée qui montre que la longueur et la complexité du texte de l'énoncé constituent également des facteurs de difficulté. Ainsi avons-nous constaté que le niveau de performance en culture mathématique des élèves scolarisés en France varie selon leur niveau de maîtrise de la lecture. Les élèves moins bons lecteurs obtiennent une performance moyenne de 29,6% sur les items de culture mathématique, alors que les bons lecteurs obtiennent une performance moyenne de 65,1%, soit un écart moyen de 35,5 points de pourcentage. En outre, pour chaque item de mathématiques du PISA, les élèves meilleurs lecteurs réussissent mieux que les élèves moins bons lecteurs. Cette différence de réussite varie de 7 points de pourcentage pour la plus faible à 60 points de pourcentage pour la plus élevée.

Nous avons toutefois, dans ce texte, concentré nos analyses sur les NMFC qui nous paraissent davantage contribuer à la connaissance des acquis des élèves dans la culture mathématique. Les résultats obtenus ouvrent deux perspectives : 1°) apprécier la difficulté d'un item a priori par le NMFC requis pour y répondre ; 2°) relativiser les performances des élèves dans les différents domaines mathématiques selon les NMFC exigés dans ces domaines. Les NMFC permettent également d'éclairer sous un jour nouveau les performances des élèves selon différentes caractéristiques les concernant : sexe, catégorie socioprofessionnelle et retard scolaire.

4. Nouvelles analyses selon différentes caractéristiques des élèves

La publication du PISA sur les réussites aux items de culture mathématique révèle notamment que les filles scolarisées en France, en moyenne, réussissent moins bien que les garçons : la différence de réussite est de 2,5 pp (points de pourcentage) à l'avantage des garçons). L'étude des NMFC apporte quelques informations supplémentaires. L'écart de performance à la faveur des garçons est de 1,5 pp pour les items qui requièrent la mise en œuvre directe d'une procédure connue et de 3,3 pp pour ceux qui nécessitent l'introduction d'un intermédiaire. Autrement dit, les filles sont d'autant plus en difficulté par rapport aux garçons que le NMFC requis est exigeant. Ce constat affine la connaissance des différences de performances entre filles et garçons et conduit à s'interroger sur la capacité du système éducatif français à former les élèves de manière équitable.

Une étude analogue a été menée concernant le lien entre les catégories socio-professionnelles (CSP) des élèves et leur réussite. Un des constats majeurs de l'étude PISA 2012 pour la

France est que son système éducatif est fortement différenciateur : les élèves issus de milieux défavorisés obtiennent une performance moyenne de 39,4% de réussite contre 57,4% pour ceux de milieux favorisés, soit un écart de 18 pp. L'étude complémentaire menée par la DEPP montre que les différences de réussite selon les CSP restent stables lorsque le NMFC augmente. Autrement dit, les élèves de milieu défavorisé n'apparaissent pas plus désavantagés que ceux de milieu favorisé par l'exigence d'autonomie mathématique. Un tel résultat intéresse les didacticiens des mathématiques qui interrogent les pratiques enseignantes (Robert & Rogalski, 2002 ; Roditi, 2005 ; Vandebrouck, 2008, Peltier-Barbier, 2004, Charles-Pézard et al., 2012) : dans les milieux socialement défavorisés, les enseignants proposent en effet surtout de tâches exigeant la mise en œuvre de procédures automatisées. Pour s'approprier les notions et les méthodes mathématiques, ces élèves ont peut-être davantage besoin de tâches où ils ont à s'impliquer et des initiatives à prendre.

Le dernier aspect étudié ici est celui du retard scolaire. L'étude du PISA révèle que les élèves ayant redoublé au moins une fois dans leur scolarité obtiennent une réussite moyenne de 28,9%, alors qu'elle est de 56,0% pour les autres, soit un écart de 27,1 pp. L'étude menée par la DEPP montre que la différence de réussite entre les élèves scolairement en retard et les élèves à l'heure n'est pas constante lorsque varie le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances. Ainsi, et peut-être contre l'idée qu'on pourrait avoir a priori, l'écart de performance est d'autant plus faible que le NMFC est élevé : 22,3 pp pour les tâches nécessitant l'introduction d'un intermédiaire contre 30,6 pp pour celles qui se réalisent par la mise en œuvre directe d'une procédure connue. Les élèves en retard sont donc davantage mis en difficulté par des tâches routinières que par celles qui nécessitent de faire preuve d'initiative. Ici encore, ces résultats invitent à s'interroger sur le système éducatif français et les pratiques des enseignants, en particulier sur les activités proposées aux élèves ayant rencontré des difficultés qui ont conduit à un redoublement au cours de leur scolarité.

5. Conclusion

Les enquêtes du PISA visent un suivi des acquis scolaires des élèves de 15 ans. En ce qui concerne ceux de la culture mathématique, le choix de l'OCDE est d'évaluer des compétences, c'est-à-dire des capacités à mobiliser ses connaissances pour résoudre un problème en lien avec une situation de la vie réelle. Un regard didactique porté sur l'évaluation de 2012 ne peut manquer de pointer que l'OCDE ne se donne les moyens ni de recenser précisément les connaissances acquises des élèves (toutes les connaissances géométriques, par exemple, sont confondues au sein d'un même domaine) ni d'estimer le niveau d'acquisition de ces connaissances. Inversement, les didacticiens qui ont concentré leurs recherches sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des savoirs n'ont pas suffisamment développé d'outils théoriques et pratiques pour étudier la question de l'évaluation des connaissances des élèves.

Les auteurs de cet article ont conduit, au sein d'un groupe d'experts de la DEPP regroupant des représentants de l'enseignement, de la formation, de l'inspection et de la recherche, une étude qui repose sur une nouvelle classification des items permettant de distinguer différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques et donc, d'une certaine manière, d'évaluer le niveau d'acquisition de ces connaissances. Quatre niveaux sont définis qui différencient les items nécessitant de faire preuve d'une compréhension qualitative d'une notion, de mettre en œuvre une procédure connue de façon directe, d'adapter les données ou la question de l'énoncé pour pouvoir y répondre, ou bien de faire preuve d'initiative en introduisant des intermédiaires pour résoudre le problème posé. Cette nouvelle classification permet de mettre en lumière des caractéristiques des items et des informations sur les apprentissages mathématiques que les outils des experts de l'OCDE laissent dans l'ombre.

L'étude ainsi menée montre que l'OCDE évalue peu la compréhension qualitative des concepts mathématiques. Elle n'évalue pas les compétences au sein des différents domaines mathématiques de manière équivalente relativement aux NMFC qui correspondent pourtant également, en moyenne, à un niveau de difficulté croissant pour les élèves. L'étude du cas de la France a conduit les auteurs à s'interroger sur l'enseignement des mathématiques dans leur pays en examinant les inégalités de performances selon le sexe, l'origine sociale ou le retard scolaire. Ils apportent des résultats importants pour les décideurs de l'Éducation nationale et les enseignants qui les conduisent à enrichir leur réflexion et leur questionnement sur, respectivement, leurs choix et leurs pratiques.

Références bibliographiques

Baudelot, C. & Establet, R. (1992). Allez les filles ! Paris : Seuil.

Bodin, A. (2009). L'étude PISA pour les mathématiques. Résultats français et réactions. Gazette de la SMF, 120, 53-67.

Charles-Pézard, M., Butlen, D. & Masselot, P. (2012). Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ? Grenoble, France : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. Recherches en didactique des mathématiques, 12(1), 73-112.

Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. Recherches en didactique des mathématiques, 7(2), 5-31.

Duval, R. (1995). Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang.

OCDE, 2014, Résultats du PISA 2012 : savoirs et savoir-faire des élèves : Performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences (Volume I), PISA, Éditions OCDE.

Peltier-Barbier, M.-L. (dir). (2004). Dur d'enseigner en ZEP. Grenoble, France : La Pensée Sauvage.

Robert, A. (1998) Outil d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. Recherches en didactique des mathématiques, 18(2), 139-190.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies, 2(4), 505-528.

Roditi, E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique. Paris, France : L'Harmattan.

Roditi, E., & Salles, F. (2015). Nouvelles analyses de l'enquête PISA 2012 en mathématiques. Éducation et formations, 86-87, 236-267.

Vandebrouck, F. (dir.). (2008). La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants. Toulouse, France : Octarès.

Analyse de pratiques déclarées d'évaluation d'enseignants de mathématiques au secondaire (IV et V) dans des décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves

Anick Baribeau, Université Laval

anick.baribeau.1@ulaval.ca

Cet article expose des résultats d'une recherche doctorale relativement aux pratiques d'évaluation d'enseignants de mathématiques au secondaire (IV et V) dans des décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves menant à l'obtention du diplôme d'études secondaires du Québec. Les données ont été recueillies par le biais d'entretiens semi-dirigés puis d'un groupe de discussion. Les résultats laissent voir que les nouvelles modalités d'évaluation ministérielles recentrées sur l'évaluation des connaissances conduisent des enseignants à occulter leur jugement professionnel. On constate des tensions au sujet des injonctions en évaluation des apprentissages introduites dans le milieu scolaire au début de l'année scolaire 2011-2012.

1. Introduction

Au Québec, l'année scolaire 2011-2012 est caractérisée par de nombreux changements de directives ministérielles pour l'évaluation des apprentissages des élèves du primaire et du secondaire. L'évaluation propre à chaque discipline s'appuie désormais sur de nouvelles orientations annoncées dans la publication des documents Cadres d'évaluation des apprentissages (MELS, 2011a) et La Progression des apprentissages (MELS, 2011b). Les Cadres d'évaluation des apprentissages visent à simplifier l'évaluation des apprentissages en permettant une réduction du nombre de résultats disciplinaires à consigner et à communiquer dans le bulletin scolaire. La Progression des apprentissages est une classification organisée et hiérarchisée des connaissances que l'élève doit acquérir et être capable d'utiliser chaque année ce, dans une logique d'un programme d'études structuré sur une base pluriannuelle. Ainsi, les apprentissages des élèves et leur évaluation se trouvent recentrés sur l'acquisition et la maîtrise des connaissances.

L'année scolaire 2011-2012 marque de plus l'entrée en vigueur d'épreuves uniques obligatoires qui comportent une section de questions à choix multiples dont la pondération représente 60% de l'épreuve, notamment en 4e secondaire en sciences et technologies et en mathématiques.

À ces nouveautés, s'ajoute un bulletin scolaire national qui présente une nouvelle pondération, à savoir 20% pour la première étape, 20% pour la deuxième étape et 60% pour la troisième étape. La 3e étape concerne les évaluations des apprentissages que l'enseignant a réalisées depuis le début de la troisième étape (mi-mars). Il peut également inclure les évaluations réalisées en fin d'année scolaire, et qui couvrent la matière de toute l'année. Les résultats disciplinaires sont exprimés en pourcentage et sont accompagnés de la moyenne du groupe.

Également, le jugement de l'enseignant porté après la troisième étape pour établir le résultat final au bilan, c'est-à-dire la décision évaluative qui contribue à la reconnaissance des compétences, ne s'établit plus obligatoirement à l'aide des Échelles des niveaux de compétence (MELS, 2007a). Elles constituaient, de septembre 2007 à septembre 2011, l'outil de référence qui balisait les pratiques d'évaluation des enseignants aux quatre coins du Québec. Elles visaient à contribuer à une interprétation la plus univoque et équitable possible quant au niveau de compétence atteint par l'élève.

Porter un jugement qui contribue à la reconnaissance des compétences et à la certification des apprentissages des élèves appelle à la mise en place d'une démarche méthodologique rigoureuse (Allal, 2012; Hadji, 2012; Mottier Lopez et Allal, 2008, 2010). Cela suppose l'abandon de pratiques strictement liées au modèle de l'évaluation de la mesure des produits (Vial, 2012).

Ces nouvelles orientations ministérielles pour l'évaluation des apprentissages des élèves peuvent être questionnées. Quelles sont les pratiques d'évaluation d'enseignants de mathématiques dans des décisions sommatives de certification des apprentissages menant à l'obtention du diplôme d'études secondaire de juin 2012, soit l'an 1 des nouvelles directives ministérielles en évaluation? En quoi les nouvelles orientations ministérielles permettent-elles aux enseignants de mathématiques de porter un jugement professionnel d'évaluation dans les prises de décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves ? Les résultats relatifs à ces questionnements sont présentés dans cette contribution.

2. Contexte théorique

Le concept de jugement professionnel d'évaluation sera d'abord présenté. Ensuite, le concept d'évaluation sommative/certificative sera abordé.

2.1 Le concept de jugement professionnel d'évaluation

Allal et Mottier Lopez (2009), Mottier Lopez et Allal (2008, 2010), Poskitt et Mitchell (2012) argumentent dans leurs travaux que le jugement dit «professionnel» ne peut se faire qu'après plusieurs appréciations portant sur différentes sources d'informations (qualitatives et quantitatives) recueillies, objectivées et interprétées, notamment en les croisant ou en les triangulant. Par exemple, pour porter un jugement professionnel, des éléments externes à l'élève sont pris en considération tels la culture de l'établissement, les valeurs personnelles, professionnelles et institutionnelles, les normes professionnelles et éthiques, le programme d'études, les savoirs théoriques, les savoirs pratiques issus de l'expérience, les gestes professionnels mobilisés en situation, les méthodes d'évaluation utilisées. Se croisent des informations qui relèvent de l'élève, par exemples, sa situation sociale et singulière, les progressions d'apprentissage réalisées, l'observation de l'élève en situation de classe, ses résultats aux tests ponctuels et aux épreuves internes et externes (nationales et internationales), etc.

2.2 Le concept d'évaluation sommative/certificative

On constate dans les écrits francophones et anglophones que les concepts d'évaluation sommative et d'évaluation certificative font l'objet de plusieurs interprétations et touchent divers points de vue méthodologiques. Concept nodal dans cette étude, il apparaît incontournable de les présenter selon les diverses conceptions. Par conséquent, dans un premier temps, la position américaine sera exposée suivie du point de vue européen. La conception québécoise complètera cette partie.

- La position américaine

De nombreux auteurs, dont Bloom (1976), Bloom, Hasting et Madaus (1971,1981), Gronlund (1985) présentent le concept «summative evaluation» comme étant une évaluation employée à la fin d'un cours, d'un cycle ou d'un programme qui sert à informer l'élève et l'enseignant sur la maîtrise d'un ensemble d'objectifs. Un consensus se dégage autour d'une pratique qui a pour but de rassembler les informations nécessaires en recourant à des instruments de mesure traditionnels, dont des tests et des examens représentant l'ensemble du programme visé. On interprète les résultats obtenus selon le principe de l'évaluation du rendement par rapport aux autres (interprétation normative). On porte ensuite un jugement sur les apprentissages réalisés puis on prend des décisions (le plus souvent administratives) concernant entre autres le passage à une classe supérieure ou à la sanction des études. Ce faisant, la note de passage définie dans les pratiques d'évaluation sommative est considérée comme un standard, soit une exigence mathématique. Seul compte le produit, à savoir le résultat dressé en faisant une somme arithmétique.

- La position européenne

Des auteurs européens (Cardinet, 1986; De Ketele, 1986, 1996; Hadji, 1989, 1992), considèrent l'évaluation sommative comme une évaluation continue cumulative qui rassemble une multitude de portraits plus ou moins lointains, voire un bilan des acquis. On retrouve cette notion même d'évaluation continue dans un ouvrage de De Landsheere paru en 1974. Cette idée de portrait récent ou de bilan des acquis fait de plus en plus surface avec l'approche par compétences.

En ce sens, pour se distancier de l'évaluation sommative «summative evaluation», dans les écrits européens, on tend à préférer l'expression «évaluation certificative» à «évaluation sommative» parce que l'idée de somme ou d'addition arithmétique contenue dans cette dernière expression n'est pas toujours cohérente par rapport à la finalité de cette forme d'évaluation. Hadji (1989, 1992) montre que l'évaluation certificative a pour fonction de faire un bilan des acquis en fin de formation, en vue de délivrer, ou non, le «certificat» de formation. Il précise que l'évaluation est plutôt globale et porte sur des tâches variées. Il affirme que les examens restent utiles bien que leur utilisation soit remise en question.

- La position québécoise du MELS

Au Québec, l'adjectif «sommative» a été adopté au cours des périodes 1980 et 1990 comme une traduction libre du terme anglais. Il a été utilisé et toléré comme un néologisme (Scallon, 1999). On constate dans les différents écrits québécois discutant de l'évaluation sommative que ce qualificatif est ambigu et suggère, à première vue, l'idée de somme. En effet, le caractère ambigu de cette pratique d'évaluation et les risques liés aux usages qui en sont faits sont pointés du doigt par de nombreux chercheurs (Cardinet, 1973, 1986; Crahay, 1997; Perrenoud, 1977, 1998; Poskitt et Mitchell, 2012; Wolf, 1977). Conséquemment, pour éviter toute confusion terminologique, le ministère de l'Éducation du Québec nuance le sens et l'utilisation de l'évaluation sommative. En ce sens, il précise dans la Politique d'évaluation des apprentissages (MEQ, 2003, p.29) : « […] il est trompeur de la qualifier de sommative dans la mesure où il ne s'agit pas de la somme d'évaluations, cumulées, durant une période donnée […]». Dès lors, le concept d'évaluation sommative est absent dans les divers documents ministériels québécois de la réforme des curriculums d'études. L'expression «bilan des apprentissages» (associé à la fonction de reconnaissance des compétences) est donc préconisée dans les documents ministériels (MEQ, 2003, 2007a, 2007b).

3. Méthodologie

Cette recherche doctorale s'inscrit dans le courant de la recherche qualitative/interprétative. Le but de l'étude vise à mieux comprendre comment l'agir évaluatif des enseignants se construit lorsque le jugement évaluatif s'exerce dans des prises de décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves menant à l'obtention du diplôme d'études secondaires du Québec. L'étude cible des enseignants du secondaire (IV et V) qui ont pris des décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves en juin 2012. L'échantillon est composé de quatorze enseignants qui proviennent du Secteur des jeunes (secteur du régulier et de l'adaptation scolaire) de quatre écoles secondaires (privées et publiques) de la région de la Mauricie.

Des entretiens individuels semi-dirigés (Jouthe et Desmarais, 1993) ont été réalisés en juin 2012 et à l'automne 2012 auprès de douze enseignants. Pour corroborer certaines données recueillies lors de la première collecte des données et avoir une vision plus complète et plus nuancée du phénomène qu'on cherche à comprendre, le groupe de discussion (Kruger et Casey, 2000) a été utilisé comme dispositif complémentaire de collecte de données. Dix participants ont été rencontrés dans un établissement secondaire en mars 2013.

La validité externe de cette étude ne vient donc pas d'une saturation statistique, mais plutôt d'une «transférabilisation contextualisée» (Pirès, 1997) permettant la généralisation d'une explication à partir d'observations du phénomène étudié en contexte naturel.

Nous avons eu recours à l'approche méthodologique de traitement et d'analyse des données qui respecte une logique inductive (Paillé et Mucchielli, 2012). Deux grilles d'analyse thématique ont été constituées à partir des thèmes généraux et des thématisations émergentes.

4. Résultats

4.1 Les moyens pour recueillir les informations pour les prises de décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves

Les résultats montrent les participants ont eu recours à des modalités d'évaluation centrées sur l'acquisition et la maîtrise des connaissances. Aux dires des enseignants de mathématiques interrogés, certaines situations d'apprentissage contextualisées seraient riches pour les élèves; elles permettraient d'exploiter leur mode de réflexion. Néanmoins, ils affirment se sentir obligés de faire acquérir le vaste contenu de la Progression des apprentissages (MELS, 2011b) pour bien préparer leurs élèves à l'épreuve du Ministère.

L'examen synthèse qui couvre ce qui a été enseigné depuis le début de l'année scolaire, à savoir les connaissances présentées dans La Progression des apprentissages (MELS, 2011b), est souvent administré au terme de l'année scolaire.

Les résultats révèlent l'utilisation continue et contiguë d'examens et de tests de rendement scolaire que les enseignants ont eux-mêmes élaborés en s'inspirant de la structure de l'épreuve ministérielle de mathématiques présentée dans le document d'information qui leur a été remis au cours de l'année scolaire 2011-2012.

Les résultats font ressortir que les questions à choix de réponses, exposées dans les modalités d'évaluation au cours de l'année scolaire 2011-2012, pénalisent plusieurs élèves, particulièrement les élèves à risque ou en difficulté. Des participants mentionnent que les élèves n'ont pas été exposés à cette modalité d'évaluation au cours de leur carrière d'élève, soit depuis la réforme des curriculums d'études amorcée au début des années 2000. Ils évoquent le fait que cette modalité d'évaluation n'était pas recommandée dans les orientations ministérielles, s'accordant mal avec le concept de compétence. Néanmoins, les données font ressortir que les élèves «forts» réussissent aussi bien.

En parlant des moyens pour recueillir des informations sur les apprentissages des élèves, des participants mentionnent qu'ils ne colligent plus de traces en cours d'année, car ils privilégient les examens et les tests avec des questions à choix multiples. Là, en secondaire 3, 4 et 5, on ne prend plus vraiment les traces qu'on a accumulées à cause qu'on a habitué nos élèves à faire des questions à choix de réponses puisque c'est ce qui est maintenant demandé dans l'examen du MELS. RPP MATH (CST4/TS5)05/Q5

4.2 Le processus d'évaluation pour la notation et l'attribution des résultats des élèves

Les données de la recherche amènent à établir un constat d'hétérogénéité en ce qui a trait aux processus adoptés pour la notation et l'attribution des résultats des élèves. Cette hétérogénéité s'explique par les différentes manières de faire l'évaluation des apprentissages, notamment au regard des nouvelles directives ministérielles. Les enseignants de mathématiques interrogés font appel à différentes pondérations et à différents algorithmes de calculs pour établir les résultats des élèves. À titre d'exemples : Nous, en maths, c'est 13%,13%,74% et 50% pour l'épreuve du MELS. GD MATH (CST4/TS5)05/Q2. Nous, en maths, la pondération de l'examen pour la compétence 1 vaut pour 60% de l'étape […] et la compétence #2 vaut 70%. […] Ensuite, l'examen MELS compte pour 50% de la note de l'année alors on va chercher 50% du 70% de cette compétence-là. Il vaut finalement 35% de l'année. RPP MATH (CST4/SN5)06/Q7. Les participants considèrent qu'ils ont beaucoup d'opérations (qu'ils trouvent difficiles à comprendre) à faire pour parvenir à attribuer les résultats des élèves […] Pour moi, la plus essentielle, c'est la compétence #1 qui est résoudre une situation problème alors en fait, c'est 50% de 60% de 70% alors on peut dire que ça commence à être beaucoup de calculs. GD MATH (TS4/CST5)04/Q2

Les résultats démontrent que pour établir le résultat de l'élève au terme de l'année scolaire, les participants font une moyenne des résultats cumulés pendant l'année scolaire. Par ailleurs, certains enseignants précisent qu'ils ont considéré que les résultats colligés au cours de la troisième étape. Les données de la recherche font de plus ressortir que le poids accordé à l'examen «synthèse» est beaucoup plus significatif que les résultats obtenus pour chacune des évaluations effectuées tout au cours de l'année ou encore au cours de la troisième étape. À titre d'exemples : [...] Je mets 60% pour l'examen final étant donné qu'il est sur l'année au complet. RPP MATH (CST4/SN5)06/Q7

4.3 Le jugement professionnel d'évaluation

Le jugement est pour quelques enseignants lié au bon sens, à l'impression, au ressenti. On constate que les participants donnent différents sens au concept de jugement professionnel. [...] Moi, c'est dans ma tête. L'élève a été capable de trouver l'aire du rectangle. L'élève a bien fait ressortir les données pertinentes. Il a compris le problème à faire. Je me sers de mon jugement. RPP MATH (CST4/SN5)06/Q4

Les enseignants de mathématiques interrogés affirment que les nouvelles modalités d'évaluation axées sur l'évaluation des connaissances les conduisent à occulter leur jugement professionnel pour déterminer les notes des bulletins ou du bilan certificatif. [...]Dans l'fond, il n'y a plus de jugement professionnel qui se fait avec les examens à questions de choix de réponses. C'est vrai que n'importe qui peut corriger puis mettre une note. Pas besoin d'avoir fait un bacc en maths. GD MATH (CST4/TS5)05/Q6

Les résultats montrent que des enseignants déplorent la décision ministérielle de ne plus prescrire l'utilisation des Échelles des niveaux de compétence (MELS, 2007a) pour établir le résultat final de l'élève. Des enseignants inquiets de cette injonction estiment que sans ce point référence commun à toutes les écoles du Québec, il est difficile de garantir une validité des résultats qui conduit à une prise de décision qui contribue à la certification des apprentissages des élèves.

Ces résultats méritent une discussion plus large, laquelle fait l'objet de la prochaine section.

5. Discussion

Les résultats font ressortir que l'information recueillie grâce aux instruments d'évaluation privilégiés par les enseignants permet peu à l'enseignant à prendre une meilleure décision de l'ordre de l'apprentissage spécifique au progrès de l'élève. Ces données s'inscrivent dans le même sens que les résultats de Hadji (1989, 1992, 2012), Figari (2001) et Wolf (1977), lesquels démontrent que dans ce contexte, l'évaluation est décontextualisée et repose principalement sur un contrôle administratif, c'est-à-dire liée au modèle de l'évaluation de la mesure des produits (Vial, 2012). Dès lors, dans le processus qui aboutit aux prises de décisions des enseignants, on se rend compte qu'il n'y pas de relation réciproque entre les fonctions d'évaluation (formative, pronostique, sommative et certificative), soit une interdépendance préconisée dans les travaux de Harlen (2006), Hutchinson (2001), Mottier Lopez et Allal (2008, 2010).

L'évaluation continue préconisée par Cardinet (1986), De Ketele (1986, 1996), De Landsheere (1974), Hadji (1989), Scallon (1988, 1999), c'est-à-dire qui fait référence à l'idée de portrait ou de bilan, n'est pas une pratique d'évaluation qui a fait surface dans les données de la recherche.

On constate le recours par les participants à une pratique qui fait partie de la «tradition», soit qui établit la note de l'élève à partir d'une addition arithmétique et d'une moyenne de résultats accumulés. Cette pratique déclarée qui correspond à la position américaine «summative evaluation» est répertoriée dans des études associées aux périodes 1980 et 1990, notamment les travaux de Cardinet (1986), De Ketele (1986), Gronlund (1985). Au vu des résultats, le paradigme mesure-évaluation-décision est mis en relief. Cette conception qui «fait de l'évaluation une pratique centrée sur la mesure» (Scallon, 1988, p.16) et qui réfère au «Learning for mastery» de Bloom (1976) ne va pas au-delà du savoir-faire technique. Ces données vont également dans le même sens des résultats des travaux de Scallon (1988) qui déplore que dans cette pratique, la démarche d'évaluation est linéaire et fondée sur une conception techniciste de l'évaluation. De Ketele (1986, 1996), Gronlund (1985), Perrenoud (1998) soulignent dans des travaux des années 1980 et 1990 que cette conception mécaniste n'est pas de nature à favoriser l'exercice du jugement chez les enseignants. Cette manière d'envisager l'évaluation est en fait en rupture avec les caractéristiques du jugement dit «professionnel» présentées, entre autres, dans les travaux d'Allal et Mottier Lopez (2009), Mottier Lopez et Allal (2008, 2010), Poskitt et Mitchell (2012). Rappelons qu'elles sont considérées dans les écrits scientifiques comme des incontournables dans l'exercice de l'activité évaluative, notamment dans des situations marquées par des tensions, des incertitudes et des enjeux importants.

Il semble que les nouvelles exigences ministérielles en évaluation, qui sont en quelque sorte compatibles avec le modèle traditionnel de référence behavioriste auquel la notion d'objectif est généralement associée, se distancient de la notion de compétence préconisée dans les débats tenus à l'aube des années 2000 autour de la réforme des curriculums d'études. Il paraît paradoxal que le MELS accorde de nouveau une importance à des modes d'évaluation traditionnels fondés sur une conception techniciste de l'évaluation alors que les jalons posés au début des années 2000 avaient pour but d'accroître la réussite éducative d'un plus grand nombre d'élèves, notamment en recourant à des pratiques pédagogiques diversifiées et à une pratique évaluative renouvelée des compétences.

6. Conclusion

En conclusion, les résultats témoignent d'un véritable malaise à l'égard des conditions de validité du processus d'évaluation adopté par les participants pour prendre les décisions sommatives de certification des apprentissages des élèves menant à l'obtention du diplôme d'études secondaires de juin 2012. Les nouvelles orientations ministérielles recentrées sur l'acquisition et la maîtrise des connaissances, les nouvelles pondérations établies dans les Cadres d'évaluation et dans le nouveau bulletin scolaire conduisent des enseignants à occulter leur jugement professionnel pour déterminer les notes des bulletins et du bilan certificatif. Les enseignants de mathématiques interrogés considèrent que les nouvelles directives ministérielles en évaluation des apprentissages les astreignent à focaliser sur des modalités d'évaluation quantitatives centrées sur l'évaluation des connaissances au détriment des modalités d'évaluation qualitatives associées à l'évaluation des compétences.

La présente recherche ouvre des pistes pour des études subséquentes. Il pourrait s'avérer intéressant d'analyser les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques afin de voir s'il y a eu une évolution depuis juin 2012, soit l'an 1 des nouvelles injonctions ministérielles en évaluation des apprentissages.

Références

Allal, L. et Mottier Lopez, L. (2009). Au cœur du jugement professionnel en évaluation : des démarches de triangulation. Les dossiers des sciences de l'éducation, 22, 25-40.

Bélair, L.M et Baribeau, A. (2008). L'utilisation des échelles des niveaux de compétence pour établir un bilan des apprentissages au terme du premier cycle du secondaire : analyse des pratiques des enseignants des diverses disciplines. ACFAS 2008.

Bloom, B.S. (1976). Human Charecteristics and School Learning. New York : McGraw-Hill.

Bloom, B.S, Hastings, J.T., Madaus, G.F. (1971). Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. N.Y., McGraw-Hill

Bloom, B.S, Hastings, J.T., Madaus, G.F. (1981). Evaluation to improve learning. N.Y., McGraw-Hill

Cardinet, J. (1973). L'adaptation des tests aux finalités de l'évaluation. Bruxelles: De Boeck.

Cardinet, J. (1986). Évaluation scolaire et mesure, De Boeck.

Crahay, M. (1997). Une école de qualité pour tous. Bruxelles : Labor.

De Ketele, J-M. (1986). L'Évaluation : approche descriptive ou prescriptive ? Bruxelles, De Boeck-Wesmael.

De Ketele, J-M. (1996). L'évaluation : approche descriptive ou prescriptive ? Bruxelles, De Boeck.

De Landsheere, G. (1974). Évaluation continue et examens. Précis de docimologie. (3e édition) Bruxelles-Paris : Labrador-Nathan.

Figari, G. (2001). L'activité évaluative réinterrogée : Regards scolaires et socioprofessionnels. Paris : De Boeck

Gronlund, N.E. (1985). Measurement and Evaluation inTeaching, 5e édition, New-York, Macmillan Publishing Company.

Hadji, C. (1989). L'évaluation, règles du jeu, des intentions aux outils. Paris: ESF

Hadji, C. (1992). L'évaluation des actions éducatives. PUF.

Hadji, C. (2012). Faut-il avoir peur de l'évaluation ? Bruxelles : De Boeck.

Harlen, W. (2006). The role of assessment in developing motivation for learning. In J. Gardner (Ed.), Assessment and learning (p. 61-80). London: Sage.

Hutchinson, C. (2001) Assessment is for learning: the way ahead (Internal Policy Paper, Scottish Executive Education Department (SEED)).

Jouthe, E. et Desmarais, D. (1993). Les pratiques sociales au Québec, un projet intercompréhensif de théorisation des pratiques sociales, NPS, vol.6, no 1, p.131-141.

Krueger, R. et Casey M.A. (2000). Focus groups a pratical guide for applied research.London:Sage

Ministère de l'Éducation du Québec (2003). Politique d'évaluation des apprentissages. Être évalué pour mieux apprendre. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport (2007a). Les échelles des niveaux de compétence, enseignement secondaire deuxième cycle. Québec : Gouvernement du Québec

Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport (2007b). Programme de formation de l'école québécoise enseignement secondaire, deuxième cycle : parcours de formation générale, parcours de formation générale appliquée. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport (2011a). Cadres d'évaluation des apprentissages. Québec: Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, des Loisirs et du Sport (2011b). La Progression des apprentissages. Québec : Gouvernement du Québec.

Mottier Lopez, L. et Allal, L. (2008). Le jugement professionnel en évaluation: un acte cognitif et une pratique sociale située. Revue Suisse des sciences de l'éducation, 30 (3),100-200.

Mottier Lopez, L. et Allal, L. (2010). Le jugement professionnel en évaluation : quelles triangulations méthodologiques et théoriques ? Dans L. Paquay, C. Van Nieuwenhoven & P. Wouters (Ed.), L'évaluation, levier du développement professionnel ? Tensions, dispositifs, perspectives (p. 237-250). Bruxelles : De Boeck.

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2003). L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales. Paris : Armand Colin.

Perrenoud, Ph. (1977). L'évaluation scolaire est-elle révélatrice ou génératrice de l'inégalité sociale devant l'école ? Genève : Service de la recherche sociologique, SRS.

Perrenoud, Ph. (1998). L'évaluation des élèves. De la fabrication de l'excellence à la régulation des apprentissages. Entre deux logiques. De Boeck Université.

Pirès, A.P. (1997). La recherche qualitative. Enjeux épistémologiques et méthodologiques. Montréal : Gaëtan Morin, Éditeur

Poskitt, J. et Mitchell, K. (2012). Overall teacher judgements (OTJs): Equivocal or Unequivocal ? Assessment Matters, vol.4, 53-75. New Zealand, Massey Université

Scallon, G. (1988). L'évaluation formative des apprentissages. Vol.1 et 2. Les Presses de l'Université Laval, Québec

Scallon, G. (1999). L'évaluation formative. Éd. Du renouveau pédagogique, Montréal.

Vial, M. (2012). Se repérer dans les modèles de l'évaluation: histoire, modèles, outils. Bruxelles: De Boeck.

Wolf, B. (1977). Fairness of selection as a function of the content and formal characteristics of test items. Paper presented at the Third International Symposium on Educational Testing, Leyden

Pratiques d'évaluation par la didactique des mathématiques : Construire, appliquer et justifier un barème de correction

Jérôme Proulx, Département de mathématiques, Université du Québec à Montréal

proulx.jerome@uqam.ca

Dans leur parcours pour devenir enseignants de mathématiques au secondaire, les futurs enseignants à l'intérieur de mon institution suivent divers cours sur une période de quatre ans. Un de ces cours traite des questions de Mesure et Évaluation suivi à la fin de leur 3e année de formation. Ce cours est pris en charge par la Faculté d'éducation et des étudiants de toutes concentrations confondues (histoire, sciences sociales, français, mathématiques, etc.) se retrouvent dans ce même cours. Sans questionner la pertinence de ce cours, car il permet aux étudiants de toucher aux principales théories, contextes et idées en évaluation, les étudiants en sortent souvent insatisfaits, c'est-à-dire qu'ils en veulent plus, car les thématiques ont trop peu abordé les questions spécifiques à l'enseignement des mathématiques. Ceci est évidemment dû à la diversité des étudiants suivant le cours, mais aussi parce que ceux qui enseignent le cours n'ont pas nécessairement la formation pour s'engager sur le terrain des mathématiques, encore moins celles relevant de didactique des mathématiques.

La formation des étudiants compte plus d'une dizaine de cours de didactique des mathématiques. Et, c'est dans un de leurs cours de fin de parcours (le cours Didactique II et laboratoire) qu'une entrée par la didactique des mathématiques sur les questions d'évaluation est proposée. Préalablement à ce cours, les étudiants ont bien évidemment déjà touché à certaines dimensions reliées à l'évaluation en mathématiques, soit la production de tâches, l'analyse de solutions d'élèves, l'établissement d'objectifs ou de portraits « finaux » souhaités chez les élèves à la fin de l'enseignement, etc. Par contre, tout ce qui est des questions touchant à la création de barèmes de correction et d'application de ces barèmes de façon systématique sur un ensemble de tâches est une dimension tout à fait nouvelle pour eux, surtout lorsqu'elle est prise en compte en contexte didactique.

C'est cette partie de leur formation que je propose d'aborder dans ce texte, soit les questions d'évaluation en mathématiques d'un point de vue didactique. J'aborde le tout non pas en tant que chercheur, mais bien comme praticien-formateur en didactique des mathématiques relatant sur mes propres initiatives et pratiques de formation.

1. L'évaluation par la didactique des mathématiques

Qu'entend-on par une entrée didactique ? Tel que l'exprime Douady (1984), la didactique des mathématiques s'intéresse à l'étude des processus et conditions de transmission et d'acquisition des contenus mathématiques, ou encore, comme Brousseau (1991) le formule : « Science s'intéressant à la production et à la communication des connaissances mathématiques dans ce que cette production et cette communication ont de spécifique de ces connaissances. La didactique des mathématiques étudie la façon dont les connaissances sont créées, communiquées et employées pour la satisfaction des besoins des hommes vivant en société. »

On voit donc qu'en adoptant une perspective didactique on se retrouve au cœur de l'étude de phénomènes relatifs à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans ce que les mathématiques ont de spécifique, c'est-à-dire que *les mathématiques et leur spécificité* sont pris en compte. Le didacticien des mathématiques entre donc sur les questions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques par les mathématiques. Lorsqu'il s'intéresse à l'enseignement des mathématiques, le didacticien des mathématiques s'y intéresse pour que cet enseignement soit représentatif d'une activité mathématique riche et authentique et donc ancre son travail dans une réflexion profonde sur le contenu d'enseignement. Évidemment, ce n'est pas que le didacticien ne s'intéresse pas à la réussite ou à l'apprentissage des élèves, bien loin de là car il les étudie et s'en préoccupe, mais il le fait toujours dans l'optique de mieux comprendre les conditions et processus de transmission des mathématiques *pour les mathématiques elles-mêmes* dans ce qu'elles ont de spécifique. C'est la raison pour laquelle toute réflexion sur l'enseignement est ancrée dans une analyse du contenu à enseigner; ce que les didacticiens appellent une analyse conceptuelle (Brousseau, 1998) qui ramène au contenu lui-même, mais aussi à ses dimensions didactiques, conceptuelles, épistémologiques et culturelles (voir Brousseau, 1983, 1989).

Avec cette entrée en la matière, on peut maintenant aborder ce que peut signifier une entrée didactique au niveau des questions d'évaluation. Pour le didacticien des mathématiques, les mathématiques sont centrales, c'est-à-dire qu'il s'intéresse aux expériences et activités mathématiques représentatives des mathématiques elles-mêmes. Ainsi, les questions d'évaluation – la construction de tâches et de barèmes de correction, l'application de ces barèmes, etc. – sont traitées à travers une considération constante et centrale des mathématiques.

C'est cette porte d'entrée sur l'évaluation qui est expliquée aux étudiants du cours. Toutefois, c'est surtout à travers des activités que cette conception de l'activité d'évaluation par la didactique des mathématiques se met en route et que des enjeux en ressortent suite au travail réel des étudiants en contexte d'évaluation en mathématiques. J'aborde dans ce qui suit trois types d'activités qui sont menées pour permettre d'illustrer la nature des activités proposées aux futurs enseignants, le type de travail dans lequel les étudiants sont plongés et les diverses dimensions et enjeux didactiques (ou généraux sur l'éducation et l'évaluation) qui sont mis de l'avant à travers ces activités (et qui mènent les étudiants dans un processus réflexif en profondeur sur les questions/enjeux d'évaluation en mathématiques et leur pratique professionnelle d'évaluateur).

2. Premiers pas sur les questions de barème de correction

Avant d'entrer sur les questions d'évaluation, le cours est centré sur la construction d'un plan d'enseignement à long terme, ce qu'on appelle informellement une séquence d'enseignement. Durant ce travail, les questions d'évaluation de toutes sortes (formative, bilan, questionnement, observations) sont constamment abordées, en tant que moments charnières d'information et de rétroaction pour l'enseignant et pour l'élève en cours d'enseignement. Toutefois, une partie du cours est aussi spécifiquement réservée aux questions d'évaluation de fin de parcours, soit comme aboutissement de la séquence d'enseignement (en tant que sanction sur les apprentissages mathématiques réalisés par les élèves).

Cette partie du cours est initiée par une demande de construction de barème de correction sur une tâche familière aux étudiants; tâche qui a été préalablement étudiée de plusieurs façons durant le cours (sa place dans la séquence d'enseignement, ce qu'elle fait travailler mathématiquement, sa pertinence mathématique, la modification pour la rendre plus riche mathématiquement, son exploitation en classe, etc.). Cette tâche est en fait une tâche authentique d'évaluation proposée par le Ministère de l'éducation du Québec en 1991 lors de l'examen de fin d'année en 3e année du secondaire (tirée de Janvier, 1994, p. 45).

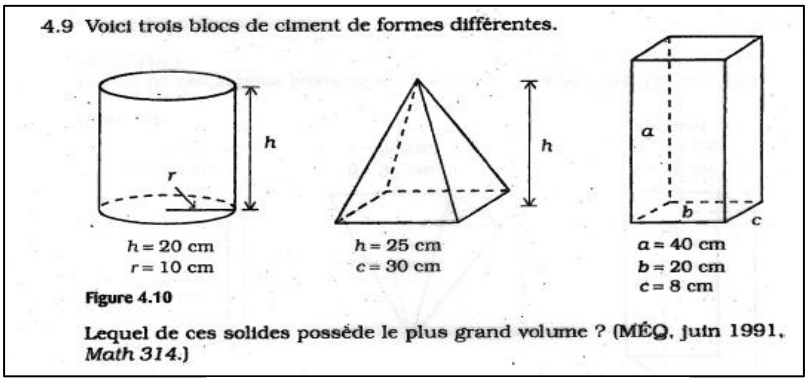


Figure 1. Une tâche d'examen

Les étudiants ont donc à construire un barème de correction pour cette tâche. Ils n'ont aucune contrainte précise à respecter, si ce n'est que de pouvoir justifier leurs choix. Les étudiants vont alors par habitude tendre vers un barème numérique (par exemple de 4, 5 ou 10 points, et rarement de 7 ou 9 points, pour des raisons de transformation en pourcentage). Ces barèmes sont par la suite discutés en équipes et certains sont partagés en plénière par la suite. Cette activité, par les discussions qu'elle provoque, permet d'aborder plusieurs enjeux relatifs à la pratique d'évaluation en mathématiques. À titre d'exemple, les étudiants offrent souvent un barème du type suivant pour cette tâche :

/4 1 pt par formule utilisée 1pt pour la réponse finale

À première vue, quand ce type de barème est proposé, tout semble simple et peu s'y opposent. Toutefois, certaines questions ressortent : Que faire si l'élève utilise mal la formule? Combien de points donner alors? Que faire si l'élève n'utilise pas la formule mais raisonne d'une autre façon adéquate (par exemple, à travers le principe de Cavalieri)? Déjà, alors, on voit ressortir une sensibilité face à une variété de solutions en mathématiques qui peuvent être déployées pour une tâche de ce type. En effet, il est tout à fait possible, et les étudiants ont été confrontés à ce type de réponse durant le cours, de comparer les aires des bases du cylindre et du prisme en faisant abstraction de la hauteur de 20 cm qui est commune aux deux solides (et y conclure que 40x8 est plus grand que πx102, donc que le prisme possède un plus gros volume). Ceci fait aussi ressortir le fait que le barème doit permettre d'évaluer toutes sortes de solutions pour la même question et donc que celui-ci doit posséder une certaine flexibilité pour accommoder les divers raisonnements mathématiques, des erronés aux adéquats en passant par les partiels. Certains proposent l'option, mais celle-ci est de courte vie pour des raisons d'équité d'évaluation, que des solutions différentes pourraient avoir des barèmes différents (par exemple un barème sur 4 si l'élève utilise des formules, mais un barème sur 3 s'il fait appel à des raisonnements comme ceux mentionnés plus haut, car ils n'exigent possiblement qu'uniquement deux comparaisons et donc un point pour chacune des comparaisons).

Ceci fait aussi réagir certains étudiants, qui eux sont davantage dans une perspective où l'élève ne peut que réussir ou échouer à ce type de questions. Les enjeux de correction se veulent assez simple pour eux, car l'élève a soit son point pour sa formule (ou quelque chose du genre qui est mathématiquement adéquat et qui se comprend bien) ou il ne les a pas. Cette dichotomie, qu'on peut appeler une vision binaire de l'évaluation, est présente chez plusieurs futurs enseignants. Certains sont toutefois mal à l'aise avec cette vision, car l'élève peut en effet se retrouver « entre les deux » extrêmes. De plus, certains soulignent avoir vécu, dans leur passé d'élève ou d'étudiant universitaire, des situations qui les ont gêné au niveau d'une pratique d'évaluation binaire de la sorte. Un certain malaise subsiste alors entre les étudiants. Ce malaise fait aussi ressortir des questions d'ordre épistémologique souvent discutées dans le cours en ce qui concerne les mathématiques elles-mêmes, où certains les conçoivent comme une discipline parfaite, où il n'y a qu'une seule bonne réponse alors que d'autres mettent de l'avant l'importance d'une prise en compte d'une multiplicité des compréhensions mathématiques. Ce contexte est évidemment un terreau fertile pour travailler ces enjeux épistémologiques relatifs à la discipline, et qui mettent de l'avant les conceptions développées par les étudiants à travers leur quinzaine d'années d'études en mathématiques.

Ces enjeux de « bonne » réponse nous mènent directement sur les parties du barème qui concernent l'attribution de points pour cette fameuse réponse. Pour un barème du type souligné plus haut, des questions importantes sont alors soulevées sur la pertinence de donner des points pour la recopie claire de la réponse au bas de la page, alors que des points ont déjà été donnés pour le calcul des formules. Simplement, le fait de donner 1 point, soit le quart de tous les points du barème, à une recopie ne fait pas l'unanimité! Par contre, en même temps, certains soulignent qu'il faut savoir s'organiser en mathématiques et qu'il est important d'attribuer des points pour la structure et l'organisation de la solution. C'est dans ce type de discussions que les perspectives didactiques sont intéressantes, et qui aussi permettent de faire ressortir le fait que la pratique d'évaluation et la construction de barème est très contextuelle et située en fonction de la tâche en question. D'une certaine façon, la discussion se centre autour du fait que cet enjeu n'est pas simple et nécessite une réflexion importante. D'un point de vue didactique, offrir le quart des points pour la recopie d'une réponse fait peu de sens : savoir recopier n'est pas mathématique et les points devraient aller sur ce qui est mathématiquement important dans la tâche. En même temps, en contrepartie, bien communiquer est central en mathématiques, par exemple on le voit dans la pratique des mathématiciens à l'intérieur des revues savantes ou simplement dans les façons de faire les mathématiques historiquement dans les différentes civilisations qui ont développé des façons claires et communes d'échanger leurs idées et de les communiquer. De plus, on peut penser aux bévues monumentales récentes avec les navettes spatiales qui se sont écrasées dans l'espace suite à une mauvaise prise en compte des calculs, réponses et recopies de ces nombres. Certains étudiants ajoutent aussi que la structure de la solution doit jouer un rôle, dans l'idée de permettre facilement au correcteur de comprendre la solution proposée; ce qui ramène à l'importance de bien communiquer en mathématiques, tel que le font les mathématiciens dans leurs publications. Ainsi, comme le soulignent plusieurs étudiants, bien communiquer la réponse peut avoir un rôle crucial dans le travail mathématique. Évidemment, en même temps, le fait que cette situation se reproduirait sur un ensemble de tâches dans le même examen rend les étudiants sensibles au poids de ¼ des points par tâche à donner à cet aspect, et qu'il ne faut peut-être pas que toutes les tâches aient cette dimension dans leur barème. Cette question sur la communication claire de la réponse et de la structuration de la solution sera plus tard des points d'ancrages importants pour la mise en route d'activités supplémentaires visant à pousser la réflexion à ce niveau chez les étudiants.

Cette idée de bonne réponse fait aussi réagir certains étudiants qui soulignent qu'une erreur peut se glisser par exemple dans le travail d'une formule et que l'étudiant perdrait déjà un point pour l'erreur avec sa formule et un autre point pour la réponse finale, équivalent à la moitié des points (donc l'élève se retrouve en situation d'échec de la tâche, soit 2/4 équivalent à 50%), alors que le reste de la tâche peut être bien fait et qu'une erreur n'est parfois pas aussi grave qu'elle ne le parait au niveau mathématique. La question de l'accumulation des erreurs est alors fortement discutée, et assez rapidement plusieurs étudiants s'entendent sur l'idée de ne pas pénaliser à répétition un étudiant qui commet une erreur au début (ou répète la même erreur tout au long). On sent alors déjà une certaine flexibilité se tracer implicitement dans le discours des étudiants sur le barème. Mais, au niveau didactique, cette question fait surtout ressortir la différence entre une erreur de niveau conceptuel et une faute qui relève de la technique, tel que souligné dans la revue Prospective d'octobre 1987, suite au colloque de la CIEAEM-39, par des textes de Cerquetti, Aberkane, Krygowska et Bednarz. D'un point de vue didactique, malgré que les fautes techniques ne sont pas à célébrer ou à garder nécessairement sous silence, le barème doit s'intéresser davantage aux questions conceptuelles. En ce sens, une faute technique ne devrait pas engager la même retenue qu'une erreur conceptuelle. Ainsi, la discussion se place autour du fait que les points à attribuer devraient davantage être sur les raisonnements de nature conceptuelle en mathématiques, et moins sur les dimensions techniques (questionnant à nouveau les enjeux de communication claire de la réponse, de structuration de la solution, etc.).

Ces enjeux ressortent de façon encore plus importante lorsque, en deuxième lieu, les étudiants doivent appliquer leur barème sur quelques copies réelles d'élèves en réponse à cette même question d'examen; cette fois les étudiants ont des exemples concrets à l'appui de leurs arguments et partagent des difficultés authentiques de correction. Un nouvel enjeu fait souvent surface, soit celui de la rigueur mathématique, c'est-à-dire la façon avec laquelle le symbolisme mathématique est utilisé pour communiquer les réponses et raisonnements. Évidemment, d'un point de vue didactique, le symbolisme en mathématiques est fondamental dans l'activité mathématique (voir e.g., Byers & Erlwanger, 1984, ou encore les travaux de Serfati, 2005). En même temps, en contrepartie, cette dimension ramène aux questions précédentes sur la place que doit prendre cette rigueur en comparaison d'avec les raisonnements et aspects de niveau conceptuels. Bien que le symbolisme mathématique traine en lui-même d'importantes compréhensions mathématiques (Byers & Erlwanger, 1984), il faut aussi savoir que les élèves qui l'utilisent mal n'éprouvent pas nécessairement des difficultés conceptuelles. On pense par exemple à l'écriture suivante :

$\boxed{4 \text{ x } 3 = 12 + 5 = 17}$

Malgré qu'inadéquate au niveau de la rigueur et de l'utilisation du symbolisme d'égalité en mathématiques, il faudrait chercher longtemps pour trouver un élève qui avouerait que 4 x 3 est en effet égal à 17. L'élève fait ici une erreur bien connue de transposer par écrit un raisonnement oral qui illustre une suite de calculs. Pris séparément (4 x 3 = 12 et 12 + 5 = 17), ces deux équations sont tout à fait valides, mais c'est jumelées ensemble qu'il y a problème (au niveau de la rigueur et non conceptuel).

Des étudiants proposent tout de même d'enlever des points pour ce type d'erreurs, car ils considèrent qu'il ne faut pas que l'élève croit que ceci est adéquat et qu'il faut l'en avertir. Au niveau didactique, il semble en effet très important d'offrir cet avertissement et de corriger ce manque de rigueur, car il peut entraver l'avancée des savoirs mathématique au niveau de la communication (un enjeu important en mathématiques, tel que relevé plus haut). Tous étant majoritairement d'accord avec l'idée de porter attention aux dimensions relatives au symbolisme en mathématiques, certains ont toutefois un malaise face à l'idée d'enlever des points face à des manques de rigueur. À ceci s'ajoute un malaise que si des points peuvent être enlevés, aucun n'en est toutefois donné si la rigueur est au rendez-vous; questionnant dès lors l'importance réelle accordée à la rigueur mathématique, car si elle est si importante alors elle devrait être récompensée par le barème. Vient alors encore une fois l'idée que le barème doit permettre d'apprécier ce qui est important mathématiquement dans la tâche et que certaines tâches peuvent engager sur le chemin de la rigueur et d'autres moins (donc que si on veut effectivement évaluer des dimensions de rigueur, peut-être qu'une tâche directement sur cette dimension devrait être développée!). Certains étudiants vont proposer des compromis, soit de placer les erreurs de rigueur dans la thématique des erreurs techniques et non conceptuelles. D'autres offrent un découpage du barème qui prend constamment en compte la rigueur en lui accordant un certain nombre de points. D'un point de vue didactique, cette idée veut reconnaitre l'importance de la réponse (sa communication, clarté, symbolisme utilisé, structure de la solution, etc.) et lui réserverait par exemple 20% des points (soit 2 sur 10). Par conséquent, le reste du barème, les 80% ici (soit 8 sur 10), seraient centrés uniquement sur les raisonnements mathématiques clés du problème (et non pas les aspects techniques). Reste évidemment à voir comment le 20% sera partagé, mais déjà on fait un pas intéressant dans la prise en compte des éléments mathématiques de la tâche, sans que ceux-ci n'écrasent les raisonnements importants de la tâche à refléter par le barème. Malgré que complexe, autant à comprendre qu'à appliquer, ce type de barème satisfait l'envie de certains étudiants sur l'importance du symbolisme, d'autres sur l'importance de la structure et d'autres sur la réponse.

C'est donc autour de ces enjeux que la partie du cours sur l'évaluation démarre. En bref, c'est un départ très intense qui met de l'avant plusieurs compréhensions et croyances sur la pratique d'évaluation. À ce stade, toutefois, certains étudiants vivent un malaise, en particulier avec la question de la subjectivité en évaluation. Pour certains, qui considèrent que l'évaluation est une dimension simple de la pratique d'enseignement qui implique uniquement de dire si les choses sont réussies ou non et de communiquer le tout à l'élève par une note à la fin, le fait que divers barèmes peuvent être produits pour la même tâche dérange. Le fait que les mêmes solutions peuvent être interprétées de façons différentes dérange. Le fait que la rigueur, par exemple, prend une place importante pour certains et pas pour d'autres dérange. Par contre, en même temps, ils clament haut et fort, comme le programme d'étude actuel québécois le demande, d'avoir la liberté d'exprimer leur jugement professionnel. C'est donc à travers ce contexte que diverses activités sont mises en route; des activités concrètes où les futurs enseignants doivent eux-mêmes faire le travail d'évaluation et dans lequel ces enjeux sont traités de front, l'idée étant de les former par la pratique elle-même. Dans ce qui suit, j'offre deux exemples de ces activités à titre illustratif, pour y saisir dans l'action les enjeux travaillés.

3. Activité d'investigation sur la correction d'un examen

Une des activités proposées aux étudiants fait intervenir l'analyse d'une correction déjà réalisée d'un examen. Placés en équipes de 3 ou 4, les étudiants reçoivent une dizaine de copies d'élèves sur le même examen, ce dernier ayant été construit et corrigé par une enseignante d'expérience du milieu scolaire. Ayant au cours précédent reçu une copie vierge de l'examen pour s'y familiariser, voire le compléter eux-mêmes, la tâche des étudiants est maintenant d'analyser la correction effectuée par l'enseignante et de déceler le barème de correction sous-jacent ayant guidé la pratique de correction. Ceci se fait en sous-équipes, mais lorsque des questions ou points d'importance sont débattues au sein de ses équipes, elles sont ramenées au niveau plénier et toutes les sous-équipes sont invitées à échanger et contribuer à la discussion sur la question.

Un des points qui ressort pour les étudiants est la recherche de cohérence dans l'application du barème par l'enseignante : les étudiants sont très à l'affût des « écarts de conduite » de l'enseignante où le barème n'aurait pas été appliqué identiquement d'une copie à l'autre. En bref, ils sont très critiques, voire indignés parfois lorsque des réponses similaires n'ont pas obtenu exactement la même note, lorsque certaines réponses ont obtenu des points pour une réponse expliquée fausse sur une autre copie, ou encore lorsqu'une réponse adéquate n'obtient pas ses points. Par exemple, face aux copies d'élèves suivantes pour la même question (élèves A à F), plusieurs étudiants soulèvent un questionnement à savoir quel est le barème réellement utilisé pour la correction de ce numéro.

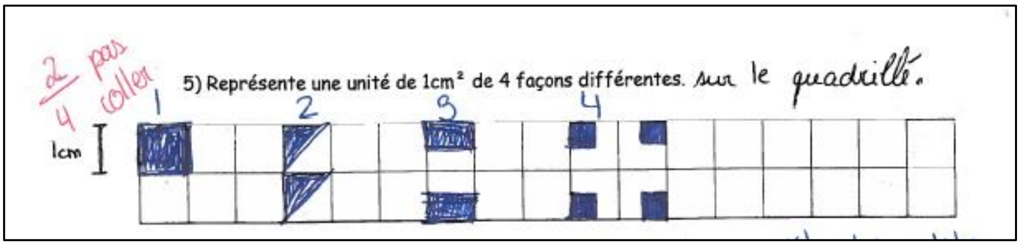


Figure 2a. Élève A

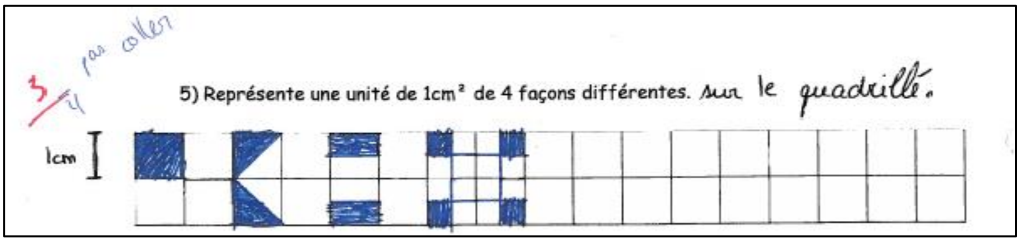


Figure 2b. Élève B

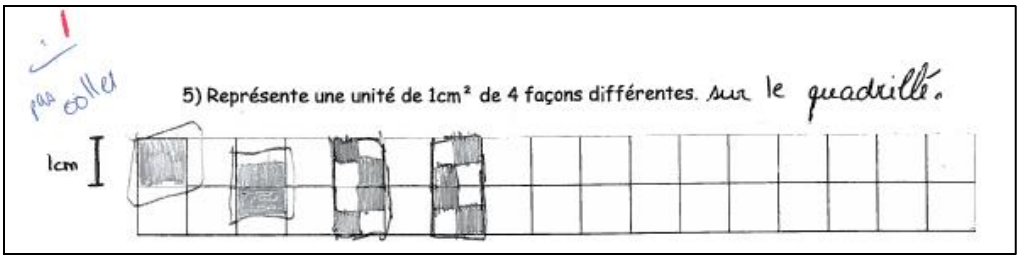


Figure 2c. Élève C

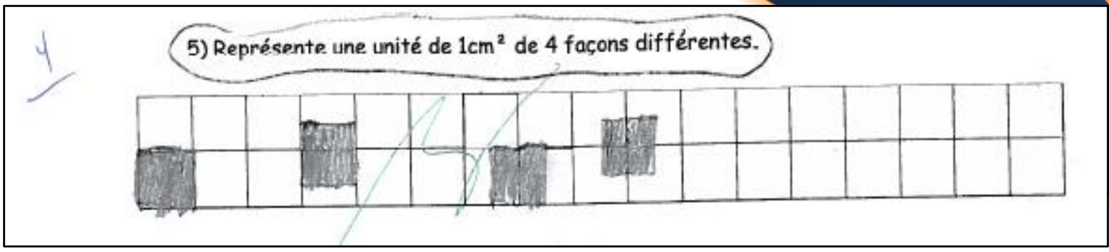


Figure 2d. Élève D

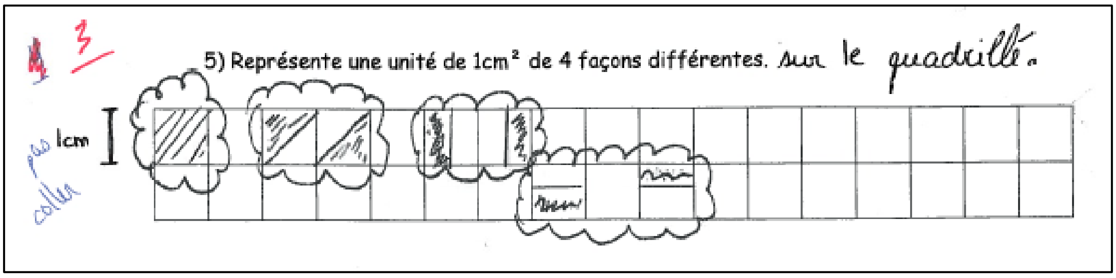


Figure 2e. Élève E

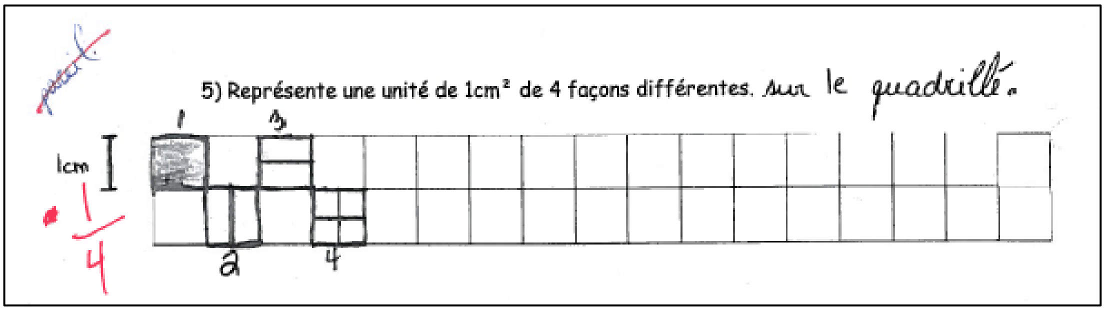


Figure 2f. Élève F

À partir de ces exemples, on peut entre autres remarquer les choses suivantes :

- les élèves A et B, pour une réponse presqu'identique, ont un point de différence ;
- les élèves C et D, pour des parties de réponses identiques, n'ont pas obtenu les mêmes points ;
- l'élève D qui a tous ses points peut être conçu comme ayant fourni quatre fois la même réponse, surtout lorsque considéré en comparaison avec F qui n'a eu qu'un seul point sur quatre ;
- les élèves C et E offrent approximativement la même réponse (des représentations groupées par un trait) et ont un écart de 2 points ;
- l'élève F qui gardé collé ses représentations, souvent identiques aux autres, n'a obtenu qu'un seul point.

Cette activité représente une belle occasion de souligner l'importance d'être cohérent dans la correction et d'appliquer le plus systématiquement possible le barème ; ce qui mène souvent à retourner sur des copies déjà corrigées lorsque le correcteur se sent dans le doute face à une réponse ou une façon préalable d'appliquer le barème. Face à leur position fortement critique, les discussions amènent les étudiants aussi à réaliser qu'ils sont dans un contexte « idéal », voire exagéré, alors qu'ils ont un temps énorme dans l'activité pour décortiquer dans le détail les faits et gestes de l'enseignante au niveau de sa correction. Donc, que malgré les analyses qu'ils en font ressortir, ils n'ont pas accès aux véritables justifications de l'enseignante et c'est là que le tout se joue. Évidemment, certaines incohérences semblent apparaître, mais certaines sont explicables (par exemple entre D et F, on peut justifier que D propose des déplacements du 1cm2 qui offrent des découpages différents de ce dernier en quarts, en demies, etc., alors que F ne fait que découper intérieurement un carré de 1 cm2 ; mais là encore, l'enseignante n'est pas là pour confirmer ou infirmer cette spéculation). En bref, cette situation est un peu malhonnête, car l'enseignante n'a jamais eu un tel luxe en temps pour décortiquer sa correction en menu détail, en plus de ne pas être présente pour justifier son barème et son utilisation. Ceci souligne alors l'importance de la justification du barème de correction, élément directement relié au jugement professionnel. Plusieurs étudiants tentent alors de fournir des justifications comme celle énoncée plus haut, et donc de retrouver le barème de correction sous-jacent, pour supporter les corrections et l'utilisation du barème sur les réponses d'élèves. Au final, une sensibilité nait chez les étudiants autour des questions de cohérence de correction, mais aussi de la complexité de son maintien tout au long de l'évaluation. Le fait qu'une enseignante d'expérience ait réalisé cette correction rend certains étudiants sensibles et humbles.

Un autre aspect qui frappe les étudiants est le niveau de réussite très bas à cet examen. La note la plus haute frisant à peine la note de passage sur 50 et la majeure partie des élèves étant en situation d'échec. Ceci mène les étudiants à souligner certaines idées échangées durant leur cours en Mesure et Évaluation. Par exemple, ils discutent des questions de recalibrage d'un examen peu réussi et de la possibilité d'éliminer des questions manquées. Cette idée est directement débattue durant l'activité et l'intention est de lui répondre par la didactique des mathématiques. Certains étudiants soulignent avoir compris que les questions totalement réussies ou totalement manquées doivent être éliminées de l'examen. Cette vision est questionnée, car on met l'accent sur l'importance mathématique des tâches et en quoi leur présence (donc conservation) est directement reliée à leur pertinence mathématique. Ainsi, la discussion s'oriente sur le fait que si une tâche fait intervenir un concept fondamental, elle sera conservée malgré qu'elle soit complètement manquée puisque la compréhension du concept est jugée fondamental. Évidemment, suite à ceci, un questionnement didactique pourra amener à analyser l'enseignement divulgué autour du concept et y soutirer par exemple certains obstacles didactiques (Brousseau, 1989). Toutefois, l'élimination de la tâche ne se fera pas par manque de réussite des élèves, mais bien parce qu'une analyse didactique souligne que l'enseignement n'a peut-être pas totalement rendu justice au concept en question. En contrepartie, la réussite complète des étudiants à une même tâche mathématiquement importante doit être perçue de façon positive et non problématique, si au niveau mathématique comprendre ce concept est important (un des buts de l'enseignement étant justement de bien faire comprendre et travailler certains concepts mathématiques !) Ces discussions et réflexions sont concrètement mises en route face à l'analyse de la tâche suivante, réussie par l'ensemble des élèves :

8)Le carré de sable

Maude a acheté 24 mètres de bois pour construire un bac à sable à la garderie. Quel est le carré de sable le plus grand qu'elle peut fabriquer si elle désire avoir un carré de sable à 4 côtés. le bois sert à faire le tour du carré de sable.

Figure 3. Tâche du carré de sable (l'écriture est un ajout de l'enseignante)

Ainsi, dans une optique didactique, la question de la conservation ou l'élimination de cette tâche passe par une analyse de sa pertinence mathématique. De prime abord, si on ne mentionne pas que l'on recherche un carré de sable, cette tâche peut faire intervenir des raisonnements importants sur la comparaison des quadrilatères en fonction de leurs côtés/périmètres et leurs aires. Plusieurs essais pouvant être faits, plusieurs évaluations de quadrilatères et donc d'aires possibles peuvent être faits. De plus, on peut entrer sur un travail autour des propriétés de l'aire des quadrilatères qui augmente ou diminue en lien avec les changements de dimensions, pour aussi voir que le carré est le quadrilatère, pour un périmètre donné, possédant la plus grande aire. Par contre, lorsqu'on regarde cette tâche en détails, on réalise que l'expression « carré » est utilisée pas moins de quatre fois. Ceci rend la tâche presque obsolète, car tout ce qui reste à faire à l'élève est de trouver la valeur du côté du carré. Pour un élève de 12-13 ans, cette tâche représente un défi de très bas niveau et n'est pas une réussite de niveau conceptuel. Et les élèves l'ont bien montré, car cette tâche est réussie par l'ensemble des élèves.

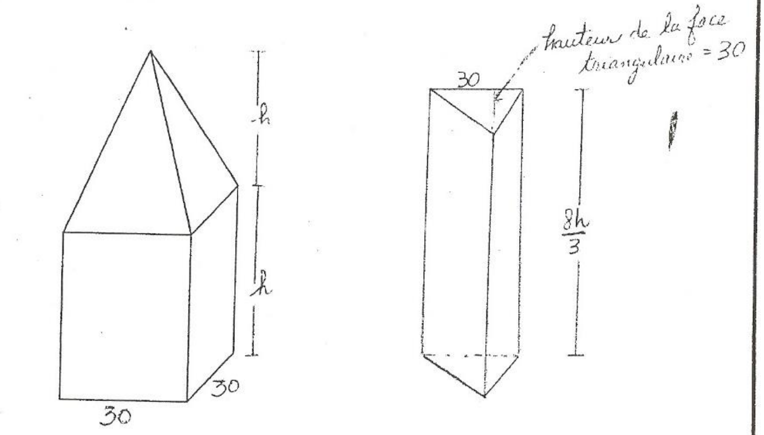
La décision d'éliminer cette tâche se fait donc à travers une rationalité mathématique, car cette tâche ne permet pas de faire travailler de façon significative le concept mathématique, la question elle-même menant à pouvoir répondre à la tâche sans déployer de raisonnements mathématiques significatifs. Son élimination est donc de nature didactique, reliée aux mathématiques, et non dû à sa réussite globale par l'ensemble des élèves. C'est donc à travers ce type de discussions et d'analyses que les étudiants sont amenés à mieux comprendre la signification d'une entrée didactique en évaluation, centrée sur les aspects mathématiques et l'avancée des savoirs en mathématiques et la pertinence de la tâche à évaluer ces aspects (et le barème à prendre en compte).

4. Activité de création, d'application et de justification d'un barème de correction

Une autre des activités proposées place les étudiants dans un processus de création et d'application de barème, avec une intention de développer leur capacité à justifier autant le barème que l'utilisation de celui-ci. Dans un premier temps, les étudiants ont à résoudre deux problèmes sur la notion de volume et d'aire (Figure 4). Ces tâches ne sont évidemment pas choisies au hasard, mais bien parce qu'elles ouvrent sur différentes solutions et mettent en jeu des raisonnements clés pour les concepts d'aire et de volume (par exemple, pour la première tâche : comparaison qualitative du volume des solides, relation entre pyramides et prisme associés, effet des changements de dimensions [triple, moitié, etc.] sur les volumes), et donc engagent les étudiants sur des terrains mathématiques importants où plusieurs stratégies peuvent émerger (ainsi que des difficultés ou des raisonnements partiels).

Problème #1 :

Voici deux solides :



Ces deux solides ont-ils le même volume? Répondez sans faire de calculs (**par raisonnements). Justifiez.**

Problème #2 :

Voici quatre triangles isocèles. En tant que triangles isocèles, ces triangles ont deux côtés de même longueur. Donc, dans ces triangles, uniquement la longueur de la base est différente. Détermine le triangle qui a la plus grande aire. Explique comment tu le sais. (Inspiré de Avital et Barbeau, 1991).

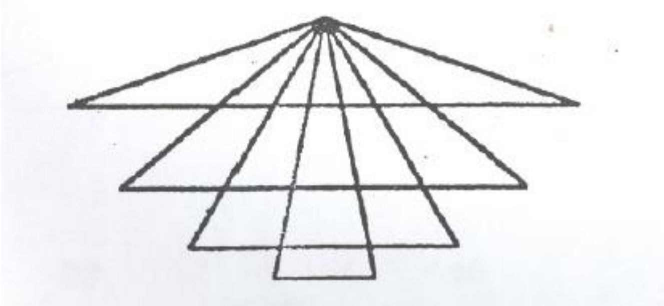


Figure 4. Deux problèmes pour l'activité d'évaluation

Dans un deuxième temps, pour le premier problème (la même chose sera faite pour le deuxième), des groupes de 5 ou 6 étudiants sont formés en fonction de la nature de leurs solutions, pour refléter une diversité d'entrées dans le problème. Toutefois, avant de se placer en équipe, chacun des étudiants doit construire son propre barème de correction pour le problème, dans le but de rendre compte et d'apprécier les diverses entrées et solutions possibles dans le problème. Les étudiants se placent ensuite en équipe et reçoivent une copie de chacune des solutions des autres membres de l'équipe au même problème. Pour chacune des solutions, à tour de rôle, les étudiants appliquent leur barème personnel sur la solution proposée, en s'assurant de pouvoir bien justifier l'évaluation donnée. (Dans certains cas, les étudiants ont à ajuster leur barème, une limite se faisant rapidement sentir face à leur incapacité d'apprécier adéquatement les solutions de certains étudiants.) Par la suite, pour chacune des solutions, chaque étudiant présente son évaluation en la justifiant. Cette « confrontation » entre évaluateurs sur la même solution permet à chacun des évaluateurs de justifier son barème et l'utilisation de ce dernier sur la solution proposée. Les cas litigieux étant ramenés en classe pour être discutés et débattus en plénière, les différences d'évaluation offertes pour les mêmes solutions mènent rapidement à voir que des éléments différents de barèmes, où on insiste sur des dimensions différentes de l'un à l'autre, provoquent des évaluations différentes pour une même solution.

Cette pratique de justification du barème et son utilisation prend un tournant encore plus fort lorsque l' « évalué » entre en ligne de compte. L'étudiant « noté » (par 4-5 étudiants-évaluateurs du groupe) peut ensuite expliquer lui-même sa solution et discuter des évaluations obtenues, lui qui a lui-même évalué sa propre copie avec son propre barème.

Dès lors, toutes les questions de type « réponse claire », de « tout ou rien », de « structure de solution », de « rigueur », etc., préalablement soulevées, prennent une toute autre couleur, car elles sont vécues directement et en temps réel par la personne évaluée. Vécu personnellement, certains sont moins enthousiastes à l'idée de se faire enlever des points de la sorte : par exemple, pour le manque de structure dans leur solution (qui pour eux est suffisamment structurée), pour la recopie claire de la réponse (qui pour eux apparaît déjà à tel ou tel endroit), pour la rigueur mathématique (car ils trouvent que la qualité de leur raisonnement mathématique devrait contrebalancer), etc. On rediscute l'importance de la prise en compte de ces dimensions dans le barème en relation avec le cœur du problème et les concepts clés que ce problème veut évaluer. On souligne aussi, souvent initié par l'évalué, l'importance de rendre compte des raisonnements partiels ou offrant des compréhensions moins standard ; ceci mène à raffiner certains barèmes pour permettre des demi-points, des quart de points, etc., qui au final font une différence importante entre un succès ou un échec sur la même tâche.

De plus, toute cette activité travaille l'empathie du correcteur. En effet, l'impact de la pratique d'évaluation est vu et vécu en temps réel par les évaluateurs, qui réalisent toute la complexité, dans un premier temps, d'offrir un jugement sur une solution (surtout quand la personne évaluée est devant soi). Et, dans un deuxième temps, davantage de niveau didactique, on voit ressortir toute la complexité mathématique sous-jacente aux solutions données, car celui ayant produit la solution est présent pour donner des explications supplémentaires sur le sens des « traces » de solution laissées. Encore ici cette situation est exceptionnelle, car l'évalué n'est normalement pas présent pour expliquer sa solution d'examen (surtout lors de la sanction des études), mais cette situation sert à sensibiliser didactiquement les étudiants à l'importance de se pencher en détail sur la nature mathématique de la solution et d'aller plus loin que sa propre compréhension personnelle du problème comme évaluateur pour essayer de déceler celle de l'évalué. Les étudiants problématisent assez rapidement alors la question du « tout bon/tout mauvais » et développent leurs réflexions et moyens pour arriver à prendre en compte de façon plus fine, voire aussi plus large, les compréhensions mathématiques variées et de divers degrés de réussite de la solution ; tel que souligné plus haut la prise en compte des solutions incomplètes ou démontrant une compréhension partielle des concepts en jeu. Tout ceci mène à des discussions importantes sur la pertinence des barèmes développés, leur rigidité/flexibilité ou précision/imprécision, leur capacité à rendre compte des solutions et de leur diversité, la place qu'ils accordent aux concepts mathématiques clés touchés par la question, etc.. On en vient par le fait même à vivre dans l'action l'importance de s'attarder avant tout aux compréhensions mathématiques de la tâche dans la construction d'un barème, et ce, au détriment des dimensions plus externes à ces raisonnements tels que les erreurs de calculs ou de rigueur, les problèmes de structure et de clarté, ainsi de suite. En bref, cette activité offre son lot de « leçons d'humilités », et ce, à différents niveaux et autant pour l'évalué que pour l'évaluateur.

Cette activité de formation fait entrer les étudiants dans une pratique d'évaluation en action, alors qu'ils créent un barème pertinent, l'utilisent, l'ajustent, le justifient, le comparent à d'autres, etc. Toutefois, uniquement quelques-unes de ces activités ont ici été illustrées, alors que plusieurs autres sont réalisées, telles que : la lecture de textes écrits par des chercheurs, des didacticiens et des enseignants, l'analyse de tâches d'évaluation officielles sur un continuum d'années, l'analyse de grilles de corrections ministérielles, l'analyse de tâches provenant d'autres provinces canadiennes ou d'autres pays pour des contenus similaires ou différents, etc. À travers celles-ci, les futurs enseignants sont amenés à déployer une pratique d'évaluation en enseignement des mathématiques qu'ils raffinent, justifient, négocient et enrichissent. Alors qu'au début, la pratique d'évaluation est conçue simple et facile, nécessitant uniquement de dire si l'élève comprend ou non et de communiquer le tout, ces activités problématisent les questions d'évaluation en mathématiques et montrent bien de quelle façon le jugement professionnel entre en ligne de compte et constitue une force à développer et évidemment à tirer profit.

5. En guise de conclusion

C'est donc dans l'action que certains enjeux didactiques sont vécus par les étudiants dans ce cours, face à des activités concrètes d'évaluation à partir d'un questionnement sur la notion de barème où les futurs enseignants doivent eux-mêmes accomplir ledit travail d'évaluation. Bien qu'ancrées dans un contexte plus large d'évaluation, ces activités ont pour but premier de faire vivre aux étudiants une certaine entrée didactique sur les questions d'évaluation. Tel que les activités et discussions sur celles-ci le montrent, pour le didacticien des mathématiques c'est à travers une lunette mathématique que tout enjeu relatif à l'évaluation en mathématiques est abordé. Et, c'est à travers ce type d'activités que des enjeux didactiques comme ceux soulignés ci-haut sont rendus explicites et sont mis de l'avant, offrant un cadre de travail et de réflexions personnelles sur l'évaluation par la didactique qui se construit au fil des cours. Ainsi, les formés ne sont pas amenés à suivre ou à appliquer un cadre ou modèle didactique de l'évaluation. On les amène à déployer une pratique personnelle d'évaluation en action, car c'est celle-ci qui sera mise de l'avant dans le déploiement de leur jugement professionnel au jour le jour comme enseignant. Et, c'est cette pratique professionnelle d'évaluation que le cours tente de faire avancer, par l'entrée spécifique qu'offre la didactique des mathématiques sur les questions d'évaluation en mathématiques.

Références

Avital, S., et Barbeau, E.J. (1991). Intuitively misconceived solutions to problems. For the Learning of Mathematics, 11(3), 2-8.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 4(2), 165-198.

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), Construction des savoirs: Obstacles et conflits (pp. 41-64). Montréal: Éditions Agence d'Arc.

Brousseau, G (1991). « Glossaire de didactique », transmis à la 6e école d'été de didactique des mathématiques (voir aussi http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf).

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Éditions La Pensée Sauvage: Grenoble.

Byers, V., & Erlwanger, S. (1984). Content and form in mathematics. Educational Studies in Mathematics, 15(3), 259-275.

Douady, R. (1984). « Mathématiques (Didactique des). » Encyclopedia Universalis.

Janvier, C. (1994a). Le volume mais où sont les formules – document d'accompagnement. Mont-Royal, Canada: Éditions Modulo.

Serfati, M. (2005). La révolution symbolique. La constitution de l'écriture symbolique mathématique. Paris : Pétra.

Exploiter les démarches des élèves pour soutenir leurs apprentissages : une illustration autour d'une activité intitulée « les puzzles de fractions »

Fanny Boraita, Département Education et Formation - Université de Liège
f.boraita@ulg.ac.be

Isabelle Demonty, Département Education et Formation - Université de Liège
isabelle.demonty@ulg.ac.be

Annick Fagnant, Département Education et Formation - Université de Liège
afagnant@ulg.ac.be

Cet article présente une activité intitulée « Puzzles de fractions » qui a été mise en place auprès d'élèves de 5e et 6e années de l'enseignement primaire (10-12 ans) en vue de donner du sens aux opérations sur les fractions. Il illustre comment l'exploitation des démarches des élèves tout au long d'une activité permet de mettre en œuvre une évaluation formative informelle qui vise à soutenir leur processus d'apprentissage. Dans l'activité présentée, l'évaluation informelle prend place sous la forme de régulations interactives entre élèves et entre l'enseignant et ses élèves lors des phases d'exploitation collectives.

1. Introduction

Cet article présente une activité mise en place auprès d'élèves en fin d'enseignement primaire en vue de donner du sens aux opérations sur les fractions. L'activité « Puzzles de fractions » est une activité qui fait partie d'un outil didactique intitulé « Du concret pour abstraire », réalisé dans le cadre d'une recherche commanditée conduite entre 2013 et 2015[1]. La recherche a été réalisée par des chercheurs de l'Université de Liège en étroite collaboration avec trois formatrices du Centre d'Autoformation et de Formation continuée (CAF) de Tihange et huit enseignants responsables de la formation mathématique des élèves de 5e et 6e années de l'enseignement primaire (élèves de 10-12 ans) ou du premier degré de l'enseignement secondaire (élèves de 12-14 ans).

Prenant la liberté de proposer une extension au titre du numéro thématique consacré à « l'évaluation des apprentissages en mathématiques », nous avons fait le choix d'orienter nos propos autour d'une « évaluation au service des apprentissages » en nous ancrant dans la perspective d'une évaluation formative informelle ou non-instrumentée (Morrissette & Compaoré, 2012 ; Mottier Lopez, 2015). Ce type d'évaluation prend place au cours des activités d'enseignement/apprentissage, notamment à partir des régulations interactives entre l'enseignant et ses élèves (Allal, 2007 ; Bell & Cowie, 2001 ; Morrissette, 2013).

Après avoir présenté brièvement quelques fondements sur lesquels s'appuie l'outil « Du concret pour abs-

[1] « *Du concret pour abstraire : un outil pratique à destination des enseignants de 5e et 6e primaire et de 1re et 2e secondaire* » (Boraita, Demonty, Pirotte & Fagnant, 2015) est le résultat d'une recherche intitulée « L'enseignement de l'abstraction entre 10 et 14 ans : un outil au service des mathématiques » commanditée par le Service général de l'Enseignement organisé par la Fédération Wallonie-Bruxelles et menée à l'Université de Liège sous la direction de Dominique Lafontaine (Service d'analyse des Systèmes et des Pratiques d'enseignement) et d'Annick Fagnant (Service de didactique générale et intervention éducative).

traire », nous présenterons les différentes étapes de l'activité « Puzzles de fractions » en illustrant comment l'exploitation des démarches des élèves permet de mettre en œuvre une évaluation formative informelle visant à soutenir leur processus d'apprentissage. Ces illustrations sont issues des mises en place réalisées par les enseignants du groupe de travail impliqué dans la construction de l'outil didactique.

2. L'outil « Du concret pour abstraire »

Dans le domaine des nombres et des opérations, la transition entre l'enseignement primaire et secondaire s'accompagne de l'évolution d'une réflexion ancrée dans le calcul sur les nombres naturels et décimaux au primaire vers les rudiments de l'algèbre au début du secondaire (Kieran, 2007). En géométrie, cette transition n'est pas plus aisée puisqu'elle s'accompagne également d'un certain nombre de changements au niveau du statut des figures géométriques dans le cadre de la preuve ainsi que du rôle des instruments de mesures (Perrin-Glorian, Mathe & Leclercq, 2013). Comment les enseignants peuvent-ils aider les élèves, dès la fin de l'enseignement primaire, à réaliser ces passages progressifs à l'abstraction, indispensables à la cohérence des apprentissages mathématiques lors de la transition primaire-secondaire ? C'est au cœur de cette problématique que s'est positionnée la recherche qui a conduit au développement de l'outil didactique intitulé « Du concret pour abstraire » dont est issue l'activité « Puzzles de fractions ». Son objectif est d'amener les enseignants des deux niveaux scolaires à identifier les véritables difficultés de leurs élèves dans le passage progressif à l'abstraction et à envisager des démarches d'enseignement qui travaillent spécifiquement ces difficultés.

L'outil didactique propose des activités situées dans les domaines numérique et géométrique. Face aux situations-problèmes proposées dans le domaine numérique, le raisonnement des élèves, généralement centré sur la réponse, doit évoluer vers une analyse fine des opérations permettant d'obtenir cette réponse. Ce type raisonnement se développe notamment via des activités qui mettent l'accent sur l'exploitation et la confrontation de démarches variées de résolution. Les activités centrées sur les « puzzles » de fractions se situent à ce niveau : en primaire, elles visent à donner du sens aux opérations sur les fractions ; au début du secondaire, elles investissent aussi le calcul algébrique. C'est sur l'activité proposée en primaire que le présent article se centre.

3. L'activité « Puzzles de fractions » proposée en fin d'enseignement primaire

3.1. Les grandes étapes de l'activité

L'activité[2] vise à donner du sens aux fractions et aux opérations sur les fractions au travers d'une confrontation des démarches de résolution développées par les élèves et d'une exploitation judicieuse de celles-ci par l'enseignant, notamment lors de différents moments collectifs. Le puzzle

[2] Cette activité s'inspire de l'activité développée par De Terwangne, Hauchart et Lucas (2007) présentée dans l'ouvrage « Oser les fractions dans tous les sens » (De Boeck).

servant de base à cette activité est à la figure 1.

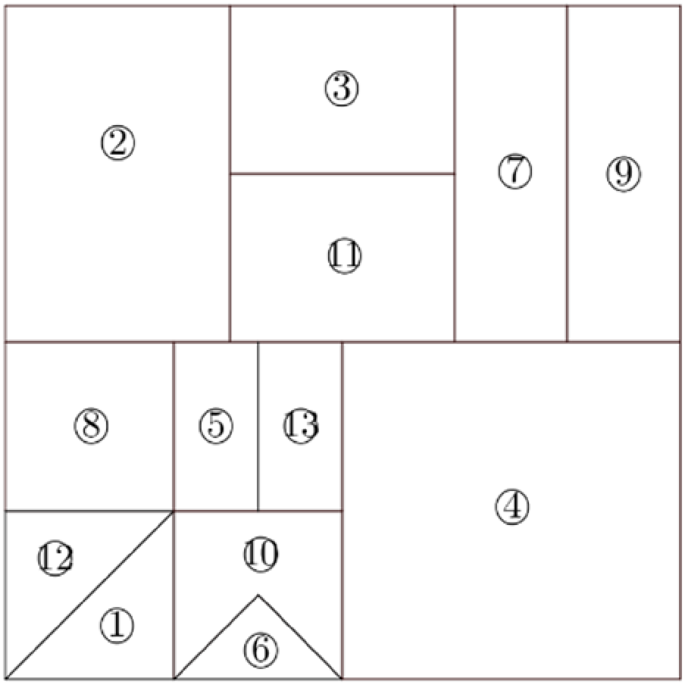


Figure 1. Puzzle servant de base à l'activité proposée pour les élèves de 5e et 6e années primaire

Quatre étapes composent la séquence : (1) la construction du puzzle ; (2) la recherche de la valeur des pièces lorsque le puzzle vaut l'unité ; (3) la vérification que la somme de chaque pièce correspond à l'unité et (4) la recherche de la valeur d'autres pièces au départ d'une autre qui représente l'unité. Tout au long de l'activité, le lien avec le support visuel et la manipulation des pièces du puzzle stimule la variété des démarches possibles pour déterminer la valeur d'une pièce. L'intérêt de l'activité réside dans les confrontations entre ces démarches. Dès l'étape 2, il est important de demander aux élèves d'expliquer leurs démarches au regard des manipulations effectuées avec les pièces du puzzle. C'est en effet la référence aux opérations de fractionnement, pratiquées sur le puzzle dans son entièreté ou sur certaines de ses pièces, qui permet de donner du sens aux opérations sur les fractions.

La séquence proposée amène les élèves à travailler la composition de fractionnements, l'addition de grandeurs fractionnées, la simplification de fractions et la notion de fractions équivalentes. Lors des exploitations réalisées dans certaines classes, les enseignants ont également eu l'occasion de travailler au départ d'une symbolisation plus formelle des opérations sur les fractions : le cas échéant, ils ont pu amorcer avec les élèves une réflexion sur le double statut du signe d'égalité abordé non seulement comme amorce d'un résultat, mais aussi comme signe placé entre deux opérations désignant la même fraction.

3.2. Une évaluation formative informelle au service des apprentissages mathématiques

Contrairement à une évaluation formative formelle (ou instrumentée) qui prend généralement la forme d'une tâche papier-crayon de type « minitest » administré en fin de séquence, l'évaluation formative informelle ou non instrumentée (Morrisette, 2013 ; Mottier Lopez, 2015) prend place quant à elle tout au long des activités d'enseignement-apprentissage (Mottier Lopez, 2012 ; Morrissette, 2013). S'inscrivant dans une perspective élargie de l'évaluation formative (Allal & Mottier Lopez, 2005), elle se réalise dans l'interaction entre l'enseignant et les élèves en cours d'apprentissage et se cible sur les régulations interactives réalisées à l'initiative de l'enseignant (Mottier Lopez, 2012).

L'activité « Puzzles de fractions » alterne des moments en duo et en groupe-classe. Le cœur de l'activité réside dans les échanges et les moments de confrontations lors desquels l'enseignant a un rôle prépondérant à jouer puisque c'est lui, par ses interventions, qui aidera les élèves à symboliser leurs démarches et à progresser dans la recherche des différentes pièces du puzzle. Les discussions mathématiques qui s'installent entre les différents acteurs constituent un moment durant lequel les significations de chacun seront ajustées et régulées afin de soutenir les apprentissages de tous (Morrissette, 2013).

Grâce aux interactions se déroulant au sein des binômes et aux confrontations collectives, les élèves sont amenés à expliciter leurs raisonnements et à justifier leurs démarches. L'enseignant doit les aider à exprimer leurs démarches et à les symboliser. Par exemple, lorsque les élèves composent deux fractionnements du puzzle, les interactions orchestrées par l'enseignant peuvent conduire les élèves à comparer des opérations impliquant des fractions et à confronter différentes expressions. Son rôle est essentiel pour soutenir les échanges et faire évoluer les apprentissages mathématiques des élèves.

3.3. Illustration du déroulement de l'activité et d'épisodes de régulations interactives

- Étape 1 : la construction du puzzle

Les élèves constituent le puzzle et sont informés qu'ils devront « nommer les pièces » du puzzle en trouvant quelle fraction une pièce représente par rapport à l'unité. La manipulation des pièces leur permet de mettre directement les différentes pièces du puzzle en relation les unes avec les autres. Les élèves manipuleront les pièces durant toute la séquence ; elles ne doivent donc pas être collées. Plusieurs reconstitutions de puzzle sont possibles, mais un modèle peut être distribué aux élèves de façon à ce que le groupe classe travaille à partir du même point de référence tout au long de l'activité. Le modèle servant de base à l'activité est celui présenté à la figure 1 ci-dessus.

- Étape 2 : la recherche de la valeur des pièces lorsque le puzzle vaut une unité

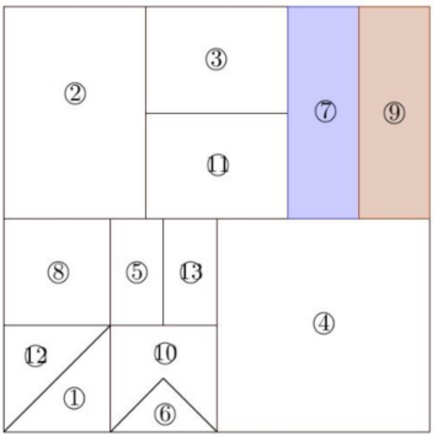
Par duo, les élèves déterminent la valeur des pièces. Plusieurs démarches peuvent être utilisées pour nommer une même pièce et il est souvent nécessaire de mettre en relation les pièces les unes avec les autres (voir figure 2).

La recherche de la valeur de la pièce ④ ne pose pas de difficulté : la plupart des élèves la reportent quatre fois dans le puzzle et déduisent qu'elle correspond à $\frac{1}{4}$.
Une fois que la pièce ④ est trouvée, l'enseignant peut proposer de chercher la valeur de la pièce ⑧ en la mettant en relation avec la pièce ④. Cette démarche conduit au raisonnement suivant : $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$. Par la suite, les élèves déterminent la valeur de la pièce ⑤ en la mettant en relation avec la pièce ⑧ : $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{16} = \frac{1}{32}$ ou avec la pièce ④ : $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1}{32}$.

Figure 2. Exemple illustrant la mise en relation de plusieurs pièces du puzzle

Lors des phases d'exploitations collectives, l'enseignant conduit les élèves à confronter différentes opérations sur les fractions : les élèves expliquent les raisonnements qu'ils ont menés pour trouver la valeur d'une pièce et l'enseignant les aide à symboliser les démarches en mobilisant des opérations sur les fractions.

Généralement considérées comme abstraites, ces opérations prennent ici du sens grâce au support constitué par le puzzle qui permet de visualiser les relations entre les pièces et les résultats des opérations effectuées (figure 3).



La pièce ⑦ est la même que la pièce ⑨. Leur somme correspond à la pièce ②. Or, la pièce ② se place exactement 6 fois dans le puzzle. Il s'agit donc de $\frac{1}{6}$. *La pièce ⑦ correspond à la moitié de* $\frac{1}{6} = \frac{1}{12}$.

On peut aussi vérifier que la somme des pièces ⑦ et ⑨ correspond à la pièce ② : $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$ *et* $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. *(réduction de la fraction ou fractions équivalentes).*

Comme les pièces ⑦ et ⑨ sont équivalentes, on peut aussi écrire : $2 \text{ x } \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Figure 3. Exemple illustrant la confrontation de différentes opérations impliquant des fractions

Le verbatim repris dans la figure 4 illustre un exemple de régulations interactives entre un enseignant et ses élèves.

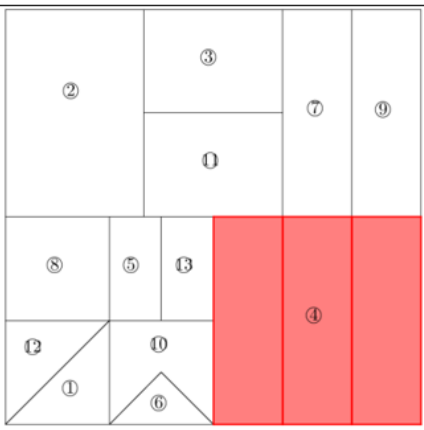
Le type de rétroaction formative que privilégie l'enseignant dans les interactions vise à susciter le questionnement chez les élèves.

***Enseignant**: « Comment peut-on trouver la pièce 2 à l'aide des pièces 7 et 9 ? »*
***Élèves**: « C'est la 7 et la 9 ensemble »*
***Ens**: « Donc comment fait-on ? Montrez-moi »*
***El** : « C'est 2 fois la pièce 9 qui fait la pièce 2 ».*
***Ens** : « Donc j'écris $2 \times quelle\ fraction$?»*
***El**: « 2 x $\frac{1}{12}$ »*
***El** : « Ce qui est égal à $\frac{2}{12}$ »*
***Ens** : « Et si je veux aller plus loin encore. Je peux simplifier ? »*
***El**: « Oui, $\frac{1}{6}$ »*
***Ens** : « Quelqu'un a fait autrement que ce calcul 2 x $\frac{1}{12}$? »*
***El** : « Nous : $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$ »*
***El** : « parce que c'est la pièce 7 et la 9 »*
***El** : donc égal aussi à $\frac{1}{6}$ »*

Figure 4. Verbatim illustrant des régulations interactives enseignant – élèves

L'enseignant ne doit pas « faire à la place » des élèves, mais il doit les soutenir et les aider à donner du sens aux opérations qu'ils effectuent sur les fractions. Prenant cours « dans le feu de l'action », ces régulations interactives ne sont pas sans risque puisqu'il s'agit « d'inférer dans les processus de pensées et de communication en cours » (Perrenoud, 1998, p.114.). Il est donc primordial que l'enseignant interprète correctement les démarches des élèves pour leur fournir des régulations appropriées à leur raisonnement.

Comme suggéré par Morrissette et Compaoré (2012), dans l'évaluation informelle non-instrumentée, impliquer l'ensemble du groupe-classe est l'occasion de revenir sur les principales difficultés rencontrées. En invitant l'élève 1 à expliquer sa démarche, l'enseignant favorise l'émergence d'une régulation interactive entre élèves (figure 5). La démarche de l'élève 1 est incomplète : il exprime une pièce en fonction d'une autre, mais en perdant de vue le puzzle complet. Les échanges avec l'élève 2 lui permettent de prendre conscience de son erreur, puis les deux élèves construisent ensemble une solution correcte.



Certains élèves trouvent la valeur de la pièce 7 en remarquant que celle-ci entre trois fois dans la pièce 4.

***Élève 1**: « La pièce 7 entre trois fois dans la pièce 4 donc elle vaut $\frac{1}{3}$»*
***Élève 2**: « Non car la pièce 4 c'est le quart ».*
***E1** : Donc comment veux-tu faire? »*
***E2**: « Ben, c'est $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ alors »*
***E1**: « Et ça fait quoi ? »*
***E2**: « Ben, attends $\frac{1}{12}$ »*

Figure 5. Verbatim illustrant des régulations interactives entre élèves

Les mises en commun sont aussi des moments privilégiés pour établir des liens entre les apprentissages réalisés. C'est une étape très importante d'une évaluation formative informelle qui doit « s'inscrire dans la logique d'une régulation continue explicite » (Morrissette & Compaoré, 2012, p.32).

La confrontation des démarches peut être l'occasion d'amener les élèves vers une réflexion un peu plus abstraite qui s'appuie sur une écriture plus formelle des opérations sur les fractions. Si ce type de réflexion peut être amorcé en primaire, il devra être poursuivi au secondaire puisque les opérations sur les fractions vont progressivement se détacher d'un support visuel pour opérer directement sur des fractions-nombres.

Par exemple, concernant la valeur de la pièce ⑦, les deux démarches rapportées dans les extraits repris dans les figures 3 et 5 permettent de faire le point sur différents éléments importants. Dans l'extrait repris dans la figure 3, on a vu que 1/2 de 1/6 = 1/12, ce qui peut aussi s'écrire ½ × 1/6=1/12 (multiplication de fractions). On a aussi vu que 1/12 + 1/12 = 2/12 (addition de fractions) et que 2/12 = 1/6 (simplification de la fraction). Dans l'extrait repris dans la figure 5, on a vu que 1/3 de 1/4 correspondait aussi à 1/12. On peut dès lors montrer que 1/2 de 1/6 est égal à 1/3 de 1/4, autrement dit, que ½ × 1/6 = 1/3 × 1/4. Dans ces exemples, le statut de l'égalité est double. Lorsque les élèves symbolisent une démarche à l'aide d'opérations impliquant des fractions, l'égalité, symbolisée par le signe « = », est envisagée de manière dynamique et permet d'amorcer le résultat de l'opération. A l'inverse, lorsque les élèves sont amenés à comparer deux démarches permettant de trouver la valeur d'une même pièce, le signe d'égalité est alors vu de manière statique, comme un signe placé entre deux expressions représentant la même fraction.

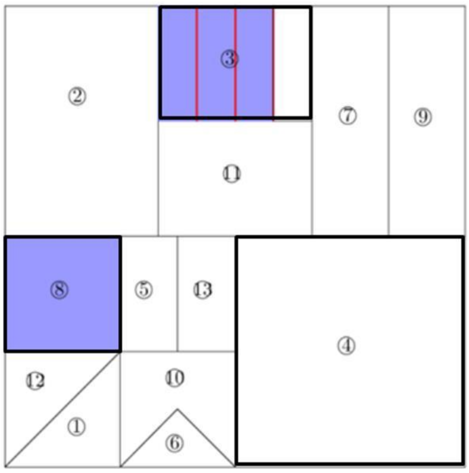
- Étape 3 : vérifier que la somme de chaque pièce correspond à l'unité

Après avoir déterminé la valeur de chaque pièce du puzzle, les élèves peuvent vérifier que la somme des pièces est égale à l'unité. C'est toujours par confrontation des opérations avec le dessin du puzzle que les élèves sont amenés à raisonner pour additionner les fractions.

- Étape 4 : trouver la valeur d'une pièce au départ d'une autre pièce

Dans cette étape, l'unité de référence change. Elle ne correspond plus au puzzle entier, mais à une pièce. Ce changement d'unité permet d'introduire des fractions supérieures à l'unité. Comme pour les étapes précédentes, il importe que les différentes démarches énoncées par les élèves puissent être confrontées. C'est lors de ces confrontations que l'évaluation informelle prend essentiellement place.

A titre illustratif, la figure 6 expose quelques exemples de démarches développées par des élèves lors de la réalisation de cette 4e étape de l'activité.



*Si la **pièce** 8 est une unité, que représente la pièce 3 ?*

Démarche 1 :

La pièce 3, c'est la pièce 8 + $\frac{1}{3}$ de la pièce 8.

C'est donc $\frac{4}{3}$.

Démarche 2 :

La pièce 8, c'est $\frac{3}{4}$ de la pièce 3. Donc la pièce 3, c'est $\frac{4}{3}$ de la pièce 8.

Démarche 3 :

La pièce 8, c'est $\frac{1}{4}$ de la pièce 4.

La pièce 4, c'est 4 × la pièce 8. La pièce 4 vaut donc 4.

La pièce 3, c'est la même valeur que la pièce 7.

On voit que c'est $\frac{1}{3}$ de la pièce 4.

Comme la pièce 4 vaut 4 ; le pièce 3 vaut donc $\frac{1}{3}$ de 4, donc $\frac{4}{3}$.

Figure 6. Démarches permettant de trouver la valeur d'une pièce lorsqu'une autre pièce représente l'unité (la fraction est plus grande que l'unité)

4. Conclusion

Si les visées de l'évaluation formative sont de soutenir la progression des apprentissages, d'examiner les difficultés et de proposer des pistes de régulations aux démarches de raisonnement des élèves (Perrenoud, 1998 ; Allal & Mottier-Lopez, 2005), on constate trop souvent qu'elle se réduit à l'administration de « mini-tests » récupérés dans une visée sommative (Morrissette, 2013). Cette façon de circonscrire l'évaluation formative ne permet pas d'explorer suffisamment les liens entre les apprentissages et leur évaluation. Afin de pallier cette vision réductrice de l'évaluation formative, l'évaluation informelle non-instrumentée, par ses régulations interactives régulières, permet de réguler et de soutenir l'apprentissage tout

L'objectif de cet article était de présenter une activité mise en place auprès d'élèves de la fin de l'enseignement primaire (10-12 ans) en vue de donner du sens aux opérations sur les fractions. L'article visait aussi à illustrer comment l'exploitation des démarches des élèves tout au long de l'activité permettait de mettre en œuvre une évaluation formative informelle propre à soutenir leur processus d'apprentissage. Il n'est pas rare de constater que les élèves manipulent des « objets » mathématiques et des symbolisations abstraites qu'ils n'ont pas intégrés correctement. C'est notamment via des activités qui mettent l'accent sur l'exploitation et la confrontation de démarches variées qu'il est possible de donner du sens aux mathématiques. Dans l'activité présentée, le lien avec le support visuel et la manipulation des pièces sont importants pour donner du sens aux opérations sur les fractions et aux différentes expressions symboliques associées. Les régulations interactives, orchestrées par l'enseignant tout au long de l'activité, sont également nécessaires pour soutenir les élèves dans leurs recherches et pour les aider à symboliser leurs raisonnements. L'évaluation informelle non-instrumentée favorise ainsi l'entretien d'un lien indispensable entre l'apprentissage et l'évaluation au service de cet apprentissage.

Références

Allal, L. (2007). « Régulation des apprentissages : Orientation conceptuelle pour la recherche et la pratique en éducation ». In Allal, L. & Mottier Lopez, L. (dir.). Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation. Bruxelles : De Boeck. 7–23

Allal, L. & Mottier Lopez, L. (2005). Formative evaluation of learning: A review of publications in french. In Formative Assessment: Improving learning in secondary classrooms (p. 265-290). Paris : Éditions OCDE.

Boraita, F., Demonty, I., Pirotte, M. & Fagnant, A. (2015). Du concret pour abstraire. Un outil pratique à destination des enseignants de 5e - 6e primaire et de 1re - 2e secondaire. Rapport final de la recherche intitulée « L'enseignement de l'abstraction entre 10 et 14 ans : un outil au service des cours de mathématiques ».. Belgique : Liège, Université de Liège, aSPe, DGIE. http://hdl.handle.net/2268/188488

Bell, B. & Cowie, B. (2001). Formative assessment and science education. Dordrecht : Kluwer Academic Press.

De Terwangne, M., Hauchart, C. & Lucas, F. (2007). Oser les fractions dans tous les sens. Bruxelles, Belgique : De Boeck.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra in the middle school through college levels: building meaning for symbols and their manipulation. In F.K Lester (Ed.) Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Morrissette, J. (2013). Des modes d'interaction au cœur de la mise en œuvre d'une évaluation formative non instrumentée. Nouveaux C@hiers De La Recherche En Education, (16)2, 88-111.

Morrissette, J. & Compaoré, G. (2012). Le savoir-faire enseignant sur l'évaluation formative informelle. Formation et Profession, (20)3, 26-35.

Mottier Lopez, L. (2012). La régulation des apprentissages en classe. Bruxelles: De Boeck.

Mottier Lopez, L. (2015). Evaluations formatives et certificatives des apprentissages. Bruxelles : De Boeck

Perrenoud, P. (1998). L'évaluation des élèves. De la fabrication de l'excellence à la régulation des apprentissages. Bruxelles, Belgique : De Boeck.

Perrin-Glorian, M.J., Mathe, A.C., Leclerc, R. (2013). Comment penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Repères-Irem, 90, 5-41.

Appel à communication pour le prochain bulletin thématique

Les écrits peuvent prendre la forme de récits subjectifs, de comptes rendus de pratiques, de présentations d'outils et de leurs usages en contexte, de synthèses accessibles de résultats de recherche, de questionnements commentés, de réflexions critiques à partir de résultats…

L'ensemble de la communauté de l'ADMEE est invitée à contribuer à ce nouveau numéro thématique, et plus largement : toutes les personnes intéressées par la question. La rédactrice du Bulletin proposera, si besoin, un soutien à l'écriture afin d'encourager un partage de récits d'expériences et de pratiques.

Les consignes d'écriture :

- Biographie brève de/des auteur(s) (100 mots max.)
- Productions écrites entre 2000 mots et 4000 mots maximum, tout compris

Pour toutes demandes d'informations et l'envoi des productions écrites :
natacha.duroisin@umons.ac.be

Conseil d'administration 2015-2016

Bureau

Président	Réginald BURTON
Vice-présidente	Nathalie YOUNES
Secrétaire-trésorier	Walther TESSARO

Délégations nationales

Belgique	Natacha DUROISIN Pascal DETROZ
France	Rémi GOASDOUE Yann MERCIER-BRUNEL
Liban	Fadi EL HAGE Scarlet SARRAF
Luxembourg	Somia Salah Raymond MEYERS
Maroc	Mohamed RADID Fatiha KADDARI
Portugal	Maria Palmira ALVES André MACHADO
Suisse	Pierre PETIGNAT Raphaël PASQUINI

Autres membres du CA

Rédactrice du bulletin	Natacha DUROISIN
Organisateur du 28e colloque	Carmen CAVACO
Rédacteur européen de la revue Mesure et Evaluation	Christophe DIEREN-DONCK
Rédacteur en chef de la revue *Evaluer. Journal international de recherche en éducation et formation*	Marc DEMEUSE
Rédacteur en chef adjointe de la revue *Evaluer. Journal international de recherche en éducation et formation*	Annick Fagnant
Université d'été 2016	Pierre PETIGNAT

COTISATION 2017

Grâce à vous, l'ADMEE-Europe élargit et diversifie constamment ses activités scientifiques et de formation, comme en témoigne ce nouveau bulletin thématique.

Le CA vous remercie sincèrement et espère pouvoir compter sur votre soutien en renouvelant votre adhésion sur

http://www.admee.org

Un grand merci !